Datos de Identificación de tareas

UNIVERSIDAD AUTONOMA DE AGUASCALIENTES

Centro de Ciencias Básicas

Materia: **Ecuaciones Diferenciales**

Tarea IV

Ecuaciones Diferenciales Lineales de Primer Orden

Ingeniería En Computación Inteligente Semestre 4° A

Alumno Dante alejandro Alegria Romero ID 265853

Profesor: **Jaime Salvador Medina González**

Fecha de entrega: 31/08/23

11) Determine si la relación $xy^2 - y^3 = c$ define una solución implícita $y' = \frac{y}{3y-2x}$

Supongamos que $xy^2 - y^3 = c$ es función

$$\frac{d(xy^2)}{dx} - \frac{d(y^3)}{dx} = 0 \to x \cdot 2y\frac{dy}{dx} + y^2 \frac{dy}{dx} - 3y^2\frac{dy}{dx}$$

$$2xy\frac{dy}{dx} + y^2 - 3y^2\frac{dy}{dx} = 0 \to \frac{dy}{dx}(2xy - 3y^2) = -y^2$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{-y^2}{2xy - 3y^2} \to \frac{dy}{dx} = \frac{-y^2}{y(2x - 3y)} \to \boxed{\frac{-y}{2x - 3y}}$$

∴ Es solución implícita

12) Determine si $y - \ln y = x^2 + c$ define una solución implícita de la ED $y' = \frac{2xy}{y-1}$

$$\frac{d(y - \ln y)}{dx} = \frac{d(x^2 + c)}{dx}$$

$$1 \cdot \frac{dy}{dx} - \frac{d(\ln y)}{dx} = \frac{d(x^2)}{dx} \to 1 \cdot \frac{dy}{dx} - \frac{1}{y}\frac{dy}{dx} = 2x$$

$$\frac{dy}{dx}\left(1 - \frac{1}{y}\right) = 2x \to \frac{dy}{dx} = \frac{2x}{1 - \frac{1}{y}}$$

∴ segun yo no jsjs

10) Comprueba que $y = C_1 + C_2 \ln(x) + \frac{x^4}{16}$ es solución general de $x^2 y'' + x y' = x^4$

$$y' = \frac{d C_1}{dx} + \frac{d C_2 \ln(x)}{dx} + \frac{d \frac{x^4}{16}}{dx}$$

$$y' = C2 \cdot \frac{1}{x} \cdot 1 + \frac{4x^3}{16} \quad y' = \frac{C2}{x} + \frac{x^3}{4}$$

$$y'' = \frac{d(C2x^{-1})}{dx} + \frac{d(x^3)}{dx\,4} \quad y'' = \frac{-C2}{x^2} + \frac{3x^2}{4}$$

sustituimos

$$x^2\left(\frac{-C2}{x^2} + \frac{3x^2}{4}\right) + x\left(\frac{C2}{x} + \frac{x^3}{4}\right) = x^4$$

$$\frac{-C2\cancel{x^2}}{\cancel{x^2}} + \frac{3x^4}{4} + \frac{C2\cancel{x}}{\cancel{x}} + \frac{x^4}{4} = x^4$$

$$-C_2 + \frac{3x^4}{4} + C_2 + \frac{x^4}{4} = x^4$$

$$\frac{4x^4}{4} = x^4$$ ∴ Es identidad por lo tanto es solución general

$9\cancel{C_1}e^{3x} + \cancel{C_2}e^{-x} + 32e^{4x} - 6C_1e^{3x} + 2C_2e^{-x} + 16e^{4x}$
$- 3\cancel{C_1}e^{3x} + 3\cancel{C_2}e^{-x} - 6e^{4x} = 10e^{4x}$

$32e^{4x} - 16e^{4x} - 6e^{4x} = 10e^{4x}$ general
$10e^{4x} = 10e^{4x}$ ∴ Es solución a la ED

9) Demuestre que $y = e^{-3x}\text{sen}(2x)$ es una solución particular de la ED

$$y'' + 6y' + 13y = 0$$

$$y' = e^{-3x} \cdot \frac{d\,\text{sen}(2x)}{dx} + \text{sen}(2x) \cdot \frac{d\,e^{-3x}}{dx}$$
$$y' = e^{-3x} \cdot 2\cos(2x) + \text{sen}(2x) \cdot -3e^{-3x}$$
$$y' = 2e^{-3x}\cos(2x) - 3e^{-3x}\text{sen}(2x)$$

$$y'' = \left(2e^{-3x} \cdot \frac{d\cos(2x)}{dx} + \cos(2x) \cdot \frac{d\,2e^{-3x}}{dx}\right) + \left(-3e^{-3x} \cdot \frac{d\,\text{sen}(2x)}{dx} + \text{sen}(2x) \cdot \frac{d\,-3e^{-3x}}{dx}\right)$$

