Laborator 4

1 Obiective

Acest laborator prezintă noțiunile cheie privind transformările 2D și 3D (translație, scalare, rotație).

2 Definirea punctelor 2D și 3D

Un punct 2D este definit într-un sistem de coordonate omogen prin (x*w, y*w, w). Pentru simplitate în sistemele bidimensionale, parametrul w este setat la 1. Prin urmare, definiția punctului este (x, y, 1).

O altă reprezentare a punctului este următoarea: $P = \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix}$.

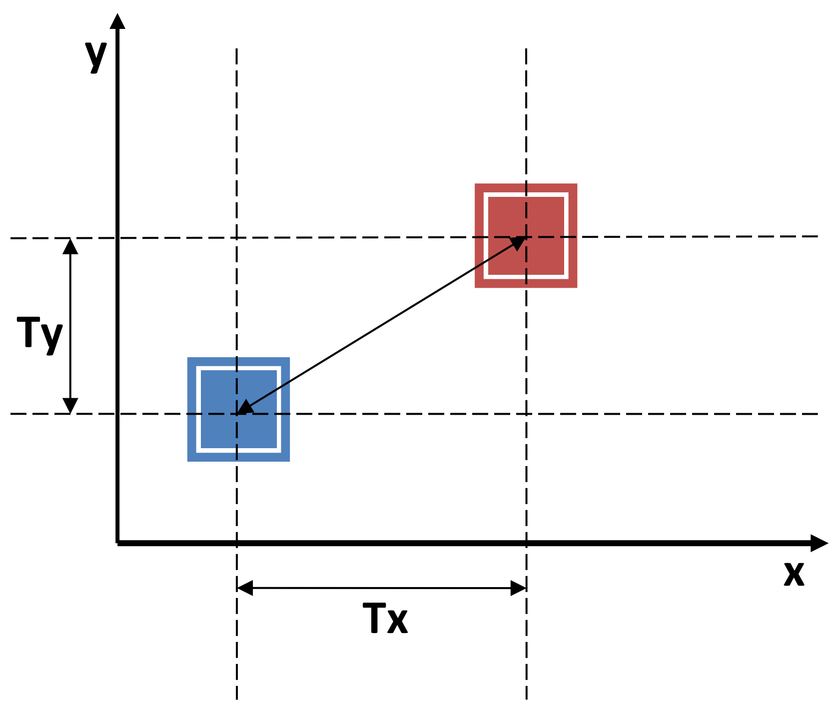
Similar, în 3D definim punctele ca (x*w, y*w, z*w, w) și le reprezentăm ca vectori coloană:

$$P = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix}$$

3 Transformări

3.1 Translație 2D

Transformarea de translație este folosită pentru a muta un obiect (punct) cu o anumită cantitate.



Matricea operației de translație este următoarea:

$$T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & Tx \\ 0 & 1 & Ty \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

unde Tx și Ty reprezintă factorii de translație pe axele x și y. Dacă aplicăm transformarea punctului 2D, $P' = T * P$, obținem noi coordonate pentru acel punct:

$$x' = x + Tx$$

$$y' = y + Ty$$

Matricea pentru transformarea inversă este următoarea:

$$T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -Tx \\ 0 & 1 & -Ty \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

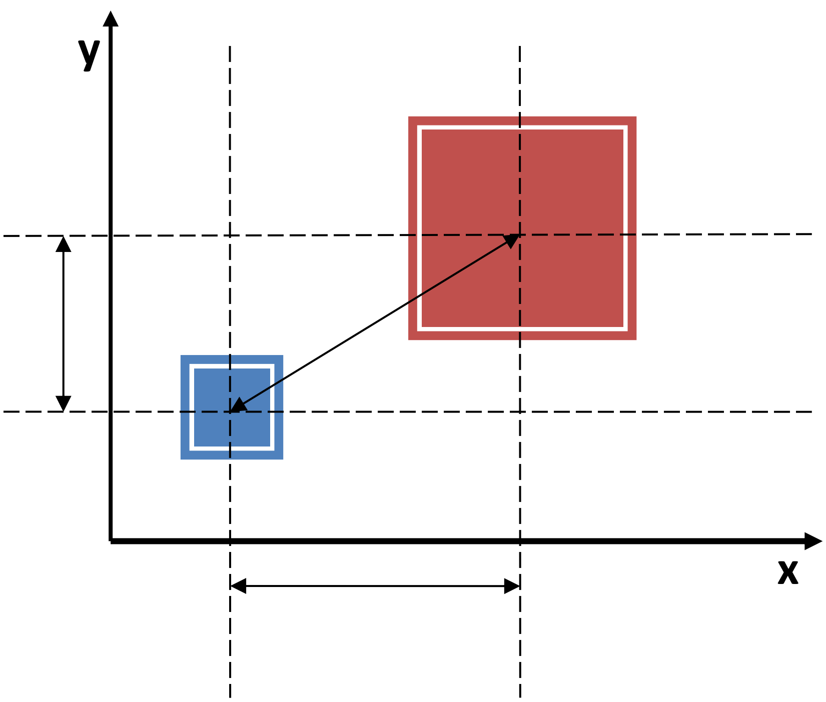
3.2 Translație 3D

Singura diferență față de cazul 2D este că aici avem încă o coordonată și matricea de transformare va fi 4x4.

$$T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & Tx \\ 0 & 1 & 0 & Ty \\ 0 & 0 & 1 & Tz \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

3.3 Scalare 2D

Transformarea de scalare mărește sau micșorează un obiect. Transformarea este *relativă la origine*.



