MEDDELELSER

fra

DANSK SELSKAB FOR TEORETISK STATISTIK

6. ARG NR. 6

SÆRNUMMER

APRIL 1981

<u>Baggrund</u> I dette særnummer har Jan Hoem venligst tilladt, at Meddelelser aftrykker hans bidrag til "Københavns Universitet 1479-1979":

Træk af Dansk Forsikringsmatematiks Historie

af

Jan Hoem

Sammendrag En gennemgang af litteraturen har vist, at der fra dansk side er givet mange vigtige bidrag til forsikringsmatematikkens udvikling. De fleste af bidragene fra dette århundrede synes at være rimeligt vel anerkendt, også internationalt, men flere af de originale resultater fundet i de de sidste decennier af forrige århundrede af mænd som L. Oppermann, T.N. Thiele og J.P. Gram har fået langt mindre opmærksomhed, end de kunne fortjene, noget som bare delvis skyldes, at de kun har været offentliggjort på dansk. Man må håbe, at den danske indsats for dette fag efterhånden bliver bedre kendt.

Indholdsfortegnelse

Sammendrag	1
Indledning	2
Tiden før 1916	3
Aktuarstudiet 1917-1974	5
J.F. Steffensen	6
Konsolidering og nye signaler	7
Den aktuelle situation	8
Litteraturoversigt	9

Indledning

Som fag karakteriseres forsikringsmatematikken primært ved sit studieobjekt og ved sin matematiske orientering. Den klassiske forsikringsteknik beskæftiger sig mest med matematiske og statistiske spørgsmål forbundet med forskellige former for livsog pensionsforsikring, især som disse ses fra forsikringsgiverens side. Der lægges fortsat stor vægt på disse områder i dag, men perspektivet er efterhånden blevet betydeligt udvidet, så faget nu i princippet omfatter alle anvendelser af matematisk og statistisk teori på forsikringsvirksomhed. Således er skadesforsikring blevet underkastet tilsvarende analyse; problemer fra genforsikring er blevet tager op, ligesom forsikringsselskabernes investeringsvirksomhed; man har forsøgt at se sagen fra forsikringstagerens synspunkt; og man er begyndt at studere forsikringsvirksomhed som et led i almindelig økonomisk aktivitet. I studiet af den mangfoldighed af problemer som dermed kommer i søgelyset, anvender forsikringsmatematikken teori og metoder fra en række andre fag (statistik, sandsynlighedsregning, numerisk analyse, operations analyse, matematisk økonomi, osv.), som man derved drager nytte af og samtidig giver impulser tilbage til. Flere danske forskere, som oprindelig var uddannet som aktuarer, har således lagt det væsentligste af deres virksomhed i et sådant nabodmråde, som faget har interessefællesskab med, og mange forskningsbidrag fra de egentlige forsikringsmatematikere ligger indenfor sådanne områder. Forsikringsmatematikken har ingen ensartet metodelære; den bindes sammen til et fag af sin koncentrerede interesseretning.

Ved Københavns Universitet har forsikringsmatematik altid været en lille disciplin, både ved at det til enhver tid har haft få ansatte (for det meste en professor og en assistent eller adjunkt), og ved at der ikke har været mange aktuarstuderende. (For tiden er der et halvt dusin studerende i hver årgang, og det er flere end nogen sinde.) Siden den første stilling i forsikringsmatematik blev oprettet ved universitetet i 1916, har fagets vigtigste funktion ved siden af forskningen været at bidrage til uddannelsen af danske aktuarer. Virksomheden er organiseret ved Forsikringsmatematisk Laboratorium, som fra 1963 har holdt til på H.C. Ørsted Institutet, Universitetsparken 5, mens man tidligere havde lokaler i Tordenskjoldsgade 10, Studiestræde 6 og Skt. Peders Stræde 19.

Tiden før 1916

Dansk forsikringsmatematik siges gerne (Johansen, 1951, s.1) at have rødder tilbage til J.N. Tetens (1738?-1809), som efter at have været professor i Kiel kom til København i 1789 og blev knyttet til Finanskollegiet. Han var vistnok den første, som brugte aktuarielle kommutationsfunktioner. Fagets moderne historie her i landet begyndte imidlertid med Ludvig H. F. Oppermann (1817-1883), som var matematisk direktør i Statens Livrenteanstalt 1861-1870 og teknisk konsulent i forsikringsselskabet Hafnia fra 1872. Oppermann var en ejendommelig personlighed og en mangesidig begavelse, filolog og forstkandidat af uddannelse, professor i tysk ved Københavns Universitet 1855-1883 og medlem af Folketinget 1849-1861 (Gram 1883, Zeuthen 1939). Hans skriftlige produktion var ganske lille, men han udøvede stor indflydelse gennem de nyskabende idéer, han fremsatte mundtligt overfor yngre samtidige som Thorvald Nicolai Thiele (1838-1910) og Jørgen Pedersen Gram (1850-1916). Disse tre tilsammen startede de to vigtigste udviklingslinjer i dansk livsforsikringsmatematik, nemlig (1) brug af statistisk metodelære i analysen af livsforsikringsdata, især ved

udjævning af dødelighedskurver og andre empiriske biometriske funktioner, og (2) brug af adækvate matematiske redskaber i udvik-ling af livsforsikringsteknikken.

