# 3ª Prova – F 328 – Questão 1
# 2S2020 – 11/01/2021

**Nome:** <u>Guilherme Andrade Xavier</u> **RA:** <u>235850</u> **Turma:** <u>K</u>

**Nome:** <u>Daniel de Sousa Cipriano</u> **RA:** <u>233228</u> **Turma:** <u>K</u>

**Nome:** <u>Gabriel Pelizari</u> **RA:** <u>234975</u> **Turma:** <u>K</u>

**Façam todos os cálculos, e não pulem passagens. Justifiquem todas as respostas em detalhes. Deduzam todas as fórmulas usadas, ou, podem usar fórmulas prontas desde que estas sejam do Halliday – nesse caso, forneçam o número da equação do Halliday correspondente, e a edição do Halliday utilizada (p. ex., Eq. (24-1), 9ª ed.).**

**Atenção:** Vocês usarão seus RAs ao longo da questão para obter alguns valores iniciais pedidos. Para isso, completem cada dígito dos seus RAs ($KMNXYZ$) na tabela abaixo:

| RA | $K$ | $M$ | $N$ | $X$ | $Y$ | $Z$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| **Alunx 1** | 2 | 3 | 5 | 8 | 5 | 0 |
| **Alunx 2** | 2 | 3 | 3 | 2 | 2 | 8 |
| **Alunx 3** | 2 | 3 | 4 | 9 | 7 | 5 |

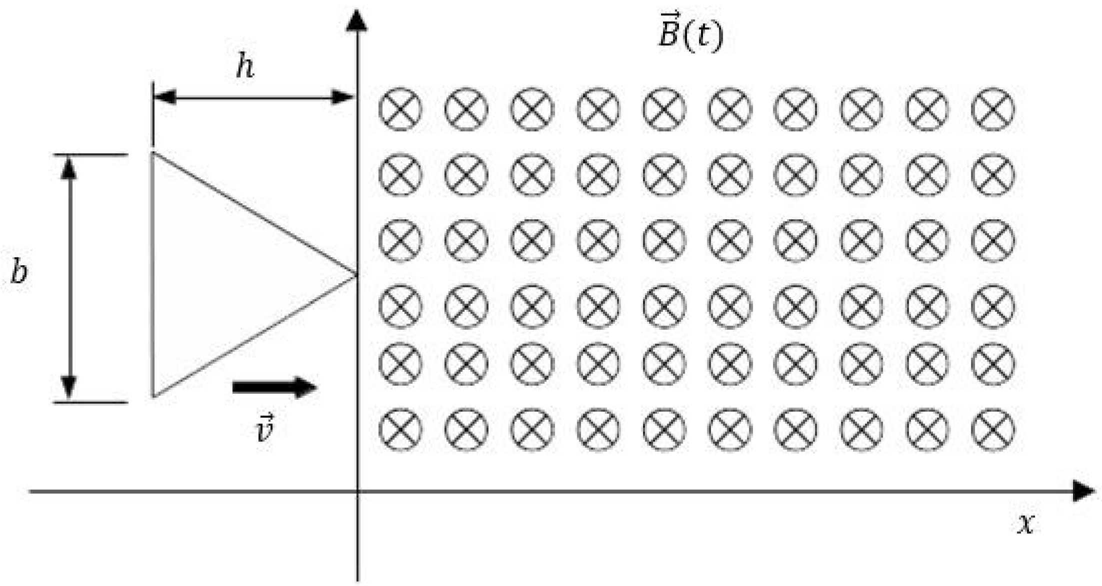
**Atenção:**

- Caso seu grupo tenha apenas 2 alunos, use para RA do Alunx 3 o valor 123456.
- Caso você esteja sozinhx, use para RA do Alunx 2 o valor 201234.

# 3ª Prova – F 328 – Questão 1
# 2S2020 – 11/01/2021

## Questão 1

Um triângulo condutor isósceles, de base $b = 1$ m e altura $h = 5$ m, entra numa região com campo magnético $B(t) = B_0 e^{-t/\tau}$, onde $B_0 = 200$ T, a uma velocidade constante $v$ (mantida constante por um agente externo). A figura abaixo representa a configuração do sistema no instante $t = 0$ (ou seja, no instante em que a espira inicia sua entrada na região de campo magnético).




