

Laborator 10

1 Obiective

Această lucrare de laborator prezintă noțiuni cheie despre curbele Bezier.

2 Fundament teoretic

2.1 Ecuția parametrică a liniei

Un segment de linie definit de punctele P_0 și P_1 poate fi complet specificat utilizând următoarea ecuație:

$$P(t) = (1 - t) * P_0 + t * P_1$$

Această ecuație descrie un punct dat pe segmentul de linie ca o combinație liniară a punctelor finale. În cadrul ecuației, t este parametrul și variază în intervalul $[0, 1]$. Alegând o valoare pentru t în intervalul $[0, 1]$, puteți calcula coordonatele oricărui punct de pe acel segment de linie.

Coordonatele pot fi calculate prin aplicarea formulei de mai sus atât pe dimensiunea X, cât și pe Y - Figura 1.

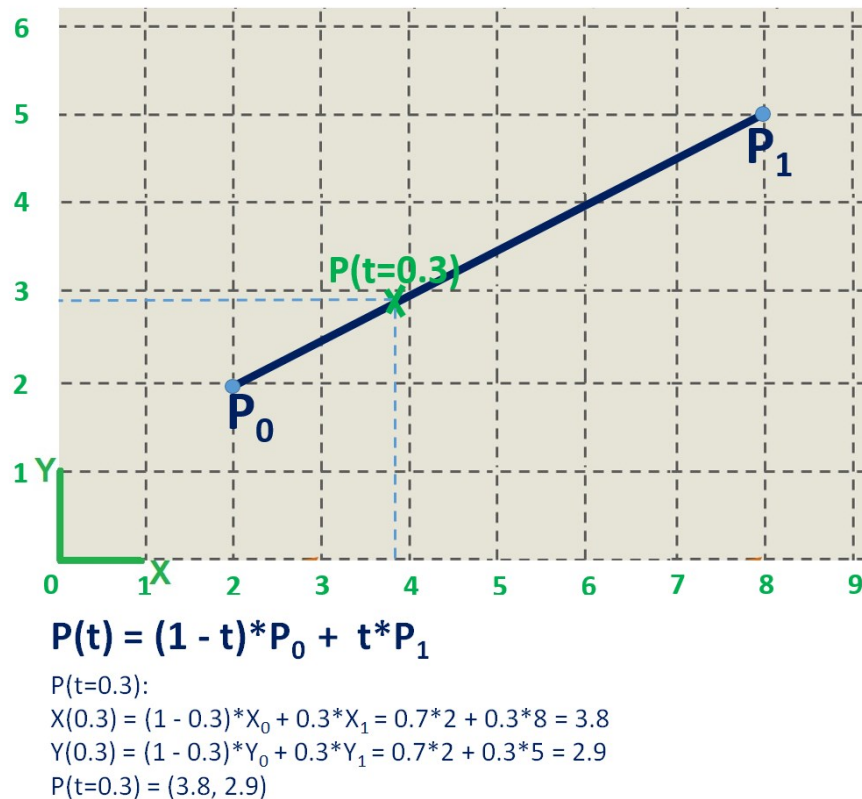


Figure 1 - Ecuția parametrică a liniei - exemplu aplicat

2.2 Curbe Bezier

O curbă Bezier este o curbă parametrică, utilizată în grafica computerizată și alte câmpuri conexe, pentru a modela curbe netede care pot fi scalate la infinit - Figura 2. Curbele Bezier sunt definite cu ajutorul unei serii de puncte - numite puncte de control - care pot influența forma lor generală.