Oppermann må have været den første som (ca. 1870) brugte mindste kvadraters metode med vægte til bestemmelse af værdien af parametrene i en dødelighedsformel (Gram 1883, s.142 og 1884, s.116, 134 etc.). Interessen for udjævningsmetoder blev ført videre af Thiele, som bl.a. foreslog en række nye dødelighedsformler, og af Gram, som i en kun lidt kendt del af sit forøvrigt velkendte doktorgradsarbejde (1879, s.108-122), som en af de første publicerede generelle resultater for udjævning med glidende gennemsnit. Dansk forsikringsmatematikere har siden jævnligt givet bidrag til udjævningsmetodernes teori, og dette er fortsat et af de centrale forskningsområder ved laboratoriet.

T.N. Thiele, som var astronom, havde brede matematiske interesser, og hans vigtihste bidrag har nok været indenfor statistisk teori (Hald 1979). Som forsikringsmatematiker skrev han ikke meget, han virkede mest gennem den indflydelse han havde på sine elever samt gennem sit arbejde som matematisk direktør i Hafnia fra dets oprettelse i 1872 (Gram 1910). Blandt Thieles forsikringsmatematiske bidrag er vel hans differentialligning for præmiereserven mest kendt. Karakteristisk nok publicerede han den aldrig selv; han meddelte den kun til sine medarbejdere (1875), og den kom først på tryk efter han død (Gram, 1910, s.31). Både Oppermann og Thiele var forøvrigt kendt som fremragende regnemestre, som fandt stor glæde i selve beregningsprocessen, et træk som vi genfinder også hos fremtrædende senere danske forsikringsmatematikere.

J.P. Gram, som var en førsteklasses matematiker, arbejdede i Hafnia fra 1875 til 1910 og var derefter formand i Forsikringsrådet til sin død i 1916 (Zeuthen 1961). I 1884 grundlagde han ulykkesforsikringsselskabet Skjold. Han var redaktør for Tidsskrift for Mathematik fra 1883, og i 1904 udgav han det eneste udkomne nummer af tidsskriftet Aktuaren i et forgæves forsøg på da at starte et skandinavisk aktuartidsskrift, en plan som først blev gennemført af andre i 1918. Gram gav vigtige bidrag til matematisk og statistisk teori. Hans matematiske begavelse præger også de få

rent forsikringsmatematiske arbejder han skrev. Eksempelvis er hans udledning af varianser for banktekniske kapitalværdier for almindelige former for livsforsikring (1889) helt moderne i sin ånd og langt forud for sin tid.

Aktuarstudiet 1917-1974

Før begyndelsen af dette århundrede var der ingen egentlig aktuarundervisning I Danmark. Uddannelsen af aktuarer foregik gennem det praktiske arbejde på beregnerkontorerne og ved selvstudier. I åre~ ne 1906-1912 forelæste Carl Burrau over beregningsmatematik som privatdocent ved universitetet, og N.R. Jørgensen holdt kort efter forelæsninger under private former på forsikringsforeningens bibliotek (Johansen 1951, s.3f). Den danske Aktuarforening, som blev stiftet i 1901 på Thieles initiativ (Ørding 1951), foranledigede imidlertid oprettelsen af en lærestol i forsikringsmatematik, og i 1916 blev Lars Iversen (1874-1951) udnævnt til docent i faget ved universitetes matematik-naturvidenskabelige fakultet (Simonsen 1951), og en eksamen i forsikringsvidenskab og statistik blev oprettet året efter under det rets- og statsvidenskabelige fakultet. Man fik dermed den usædvanlige konstruktion med hovedundervisningen ved ét fakultet og eksamen under et andet, en ordning som fortsat består.

Aktuarstudiet af 1917 omfattede fag, som vi i dag ville kalde matematisk analyse, forsikringsmatematik (rentesregning, livsforsikringsteknik, dødelighedsteori), numerisk analyse, matematisk statistik, samfundsbeskrivelse, nationaløkonomi, regnskabsvæsen og retslære. Der var periodiske revisioner af pensum, eksamensordning og fagenes indhold, bl.a. i 1925, 1958 og 1968, men uddannelsen beholdt egentlig formelt samme struktur helt til omlægningen 1975, bortset fra at man i 1958 indførte en selvstændig afhandling (specialet) som led i studiet samtidig med, at der blev oprettet en parallel eksamen i (matematisk) statistik.

