



TEORI HIMPUNAN

2.1 HIMPUNAN

Salah satu kemampuan yang kita kuasai setelah kita mempelajari logika proposisi adalah kemampuan untuk membedakan. Membedakan apakah tautologi, kontradiksi atau bentuk proposisi yang lain, membedakan apakah proposisi bernilai benar atau salah, membedakan apakah kuantor universal atau existential.

Untuk dapat menguasai teori himpunan, kemampuan untuk membedakan sangat diperlukan, karena himpunan merupakan kumpulan benda atau objek yang didefinisikan secara jelas. Himpunan dapat dipandang sebagai kumpulan benda-benda yang berbeda tetapi dalam satu segi dapat ditanggapi sebagai suatu kesatuan. Objek-objek ini disebut anggota atau elemen himpunan.

Notasi:

Himpunan : A, B, C, \dots

Anggota himpunan : a, b, c, \dots

Contoh:

Kita definisikan himpunan software under windows, maka kita menulis

$$A = \{\text{MsWord, MsExcel, Ms PowerPoint, ...}\}$$

atau

$$B = \{x \mid x \text{ software under windows}\}$$

Cara menuliskan himpunan A disebut menulis secara tabulasi
Cara menuliskan himpunan B disebut menulis secara deskripsi.

Masing-masing objek dalam himpunan A disebut anggota atau elemen himpunan, dituliskan

$$x \in A \quad \text{artinya } x \text{ anggota himpunan } A$$

$$x \notin A \quad \text{artinya } x \text{ bukan anggota himpunan } A$$

2.1.1 Kardinalitas

Jumlah elemen di dalam A disebut kardinal dari himpunan A.

Notasi: $n(A)$ atau $|A|$

Contoh.

$B = \{x \mid x \text{ merupakan bilangan prima yang lebih kecil dari } 20\}$,

atau $B = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19\}$ maka $|B| = 8$

$T = \{\text{perkutut, kutilang, kenari, dara, beo}\}$, maka $|T| = 5$

$A = \{a, \{a\}, \{\{a\}\}\}$, maka $|A| = 3$

2.1.2 Himpunan Berhingga dan Tak Berhingga

Himpunan berhingga adalah himpunan dimana jumlah anggota-nya berhingga artinya bila kita menghitung elemen-elemen yang berbeda dari himpunan ini, maka proses berhitungnya dapat selesai.

Bila tidak demikian maka himpunan tak berhingga.

A = himpunan software anti virus

$A = \{x \mid x \text{ software anti virus}\}$

$A = (\text{Norton, McAfee, Panda, KaperSky, Norman})$

Contoh:

B = himpunan bilangan asli

$B = \{x \mid x \text{ bilangan asli}\}$

$B = \{1, 2, 3, \dots\}$

maka A berhingga

2.1.3 Kesamaan Dua Himpunan dan Subhimpunan

Dua himpunan A dan B dikatakan sama dengan jika dan hanya jika keduanya bersama-sama memiliki anggota yang sama.

Contoh:

$A = \{\text{WordPad, MsWord, WordPerfect, WS}\}$

$B = \{\text{WordPerfect, WS, MsWord, WordPad}\}$

Maka

$A = B$

Dua himpunan A dan B dengan elemen-elemen yang berbeda dikatakan setara jika dan hanya jika jumlah anggota himpunan A sama dengan jumlah anggota himpunan B .

Contoh:

$A = \{\text{MsExcel, Lotus 123}\}$

$B = \{\text{Mouse, Keyboard}\}$

Maka

$A \sim B$

Himpunan A dikatakan sub himpunan B jika dan hanya jika semua elemen-elemen A adalah anggota himpunan B.

Contoh:

$A = \{\text{Win3.1, Win3.11, Win95, Win97}\}$

$B = \{\text{Win3.1, Win3.11, Win95, Win97, Win98, Win98SE, WinME, Win2000, WinXP}\}$

Maka

$$A \subset B$$

Bila tidak demikian dikatakan bukan sub himpunan.