Os parâmetros do problema são dados por:

$$\tau = (1 + Z_1 + Z_2 + Z_3)\ \text{s} = \underline{\ \ 14\ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ }\ \text{s}$$

onde $Z_{1,2,3}$ corresponde ao último dígito dos RAs dos estudantes 1, 2 e 3 respectivamente (p. ex., se o RA é 123456, o número a ser usado será 6).

$$v = \left(1 + \frac{1}{(1 + Y_1 + Y_2 + Y_3)}\right)\ \text{m/s} = \underline{\ \ 1{,}066\ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ }\ \text{m/s}$$

onde $Y_{1,2,3}$ corresponde ao penúltimo dígito dos RAs dos estudantes 1, 2 e 3 respectivamente (p. ex., se o RA é 123456, o número a ser usado será 5).

Respondam:

**a)** **(1.8)** Encontre a $fem$ induzida no triângulo em função do tempo, para o intervalo em que o triângulo está **entrando** na região de campo magnético. Encontre primeiro uma expressão algébrica (ou seja, em função apenas das variáveis do problema, sem substituir nenhum valor), e depois o valor (numérico) da $fem$ para o instante $t = h/(2v)$.

**b)** **(1.4)** Encontre a $fem$ induzida no triângulo em função do tempo, para o intervalo em que o triângulo **entrou completamente** na região de campo magnético. Encontre primeiro uma expressão algébrica (ou seja, em função apenas das variáveis do problema, sem substituir nenhum valor), e depois o valor (numérico) da $fem$, decorrido um tempo $h/v$ desde que a espira entrou completamente na região com campo magnético.

3ª Prova – F 328 – Questão 1
2S2020 – 11/01/2021

**c)** **(0.8)** Faça um **gráfico** da $fem$ induzida no triângulo em função do tempo.

Questão 1 - a) Temos que a fem induzida é dada por:

$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$ (pela equação 30-8 do Halliday Vol 3. ed. 9)

O fluxo do campo magnético depende de B, que está em função do tempo ($B(t) = B_0 e^{-t/\tau}$). assim:

$\Phi_B = \int B \, d\vec{A}$ (Equação 30-1 do Halliday Vol. 3 ed. 9)

Pela Lei de Lenz, o fluxo do campo magnético é oposto ao campo gerado por ele, ~~por isso~~.

como a área que adentra a região e varia com o tempo, temos:

$\varnothing = B A(t)$

Essa área dependerá da base (b) e altura (h) do triângulo, como esses termos também variam com o tempo, a área fica dependente da taxa de variação da base (b') e da altura (h') com o tempo.

$A = \frac{b' h'}{2}$ com $h' = vt$ e $b' = h' (b/h)$

Dividindo o triângulo ao meio obtemos dois triângulos retângulos, podemos calcular a tangente:

$tg\,\theta = \frac{b/2}{h} \rightarrow tg\,\theta = \frac{b}{2h}$

Substituindo na fórmula da área:

$$A = \frac{h' \, h' \, l/h}{2} \rightarrow A = \frac{h'^2 \, l}{2h} \text{ (método do triângulo)}$$

Para o triângulo inteiro:

$$A = \frac{8 \, h'^2 \, l}{8h} \rightarrow A = h'^2 \left( l/h \right)$$

substituindo $h'$: $A = (vt)^2 \left( l/h \right) \rightarrow A = v^2 t^2 \left( l/h \right)$

Com isso, podemos substituir na fórmula do fluxo ~~eletromagnético~~ do campo magnético, aplicando o valor de B em função do tempo:

$$\Phi_B = \int B_0 \, e^{-t/\tau} \, v^2 t^2 \left( l/h \right) dt$$

$$\Phi_B = B_0 v^2 \left( l/h \right) \int e^{-t/\tau} t^2 \, dt$$

- Resolução da integral $\rightarrow \int e^{-t/\tau} t^2 \, dt$

- utilizando a integração por partes: $\int u \, dv = uv - \int v \, du$

define-se $u = t^2 \rightarrow du = 2t \, dt$

$dv = e^{-t/\tau} dt \quad v = \int e^{-t/\tau} dt$

Utilizando a regra da substituição:

$u = -t/\tau \rightarrow du = \frac{-dt}{\tau} \rightarrow dt = -\tau\, du$

assim: $-\tau \int e^{u}\, du \Big|_{u=-t/\tau} \rightarrow \quad = -\tau e^{-t/\tau} = v$

assim: $\int e^{-t/\tau} t^2\, dt = t^2 (-\tau e^{-t/\tau}) + \tau \int e^{-t/\tau}\, 2t\, dt$