J.F. Steffensen

Lars Iversen tog afsked fra docenturet allerede efter tre års virke for at blive efterfulgt af <u>Johan Frederik Steffensen</u> (1873-1961), som har fået fundamental betydning for aktuaruddannelsen i Danmark, ikke mindst gennem sine fire lærebøger, Matematisk Iagttagelseslære (1923), Interpolationslære (1925), Forsikringsmatematik (1934) og Rentesregning (1936).

Steffensen var oprindelig jurist, men arbejdede fra 1898 i privat forsikringsvirksomhed og i Forsikringsrådet før han i 1919 blev docent og fra 1923 til 1943 var professor i forsikringsmatematik. Han tog doktorgraden på et emne i analytisk talteori i 1912 og skrev godt et hundrede videnskabelige artikler om vidt forskellige emner fra matematisk teori og anvendt matematik. Ved siden af sin universitetsgerning havde Steffensen adskillige hverv, bl.a. som bestyrelsesmedlem i en række forsikringsselskaber. Han modtog flere udmærkelser, og han var æresmedlem af en række matematiske og statistiske foreninger og aktuarforeninger i Europa (Forsikringsårbogen 1961).

Blandt Steffensens bidrag til udjævningsteori kan vi nævne, at han allerede i 1915 fremholdt, at de vægtede mindste kvadraters metode generelt er bedre end momentmetoden, og at han tidlig i 1930-årene sammen med <u>H.Cl. Nybølle</u> lancerede kurveudjævning ved splinfunktioner som metode under navn af pseudo-analytisk udjævning. I rentelæren fandt han bl.a. et simpelt fortegnskriterium for eksistensen af en enkelt effektiv rente. Han interesserede sig meget for invalidepensionsforsikringens teknik, og han foreslog en ny form for forsikring (universalrenten), som efter hans mening skulle erstatte den gængse form for enkepensionsforsikring.

Det Steffensen skrev om livsforsikringsteknik og rentelære, var gennemsyret af hans store interesse for numerisk analyse, og han fik nok sin største videnskabelige betydning gennem sit arbejde på dette felt. Han indførte en klar sondring mellem estimationsteori og interpolationsregning/numerisk analyse (Steffensen 1943), og i den sidste gennemførte han en stringent restledsvurdering, som må have repræsenteret en omvæltning af de synspunkter og vaner,

som den gang var traditionelle (Simonsen 1962). Han sanerede og udvidede interpolationslærens formelapparat og fandt et fejlkriterium, som i mange tilfælde gør det muligt at foretage en vurdering af nøjagtigheden af en approksimation ved en enkel fortegnsundersøgelse. Han fandt også flere vigtige uligheder mellem middelværdier. Steffensen fik stor international indflydelse på dette område, bl.a. ved at hans banebrydende lærebog blev udgivet på engelsk.

Også flere af Steffensens elever har publiceret arbejder i numerisk analyse, deriblandt Thøger Busk (f.1917),Paul Johansen (f.1910) og W. Simonsen (f.1904), som blev Steffensens efterfølger i professoratet. Til Steffensens 70 års dag udgav kolleger og elever et festskrift med bl.a. mange forsikringsmatematiske bidrag, herunder en meget tidlig generel diskussion af jævnalderloven af Mogens Lublin.

Oversigter over skrifter af danske aktuarer findes forøvrigt i aktuarforeningens festskrifter fra 1951 og 1976.

Konsolidering og nye signaler

Jens Harald William Simonsen var professor i forsikringsmatematik i 31 år, fra 1943 til 1974. Han var samtidig praktiserende aktuar det meste af tiden. På mange måder repræsenterede Simonsens virke i forsikringsmatematikken en konsolidering omkring de temaer, som også tidligere havde stået i fokus ved laboratoriet. Han gav tidligt (1936) et vigtigt bidrag til invalideforsikringens matematiske teori, og beskæftigede sig med rentelære, dødelighedsanalyse, kurveudiævning og livsforsikringsteknik. Simonsen har udgivet tre lærebøger, Numerisk analyse I/II (1962, 2. udg. 1971), Rentesregning (1964), Forsikringsmatematik I/II (1960-70), Bøgerne er skrevet i en karakteristisk stil med stor vægt på formelværket, og de genspeiler forfatterens store interesse for numerisk analyse, som også kom til udtryk i en række artikler. Lærebogen i livsforsikringsmatematik udmærker sig ved genuint at anvende moderne sandsynlighedsteori. Mange af Simonsens arbeider, inklusive hans seneste bidrag til statistikkens teori demonstrerer en usædvanlig gennemslagskraft overfor problemer i klassisk matematisk analyse baseret på hans store opfindsomhed ved formelbehandling.

