

Cálculo Diferencial

Erick Asiain De la Luz
Cecyt 9 "Juan de Dios Bátiz"

Problemario. Continuidad

1. En los siguientes ejercicios establezca si la función indicada es continua en 3. Si no es continua, explique por qué.

a) $f(x) = (x - 3)(x - 4)$

b) $h(x) = \frac{3}{x - 3}$

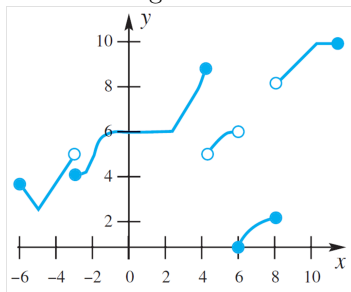
c) $g(t) = \sqrt{t - 4}$

d) $h(x) = \frac{x^2 - 9}{x - 3}$

e) $r(t) = \begin{cases} \frac{t^3 - 27}{t - 3} & \text{si } t \neq 3 \\ 27 & \text{si } t = 3 \end{cases}$

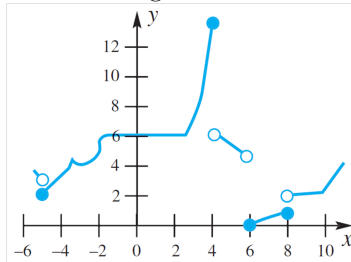
2. Con base en la gráfica de g de la Figura 1, indique los valores en donde g es discontinua. Para cada uno de estos valores establezca si g es continua por la derecha, por la izquierda o ninguna.

Figura 1:



3. A partir de la gráfica h dada en la Figura 2, indique los intervalos donde h es continua.

Figura 2:



4. En los siguientes problemas, la función dada no está definida en cierto punto ¿Cómo debe definirse para hacerla continua en ese punto?

a) $f(x) = \frac{x^2 - 49}{x - 7}$

b) $h(x) = \frac{2x^2 - 18}{3 - x}$

c) $g(t) = \frac{\sqrt{t} - 1}{t - 1}$

5. En los siguientes problemas, ¿en que puntos, si los hay, las funciones son discontinuas?

a) $f(x) = \frac{33 - x^2}{x\pi + 3x - 3\pi - x^2}$

b) $h(u) = \frac{2u + 7}{\sqrt{u + 5}}$

c) $g(t) = \frac{1}{\sqrt{4 + t^2}}$

d) $r(x) = \begin{cases} x & \text{si } x < 0 \\ x^2 & \text{si } 0 \leq x \leq 1 \\ 2 - x & \text{si } x > 1 \end{cases}$

e) $r(x) = \begin{cases} x^2 & \text{si } x < 0 \\ -x & \text{si } 0 \leq x \leq 1 \\ x & \text{si } x > 1 \end{cases}$

6. ¿En que intervalos las siguientes funciones son continuas?

a) $y = \frac{1}{x - 2} - 3x$

b) $y = \frac{1}{(x + 2)^2} + 4$

c) $y = \frac{x + 1}{x^2 - 4x + 3}$

d) $y = \sqrt{2x + 3}$

e) $r(x) = \begin{cases} \frac{x^3 - 8}{x^2 - 4} & \text{si } x \neq \pm 2 \\ 3 & \text{si } x = 2 \\ 4 & \text{si } x = -2 \end{cases}$

7. Encuentre los valores de a y b de modo que las funciones siguientes sean continuas en todas partes.

a) $f(x) = \begin{cases} x + 1 & \text{si } x < 1 \\ ax + b & \text{si } 1 \leq x < 2 \\ 3x & \text{si } x \geq 2 \end{cases}$

b) $f(x) = \begin{cases} x^2 - 1 & \text{si } x < 3 \\ 2ax & \text{si } x \geq 3 \end{cases}$

c) $g(x) = \begin{cases} x & \text{si } x < -2 \\ bx^2 & \text{si } x \geq -2 \end{cases}$

d) $f(x) = \begin{cases} a^2x - 2a & \text{si } x \geq 2 \\ 12 & \text{si } x < 2 \end{cases}$

$$\begin{aligned} \text{e) } f(x) &= \begin{cases} \frac{x-b}{b+1} & \text{si } x < 0 \\ x^2 + b & \text{si } x > 0 \end{cases} \\ \text{f) } f(x) &= \begin{cases} -2 & \text{si } x \leq -1 \\ ax - b & \text{si } -1 < x < 1 \\ 3 & \text{si } x \geq 1 \end{cases} \\ \text{g) } f(x) &= \begin{cases} ax + 2b & \text{si } x \leq 0 \\ x^2 + 3a - b & \text{si } 0 < x \leq 2 \\ 3x - 5 & \text{si } x > 2 \end{cases} \end{aligned}$$

8. Resuelve los siguientes problemas.

- a) Una compañía de teléfonos celulares cobra \$0,12 por hacer una llamada más \$0,08 por minuto o fracción (por ejemplo, una llamada telefónica que dure 2 minutos y 5 segundos cuesta \$0,12 + 3 × \$0,08). Haga el bosquejo de una gráfica del costo de una llamada como función de la duración t de la llamada. Analice la continuidad de esta función.
- b) Una compañía que renta automóviles cobra \$20 por día, con 200 millas incluidas. Por cada 100 millas adicionales, o cualquier fracción de éstas, se cobra \$18. Haga un bosquejo de una gráfica del costo por la renta de un automóvil durante un día como función de las millas recorridas. Analice la continuidad de esta función.
- c) La fuerza gravitacional ejercida por la Tierra sobre un objeto que tiene masa m y que se encuentra a una distancia r del centro de la Tierra es:

$$g(r) = \begin{cases} \frac{GMmr}{R^3} & \text{si } r < R \\ \frac{GMm}{r^2} & \text{si } r \geq R \end{cases}$$

Aquí G es la constante gravitacional, M es la masa de la Tierra y R es el radio de la Tierra. ¿Es g una función continua de r ?