2ª Prova – F 328 – Questão 1
2S2020 – 02/12/2020

Nome: Daniel de Sousa Cipriano________________________________RA: 233228______Turma:_K___

Nome: Gabriel Pelizari____ RA: 234975______Turma:_K___

Nome: Guilherme Andrade Xavier_______________________________RA: 235850______Turma:_K___

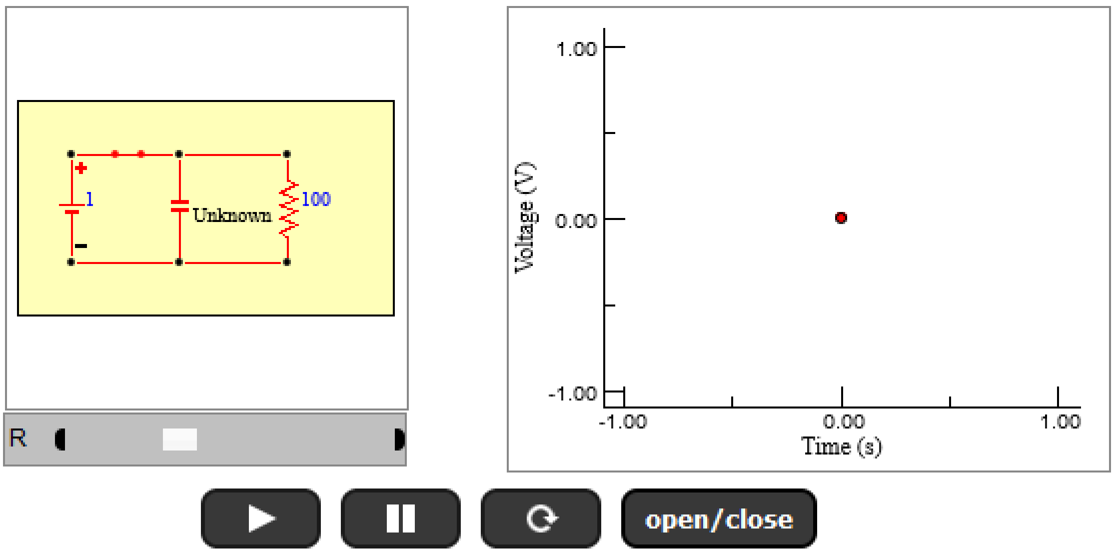
Façam todos os cálculos, e não pulem passagens. Justifiquem todas as respostas em detalhes. Deduzam todas as fórmulas usadas, ou, podem usar fórmulas prontas desde que estas sejam do Halliday – nesse caso, forneçam o número da equação do Halliday correspondente, e a edição do Halliday utilizada (p. ex., Eq. (24-1), 9ª ed.).

Atenção: Vocês usarão seus RAs ao longo da questão para obter alguns valores iniciais pedidos. Para isso, completem cada dígito dos seus RAs ($KMNXYZ$) na tabela abaixo:

RA	*K*	*M*	*N*	*X*	*Y*	*Z*
Alunx 1	2	3	3	2	2	8
Alunx 2	2	3	4	9	7	5
Alunx 3	2	3	5	8	5	0

Questão 1

Acessem a simulação em: https://www.compadre.org/Physlets/circuits/prob30_12.cfm
Nessa simulação deve aparecer a figura abaixo:



Nessa figura, os símbolos  servem para iniciar, pausar, e redefinir a simulação, respectivamente; e o símbolo  serve para abrir e fechar a chave que se encontra logo após a fonte.

É possível alterar o valor da resistência (dado em ohms (Ω)) alterando o controle deslizante indicado por *R* abaixo do diagrama do circuito. O gráfico à direita mostra a voltagem do capacitor em função do tempo, tanto para a carga quanto para a descarga do capacitor (lembrando que a carga ou descarga é função da posição da chave open/close). Colocando o cursor do mouse em cima do gráfico e clicando com o botão esquerdo é possível obter informação dos pontos do gráfico.

