Daniel cipriano 233228 atividade 2 - MS211 C

7,0

1) a) $\begin{cases} x+2y+z=3 \\ 2x+3y+z=5 \\ 3x+5y+2z=1 \end{cases}$ utilizando a MEG //

• Obtemos a matriz ampliada

$$A|b = \left|\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 1 & 3 \\ 2 & 3 & 1 & 5 \\ 3 & 5 & 2 & 1 \end{array}\right|$$

• Utilizando operações elementares transformamos a matriz dos coeficientes em uma matriz triangular superior:

$$\left|\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 1 & 3 \\ 2 & 3 & 1 & 5 \\ 3 & 5 & 2 & 1 \end{array}\right| \xrightarrow[\substack{L_3 = L_3 - 3L_1 \\ L_1 = L_1}]{L_2 = L_2 - 2L_1} \left|\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 1 & 3 \\ 0 & -1 & -1 & -1 \\ 0 & -1 & -1 & -8 \end{array}\right|$$

$$\xrightarrow[L_3 = L_3 - L_2]{\substack{L_1 = L_1 \\ L_2 = L_2}} \left|\begin{array}{cccc} 1 & 2 & 1 & 3 \\ 0 & -1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & -7 \end{array}\right| = A|b.$$

Digitalizado com CamScanner

· Ultimas então:
$$\begin{aligned} x + 2y + z &= 3 \\ -y - z &= -1 \\ \boxed{0 = -7} \end{aligned}$$
é uma indeterminação

como a posto da matriz dos coeficientes (A) é diferente da posto da matriz ampliada (A | b), o sistema não possui solução:

$$\text{Posto}\left(\begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 1 \\ 3 & 5 & 2 \end{vmatrix}\right) = 2 \quad \text{e} \quad \text{Posto}\left(\begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 & \vdots & 3 \\ 2 & 3 & 1 & \vdots & 5 \\ 3 & 5 & 2 & \vdots & 1 \end{vmatrix}\right) = 3$$

∴ O sistema é impossível //

b) Utilizando a fatoração L.U:

$$AX = B \;;\; A = LU \rightarrow (LU)X = B \;;\; LY = B \rightarrow Y = UX$$

$$A^{(0)} = \begin{vmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 2 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \end{vmatrix}$$

• Substituindo os multiplicadores obtido na eliminação de Gauss, obtemos L.

$$A^{(1)} = \begin{vmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 2 & -3 & 3 \\ 1 & 2 & 0 \end{vmatrix} \rightarrow A^{(2)} \begin{vmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 2 & -3 & 3 \\ 1 & 2/3 & 2 \end{vmatrix}$$

$$L = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ 1 & 2/3 & 1 \end{vmatrix}$$

• Substituindo ~~a~~ o restante da matriz $A^{(2)}$ obtemos U:

$$U = \begin{vmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 0 & -3 & 3 \\ 0 & 0 & 2 \end{vmatrix}$$

assim: $LY = B \rightarrow \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ 1 & 2/3 & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 3 \\ 6 \\ 4 \end{vmatrix}$

Resolvendo:

$$\begin{cases} y_1 = 3 \\ 2y_1 + y_2 = 6 \\ y_1 + 2/3\, y_2 + y_3 = 4 \end{cases} \rightarrow \begin{array}{l} y_2 = 6 - (2.3) = 0 \\ y_3 = 4 - (2/3 . 0) - 3 = 1 \end{array}$$

$y_1 = 3 \; ; \; y_2 = 0 \; ; \; y_3 = 1$ //

assim: $UX = Y \rightarrow \begin{vmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 0 & -3 & 3 \\ 0 & 0 & 2 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} x \\ y \\ z \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 3 \\ 0 \\ 1 \end{vmatrix}$

Resolvendo:

$$\begin{cases} x + y - z = 3 \\ -3y + 3z = 0 \\ 2z = 1 \end{cases} \rightarrow \begin{array}{l} z = 1/2 \\ y = \dfrac{-3(1/2)}{-3} = 1/2 \\ x = 3 - 1/2 + 1/2 = 3 \end{array}$$

