Основы программирования Задание 4, функции, простые сортировки и перестановки

Задача 1. НОД

Источник: базовая
Имя входного файла: input.txt
Имя выходного файла: output.txt
Ограничение по времени: 1 секунда
Ограничение по памяти: разумное

Наибольшим общим делителем целых чисел A и B называется такое целое число D, что:

- D > 0;
- \bullet A и B делятся на D без остатка;
- D максимально при выполнении первых двух условий.

Заметим, что НОД существует всегда, кроме случая A = B = 0.

Требуется найти наибольший общий делитель двух чисел.

Формат входных данных

Во входном файле записаны через пробел два целых числа A и B $(0 \leqslant A, B \leqslant 10^9, A+B>0).$

Формат выходных данных

В выходной файл необходимо вывести одно целое число – наибольший общий делитель заданных чисел.

| input.txt | output.txt |
|-----------|------------|
| 40 12 | 4 |

Задача 2. Сортировка вставками

Источник: базовая
Имя входного файла: input.txt
Имя выходного файла: output.txt
Ограничение по времени: 6 секунд
Ограничение по памяти: разумное

Отсортировать заданную последовательность целых чисел методом вставок.

Формат входных данных

В первой строке входного файла записано целое число N – длина последовательности (1 $\leq N \leq 10^5$).

В следующей строке через пробел записано N целых чисел. Все числа по модулю не превосходят 10^6 .

Формат выходных данных

В выходной файл необходимо вывести заданную последовательность в отсортированном по возрастанию виде. Числа выводить через пробел в одну строку.

| input.txt | output.txt |
|-------------|-------------|
| 5 | -3 1 4 5 12 |
| 12 5 1 -3 4 | |

Задача 3. Таблица инверсий

Источник: базовая
Имя входного файла: input.txt
Имя выходного файла: output.txt
Ограничение по времени: 1 секунда
Ограничение по памяти: разумное

Для заданной перестановки построить соответствующую ей таблицу инверсий.

Формат входных данных

В первой строке входного файла записано целое число N — длина перестановки (1 $\leq N \leq 1000$) .

Во второй строке через пробел записаны различные натуральные числа $a_1, a_2, \dots a_N$, принимающие значения от 1 до N.

Формат выходных данных

В выходной файл необходимо вывести через пробел N целых чисел, которые будут образовывать таблицу инверсий для заданной перестановки.

| input.txt | output.txt |
|-----------------|-----------------|
| 8 | 7 1 2 4 0 2 0 0 |
| 5 2 7 3 8 6 4 1 | |

Задача 4. Сортировка выбором

Источник: основная Имя входного файла: input.txt Имя выходного файла: output.txt Ограничение по времени: 9 секунд Ограничение по памяти: разумное

Отсортировать заданную последовательность целых чисел методом выбора

Формат входных данных

В первой строке входного файла записано целое число N – длина последовательности (1 $\leq N \leq 10^5$).

В следующей строке через пробел записано N целых чисел. Все числа по модулю не превосходят 10^6 .

Формат выходных данных

В выходной файл необходимо вывести заданную последовательность в отсортированном по возрастанию виде. Числа выводить через пробел в одну строку.

| input.txt | output.txt |
|-------------|-------------|
| 5 | -3 1 4 5 12 |
| 12 5 1 -3 4 | |

Задача 5. Шейкер-сортировка

Источник: основная Имя входного файла: input.txt Имя выходного файла: output.txt Ограничение по времени: 14 секунд Ограничение по памяти: разумное

Отсортировать заданную последовательность целых чисел шейкер-сортировкой.

Формат входных данных

В первой строке входного файла записано целое число N – длина последовательности (1 $\leq N \leq 10^5$).

В следующей строке через пробел записано N целых чисел. Все числа по модулю не превосходят $10^6.$

Формат выходных данных

В выходной файл необходимо вывести заданную последовательность в отсортированном по возрастанию виде. Числа выводить через пробел в одну строку.

| input.txt | output.txt |
|-------------|-------------|
| 5 | -3 1 4 5 12 |
| 12 5 1 -3 4 | |

Задача 6. Восстановление перестановки

Источник: основная Имя входного файла: input.txt Имя выходного файла: output.txt Ограничение по времени: 1 секунда Ограничение по памяти: разумное

По заданной таблице инверсий восстановить соответствующую ей перестановку.

Формат входных данных

В первой строке входного файла записано целое число N — длина таблицы инверсий (1 $\leq N \leq 10^3$).

Во второй строке через пробел записаны натуральные числа $a_1, a_2, \dots a_N$, принимающие значения в диапазоне от 0 до N-1, образующие таблицу инверсий.

Формат выходных данных

В выходной файл необходимо вывести соответствующую заданной таблице инверсий перестановку.

Если таблица инверсий задана некорректно, то вывести слово NO.

| input.txt | output.txt |
|-----------------|-----------------|
| 8 | 5 2 7 3 8 6 4 1 |
| 7 1 2 4 0 2 0 0 | |
| 3 | NO |
| 1 0 1 | |

Задача 7. Следующая по алфавиту перестановка

Источник: основная Имя входного файла: input.txt Имя выходного файла: output.txt Ограничение по времени: 1 секунда Ограничение по памяти: разумное

Для заданной перестановки чисел от 1 до N построить следующую за ней по алфавиту перестановку.