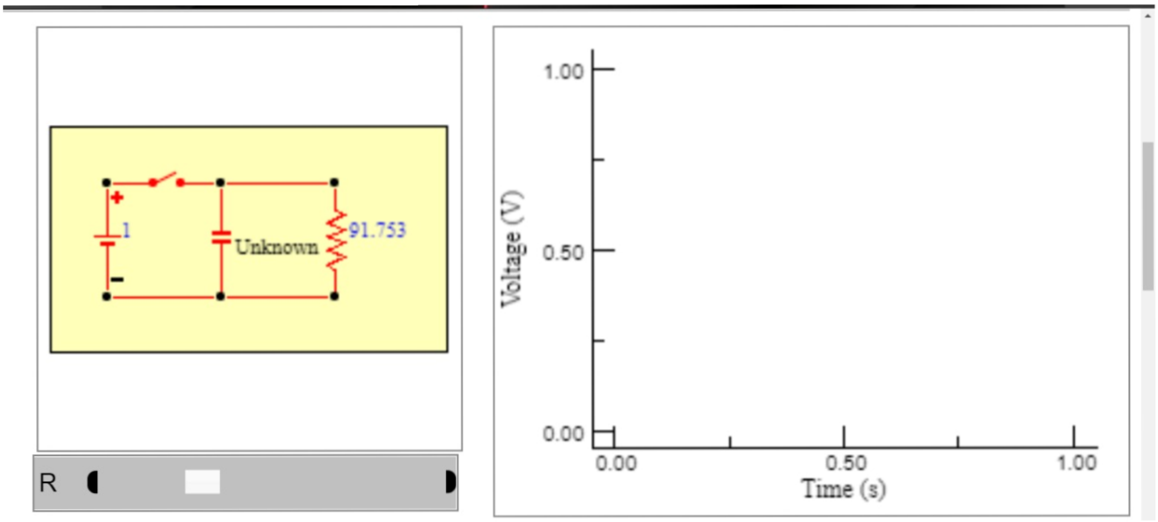
2ª Prova – F 328 – Questão 1
2S2020 – 02/12/2020

ATENÇÃO: Ignorem o texto em inglês que se encontra nesse site, abaixo da figura. O que importa são as instruções fornecidas aqui.

Utilizando os 2 últimos dígitos do RA do Alunx 1 (considerem que estes formam um único número de 2 dígitos; p. ex., se o RA é 123456, o número a ser usado será 56), calculem o valor da resistência a ser usado:

$$R = [50 + \frac{3 \times (YZ)_1}{2}]\ \Omega = \underline{\quad 92 \quad}\ \Omega$$

Tirem um print da tela mostrando a seleção da resistência na simulação e mostrem abaixo (podem selecionar o valor de R na simulação o mais próximo possível do valor calculado):



a) (2.0) Utilizando o gráfico da simulação calculem o valor da capacitância C, descrevendo qual o procedimento utilizado. Tirem prints dos pontos selecionados do gráfico e colem estes na resolução de vocês.

Com a chave **<u>obrigatoriamente na posição open</u>**:

b) (0.3) Deduzam a expressão da energia dissipada no resistor em função do tempo, partindo da equação da potência, $P = Ri^2$.

c) (1.0) Calculem a energia dissipada no resistor após um tempo $t = 5\tau/x$ s, onde τ é a constante de tempo característica do circuito. Qual o valor da constante τ? Qual o significado da constante τ? Para o parâmetro x, usem os últimos dígitos de seus RAs:

$$x = \frac{Z_1 + Z_2 + Z_3 + 1}{3} = \underline{\quad 4{,}6 \quad}$$

a) (2.0) Utilizando o gráfico da simulação calculem o valor da capacitância C, descrevendo qual o procedimento utilizado. Tirem prints dos pontos selecionados do gráfico e colem estes na resolução de vocês.

