Teoria sistemelor. Laborator 5: Proiectarea regulatoarelor utilizând locul rădăcinilor. Regulatoare PID

Exercițiul 1. Pentru un sistem cu funcția de transfer $G(s) = \frac{1}{s^2}$ calculați un regulator cu funcția de transfer $G_c(s) = \frac{k(s+z)}{s+p}$, cu 0 < z < p, astfel încât polii dominanți ai sistemului închis să fie localizați la $r_{1,2} = -\frac{1}{2} \pm \frac{\sqrt{3}}{2}j$.

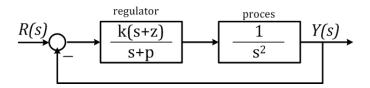


Figura 1: Schema bloc a sistemului

Idee. Rezolvarea este în fișierul atașat: TS_Lab6_soluție_ex1.pdf

Exercițiul 2. Pentru un sistem cu funcția de transfer a procesului $G(s) = \frac{1}{s+3}$ să se calculeze un regulator cu funcția de transfer $G_c(s) = \frac{k(s+a)}{s}$ astfel încât suprareglajul răspunsului la treaptă să fie aproximativ $M_p = 5\%$ și timpul de răspuns să fie aproximativ $t_s = 1$ sec.

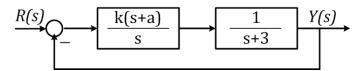


Figura 2: Schema bloc a sistemului

Idee. Din specificațiile impuse, calculați polii sistemului închis $r_{1,2}$. Deoarece polul regulatorului este dat, calculați zeroul -a din condiția de fază și determinați valoarea lui k din condiția de modul.

Exercițiul 3. Se consideră un sistem de control în buclă închisă ca în Figura 3 unde procesul are funcția de transfer $G(s) = \frac{5}{(0.5s+1)(s+1)(10s+1)}$.

1. Calculați constanta erorii staționare la poziție și eroarea staționară a sistemului necompensat (când $G_c(s) = 1$) pentru o intrare treaptă unitară.

$$K_p = \lim_{s \to 0} G(s)$$
 $e_{ss} = \frac{1}{1 + K_p}$

Reprezentați grafic răspunsul la treaptă al sistemului închis și verificați eroarea staționară. Puteți face simularea cel puțin în următoarele moduri:

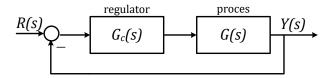


Figura 3: Sistem de control în buclă închisă

- Calculați funcția de transfer a sistemului închis (când $G_c(s) = 1$) și reprezentați răspunsul la treaptă cu funcția step.
- Implementați schema din Figura 3 în Simulink.
- 2. Din funcția de transfer a sistemului închis (când $G_c(s) = 1$), calculații polii cu funcția roots și alegeți polii dominanți.
- 3. Se dorește creșterea constantei erorii staționare la poziție de 10 ori, fără a modifica prea mult locația polilor dominanți ai sistemului închis. Proiectați un regulator $G_c(s) = \frac{s+z}{s+p}$, cu 0 , pentru a îndeplini această cerință.

Idee. Calculați raportul între zeroul și polul regulatorului din expresia constantei erorii staționare la poziție pentru sistemul cu regulator:

$$K_{pcomp} = \lim_{s \to 0} G(s)G_c(s) = 10K_p$$

Alegeți $z \approx \omega_n/10$ și calculați polul din raportul determinat mai sus.

- 4. Comparați răspunsul la treaptă al sistemului închis pentru $G_c(s) = 1$ și pentru $G_c(s)$ proiectat la punctul 3 și comentați rezultatele. Simulați sistemul închis pentru o intrare treaptă, fie cu funcția step, fie în Simulink.
- **Exercițiul 4.** Se consideră un sistem de control în buclă închisă cu reacție negativă unitară, cu funcția de transfer a procesului $G(s) = \frac{1}{s(s+3)}$:
 - 1. Proiectați un regulator proporțional-derivator (PD) ideal $G_{PD}(s) = K_P + K_D \cdot s$, astfel încât polii dominanți ai sistemului închis să fie localizați la $r_{1,2} = -3 \pm 3j$ (în Figura 4, pentru această etapă $G_c(s) = 1$).
 - 2. Pentru sistemul în buclă închisă determinați constanta erorii staționare la viteză, K_v .

$$K_v = \lim_{s \to 0} sG_{PD}(s)G(s)$$

3. Adăugați și calculați un regulator cu funcția de transfer $G_c(s) = \frac{s+z}{s+p}$, cu $0 (vezi Figura 4) pentru a obține o constată a erorii staționare la viteză <math>K_{vcomp} = 10K_v$.

$$K_{vcomp} = \lim_{s \to 0} sG_c(s)G_{PD}(s)G(s)$$

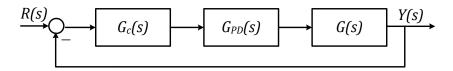


Figura 4: Sistem de control în buclă închisă

Exercițiul 5. Motoarele de curent continuu sunt utilizate în multe aplicații ale controlului automat, inclusiv manipulatoare robotice și roboți mobili, industria mașinilor unelte, vehicule electrice, etc.

