

## Tema 5

$$1) X \sim \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{4} & \frac{1}{6} & \frac{1}{12} \end{pmatrix} \quad a = ? \quad b = ?$$

$$Y = ax + 3b \quad (Y) = 0$$

$$\text{Var}(Y) = 1 \quad E$$

$$E(ax + 3b) = 0 \Leftrightarrow E(ax) + E(3b) = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow a E[X] + 3b = 0 \quad \text{---}$$

$$\text{Var}(ax + 3b) = 1 \Leftrightarrow \text{Var}(ax) + \text{Var}(3b) = 1 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow a^2 \text{Var}(x) + 0 = 1 \Leftrightarrow a^2 \text{Var}(x) = 1$$

$$E(x) = \frac{1}{2} + \frac{2}{4} + \frac{3}{6} + \frac{4}{12} = \frac{11}{6}$$

$$E(x^2) = 1 \cdot \frac{1}{2} + \frac{4}{4} + \frac{9}{6} + \frac{16}{12} = \frac{13}{3}$$

$$\text{Var}(x) = E[x^2] - E^2[x] = \frac{13}{3} - \frac{121}{36} = \frac{35}{36}$$

$$a^2 \text{Var}(x) = 1 \quad \left\{ \Rightarrow a^2 \cdot \frac{35}{36} = 1 \Rightarrow a^2 = \frac{36}{35} \right. \quad (\Rightarrow)$$

$$a E(x) + 3b = 0 \quad \left. \right\}$$

$$\Leftrightarrow a \approx \pm \frac{6}{\sqrt{35}}$$

$$- \frac{6}{\sqrt{35}} E(x) + 3b = 0 \pm \frac{6}{\sqrt{35}} \cdot \frac{11}{6} + 3b = 0 \Leftrightarrow b = \pm \frac{11}{\sqrt{35}}$$

Term 5

$$e \cdot \int_0^a \ln(x) dx = 1$$

$$f(x) = \ln \frac{ax}{x} \Rightarrow f'(x) = \frac{1}{\frac{ax}{x}} \cdot \frac{a}{x}$$

$$g'(x) = 1 \Rightarrow g(x) = x + c$$

$$\ln \left( \frac{1+e}{1-e} \right) = t \Rightarrow e = \frac{e^{-t}}{r+t}$$

$$l = \frac{1+c}{1-c}$$

## Tema 5

3) 9,6 abaterea frecvenței de apariție a stemei  
 $P = 0,5$

$n$  = nr de aruncări

$P$  = probabilitatea ca moneda aruncată să fie steme = 0,5

$J$  = nr de apariții a pagurii în  $n$  aruncări

$$Z = \frac{J - \mu}{\sigma} \Rightarrow Z = \frac{J - nP}{\sqrt{n}P(1-P)}$$

1 -  $P$  - nr de apariții a pagurii  
• a Camerii

Distribuția Binomială

$$\begin{cases} \mu = n \cdot P \\ \sigma = \sqrt{n}P(1-P) \end{cases}$$

$$P\left(\frac{J}{n} - P < 0,01\right) = 0,6$$

$$P\left(\frac{J - np}{\sigma} < 0,01\right) = 0,6$$

$$P(Z < 0,01 \cdot \sqrt{n} \cdot \frac{1}{\sqrt{P}} \cdot \frac{1}{\sqrt{1-P}}) = 0,6 \quad (=) \quad \text{pt. } Z$$

$$(2) P(Z < 0,01 \cdot \sqrt{n} \cdot \frac{1}{\sqrt{0,5}} \cdot \frac{1}{\sqrt{0,5}}) = 0,6$$

$$P(Z < 0,01 \cdot \sqrt{n} \cdot \frac{1}{\sqrt{0,5}}) = 0,6 \quad (=) \quad P(Z < 0,02 \cdot \sqrt{n}) = 0,6$$

Din tr. tabelul standardizat normal, rezultă că  $Z < 0,26$

$$0,26 \leq 0,02 \cdot \sqrt{n} \quad (=) \quad 13 \leq \sqrt{n} \quad (=) \quad n \approx 189$$

## Tema 5

4)  $n = 10 \quad \mu = 44 \text{ dB} \quad \sigma = 5 \text{ dB}$

Problema oferă valoarea derivației standard  $\Rightarrow$   
 $\Rightarrow$  se poate aplica testul  $Z \Rightarrow \bar{x} = 48 \text{ dB}$

$$Z = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} = \frac{48 - 44}{\frac{5}{\sqrt{10}}} = \frac{4}{\frac{5}{\sqrt{10}}} = \frac{4\sqrt{10}}{5} = 3,53$$

Din tabelul standard normal  $\Rightarrow P(Z > 3,53) =$

$$= 1 - 0,9943 = 0,0057, 0,57\%$$

5)  $n = 100, \mu = 66,3 \text{ kg} \quad \sigma = 15,6 \text{ kg} \quad \bar{x} = 70 \text{ kg}$

Pentru aplică tabelul  $Z \Rightarrow \bar{x} = 70 \text{ kg}$

$$Z = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} = \frac{70 - 66,3}{\frac{15,6}{\sqrt{100}}} = \frac{3,7}{\frac{15,6}{10}} = 2,37$$

Din tabelul standard normal  $P$

$$(Z > 2,37) = 1 - 0,9911 = 0,0089 = 0,89\%$$