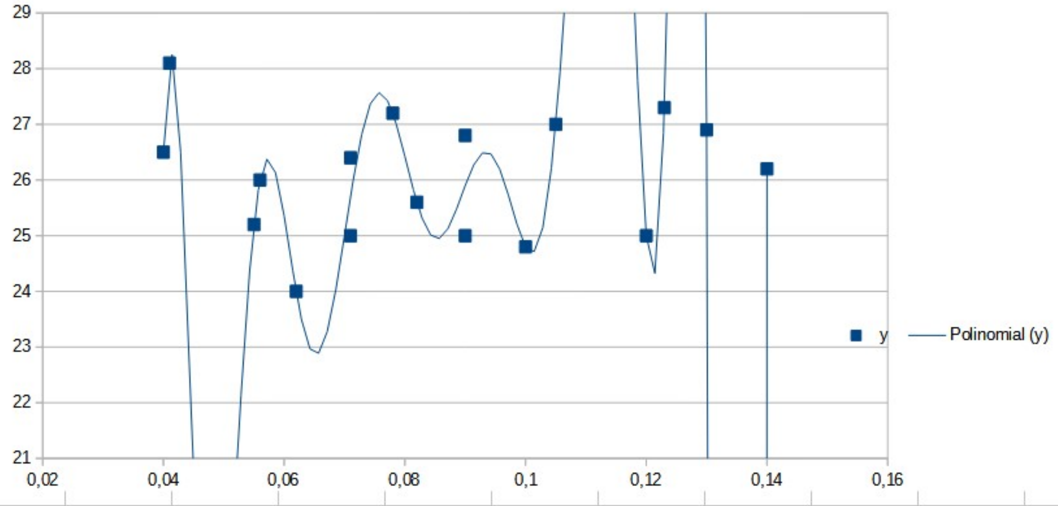
Daniel Cipriano 233228 MS211-C Atividade 8

1)

	B	C
3	0,041	28,1
4	0,055	25,2
5	0,056	26
6	0,062	24
7	0,071	25
8	0,071	26,4
9	0,078	27,2
10	0,082	25,6
11	0,09	25
12	0,09	26,8
13	0,1	24,8
14	0,105	27
15	0,12	25
16	0,123	27,3
17	0,13	26,9
18	0,14	26,2

$$f(x) = 7{,}66198E{+}022\,x^{14} - 9{,}12158E{+}022\,x^{13} + 4{,}98071E{+}022\,x^{12} - 1{,}6527E{+}022\,x^{11} + 3{,}72163E{+}021\,x^{10} - 6{,}01394E{+}020\,x^{9} + 7{,}18888E{+}019\,x^{8} - 6{,}45517E{+}018\,x^{7} + 4{,}37369E{+}017\,x^{6} - 2{,}22436E{+}016\,x^{5} + 835593000000000\,x^{4} - 22475900000000\,x^{3} + 409105000000\,x^{2} - 4509520000\,x + 22708200$$

$R^2 = 0{,}867489410547983$



② 1) Invertendo numerador e denominador na função da hipérbole, obtemos uma função linear:

$$1/y(x) = \alpha_1 + \alpha_2 X$$

Tomando duas funções: $g_1(x) = 1$ e $g_2(x) = X$

podemos escrever: $z(x) = \alpha_1 g_1(x) + \alpha_2 g_2(x)$

$z = 1/y(x) \longrightarrow$

Utilizando o MMQ:

$$\begin{cases} \langle g_1, g_1 \rangle \alpha_1 + \langle g_1, g_2 \rangle \alpha_2 = \langle z, g_1 \rangle \\ \langle g_2, g_1 \rangle \alpha_1 + \langle g_2, g_2 \rangle \alpha_2 = \langle z, g_2 \rangle \end{cases}$$

Resolvendo os produtos escalares obtemos:

$$\begin{cases} 7\alpha_1 + (-14)\alpha_2 = 1{,}1111 \\ -14\alpha_1 + 140\alpha_2 = -0{,}1444 \end{cases}$$

Resolvendo o sistema pelo método de Gauss:

$$\left[\begin{array}{cc|c} 7 & -14 & 1,1111 \\ -14 & 140 & -0,1444 \end{array}\right] \xrightarrow{L_1 \leftrightarrow L_2} \left[\begin{array}{cc|c} -14 & 140 & -0,1444 \\ 7 & -14 & 1,1111 \end{array}\right]$$