Matricea operației de scalare este următoarea:

$$S = \begin{bmatrix} Sx & 0 & 0 \\ 0 & Sy & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

unde Sx și Sy reprezintă factorii de scalare pe axele x și y. Dacă factorii Sx și Sy sunt egali atunci transformarea de scalare este uniformă. Dacă factorii Sx și Sy nu sunt egali, transformarea de scalare este neuniformă. Dacă aplicăm transformarea la punctul 2D, $\mathrm{P}' = \mathrm{S} * \mathrm{P}$, obținem noi coordonate pentru acel punct:

$$x' = x * Sx$$

$$y' = y * Sy$$

Dacă setăm factorii de scalare la +/- 1, putem reflecta forma originală.

Matricea transformării inverse este următoarea:

$$S = \begin{bmatrix} 1/Sx & 0 & 0 \\ 0 & 1/Sy & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

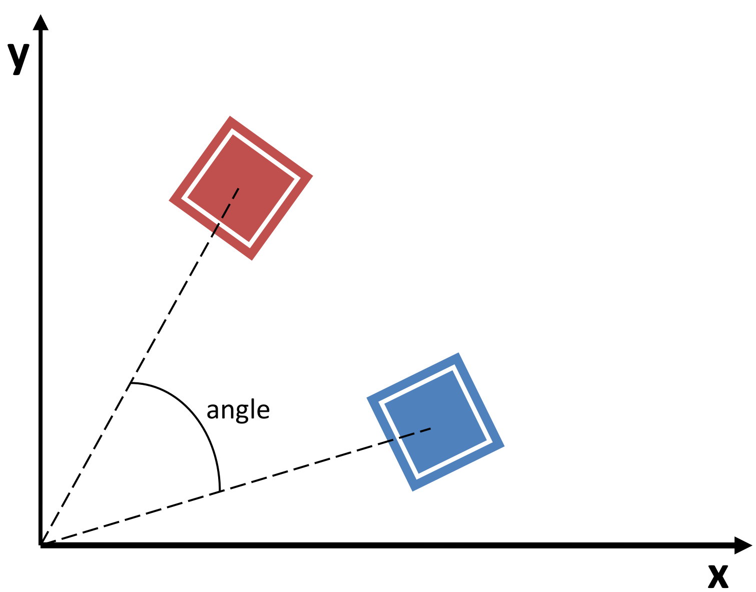
3.4 Scalare 3D

Matricea operației de scalare 3D este următoarea:

$$S = \begin{bmatrix} Sx & 0 & 0 & 0 \\ 0 & Sy & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Sz & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

3.5 Rotație 2D

Această transformare rotește un obiect cu un unghi dat. Această transformare este, de asemenea, *relativă la origine*.



Matricea pentru operația de rotație este următoarea:

$$R = \begin{bmatrix} \cos \propto & -\sin \propto & 0 \\ \sin \propto & \cos \propto & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

unde ∝ reprezintă unghiul de rotație. Dacă aplicăm transformarea punctului 2D, P'= P * R, obținem noi coordonate pentru acel punct:

$$x' = x * \cos \propto \; - y * \sin \propto$$

$$y' = x * \sin \propto \; + y * \cos \propto$$

Matricea transformării inverse este următoarea:

$$R = \begin{bmatrix} \cos \propto & \sin \propto & 0 \\ -\sin \propto & \cos \propto & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

3.6 Rotație 3D

Specificăm rotația în spațiul 3D independent pe axele x, y și z. Rotația în jurul axei z este similară cu rotația din 2D (coordonatele z rămân neschimbate).

$$R_z = \begin{bmatrix} \cos \propto & -\sin \propto & 0 & 0 \\ \sin \propto & \cos \propto & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$R_x = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \propto & -\sin \propto & 0 \\ 0 & \sin \propto & \cos \propto & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$R_y = \begin{bmatrix} \cos \propto & 0 & \sin \propto & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin \propto & 0 & \cos \propto & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

4 Temă

Descărcați codul sursă de pe pagina laboratorului. Trebuie să implementați metodele din interiorul fișierului sursă (transform.cpp). Fișierul header (transform.h) conține definiția metodelor care ar trebui implementate.