# Упражнение №1

## Бройни системи. Алгоритми за преобразуване

Общият вид на числото *A* в позиционна система с основа *s* е:

$$\mathbf{A_{(s)} = a_{m-1}a_{m-2}\ldots a_k..a_0,a_{-1}a_{-2}\ldots.a_{-n}}$$

Например: $A_{(10)} = 12345{,}7896$ $B_{(2)} = 11011{,}011$ $C_{(16)} = 1F{,}5D$

В бройна система с основа **s** числото $A_{(s)}$ може да се представи чрез полинома:

$$\mathbf{A_{(s)}= a_{m-1}.s^{m-1} + a_{m-2}.s^{m-2} +\ldots + a_0.s^0 + a_{-1}.s^{-1} + a_{-2}.s^{-2} + \ldots +a_{-n}.s^{-n}} \qquad (1)$$

където: **A** – число в позиционна бройна система; **a** – цифра от бройната система; **s** – основа на системата; **i** – позиция (разряд) в записа на числото; $\mathbf{s^i}$ – тегло.

Например: $A_{(10)} = 1.10^4+2.10^3+3.10^2+4.10^1+5.10^0,7.10^{-1}+8.10^{-2}+9.10^{-3}+6.10^{-4}$.

## Алгоритми за преобразуване

I. Преобразуване на цяло число от десетична бройна система в бройна система с произволна основа S.

*Правило 1:* Числото ***A*** се дели последователно на основата на бройната система ***S***, като се записват цялата част ***R*** и остатъка $a_i$ от всяко деление. Алгоритъмът продължава до получаване на 0 за цялата част от делението. Накрая остатъците се записват в обратен ред.

*Алгоритъм 1:*

1. Установява се най-младшият разряд ***i=0***.
2. Разделя се числото ***A*** на основата ***S***.
3. Записва се цялата част ***R = A/S***.
4. Записва се остатъкът от делението $a_i$***=A-R.A***.
5. На числото A се присвоява получената цяла част от делението, т.е. ***A=R***.
6. Установява се следващият разряд, т.е. ***i=i+1***.
7. Повтарят се стъпки 2, 3, 4, 5, 6, докато ***R>0***.
8. При ***R<=0*** алгоритъмът завършва. Преобразуваното число се формира от остатъците, записани в обратен ред, т.е. $a_к a_{к-1} a_{к-2}\ldots a_0$.

Проверка може да се направи, като се приложи формула (1) за представяне на числата и се извършат съответните действия.

Пример 1.1:

Преобразуване на 41 в двоична бройна система:

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| i = 0 | R = 41/2 = 20 | $a_0 = 1$ | i = i+1 = 1 | A = R = 20 | |
| i = 1 | R = 20/2 = 10 | $a_1 = 0$ | i = i+1 = 2 | A = R = 10 | |
| i = 2 | R = 10/2 = 5 | $a_2 = 0$ | i = i+1 = 3 | A = R = 5 | |
| i = 3 | R = 5/2 = 2 | $a_3 = 1$ | i = i+1 = 4 | A = R = 2 | |
| i = 4 | R = 2/2 = 1 | $a_4 = 0$ | i = i+1 = 5 | A = R = 1 | |
| i = 5 | R = 1/2 = 0 | $a_5 = 1$ | | A = R = 0 | край |

$41_{(10)} = 101001_{(2)}$

Пример 1.2:

Преобразуване на 166 в осмична бройна система:

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| i = 0 | R = 166/8 = 20 | $a_0 = 6$ | i = i+1 = 1 | A = R = 20 | |
| i = 1 | R = 20/8 = 2 | $a_1 = 4$ | i = i+1 = 2 | A = R = 2 | |
| i = 2 | R = 2/8 = 0 | $a_2 = 2$ | | A = R = 0 | край |

$166_{(10)} = 246_{(8)}$

Пример 1.3:

Преобразуване на 166 в шестнадесетична бройна система:

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| i = 0 | R = 166/16 = 10 | $a_0 = 6$ | i = i+1 = 1 | A = R = 10 | |
| i = 1 | R = 10/16 = 0 | $a_1 = 10$ (A) | | A = R = 0 | край |

$166_{(10)} = A6_{(16)}$

II. Преобразуване на десетични дроби в бройна система с произволна основа ***S***.

*Правило 2*: Дробната част се умножава последователно с основата на бройната система ***S***. Цялата част от произведението ***P = A*S*** се записва като $a_i$, а дробната част – като **A** и участва в следващата стъпка (следващо умножение). Алгоритъмът продължава до получаване на 0 за дробната част. Възможен е случай на безкрайно преобразуване, при което трябва да се въведе допълнително условие за край (напр. брой знаци след десетичната запетая). Резултатът се формира от целите части $a_i$, записани в реда на получаването им.