$L_2 \to L_2 + L_1/2$

$$\to \left[\begin{array}{cc|c} -14 & 140 & -0,1444 \\ 0 & 56 & 1,0389 \end{array}\right]$$

$$\begin{cases} -14\alpha_1 + 140\alpha_2 = -0,1444 \\ 56\alpha_2 = 1,0389 \end{cases}$$

$$\alpha_2 = \frac{1,0389}{56} = 0,0186 \quad // \qquad \alpha_1 = \frac{-0,1444 - 140 \cdot 0,0186}{-14}$$

$$\alpha_1 = 0,1963 \quad //$$

Portanto: $z(x) = 0{,}1963 + 0{,}0186X$ //

$$y(x) = \frac{1}{0{,}1963 + 0{,}0186X}$$ //

② ii) Partindo de $y(x) = ae^{x}$, aplicando $\log_e$ de ambos lados

$\log_e(y) = \log_e(ae^{x}) \rightarrow \log_e(y) = \log_e(a) + \log_e(e^{x})$

$\log_e(y) = \log_e(a) + X\log_e(e) \rightarrow \cancel{\log_e(y) = \log_e(a) + X}$

tomando $z = \log(y)$ $\alpha_1 = \log(a)$ $\alpha_2 = \log(e)$

temos $z = \alpha_1 + \alpha_2 X$ //

definindo 2 funções $g_1(x) = 1$ e $g_2(x) = X$

montando o sistema e aplicando MMQ:

$$\begin{cases} \langle g_1, g_1\rangle \alpha_1 + \langle g_1, g_2\rangle \alpha_2 = \langle z, g_1\rangle \\ \langle g_2, g_1\rangle \alpha_1 + \langle g_2, g_2\rangle \alpha_2 = \langle z, g_2\rangle \end{cases}$$

Realizando os produtos escalares:

$$\begin{cases} 7\alpha_1 - 14\alpha_2 = 6{,}1126 \\ -14\alpha_1 + 140\alpha_2 = -19{,}578 \end{cases}$$

Realizando o sistema pelo método de Gauss

$$\left[\begin{array}{cc|c} 7 & -14 & 6{,}1126 \\ -14 & 140 & -19{,}578 \end{array}\right] \xrightarrow{L_1 \leftrightarrow L_2} \left[\begin{array}{cc|c} -14 & 140 & -19{,}578 \\ 7 & -14 & 6{,}1126 \end{array}\right]$$

$$\xrightarrow{L_2 \to L_2 + L_1/2} \left[\begin{array}{cc|c} -14 & 140 & -19{,}578 \\ 0 & 56 & -3{,}6764 \end{array}\right]$$

$$\begin{cases} -14\alpha_1 + 140\alpha_2 = -19{,}578 \\ 56\alpha_2 = -3{,}6764 \end{cases} \qquad \alpha_2 = \frac{-3{,}6764}{56} = -0{,}06565$$

$$\alpha_1 = \frac{-19{,}578 - (140 \cdot -0{,}06565)}{-14} = 0{,}7419$$

Aplicando em z

$$z = \alpha_1 + \alpha_2 X \rightarrow \quad \alpha_1 = \log(a) \rightarrow 10^{0{,}7419} = a$$

$$a = 5{,}5195$$

$$z = 0{,}7419 + (-0{,}06565)X \quad //$$

$$\alpha_2 = \log(b) \rightarrow 10^{-0{,}06565} = b$$

$$b = 0{,}8597$$

~~$\alpha_1 = \log(5{,}5$~~

$$y(x) = 5{,}5195 \cdot 0{,}8597^{X} \quad //$$

iii) calculando a somatória dos desvios:

Para o item i): $F(\alpha) = \sum_{k=1}^{n} \left[z(x_k) - \bar{z}(x_k)\right]^2 = 0{,}001383$

ii) $F(\alpha) = \sum_{k=1}^{n} \left[z(x_k) - \bar{z}(x_k)\right]^2 = 0{,}091094$

calculando $R^2 = \dfrac{\sum_{k=1}^{n} \left[z(x_k) - \bar{z}\right]^2}{\sum_{k=1}^{n} \left[z_k - \bar{z}\right]^2}$