$$y'' = \left(2e^{-3x} \cdot -2\text{sen}(2x) + \cos(2x) \cdot -6e^{-3x}\right) + \left(-3e^{-3x} \cdot 2\cos(2x) + \text{sen}(2x) \cdot 9e^{-3x}\right)$$

$$y'' = -4e^{-3x}\text{sen}(2x) - 6e^{-3x}\cos(2x) - 6e^{-3x}\cos(2x) + 9e^{-3x}\text{sen}(2x)$$

$$y'' = 5e^{-3x}\text{sen}(2x) - 12e^{-3x}\cos(2x)$$

$5e^{-3x}\text{sen}(2x) - 12e^{-3x}\cos(2x) +$
$6\left(2e^{-3x}\cos(2x) - 3e^{-3x}\text{sen}(2x)\right) +$
$13\left(e^{-3x}\text{sen}(2x)\right) = 0$ ∴ si es solución particular de la ED

7) Determina si $y = 6xe^{2x}$ es solucion PVI

$y'' - 4y' + 4y = 0$ sujeto a $y(0) = 0$ $y'(0) = 6$

$y(0) = 6(0)e^{2(0)} \rightarrow y(0) = 0$

$\frac{dy}{dx} = \frac{d(6xe^{2x})}{dx} \rightarrow 6x \cdot 2e^{2x} + e^{2x} \cdot 6 = 12xe^{2x} + 6e^{2x} = y'$

$y'(0) = 12(0)e^{2(0)} + 6e^{2(0)} = 6 \therefore 6 = 6$

Condiciones bien ahora sustituyo

$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{d(12xe^{2x} + 6e^{2x})}{dx} = \frac{d(12xe^{2x})}{dx} + \frac{d(6e^{2x})}{dx}$

$12x \cdot 2e^{2x} + e^{2x} \cdot 12 = 24xe^{2x} + 12e^{2x}$

$y'' = 24xe^{2x} + 12e^{2x} + 12e^{2x} \therefore 24xe^{2x} + 24e^{2x}$

$24xe^{2x} + 24e^{2x} - 4(12xe^{2x} + 6e^{2x}) + 4(6xe^{2x}) = 0$

$\cancel{24xe^{2x}} + \cancel{24e^{2x}} - \cancel{48xe^{2x}} - 24e^{2x} + 24xe^{2x} = 0$

$0 = 0$ $\therefore$ Si es solución para la ED

8) Compueba que $y = C_1e^{3x} + C_2e^{-x} + 2e^{4x}$ es sol General de la ED $y'' - 2y' - 3y = 10e^{4x}$

tiene 2 contantes ✓

$\frac{dy}{dx} = \frac{d(C_1e^{3x} + C_2e^{-x} + 2e^{4x})}{dx} = 3C_1e^{3x} - C_2e^{-x} + 8e^{4x}$

$y'' = 9C_1e^{3x} + C_2e^{-x} + 32e^{4x} \rightarrow$ sustituyo

$9C_1e^{3x} + C_2e^{-x} + 32e^{4x} - 2(3C_1e^{3x} - C_2e^{-x} + 8e^{4x})$
$- 3(C_1e^{3x} + C_2e^{-x} + 2e^{4x}) = 10e^{4x}$

4) Demuestra que $y = 5e^{x^2} - 1$ es una solución del PVI $\frac{dy}{dx} - 2xy = 2x$, $y(0) = 4$

$$\frac{d(5e^{x^2}-1)}{dx} = \frac{d(5e^{x^2})}{dx} - \cancel{\frac{d(1)}{dx}} \rightarrow 5 \cdot e^{x^2} \cdot 2x \quad \boxed{10xe^{x^2}}$$

$y = 5e^{x^2} - 1$, $x = 0$ ~~[illegible]~~

$y = 4 \longrightarrow$ condición cumplida ahora sustituimos y evaluo

$10xe^{x^2} - 2x(5e^{x^2} - 1) = 2x$

$\cancel{10xe^{x^2}} - \cancel{10xe^{x^2}} + 2x = 2x \rightarrow \overbrace{2x = 2x}^{\text{igualdad}}$

$\therefore y = 5e^{x^2} - 1$ es solución PVI para la ED

5) Demuestra que $P(t) = P_0 e^{at}$ es solución del PVI $\frac{dP}{dt} = aP$ sujeto $P(0) = P_0$ donde a y P_0 son constantes