Contoh:

$A = \{\text{WinXP, Linux, Unix}\}$

$B = \{\text{Win3.1, Win3.11, Win95, Win97, Win98, Win98SE, WinME, Win2000, WinXP}\}$

$C = \{\text{monitor, printer, scanner}\}$

Maka

$A \not\subset B$, A bukan sub himpunan B

$C \not\subset B$, C bukan sub himpunan B

2.1.4 Macam-macam Himpunan

2.1.4.1 Himpunan Kosong/Entry Set

Himpunan dengan kardinal = 0 disebut dengan himpunan kosong.

Notasi: $\emptyset, \{ \}$

Contoh:

A = himpunan software aplikasi yang bisa dipakai dengan semua sistem operasi

$$A = \emptyset = \{ \}$$

2.1.4.2 Singleton Set

Singleton set adalah himpunan yang hanya memiliki 1 anggota

Contoh:

A = himpunan devices yang berfungsi sebagai input devices sekaligus output devices
 $A = \{\text{touch screen}\}$

2.1.4.3 Himpunan Semesta/Universal Set

Dalam setiap membicarakan himpunan, maka semua himpunan yang ditinjau adalah subhimpunan dari sebuah himpunan tertentu yang disebut himpunan semesta.

Dengan kata lain himpunan semesta adalah himpunan dari semua objek yang berbeda.

Notasi: U

Contoh:

U = Semesta pembicaraan, yaitu sistem operasi produksi Microsoft
 $U = \{\text{Win 3.1, ..., WinXP, ...}\}$

2.1.4.4 Himpunan Kuasa

Dari sebuah himpunan, kita dapat membuat subhimpunan subhimpunannya.

Himpunan dari semua subhimpunan yang dapat dibuat dari sebuah himpunan disebut himpunan kuasa.

Banyaknya himpunan bagian dari sebuah himpunan A adalah

2^x , x adalah banyak elemen A

Notasi: 2^A

Contoh:

$$A = \{\text{mouse, keyboard}\}$$

$$B = \{\text{monitor, printer, scanner}\}$$

Maka

$$2^A = \{A, \{\text{mouse}\}, \{\text{keyboard}\}, \emptyset\}$$

$$2^B = \{B, \{\text{monitor}\}, \{\text{printer}\}, \{\text{scanner}\}, \{\text{monitor, printer}\}, \\ \{\text{monitor, scanner}\}, \{\text{printer, scanner}\}, \emptyset\}$$

2.2 OPERASI HIMPUNAN

2.2.1 Union/Gabungan dari 2 himpunan

Gabungan 2 himpunan A dan B adalah himpunan yang anggotanya semua anggota A atau B atau keduanya.

Notasi:

$$A \cup B$$

$$A + B$$

Contoh:

$$A = \{\text{mouse, keyboard}\}$$

$$B = \{\text{monitor, printer, scanner}\}$$

$$C = \{\text{mouse, keyboard, CPU, monitor}\}$$

Maka

$$A \cup B = \{\text{mouse, keyboard, monitor, printer, scanner}\}$$

$$A \cup C = C$$

$$B \cup C = \{\text{monitor, printer, scanner, mouse, keyboard, CPU}\}$$

2.2.2 Intersection/Irisan dari 2 Himpunan

Irisan dari 2 himpunan A dan B adalah himpunan yang anggotanya dimiliki bersama oleh himpunan A dan B.

Notasi: $A \cap B$

Contoh:

$A = \{\text{mouse, keyboard, touch screen}\}$

$B = \{\text{monitor, touch screen, printer, scanner}\}$

Maka

$A \cap B = \{\text{touch screen}\}$

2.2.3. Relative Complement/Selisih Antara 2 Himpunan

Selisih antara himpunan A dan B adalah himpunan yang anggotanya hanya menjadi anggota himpunan A tetapi tidak termasuk anggota himpunan B.