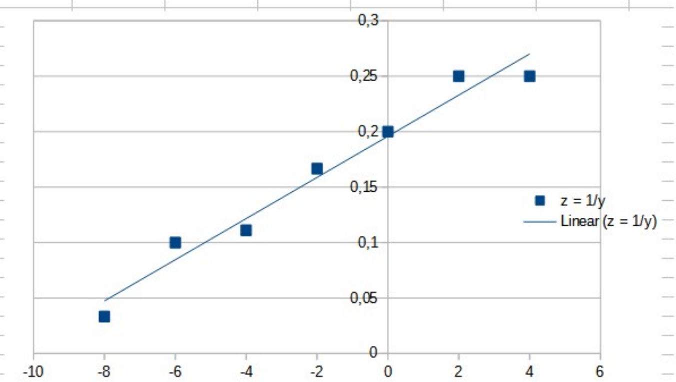
i) $R^2 = 0{,}9717$

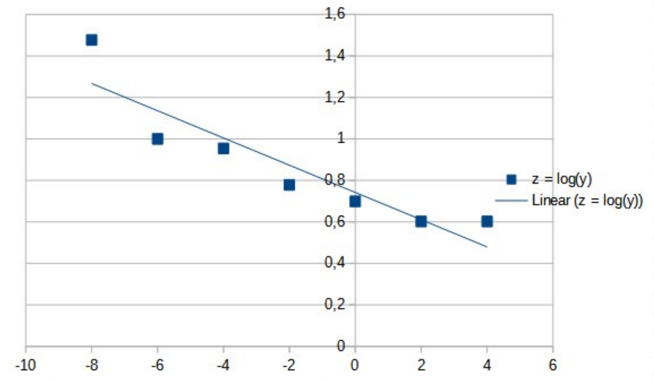
ii) $R^2 = 0{,}8412$

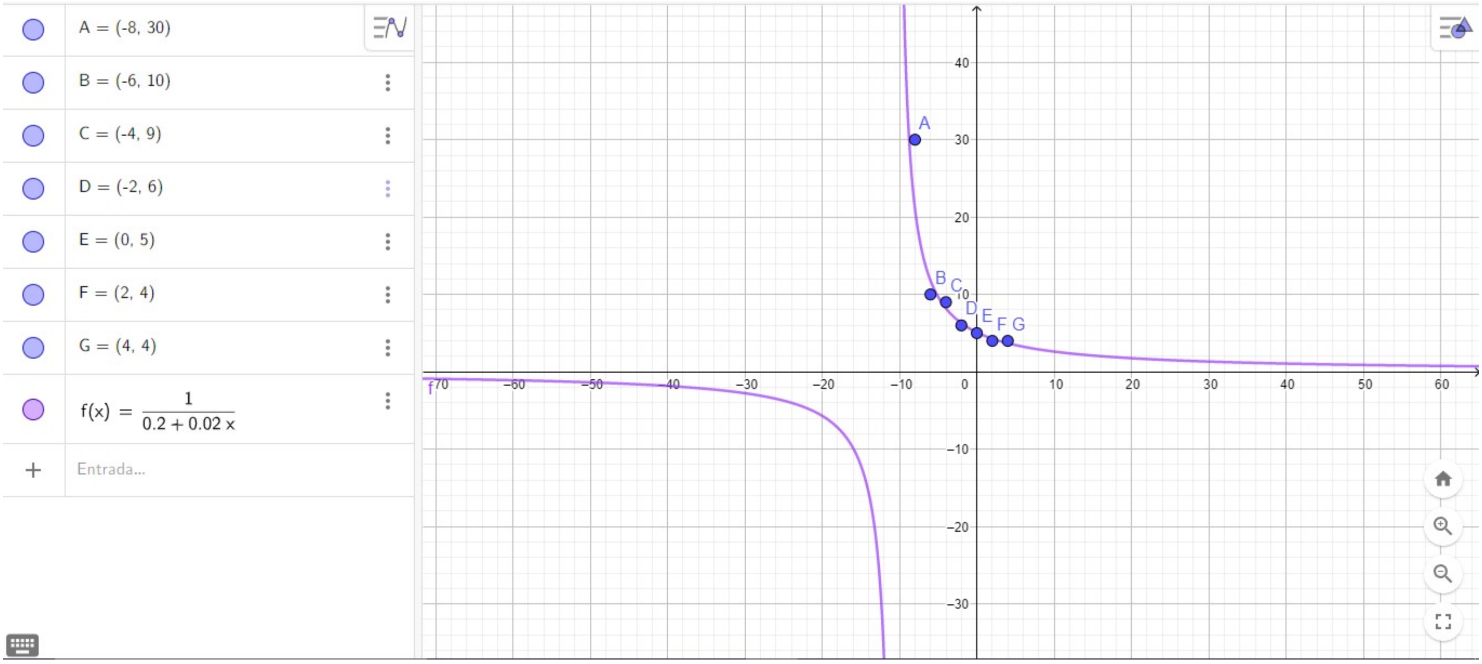
Portanto, o ajuste de dados utilizando uma hipérbole como aproximação é mais precisa.