$P(0) = P_0 e^{a(0)} \rightarrow P_0 \cdot 1 = P_0 \rightarrow$ condición bien

vamos a sustituir

$$\frac{dP}{dt} = a\rightarrow \frac{d(P_0 e^{at})}{dt} \rightarrow P_0 \cdot a \cdot e^{at} \rightarrow P_0 a e^{at}$$

$aP_0 e^{at} = a(P_0 e^{at})$ $\therefore$ si es solución PVI

6) Demuestra que $T(t) = T_m + Ce^{-Kt}$ es solución general de la ED $dT/dt = -K(T - T_m)$ donde $K > 0$, C y $T_m \in \mathbb{R}$ son constantes

• Tiene 1 constante ✓ $\frac{dT}{dt} = \frac{d(T_m + Ce^{-Kt})}{dt}$

$$\cancel{\frac{d(T_m)}{dt}} + \frac{d(Ce^{-Kt})}{dt} \rightarrow C \cdot -K \cdot e^{-KT}$$

$-KCe^{-Kt}$

Sustituyo $\rightarrow -KCe^{-Kt} = -K(T_m + Ce^{-Kt} - T_m)$

$-KCe^{-Kt} = -KCe^{-Kt}$ $\therefore$ es solucion de la ED

$12x^2e^{2x} + 24xe^{2x} + 6e^{2x} - 4(6x^2e^{2x} + 6xe^{2x}) +$
$4(3x^2e^{2x}) = 6e^{2x}$

$\cancel{12x^2e^{2x}} + \cancel{24xe^{2x}} + 6e^{2x} - \cancel{24x^2e^{2x}} - \cancel{24xe^{2x}} +$
$\cancel{12x^2e^{2x}} = 6e^{2x} \rightarrow 6e^{2x} = 6e^{2x}$ //

Entonces $y(x) = 3x^2e^{2x}$ es solución para la ED

3) Demuestra que $y = 3x^{-4} - x^2$ es una solución de la ED $x^2y'' + 2xy' - 12y = 6x^2$

$y = 3x^{-4} - x^2 \rightarrow \frac{d(3x^{-4})}{dx} - \frac{dx^2}{x} = -12x^{-5} - 2x$

$y'' = \frac{d(-12x^{-5})}{dx} - \frac{d(2x)}{dx} = 60x^{-6} - 2$

$x^2(60x^{-6} - 2) + 2x(-12x^{-5} - 2x) - 12(3x^{-4} - x^2) = 6x^2$

$60x^4 - 2x^2 + -24x^{-4} - 4x^2 - 36x^{-4} + 12x^2$

$60x^4 - 24x^{-4} - 36x^{-4} - 2x^2 - 4x^2 + 12x^2$

$60x^4 - 60x^{-4} + 6x^2 = 6x^2$

$60x^4 - \frac{60}{x^4} + 6x^2 = 6x^2 \therefore y = 3x^4 - x^2$
solo es solución en $x = 1, x = -1$

1. Clasifique las ecuaciones diferenciales

Ecuación	Orden	V.I	V.D	Lineal
$y' = x^2 + 5y$	1er	x	y	si
$y'' - 4 - 5y' = e^{3x}$	2do	x	y	si
$\frac{du}{dt} = k\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$	2do	x, t, k	u	si
$\frac{dP}{dt} = \sqrt{rP}$	1ero	t, r	P	no
$\frac{d^2x}{dt^2} - 3x = \sin t$	2do	t	x	si
$(2z + y)dx + (x - 3y)dy = 0$	1er	z	y, x	si

2. Demuestre que $y(x) = 3x^2 e^{2x}$ es una solución para $y'' - 4y' + 4y = 6e^{2x}$

$$y(x) = \underbrace{3x^2}_{u}\underbrace{e^{2x}}_{v} \rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{d(3x^2e^{2x})}{dx} = u\frac{dv}{dx} + v\frac{du}{dx}$$

$$3x^2 \cdot \frac{d(e^{2x})}{dx} + e^{2x} \cdot \frac{d(3x^2)}{x}$$

$$\frac{dy}{dx} = 3x^2 \cdot 2e^{2x} + e^{2x} \cdot 6x \rightarrow \boxed{6x^2e^{2x} + 6xe^{2x}}$$

$$\frac{d(6x^2e^{2x} + 6xe^{2x})}{dx} = \left(6x^2 \cdot 2e^{2x} + e^{2x} \cdot 12x\right) + \left(6x \cdot 2e^{2x} + e^{2x} \cdot 6\right.$$

$$\frac{d^2y}{dx} = \left(12x^2e^{2x} + 12xe^{2x}\right) + \left(12xe^{2x} + 6e^{2x}\right)$$

$$12x^2e^{2x} + 24xe^{2x} + 6e^{2x}$$