

Estrutura de Dados

Ordenação em tempo linear

Prof. Dr. Daniel Vecchiato

Agenda

- ▣ Introdução
- ▣ Bucket sort
- ▣ Ordenação por contagem
- ▣ Exercícios

Introdução

- ▣ Vários métodos de ordenação já foram vistos
 - ▣ Todos usando ordenação por comparação
 - ▣ Melhor caso: $O(n \log n)$
- ▣ É possível existir algoritmos melhores, assumindo que:
 - ▣ A entrada possui determinadas características
 - ▣ Respeitando algumas restrições
 - ▣ Ou seja, para aplicar em casos bem específicos

Introdução

- ▣ Nesses casos, pode ser alcançado um desempenho linear
 - ▣ $O(n)$
- ▣ Exemplos deste tipo de algoritmo
 - ▣ Ordenação por contagem (Counting sort)
 - ▣ Bucket sort

Bucket sort

- ▣ Pressupõe que:
 - ▣ As chaves estão uniformemente distribuídas em um intervalo conhecido
- ▣ Casos
 - ▣ Bons
 - ▣ 1 2 3 4 5
 - ▣ -20 -10 0 10 20
 - ▣ Ruins
 - ▣ 1 1 1 1 1 1 99
 - ▣ -900 -800 -700 -9 -8 -7 0 0 0 1 1 1
- ▣ Pode-se adotar o intervalo de 0 a 1

Bucket sort

■ Ideia

- Dividir o intervalo total (0 a 1, por exemplo) em n subintervalos de mesmo tamanho
 - Chamado aqui de “baldes”
- Separar cada valor do conjunto de dados nos seus respectivos baldes
- Caso a entrada seja realmente uniformemente distribuída, não haverá muitos números em cada balde
- Deve ser ordenado os poucos números em cada balde
- E, por fim, gerar a saída lendo os números ordenados em cada balde, sequencialmente do 1º balde ao último

Bucket sort

▣ Algoritmo

```
#define TAM_BUCKET 100  
#define NUM_BUCKET 10
```

```
typedef struct {  
    int chave;  
} TItem;
```

```
typedef struct {  
    int quantidade;  
    TItem balde[TAM_BUCKET];  
} Bucket;
```

- ▣ As constantes dirão quantos baldes serão criados e quais as suas capacidades
- ▣ Cada balde (Bucket) contém um vetor de TItem e a quantidade de elementos que esse balde possui no momento

Bucket sort

▣ Algoritmo

```
void bucketSort (TItem *v, int n)
{
    Bucket b[NUM_BUCKET];
    int i, j, k;

    for (i=0; i < NUM_BUCKET; i++)
        b[i].quantidade = 0;
    ...
}
```

- ▣ O método inicia zerando todos os baldes criados

Bucket sort

▣ Algoritmo

```
void bucketSort (TItem *v, int n){
    ...
    for( i=0; i < n; i++){
        j = NUM_BUCKET - 1;
        while (1){
            if (j < 0)
                break;
            if (v[i].chave >= j*10) {
                b[j].balde[b[j].quantidade] = v[i];
                (b[j].quantidade)++;
                break;
            }
            j--;
        }
    }
    ...
}
```

- ▣ Verificando em qual balde cada elemento será posicionado

Bucket sort

▣ Algoritmo

```
void bucketSort (TItem *v, int n) {  
    ...  
    for (i=0; i < NUM_BUCKET; i++)  
        if (b[i].quantidade > 0)  
            insertionSort (b[i].balde,  
b[i].quantidade);  
    ...  
}
```

▣ Ordenando com InsertionSort os valores de cada balde

Bucket sort

▣ Algoritmo

```
void bucketSort (TItem *v, int n) {  
    ...  
    i = 0;  
    for (j=0; j < NUM_BUCKET; j++) {  
        for (k=0; k < b[j].quantidade; k++) {  
            v[i] = b[j].balde[k];  
            i++;  
        }  
    }  
}
```

- ▣ Recuperando os elementos de cada balde no vetor original
- ▣ Obtendo o resultado final

Ordenação por contagem

- Pressupõe que:

- Cada um dos n elementos de entrada é um inteiro no intervalo de 0 a $k-1$

- Ideia

- Contar, para cada elemento x do conjunto de dados, quantos valores são menores que x
- Essa informação servirá para inserir o elemento x diretamente em sua posição no conjunto ordenado

- Exemplo

- Se é possível saber que 5 elementos são menores que x , então x deve ser posicionado na 6ª posição do vetor
- Um cuidado especial deve ser tomado para números repetidos, para que eles não sejam inseridos sempre na mesma posição