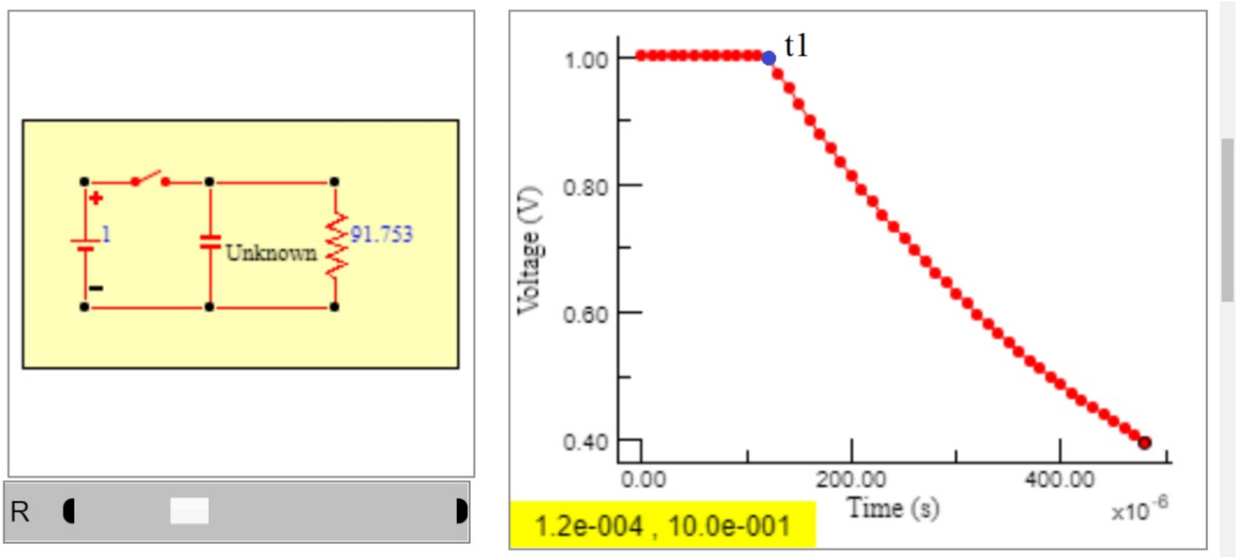


Imagem 1: primeiro ponto

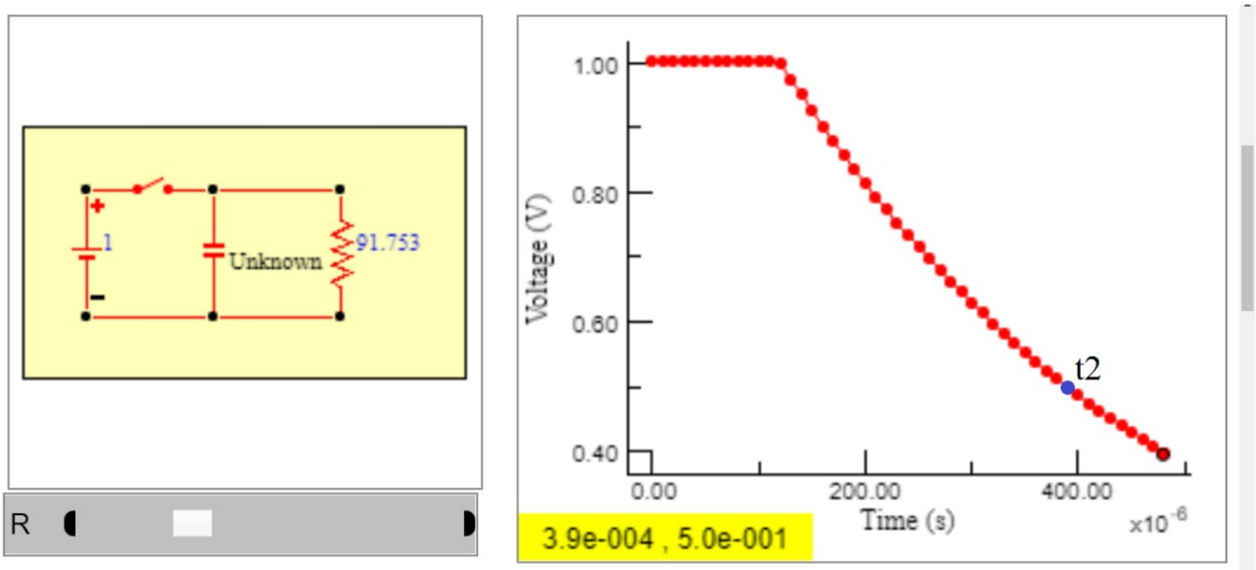


Imagem 2: segundo ponto

1 a) Temos as equações:

Eq. (27-39). 9º Ed Holliday

$q = q_0 . e^{-t/RC}$ (descarga de um capacitor)

Eq. (25-1). 9º Ed Holliday

$q = C.V \rightarrow V = \frac{q}{C}$

Dividindo a eq. 27-39 pela capacitância C podemos utilizar a relação obtida pela eq. 25-1, o que nos ~~(...)~~ fornece:

$$V(t) = V_0 . e^{-t/RC}$$

tomando os valores de $V_0 = 1V$, $V(t) = \frac{1}{2}V$, $t_1 = 1{,}2.10^{-4}$ e $t_2 = 3{,}9.10^{-4}$ e $R = 92\,\Omega$, como obtidos no gráfico temos que:

$$\frac{1}{2}.1 = 1.e^{-t/RC} \rightarrow \frac{1}{2} = e^{-t/RC}$$

$$\ln 1/2 = -t/RC \quad \text{(Aplicando ln)}$$

$$\ln 2 = t/RC$$

$$C = \frac{t}{R.\ln 2}$$

Substituindo os valores encontrados no gráfico de $t = t_2 - t_1 = 3{,}9.10^{-4} - 1{,}2.10^{-4}$

$t = 2{,}7.10^{-4}$ e $R = 92\,\Omega$, temos

$$C = \frac{2{,}7.10^{-4}}{92.\ln 2} \simeq 4{,}02.10^{-6}\,F$$

$$C = 4{,}02\,\mu F$$

b) (0.3) Deduzam a expressão da energia dissipada no resistor em função do tempo, partindo da equação da potência, $P = Ri^2$.