Konsolideringsperioden bar i sig kimen til en ny udvikling. Der har hidtil bare sporadisk været givet originale danske bidrag til den generelle teori for forsikringsrisiko og skadesforsikringsmatematik, men Paul Johansen arbejdede længe på at udbrede interessen for disse emner (Johansen 1976). Han stod blandt andet bag studiekredse i aktuarforeningens regi og tog initiativet til oprettelsen (i 1957) af en international forening af aktuarer i ikke-livsforsikring (ASTIN). Simonsen (1946) og matematikeren E. Sparre Andersen (1957) har publiceret resultater om risikoprocessen, og teorien for denne var også tema for forelæsninger, som Simonsen holdt i sine sidste embedsår. Ved revisionen af aktuaruddannelsen i 1957 blev der indført selvstændig deleksamen i skadesforsikringsmatematik. Den tidligere indflydelse fra numerisk analyse blev samtidig stærkt reduceret og faget blev delvis erstattet af et indføringskursus i datalogi. I stedet blev der lagt langt større vægt end før på statistisk teori i studiet, og man åbnede for større frihed i de studerendes kursusvalg.

Den aktuelle situation

I 1974 blev Simonsen efterfulgt af nordmanden <u>Jan Michael Hoem</u> (f. 1939) som professor i forsikringsmatematik. Antallet af stillinger er udvidet, så laboratoriet nu (1979) desuden har to adjunkt/lektorstillinger og en sekretærstilling, samtidig med at man er begyndt at få stipendiater. Laboratoriet udgiver sin egen serie med arbejdsrapporter, og man har indledet et forskningssamarbejde med interesserede forsikringsselskaber under aktuarforeningens auspicier. For tiden arbejdes der ved laboratoriet i første række med skadesforsikringsmatematik, med statistisk teori for kurveudjævning og forløbsanalyse, og med anvendelser i demografi.

LITTERATUR

- Den Danske Aktuarforening: <u>Festskrift til professor, dr. phil.</u>

 <u>J.F. Steffensen fra kolleger og elever på hans 70 års</u>
 fødselsdag den 28. februar 1943.
- Den Danske Aktuarforening: <u>Festskrift i anledning af foreningens</u> 50-års jubilæum den 23. april 1951.
- Den danske Aktuarforening: <u>Festskrift ved foreningens 75 års jubilæum den 23.</u> april 1976.
- Gram, J.P.: Om Rækkeudviklinger bestemte ved Hjælp af de mindste Kvadraters Methode, 1879.
- Gram, J.P.: <u>Ludvig Henrik Ferdinand Oppermann</u>, Tidsskrift for Mathematik 5 rk. I, 1883, s. 137-144.
- Gram, J.P.: Om udjævning af dødelighedsantagelser og Oppermann's dødelighedsformel, Tidsskrift for Mathematik, 5 rk. II, 1884, s. 113-139.
- Gram, J.P.: <u>Professor Thiele som Aktuar,</u> Dansk Forsikringsårbog 1910, s. 26-37.
- Hald, A.: T.N. Thiele's contributions to statistics, Københavns
 Universitets Institut for matematisk statistik, Preprint No. 6, 1979.
- Johansen, Paul: Aktuarvidenskab og aktuaruddannelse i Danmark, s. 1-23 i Den Danske Aktuarforenings festskrift 1951.
- Johansen, Paul: Aktuarens rolle i skadeforsikring. Historiske
 noter, s. 5-29 i Den Danske Aktuarforenings festskrift,
 1976.
- Simonsen, W.: <u>Lars Iversen</u>, Universitets festskrift, november 1951, s. 103-105.

- Simonsen, W.: Aktuaren J.F. Steffensen 28/2 1873 20/12 1961,
 Nordisk Forsikringstidsskrift 1962, s. 193-200.
- Steffensen, J.F.: Om Undervisningen i Forsikringsmatematik ved

 Københavns Universitet, Nordisk Forsikringstidsskrift
 1943, s. 417-425.
- Steffensen, J.F.: Nogle Træk af mit Liv som Matematiker og Aktuar, 1953.
- <u>Professor J.F. Steffensen,</u> Dansk Forsikringsårbog 1961, s. 434-36.
- Zeuthen, H.G.: Mindeord om J.P. Gram, Vidensk. Selsk. Oversigt 1916, s.41-47.
- Zeuthen, H.G.: Oppermann, Ludvig Henrik Ferdinand, s. 444-446 i Dansk Biografisk Leksikon, 1939.
- Ørding, Poul: Aktuarforeningen gennem 50 år, s. 53-102 i Den Danske Aktuarforenings festskrift 1951.