Dacă semnalul de intrare este tensiunea aplicată motorului, U și dacă ieșirea este viteza de rotație ω , funcția de transfer a unui motor cc este:

$$G(s) = \frac{\omega(s)}{U(s)} = \frac{k}{(Ls+R)(Js+b) + kk_e}.$$
 (1)

unde:

- k_e este constanta forței electromotoare $k_e = 5 \cdot 10^{-2} \ V/rad/sec$
- k constanta cuplului, $k = 5 \cdot 10^{-2} Nm/A$
- R rezistența armăturii, $R=3~\Omega$
- L inductanța armăturii, L=0.5H
- J inerția rotorului, $J=9\cdot 10^{-3}~kgm^2$
- b coeficientul de frecare vâscoasă, $b = 2 \cdot 10^{-2} \ Nms$
- 1. Reprezentați grafic răspunsul la treaptă al sistemului deschis G(s) și determinați eroarea staționară.
- 2. Se consideră un sistem de control cu reacție negativă unitară ca în Figura 5 cu un regulator PID ideal și procesul G(s). Funcția de transfer a regulatorului PID este:

$$G_{PID} = K_P + \frac{K_I}{s} + K_D s$$

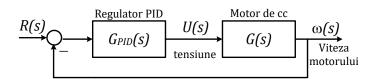


Figura 5: Sistem de control în buclă închisă

Determinați efectul parametrilor regulatorului PID $(K_P, K_I \text{ şi } K_D)$ asupra suprareglajului, timpului de creștere, timpului de răspuns, şi asupra erorii staționare, după cum este descris mai jos.

Completați Tabelul 1 utilizând rezultatele următoarelor simulări:

- (i) Considerați mai întâi un regulator proporțional (P) și determinați influența lui K_P asupra răspunsului la treaptă a sistemului închis. Setați parametrii K_I și K_D la zero și simulați răspunsul la treaptă al sistemului pentru K_P dat în Tabelul 1.
- (ii) Analizați influența termenului derivator considerând in regulator proporționalderivator (PD). Setați $K_I = 0$, K_P constant și K_D cu valorile din Tabelul 1.
- (iii) Considerați un regulator proporțional-integrator (PI) și determinați efectul lui K_I . Setați $K_D=0,\,K_P$ constant și K_I cu valorile din Tabelul 1.

Idee. Pentru simulare aveți cel puțin urmațoarele variante:

- Un script Matlab în care ați putea folosi funcțiile:
 - pid pentru funcţia de transfer a unui regulator PID ideal (de exemplu: pid(Kp,Ki,Kd))

Regulator		Suprareglaj	Timp de creștere	Timp de răspuns	Eroare staționară
P	$K_P = 1$				
	$K_P = 5$				
	$K_P = 50$				
PD	$K_P = 50, K_D = 0.5$				
	$K_P = 50, K_D = 1$				
	$K_P = 50, K_D = 3$				
PI	$K_P = 1, K_I = 1$				
	$K_P = 1, K_I = 3$				
	$K_P = 1, K_I = 5$				

Tabela 1: Efectul parametrilor unui regulator PID asupra răspunsului la treaptă

- feedback - pentru a calcula funcția de transfer a unui sistem cu reacție negativă; sau calculați pe foaie funcția de transfer a sistemului închis.

Simulați răspunsul la treaptă al sistemului închis cu funcția step.

• Implementați în Simulink schema din Figura 5. Blocul PID se găsește în biblioteca Continuous.

Problemă opțională

Exercițiul 6. Se consideră un proces cu funcția de transfer:

$$G(s) = \frac{1}{s^3 + 10s^2 + 20s}$$

Specificațiile de proiectare pentru un sistem de control în buclă închisă sunt:

- Sistemul închis este stabil
- Eroare staționară zero pentru o intrare treaptă unitară
- 1. Reprezentați grafic răspunsul la treaptă unitară a sistemului deschis.
- 2. Acordați un regulator PID cu metoda Ziegler-Nichols:
 - (i) Considerați sistemul în buclaă închisă cu procesul G(s) și un regulator proporțional cu funcția de transfer $G_{PID}(s) = K_P$. Determinați valoarea lui K_P astfel încât sistemul închis să fie la limita de stabilitate $(K_0 = K_P)$.
 - (ii) Determinați perioada oscilațiilor T_0 din funcția de transfer echivalentă a sistemului închis.
 - (iii) Simulați răspunsului sistemului închis pentru $G_{PID} = K_0$ și comparați perioada oscilațiilor cu cea obținută la punctul (ii).
 - (iv) Setați parametrii regulatorlui K_P , T_i and T_d din tabelul Ziegler-Nichols. Dacă funcția de transfer a regulatorului este în forma:

$$G_{PID}(s) = K_P \left(1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right), \tag{2}$$

atunci parametrii se calculează ca:

$$K_P = 0.6K_0$$
, $T_i = 0.5T_0$, $T_d = 0.125T_0$

Simulați sistemul închis pentru o intrare treaptă și verificați specificațiile. Observați că blocul PID din Simulink are diferite forme care pot să difere de (2). Dacă utilizați Simulink, verificați forma regulatorului înainte de a seta parametri.

3. Modificați parametrii regulatorului pentru a obține un suprareglaj mai mic.