① b) Partindo da relação $P = Ri^2$, temos $P = \frac{dU}{dt}$ assim $\frac{dU}{dt} = Ri^2$. Pela equação $i = -\left(\frac{q_0}{RC}\right) e^{-t/RC}$ (27-40) da Halliday 9ª ed. assim $\frac{dU}{dt} = R\left[-\left(\frac{q_0}{RC}\right) e^{-t/RC}\right]^2$;

$$\rightarrow dU = R \cdot \left(\frac{q_0}{RC}\right)^2 e^{\frac{-2t}{RC}} \, dt$$

$$\rightarrow \int dU = \int R \cdot \left(\frac{q_0}{RC}\right)^2 e^{\frac{-2t}{RC}} \, dt$$

$$\rightarrow W = \int_0^t R \left(\frac{q_0}{RC}\right)^2 e^{\frac{-2t}{RC}} \, dt$$

$$\rightarrow W = R \left(\frac{q_0}{RC}\right)^2 \int_0^t e^{\frac{-2t}{RC}} \, dt$$

Pela regra da substituição: $u = \frac{-2t}{RC} \rightarrow du = \frac{-2}{RC} dt$

$dt = -\frac{RC}{2} du$

assim $W = R\left(\frac{q_0}{RC}\right)^2 \int_0^t -\frac{RC}{2} e^u \, du \Big|_{u = \frac{-2t}{RC}}$

$$\rightarrow W = R \left(\frac{q_0}{RC}\right)^2 \cdot -\frac{RC}{2} \int_0^t e^u \, du \Big|_{u = \frac{-2t}{RC}}$$

$$\rightarrow W = R \left(\frac{q_0}{RC}\right)^2 - \frac{RC}{2} \, e^{-2t/RC} \Big|_0^t$$

$$\rightarrow W = \cancel{R} \frac{q_0^2}{\cancel{R}^2 C^2} \, e^{-2t/RC} \Big|_0^t - \frac{\cancel{RC}}{2}$$

$$\rightarrow W = \frac{q_0^2}{2C} \left(e^{-2t/RC} - e^{-2 \cdot 0/RC}\right)$$

$$\rightarrow W = \frac{q_0^2}{2C} \left(e^{-2t/RC} - 1\right)$$

Obtendo q_0 pela expressão $q_0 = CV_0$, para C o valor da capacitância obtida no item ⓐ, temos $q_0 = 4{,}02 \times 10^{-6} \cdot 1$

$q_0 = 4{,}02 \times 10^{-6}$

assim, substituindo C, q_0, R:

$$W = \frac{(4{,}02 \times 10^{-6})^2}{2 \cdot 4{,}02 \times 10^{-6}} \left(e^{-2t/92 \cdot 4{,}02 \times 10^{-6}} - 1 \right)$$

$$W = \frac{4{,}02 \times 10^{-6}}{2} \left(e^{-2t/3{,}6984 \times 10^{-4}} - 1 \right)$$

$$\boxed{W = 2{,}01 \times 10^{-6} \left(e^{2t/3{,}6984 \times 10^{-4}} - 1 \right)}$$

c) (1.0) Calculem a energia dissipada no resistor após um tempo $t = 5\tau/x$ s, onde τ é a constante de tempo característica do circuito. Qual o valor da constante τ? Qual o significado da constante τ?
:

1 c) Para o valor obtido de $X = 14/3$

temos $t = \frac{5\tau}{X} \rightarrow t = \frac{5\tau}{14/3} \rightarrow t = \frac{5\tau 3}{14} \rightarrow \boxed{t = \frac{15\tau}{14}}$

τ representa a constante de tempo capacitiva, seu valor é:

$\tau = RC$, substituindo, $\tau = 92 . 4{,}02 \times 10^{-6} = \boxed{3{,}6984 \times 10^{-4}}$

↓

Pela equação (27-36) da Halliday ed. 9.

(utilizando o valor de C obtido no item a)

Quanto maiores os valores de τ, mais tempo o capacitor leva para ser carregado.

Com isso utilizando a equação obtida no item b

$W = 2{,}01 \times 10^{-6} \left(e^{2t/3{,}6984 \times 10^{-4}} - 1\right)$, substituindo $t = \frac{15\tau}{14}$

$W = 2{,}01 \times 10^{-6} \left(e^{\frac{-2.15\tau}{14.3{,}6984 \times 10^{-4}}} - 1\right)$, substituindo $\tau = 3{,}6984 \times 10^{-4}$

$W = 2{,}01 \times 10^{-6} \left(e^{\frac{-2.15.\cancel{3{,}6984 \times 10^{-4}}}{14.\cancel{3{,}6984 \times 10^{-4}}}} - 1\right)$

$W = 2{,}01 \times 10^{-6} \left(e^{-30/14} - 1\right)$

$W = -1{,}7742 \times 10^{-6} \rightarrow \boxed{W = -1{,}7742\ \mu W}$