

1 -

Pelo teorema da convergência do método de ponto fixo temos:

$$\phi_1(x) = \frac{x^2 + \cos(x)}{4} \quad \text{portanto } \phi_1'(x) = \frac{2x - \sin(x)}{4} \quad (\text{pela regra de derivação do polinômio})$$

$$\phi_2(x) = \frac{\cos(x)}{4-x} \quad \text{portanto } \phi_2'(x) = \frac{-4\sin(x) + x\sin(x) + \cos(x)}{(4-x)^2} \quad (\text{pela regra do quociente})$$

Assim tomando $I_1 = [0; 1,8]$ e $I_2 = [3; 5]$

ϕ_1 e ϕ_1' são contínuas no intervalo I_1

ϕ_2 e ϕ_2' são contínuas no intervalo I_1

ϕ_1 e ϕ_1' são contínuas no intervalo I_2

ϕ_2 e ϕ_2' não são contínuas no intervalo I_2

$$|\phi_1'| < 1 \Rightarrow \left| \frac{2x - \sin(x)}{4} \right| < 1 \Rightarrow |2x - \sin(x)| < 4$$

tomando $x = 1,8$ como ponto máximo no intervalo I_1 , temos: $|2x - \sin(x)| < 4 \Rightarrow 2,626 < 4$

tomando $x = 5$ como ponto máximo no intervalo I_2 , temos: $|2x - \sin(x)| < 4 \Rightarrow 10,959 < 4$

$$|\phi_2'| < 1 \Rightarrow \left| \frac{-4\sin(x) + x\sin(x) + \cos(x)}{(4-x)^2} \right| < 1 \Rightarrow |-4\sin(x) + x\sin(x) + \cos(x)| < (4-x)^2$$

tomando $x = 1,8$ como ponto máximo no intervalo I_1 , temos:

$$|-4\sin(x) + x\sin(x) + \cos(x)| < (4-x)^2 \Rightarrow 2,37 < 1$$

tomando $x = 5$ como ponto máximo no intervalo I_2 , temos:

$$|-4\sin(x) + x\sin(x) + \cos(x)| < (4-x)^2 \Rightarrow 0,675 < 1$$

Portanto para uma aproximação inicial x_0 pertencente aos intervalos I_1 e I_2

ϕ_1 converge para a solução no intervalo I_1

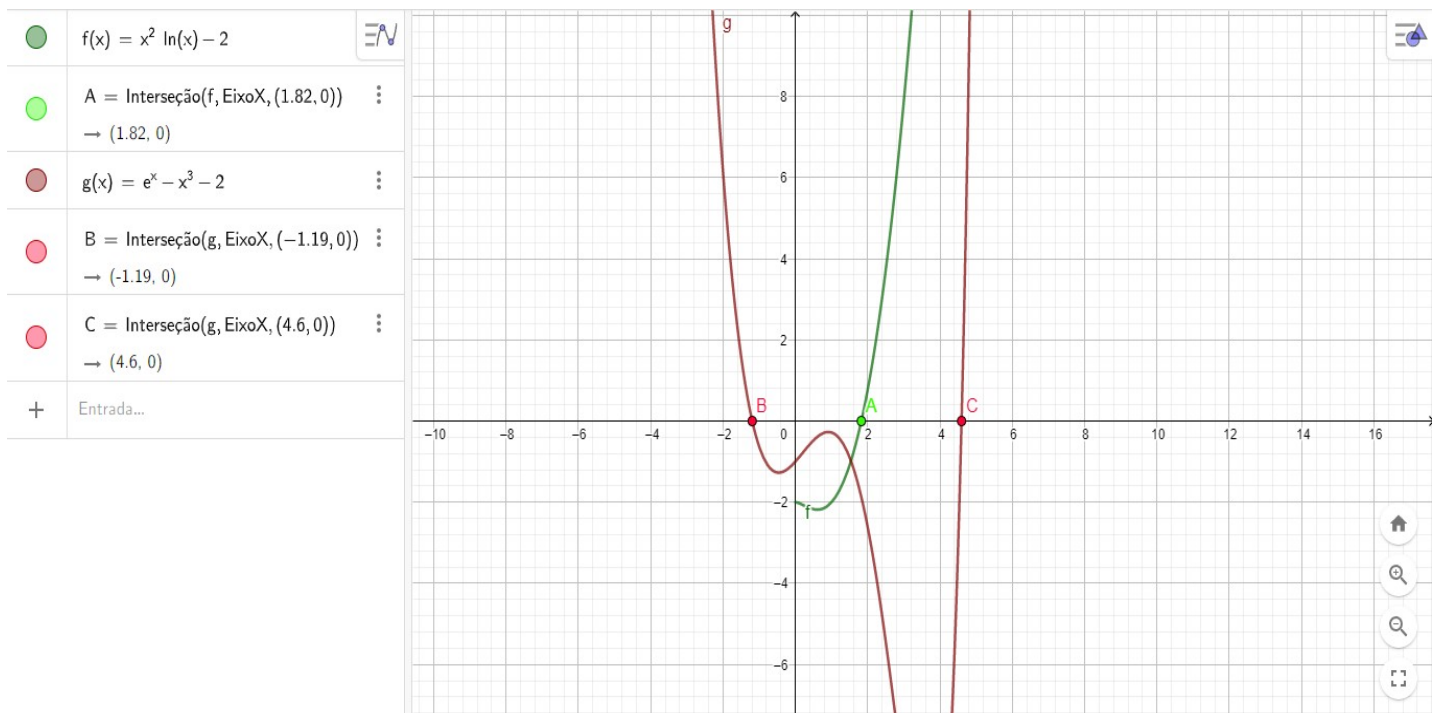
ϕ_1 não converge para a solução no intervalo I_2

ϕ_2 não converge para a solução no intervalo I_1

ϕ_2 não converge para a solução no intervalo I_2

R: (C) (E) (E) (E) (E)

2 - a) Raiz de f = ponto A
 Raízes de g = pontos B e C



b) c)

Raiz de f = 1.824095
 Raiz 1 de g = -1.193
 Raiz 2 de g = 4.596

3 -

Método	Tempo	Iterações	Raiz	Erro Absoluto	Erro relativo
Bissecção		51	57,9309934318409600	$0,4 \times 10^{-14}$	$0,7 \times 10^{-16}$
Newton		5	57,9309934318409530	$0,3 \times 10^{-16}$	$0,5 \times 10^{-16}$
Secante		10	57,9309934318409600	$0,4 \times 10^{-14}$	$0,7 \times 10^{-16}$

Cálculo erros:

Erro absoluto Bissecção = $|57,9309934318409561 - 57,9309934318409600| = 0,00000000000000039$

Erro relativo Bissecção = $|57,9309934318409561 - 57,9309934318409600| / 57,9309934318409600 = 0,000000000000000067$

Erro absoluto Newton = $|57,9309934318409561 - 57,9309934318409530| = 0,00000000000000031$

Erro relativo Newton = $|57,9309934318409561 - 57,9309934318409530| / 57,9309934318409530 = 0,000000000000000054$

Erro absoluto Secante = $|57,9309934318409561 - 57,93099343184096| = 0,00000000000000039$

Erro relativo Secante = $|57,9309934318409561 - 57,93099343184096| / 57,93099343184096 = 0,000000000000000067$