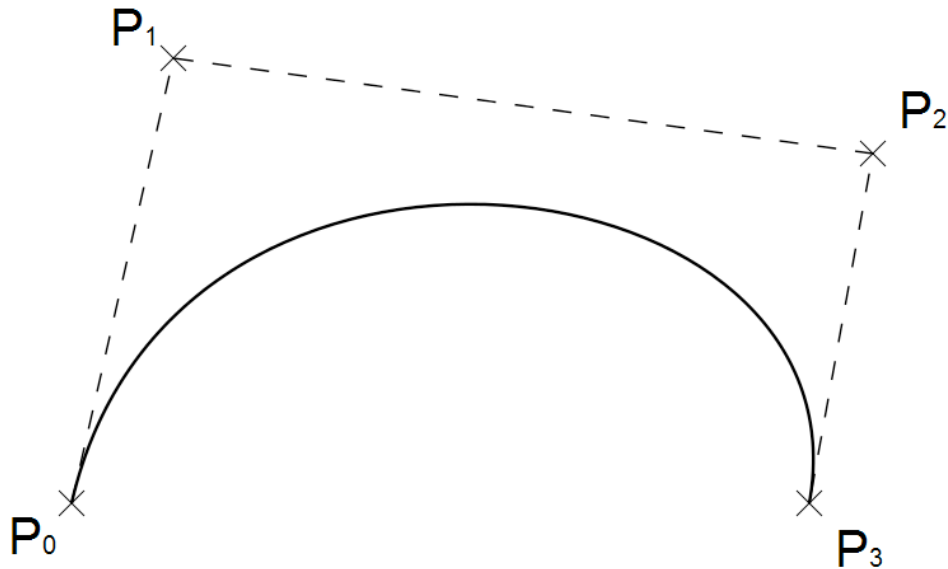


Figure 2 - Example of a cubic Bezier curve

Mulțimea punctelor de pe curba Bezier este definită ca o combinație polinomială a punctelor de control:

$$B(t) = \sum_{i=0}^n \binom{n}{i} (1-t)^{n-i} t^i P_i$$

De exemplu, o curbă Bezier de gradul I (definită folosind două puncte de control) este descrisă prin următoarea ecuație:

$$B_{P_0, P_1}(t) = (1-t)*P_0 + t*P_1$$

Se poate observa asemănarea cu ecuația parametrică a liniei. Aceasta înseamnă că vă puteți gândi la o linie ca la o curbă Bezier de gradul I.

O curbă Bezier de gradul doi (numită și pătratică) este definită de următoarea ecuație:

$$B_{P_0, P_1, P_2}(t) = (1-t)^2*P_0 + 2(1-t)t*P_1 + t^2*P_2$$

Se pot defini curbe Bezier folosind oricât de multe puncte de control, obținându-se rezultate de complexitate sporită.

2.3 Formula recursivă

Probabil că este mai ușor să înțelegeți și să aplicați formula Bezier în forma sa recursivă:

$$B_{P_0, P_1, \dots, P_n}(t) = (1-t) * B_{P_0, P_1, \dots, P_{n-1}}(t) + t * B_{P_1, P_2, \dots, P_n}(t)$$

Conform acestei formule, calculul coordonatelor unui punct (cu parametrul t) pe o curbă Bezier definită de n puncte de control se poate face prin aplicarea ecuației parametrice liniare pe rezultatele curbelor Bezier de ordin inferior, definite de $n-1$ puncte de control.

Curba Bezier de ordinul cel mai mic este cea definită de două puncte de control, așa cum se arată în pagina anterioară. Aceasta poate fi calculată prin aplicarea ecuației parametrice liniare pe punctele sale de control:

$$B_{P_0, P_1}(t) = (1-t) * P_0 + t * P_1$$

Figura 2 exemplifică metoda recursive de calcul a punctelor pe o curbă Bezier de gradul doi. În acest exemplu, se calculează două puncte intermediare pentru curbă: $t = 0,3$ și $t = 0,6$.

Observați aplicarea ecuației parametrice asupra rezultatelor curbelor Bezier de ordin inferior - de-a lungul liniilor verzi și albastre.

De asemenea, observați că liniile albastre și verzi au capetele definite prin aplicarea ecuației parametrice pe liniile P_0P_1 și P_1P_2 .