Ordenação por contagem

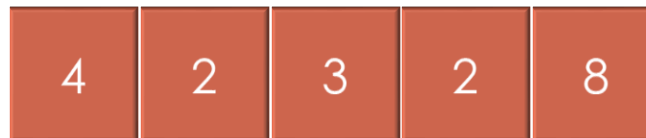
▣ Algoritmo

```
void contagem (TItem *A, TItem *B, int n, int k) {  
    int i, C[k];
```

- ▣ $A[0, \dots, n-1]$: Vetor de entrada
- ▣ $B[0, \dots, n-1]$: Vetor para armazenar a saída ordenada
- ▣ $C[0, \dots, k]$: Vetor utilizado para armazenamento temporário
- ▣ n : Tamanho do vetor
- ▣ $0 \dots k-1$: Faixa de valores existente no vetor A

▣ Ex:

▣ Vetor a ser ordenado:



▣ $N = 5$

▣ $K = 9$

Ordenação por contagem

4	2	3	2	8
---	---	---	---	---

▣ Algoritmo

```
void contagem (TItem *A, TItem *B, int n, int k) {  
    int i, C[k];  
    for (i = 0; i < k; i++)  
        C[i] = 0;  
  
    for (i = 0; i < n; i++)  
        C[A[i].chave] = C[A[i].chave] + 1;
```

- ▣ Cada índice do vetor C irá armazenar quantos elementos existem no conjunto de entradas com o respectivo valor
- ▣ Se depois deste loop, houver o valor 2 na posição 3, quer dizer que há dois elementos com o valor 3 no vetor A (conjunto de entrada)

0	0	2	1	1	0	0	0	1
---	---	---	---	---	---	---	---	---

Ordenação por contagem

▣ Algoritmo

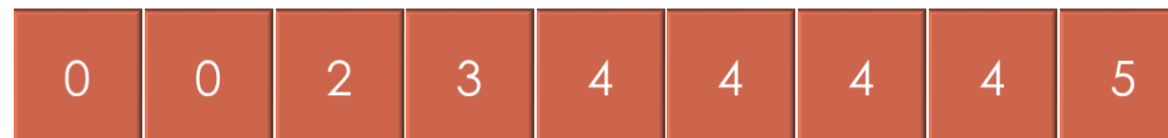
```
void contagem (TItem *A, TItem *B, int n, int k) {  
    ...  
  
    for (i = 1; i < k; i++)  
        C[i] = C[i] + C[i-1];
```

- ▣ Agora em cada posição de $C[i]$ contém o número de elementos menores ou iguais a i
- ▣ Se houver o valor 4 na posição 5, quer dizer que há quatro elementos menores ou iguais a 5

▣ Antes:



▣ Depois:



Ordenação por contagem

▣ Algoritmo

```
void contagem (TItem *A, TItem *B, int n, int k) {  
    ...  
    for (i = n-1; i >= 0; i--) {  
        B[C[A[i].chave]-1] = A[i];  
        C[A[i].chave] = C[A[i].chave] - 1;  
    }  
}
```

▣ O último loop posiciona cada elemento no seu lugar ordenado

▣ A cada iteração, o vetor C decrementa a chave utilizada

▣ Vetor A:

4	2	3	2	8
---	---	---	---	---

▣ Vetor C:

0	0	0	2	3	4	4	4	4
---	---	---	---	---	---	---	---	---

▣ Vetor B:

2	2	3	4	8
---	---	---	---	---

Ordenação por contagem

▣ Algoritmo

```
void contagem (TItem *A, TItem *B, int n, int k) {  
    int i, C[k];  
    for (i = 0; i < k; i++)  
        C[i] = 0;  
  
    for (i = 0; i < n; i++)  
        C[A[i].chave] = C[A[i].chave] + 1;  
  
    for (i = 1; i < k; i++)  
        C[i] = C[i] + C[i-1];  
  
    for (i = n-1; i >= 0; i--) {  
        B[C[A[i].chave]-1] = A[i];  
        C[A[i].chave] = C[A[i].chave] - 1;  
    }  
}
```

Exercícios

- ▣ Implemente o método de ordenação por contagem
- ▣ Implemente o método bucket sort

Estrutura de Dados

Material elaborado por:
Thiago Meirelles Ventura

Baseado em:

- Ascencio, A. F. G; Araújo, G. S. Estruturas de Dados. Pearson, 2011.
- Cormen, T. H.; Leiserson, C. E.; Rivest, R. L.; Stein, C. Algoritmos: teoria e prática. Elsevier, 2002.
- Aulas do Prof. Reinaldo Silva Fortes
(<http://www.decom.ufop.br/reinaldo/>)