Portanto

$$\boxed{S: \begin{cases} x = 3 \\ y = 1/2 \\ z = 1/2 \end{cases}}$$

X

② dado o sistema, construímos a matriz ampliada:

$$A|b = \left|\begin{array}{cccc|c} 0,8 & -0,2 & -0,2 & -0,3 & 0,5 \\ -0,2 & 0,9 & -0,2 & -0,3 & 0,4 \\ -0,3 & -0,3 & 0,8 & -0,2 & 0,3 \\ -0,2 & -0,2 & -0,4 & 0,8 & 0 \end{array}\right|$$

aplicando operações elementares:

$L_1 \to L_1$
$L_2 \to L_2 + L_1/4$
$L_3 \to L_3 + 3/8 \cdot L_1$
$L_4 \to L_4 + 1/4\, L_1$

$$A|b = \left|\begin{array}{cccc|c} 0,8 & -0,2 & -0,2 & -0,3 & 0,5 \\ 0 & 0,85 & -0,25 & -0,375 & 0,525 \\ 0 & -0,375 & 0,725 & -0,3125 & 0,4875 \\ 0 & -0,25 & -0,45 & 0,725 & 0,125 \end{array}\right|$$

$L_1 \to L_1$
$L_2 \to L_2$
$L_3 \to L_3 + 0,441176470\, L_2$
$L_4 \to L_4 + 0,294117647\, L_2$

$$A|b = \left|\begin{array}{cccc|c} 0,8 & -0,2 & -0,2 & -0,3 & 0,5 \\ 0 & 0,85 & -0,25 & -0,375 & 0,525 \\ 0 & 0 & 0,614705882 & -0,477941176 & 0,719117646 \\ 0 & 0 & -0,523529411 & 0,614705882 & 0,27941176 4 \end{array}\right|$$

$L_1 \to L_1$
$L_2 \to L_2$
$L_3 \to L_3$
$L_4 \to L_4 + L_3 . 0,85167464$

$$A|b = \left|\begin{array}{ccccc} 0,8 & -0,2 & -0,2 & -0,3 & 0,5 \\ 0 & 0,85 & -0,25 & -0,375 & 0,525 \\ 0 & 0 & 0,614705882 & -0,477941176 & 0,719117646 \\ 0 & 0 & 0 & 0,20765503 & 0,891866026 \end{array}\right|$$

Digitalizado com CamScanner

Obtemos o sistema:

$$\begin{cases} 0{,}8x_1 - 0{,}2x_2 - 0{,}2x_3 - 0{,}3x_4 = 0{,}5 \\ \quad 0{,}85x_2 - 0{,}25x_3 - 0{,}375x_4 = 0{,}525 \\ \quad\quad 0{,}614705882x_3 - 0{,}477941176x_4 = 0{,}719117646 \\ \quad\quad\quad 0{,}207655503x_4 = 0{,}891866026 \end{cases}$$

Resolvendo:

$$x_4 = \frac{0{,}891866026}{0{,}207655503} \rightarrow x_4 = 4{,}29493085 //$$

$$x_3 = \frac{(0{,}719117646 + (0{,}477941176 \cdot 4{,}29493085))}{0{,}614705882}$$

$$x_3 = 4{,}509216568 //$$

$$x_2 = \frac{0{,}525 + (0{,}25 \cdot 4{,}509216568) + (0{,}375 \cdot 4{,}29493085)}{0{,}85}$$

$$x_2 = 3{,}83870966 //$$

$$x_1 = \frac{0{,}5 + (0{,}2 \cdot 3{,}83870966) + (0{,}2 \cdot 4{,}509216568) + (0{,}3 \cdot 4{,}29493085)}{0{,}8}$$

$$x_1 = 4{,}322580626$$

$$S: \begin{cases} x_1 = 4{,}322580626 & x_2 = 3{,}83870966 \\ x_3 = 4{,}509216568 & x_4 = 4{,}29493095 \end{cases} //$$