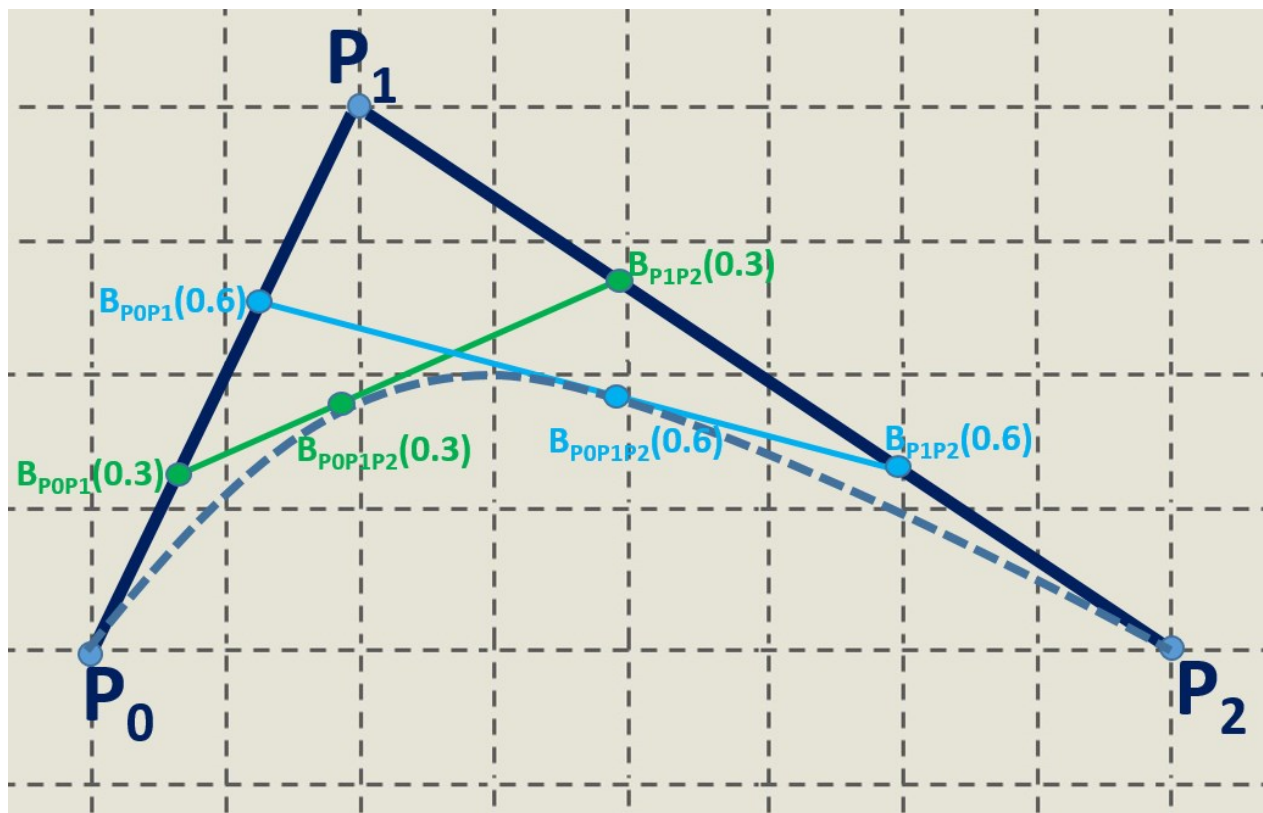


Figure 2 – Curba Bezier cu 3 puncte de control - calculul recursiv al punctelor

3 Implementare

1. Implementați o metodă care colorează pixelii dintre punctele P_0 (400, 70) și P_1 (600, 400). Utilizați ecuația parametrică a liniei pentru a găsi pixelii care se află pe acea linie.
 - Modificați incrementul parametrului t pentru a maximiza numărul de puncte obținute.
2. Exemplificați trasarea unei curbe pătratice Bezier. Implementați o metodă care colorează pixelii de-a lungul curbei. Folosiți formula recursivă Bezier pentru a găsi punctele.
 - Modificați incrementul parametrului t pentru a crește / micșora numărul de puncte obținute.
3. Implementați funcționalitatea pentru trasarea curbelor Bezier de ordin superior definind punctele de control folosind acțiuni de click.
 - Ar trebui să calculați un număr mic de puncte de-a lungul curbei (pași mai mari pentru t) pentru a economisi puterea de calcul.
 - Încercați să trasați linii între punctele găsite de-a lungul curbei, pentru a crea o aproximare vizuală a acesteia.