*Алгоритъм 2:*

1. Установява се ***i = -1***.
2. Дробната част ***A*** се умножава с основата ***S***, т.е. ***P = A*S***.
3. Записва се цялата част от ***P*** като $a_i$.
4. На числото А се присвоява дробната част от ***P***.
5. Установява се следващият разряд, т.е. ***i=i-1***.
6. Повтарят се стъпки 2, 3, 4, 5, 6, докато ***A>0***.
7. При ***A<=0*** алгоритъмът завършва. Преобразуваното число се формира от целите части: $a_{-1}a_{-2}a_{-3}\ldots$.

Проверка може да се направи, като се приложи формула (1) за представяне на числата и се извършат съответните действия.

Пример 2.1:

Преобразуване на 0,0625 в двоична бройна система:

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| i = -1 | P = 0,0625 * 2 = 0,125 | $a_{-1} = 0$ | i = i-1 = -2 | A = R = 0,125 | |
| i = -2 | P = 0,125 * 2 = 0,25 | $a_{-2} = 0$ | i = i-1 = -3 | A = R = 0,25 | |
| i = -3 | P = 0,25 * 2 = 0,5 | $a_{-3} = 0$ | i = i-1 = -4 | A = R = 0,5 | |
| i = -4 | P = 0,5 * 2 = 1,0 | $a_{-4} = 1$ | | A = R = 0 | край |

$0,0625_{(10)} = 0,0001_{(2)}$

Пример 2.2:

Преобразуване на 0,0625 в осмична бройна система:

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| i = -1 | P = 0,0625 * 8 = 0,5 | $a_{-1} = 0$ | i = i-1 = -2 | A = R = 0,5 | |
| i = -2 | P = 0,5 * 8 = 4,0 | $a_{-2} = 4$ | | A = R = 0 | край |

$0,0625_{(10)} = 0,04_{(8)}$

Пример 2.3:

Преобразуване на 0,013625 в шестнадесетична бройна система:

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| $i = -1$ | $P = 0{,}013625 * 16 = 0{,}218$ | $a_{-1} = 0$ | $i = i-1 = -2$ | $A = R = 0{,}218$ |
| $i = -2$ | $P = 0{,}218 * 16 = 3{,}488$ | $a_{-2} = 3$ | $i = i-1 = -3$ | $A = R = 0{,}488$ |
| $i = -3$ | $P = 0{,}488 * 16 = 7{,}808$ | $a_{-3} = 7$ | $i = i-1 = -4$ | $A = R = 0{,}808$ |
| $i = -4$ | $P = 0{,}808 * 16 = 12{,}928$ | $a_{-4} = 12(C)$ | $i = i-1 = -5$ | $A = R = 0{,}928$ |
| $i = -5$ | $P = 0{,}928 * 16 = 14{,}848$ | $a_{-5} = 14(E)$ | $i = i-1 = -6$ | $A = R = 0{,}848$ |
| $i = -6$ | $P = 0{,}848 * 16 = 13{,}568$ | $a_{-6} = 13(D)$ | $i = i-1 = -7$ | $A = R = 0{,}568$ … |

$0{,}013625_{(10)} \approx 0{,}037CED_{(16)}$...

III. Преобразуване на смесени числа в бройна система с произволна основа ***S***.

*Правило 3*: Цялата част от числото се преобразува по *Алгоритъм 1*, а дробната част – по *Алгоритъм 2*. Резултатите се записват последователно, разделени със запетая.

Пример 3.1:

Преобразуване на $41{,}0625_{(10)}$ в двоична бройна система:

$41_{(10)} = 101001_{(2)}$ (виж Пример 1.1)
$0{,}0625_{(10)} = 0{,}0001_{(2)}$ (виж Пример 2.1)
$41{,}0625_{(10)} = 101001{,}\ 0001_{(2)}$

Пример 3.2:

Преобразуване на $166{,}25_{(10)}$ в осмична бройна система:

$166_{(10)} = 246_{(8)}$ (виж Пример 1.2)
$0{,}25_{(10)} = 0{,}2_{(8)}$
$166{,}25_{(10)} = 246{,}\ 2_{(8)}$

IV. Задачи за самостоятелна работа

1. Да се преобразуват от десетична в двоична бройна система дадените числа, като се използват алгоритмите за преобразуване:

   а) 23 б) 128 в) 107,625 г) 34,724

2. Да се преобразуват от десетична в осмична бройна система числата:

   а) 245 б) 64 в) 128,0625 г) 166,00125

3. Да се преобразуват от десетична в шестнадесетична бройна система числата:

   а) 312 б) 256 в) 123,456 г) 317,03125

4. Да се преобразуват от двоична в десетична бройна система дадените числа, като се използва формулата за представяне:

   а) 100011 б) 1000000 в) 1101001,101 г) 1001,1011

5. Да се преобразуват от осмична в десетична бройна система числата:

   а) 53 б) 100 в) 151,4 г) 23,74

6. Да се преобразуват от шестнадесетична в десетична бройна система числата:

   а) 16F б) 19 в) 4A,CD г) 7F,08

## Съкратени преобразувания

I. Преобразуване от двоична в шестнадесетична система.

*Правило 4:* Групират се битовете в групи по четири, започвайки от десетичната запетая надясно и наляво. Всяка група от четири бита се конвертира в шестнадесетична цифра. При необходимост се добавят водещи и/или крайни нули.

<u>Пример 4.1</u>:

Преобразуване на $10111111011,001101_{(2)}$ в шестнадесетична бройна система:

$$\underbrace{\mathbf{0101}}_{\mathbf{5}}\;\underbrace{\mathbf{1111}}_{\mathbf{F}}\;\underbrace{\mathbf{1011}}_{\mathbf{B}}\;\mathbf{,}\;\underbrace{\mathbf{0011}}_{\mathbf{3}}\;\underbrace{\mathbf{0100}}_{\mathbf{4}}$$

$10111111011,001101_{(2)}=5FB,34_{(16)}$

II. Преобразуване от шестнадесетична в двоична система

*Правило 5:* Всяка шестнадесетична цифра се представя чрез четири двоични цифри. Ако е необходимо, се добавят водещи нули.

<u>Пример 4.2</u>:

Преобразуване на $47C,A6_{(16)}$ в двоична бройна система:

**4 7 C , A 6**

**0100 0111 1100 , 1010 0110**

$47C, A6_{(16)}=10001111100,10100110_{(2)}$

III. Преобразуване от двоична в осмична система.

*Правило 6:* Групират се битовете в групи по три, започвайки от десетичната запетая надясно и наляво. Всяка група от три бита се конвертира в осмична цифра. При необходимост се добавят водещи и/или крайни нули.

<u>Пример 4.3</u>:

Преобразуване на $10111111011,001101_{(2)}$ в осмична бройна система:

$$\underbrace{\mathbf{010}}_{\mathbf{2}}\;\underbrace{\mathbf{111}}_{\mathbf{7}}\;\underbrace{\mathbf{111}}_{\mathbf{7}}\;\underbrace{\mathbf{011}}_{\mathbf{3}}\;\mathbf{,}\;\underbrace{\mathbf{001}}_{\mathbf{1}}\;\underbrace{\mathbf{10}}_{\mathbf{5}}$$

$10111111011,001101_{(2)} = 2773,15_{(8)}$

IV. Преобразуване от осмична в двоична система.

*Правило 7:* Всяка осмична цифра се представя чрез три двоични цифри. Ако е необходимо, се добавят водещи нули.

<u>Пример 4.4</u>:

Преобразуване на $573,126_{(8)}$ в двоична бройна система:

**5 7 3 , 1 2 6**

**101 111 011 , 001 010 110**

$573,126_{(8)} = 101111011,001010110_{(2)}$

V. Преобразуване от шестнадесетична в осмична система.

*Правило 8:* Използват се две съкратени преобразувания: 1) от шестнадесетична в двоична система; 2) от двоична в осмична система.

VI. Преобразуване от осмична в шестнадесетична система

*Правило 9:* Използват се две съкратени преобразувания: 1) от осмична в двоична система; 2) от двоична в шестнадесетична система.

VII. Задачи за самостоятелна работа

1. Като се използват съкратени преобразувания, да се извършат съответните действия:

   а) $1000111001{,}1010_{(2)}$ – в осмична бройна система;

   б) $1100111010{,}0111_{(2)}$ – в шестнадесетична бройна система;

   в) $152{,}65_{(8)}$ – в двоична бройна система;

   г) $5A6C{,}F4_{(16)}$ – в двоична бройна система;

   д) $53{,}7_{(8)}$ – в шестнадесетична бройна система.