Формат входных данных

В первой строке входного файла записано целое число N – длина перестановки (1 $\leq N \leq 10^3$).

Во второй строке через пробел записаны различные натуральные числа $a_1, a_2, \dots a_N$, принимающие значения от 1 до N.

Формат выходных данных

В выходной файл необходимо вывести через пробел N заданных чисел, которые будут образовывать следующую по алфавиту перестановку для заданной.

Если следующей по алфавиту перестановки не существует, то вывести первую.

| input.txt | output.txt |
|-----------------|-----------------|
| 8 | 5 2 7 4 1 3 6 8 |
| 5 2 7 3 8 6 4 1 | |

Задача 8. НОК

Источник: повышенной сложности

Имя входного файла: input.txt
Имя выходного файла: output.txt
Ограничение по времени: 1 секунда
Ограничение по памяти: разумное

Наименьшим общим кратным целых чисел A и B называется такое целое число M, что:

- 1. M > 0,
- $2. \ M$ делится на A и на B без остатка,
- 3. М минимально при выполнении условий 1 и 2.

Требуется найти наименьшие общие кратные заданных пар чисел.

Формат входных данных

В первой строке входного файла записано число N — количество пар чисел $(1\leqslant N\leqslant 5000).$

В каждой из следующих N строк записано по два числа A_i и B_i ($1 \le A_i, B_i \le 10^9$).

Формат выходных данных

Каждая строка выходного файла должна содержать одно целое число – $HOK(A_i, B_i)$.

| input.txt | output.txt |
|-------------|------------|
| 6 | 15 |
| 3 5 | 60 |
| 20 12 | 9999 |
| 1 9999 | 1109889 |
| 999 9999 | 225000 |
| 45000 75000 | 640000 |
| 1024 10000 | |

Задача 9. Функция

Источник: повышенной сложности

Имя входного файла: input.txt
Имя выходного файла: output.txt
Ограничение по времени: 1 секунда
Ограничение по памяти: разумное

Пусть P — множество целых чисел от 1 до N. Задано отношение R на множестве $P \times P$. Отношение задаётся списком принадлежащих ему элементов: множеством пар $(x,y) \in P \times P$. Для заданного отношения R требуется определить:

- 1. Является ли R функцией: $\forall x \in P$: $(x,u) \in R$ и $(x,v) \in R \Rightarrow u = v$ отсутствует многозначность.
- 2. Является ли R всюду определённой функцией: R является функцией и $\forall x \in N \; \exists \; y \mid (x,y) \in R$ значение определено на всём множестве P.
- 3. Является ли R инъекцией: $(x, u) \in R$ и $(y, u) \in R \Rightarrow x = y$.
- 4. Является ли R сюръекцией: $\forall u \in N \exists x \mid (x, u) \in R$.
- 5. Является ли R биекцией: отношение R и инъективно, и сюръективно.

Формат входных данных

Первая строка входного файла содержит два целых числа N и M, записанных через пробел – размер множества и количество пар $(1 \le N \le 300, 1 \le M \le N^2)$.

В следующих M строках записано по два целых числа x и y – элементы отношения $R(1 \leq x, y \leq N)$. Гарантируется, что все пары различны.

Формат выходных данных

Если отношение R не удовлетворяет ни одному из описанных свойств, то в выходной файл нужно вывести число 0.

В противном случае необходимо вывести через пробел номера свойств, которыми обладает отношение R, в порякде увеличения значений.

| input.txt | output.txt |
|-----------|------------|
| 3 5 | 0 |
| 1 2 | |
| 3 3 | |
| 1 3 | |
| 1 1 | |
| 2 1 | |
| 5 2 | 1 |
| 1 3 | |
| 2 3 | |
| 5 2 | 1 3 |
| 1 3 | |
| 2 5 | |
| 3 3 | 1 2 3 4 5 |
| 1 1 | |
| 2 3 | |
| 3 2 | |

Задача 10. Количество боксов

Источник: повышенной сложности

Имя входного файла: input.txt
Имя выходного файла: output.txt
Ограничение по времени: 1 секунда
Ограничение по памяти: разумное

Во входном файле содержится целое число N ($1 \le N \le 10^9$). Нужно найти количество прямоугольных параллелепипедов с целочисленными сторонами, объём которых не превышает N. Параллелепипеды, которые можно перевести друг в друга с помощью поворота, считаются одинаковыми.

Замечание: Ответ к этой задаче может быть настолько большим, что не войдёт в переменную типа int. Используйте 64-битный тип следующим образом:

```
long long answer;
answer = 1000000000;
answer = answer * 1000000000;
printf("%lld", answer);
```

Пример

| input.txt | output.txt |
|-----------|-------------|
| 10 | 16 |
| 100000000 | 39218340164 |

Пояснение к примеру

Вот все возможные тройки размеров из первого примера:

- 1 1 1
- 1 1 2
- 113
- 1 1 4
- 115
- 1 1 6
- 117
- 1 1 8
- 119
- 1 1 0
- 1 2 2
- 1 2 3
- 124
- 1 2 5
- 133
- 2 2 2