- Resolvendo a integral $\rightarrow \int e^{-t/\tau}\, 2t\, dt$

- novamente integrando por partes:

$u = 2t \quad du = 2\, dt$

$dv = e^{-t/\tau} \quad v = \int e^{-t/\tau} \rightarrow$ novamente substituindo

$v = -\tau e^{-t/\tau}$

assim: $\int e^{-t/\tau}\, 2t\, dt = (2t)(-\tau)(e^{-t/\tau}) + \tau \int e^{-t/\tau}\, 2\, dt$

- $\int e^{-t/\tau}\, 2t\, dt = (2t)(-\tau)(e^{-t/\tau}) + 2\tau(-\tau e^{-t/\tau})$

- $\int e^{-t/\tau}\, 2t\, dt = (2t)(-\tau e^{-t/\tau}) - (2\tau)(\tau e^{-t/\tau})$

Substituindo na passagem anterior

$\int e^{-t/\tau} t^2\, dt = t^2(-\tau e^{-t/\tau}) + \tau \left[ 2t(-\tau e^{-t/\tau}) - 2\tau(\tau e^{-t/\tau}) \right]$

$\int e^{-t/\tau} t^2\, dt = \left[ -\tau e^{-t/\tau} t^2 - 2\tau^2 e^{-t/\tau} t - 2\tau^3 e^{-t/\tau} \right]$

Substituindo na fórmula do fluxo da carga magnética:

$$\Phi_B = B_0 v^2 (l/h) \left[ -\tau e^{-t/\tau} t^2 - 2\tau^2 e^{-t/\tau} t - 2\tau^3 e^{-t/\tau} \right]$$

Substituindo na fórmula da fem:

$$fem = -\frac{d\left(B_0 v^2\, l/h \left[ -\tau e^{-t/\tau} t^2 - 2\tau^2 e^{-t/\tau} t - 2\tau^3 e^{-t/\tau} \right]\right)}{dt}$$

$$fem_{(t)} = \frac{B_0 v^2 l\, e^{-t/\tau}\, t^2}{h}$$

Para $t = \frac{h}{2v} \rightarrow t = \frac{5}{2 \cdot 1{,}066} \rightarrow t \cong 2{,}345$

Portanto:

$$fem(2{,}345) = \frac{200\,(1{,}066)^2\, 1 \cdot e^{-\frac{2{,}345}{14}} \cdot (2{,}345^2)}{5}$$

$$\boxed{fem(2{,}345) = 211{,}4 \text{ V}}$$

1 b) Ao entrar completamente na região de campo magnético, a área imersa do triângulo no campo é máxima e constante ~~assim como a força de campo eletromagnética também se torna constante~~

assim: $\Phi = \int B \hat{n} \, d\vec{A} \rightarrow \Phi = \int B_0 e^{-\frac{t}{\tau}} A \, dt$

$\Phi = B_0 A \int e^{-t/\tau} dt$ Pela regra da substituição

$\Phi = B_0 A - \tau e^{-t/\tau} \rightarrow \Phi = -\tau B_0 A e^{-t/\tau}$ //

assim:

$$fem(t) = -\frac{d(-\tau B_0 A e^{-t/\tau})}{dt} = \tau B_0 A \left(-\frac{e^{-t/\tau}}{\tau}\right)$$

$$fem(t) = -\frac{B_0 \, l \, h \, e^{-t/\tau}}{2}$$

Para $t = \frac{h}{v} \rightarrow t = \frac{5}{1{,}066} \rightarrow t = 4{,}69 \, s$

$$fem(4{,}69) = \frac{-200 \cdot 1.5 \cdot e^{-\frac{4{,}69}{14}}}{2}$$

$$\boxed{fem(4{,}69) = -357{,}67 \, V}$$

c) ~~Para~~ Pela relação $h = vt$, temos que:

$t = \frac{h}{v} \cong 4{,}687\,s$ é o momento em que todo o triângulo está dentro da região com campo magnética

Pelas expressões obtidas nos itens a) e b):

- $0 \leq t \leq 4{,}687$ : $fem_{(t)} = \frac{B_0 v^2 l e^{-t/\tau}}{h} t^2$
- $t \geq 4{,}687$ (desconsiderando a fem da região) $fem(t) = \frac{-B_0 l h e^{-t/\tau}}{2}$