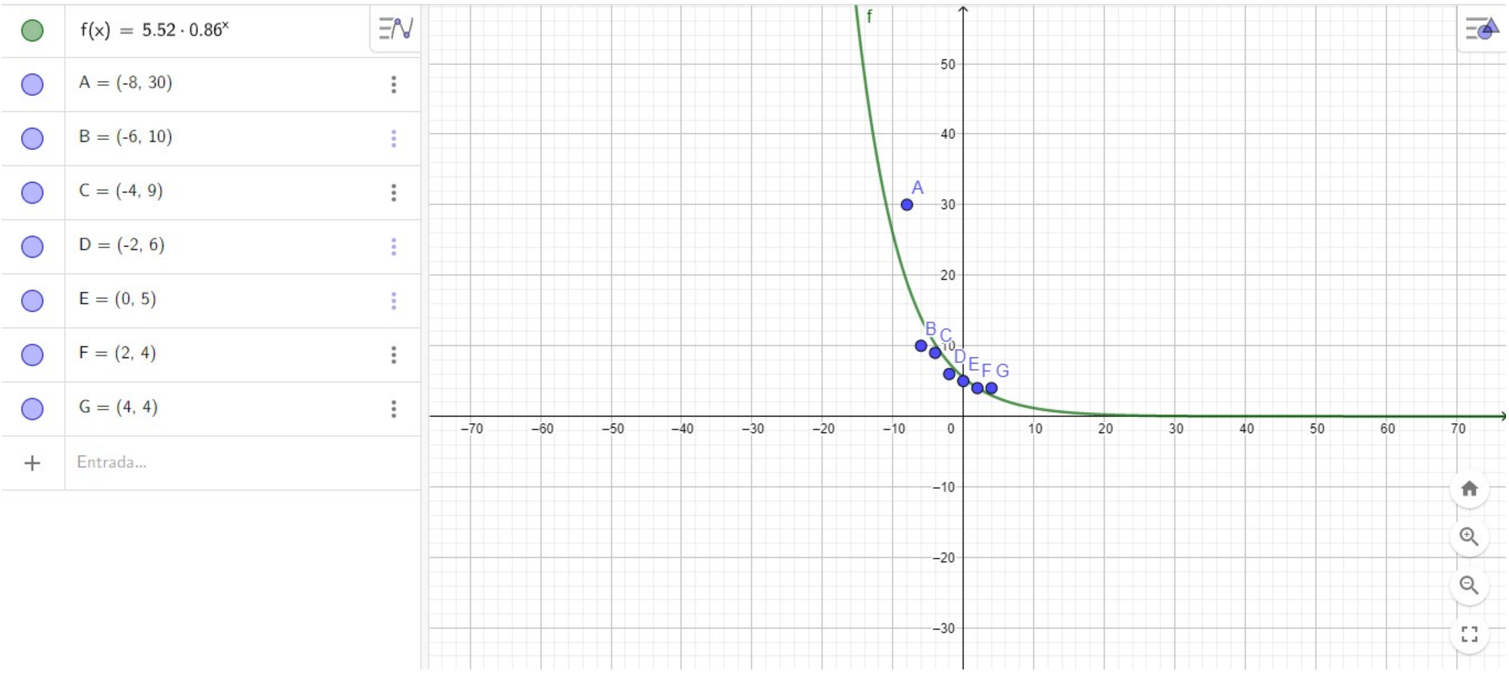
Tabelas de dados e gráficos de dispersão com ajuste linear:

	A	B	C	D	E	J	K	L
1	x	y	z = 1/y	g1	g2	z = log(y)	g1	g2
2	-8	30	0,033333333	1	-8	1,477121255	1	-8
3	-6	10	0,1	1	-6	1	1	-6
4	-4	9	0,111111111	1	-4	0,954242509	1	-4
5	-2	6	0,166666667	1	-2	0,77815125	1	-2
6	0	5	0,2	1	0	0,698970004	1	0
7	2	4	0,25	1	2	0,602059991	1	2
8	4	4	0,25	1	4	0,602059991	1	4






A = (-8, 30)
B = (-6, 10)
C = (-4, 9)
D = (-2, 6)
E = (0, 5)
F = (2, 4)
G = (4, 4)
f(x) = 1 / (0.2 + 0.02 x)
Entrada...


f(x) = 5.52 · 0.86^x
A = (-8, 30)
B = (-6, 10)
C = (-4, 9)
D = (-2, 6)
E = (0, 5)
F = (2, 4)
G = (4, 4)
Entrada...