Notasi:

$A - B$

Contoh:

$A = \{\text{SQL server, MySQL, MsAccess}\}$

$B = \{\text{MySQL, MsAccess, Oracle}\}$

Maka:

$A - B = \{\text{SQL server}\}$

2.2.4 Komplemen dari Himpunan

Komplemen dari sebuah himpunan A adalah himpunan yang anggotanya bukan anggota A.

Dengan kata lain komplemen A adalah himpunan yang anggotanya merupakan hasil dari $U - A$.

Notasi:

$$A', A^c$$

Contoh:

$$U = \{\text{Win3.1, Win3.11, Win95, Win97, Win98, Win98SE, WinME, Win2000, WinXP, ...}\}$$

$$A = \{\text{Win3.1, Win3.11, Win95, Win97}\}$$

$$A' = \{\text{Win98, Win98SE, WinME, Win2000, WinXP, ...}\}$$

2.2.5 Symmetric Difference/Beda Setangkup

Beda setangkup 2 himpunan A dan B adalah himpunan yang anggotanya merupakan anggota himpunan A atau anggota himpunan B tetapi bukan merupakan anggota kedua himpunan secara bersamaan.

Notasi:

$$A \oplus B$$

Contoh:

$$A = \{\text{Win3.1, Win3.11, Win95, Win97}\}$$

$$B = \{\text{Win95, Win97, Win98, Win98SE, WinME, Win2000}\}$$

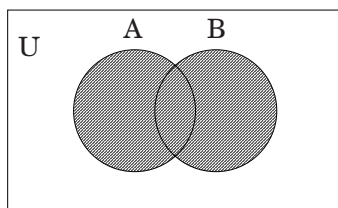
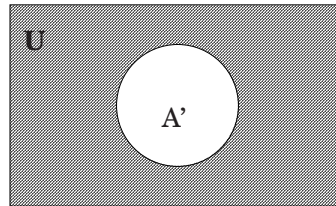
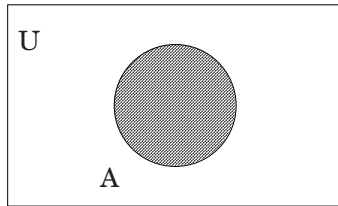
Maka

$$A \oplus B = \{\text{Win3.1, Win3.11, Win98, Win98SE, WinME, Win2000}\}$$

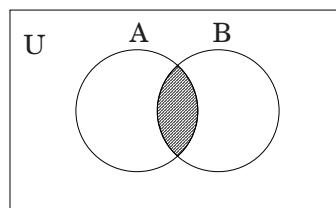
2.3 DIAGRAM VENN

Diagram venn adalah suatu cara untuk menggambarkan hubungan antara himpunan-himpunan. Dalam diagram venn himpunan biasanya dinyatakan dengan suatu daerah bidang yang dibatasi oleh sebuah lingkaran.

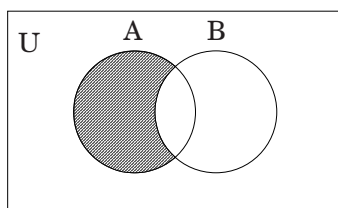
Contoh:



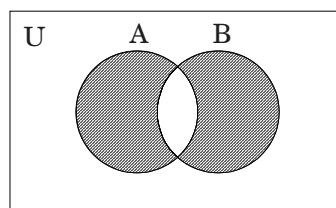
$A \cup B$



$A \cap B$



$A - B$



$A \oplus B$

2.4 HUKUM-HUKUM ALJABAR HIMPUNAN

Hukum-hukum aljabar yang berlaku pada proposisi, berlaku juga bagi himpunan, yaitu:

1. Hukum Idempoten

$$A \cup A = A$$

$$A \cap A = A$$

2. Hukum Asosiatif

$$(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$$

$$(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$$

3. Hukum komutatif

$$A \cup B = B \cup A$$

$$A \cap B = B \cap A$$

4. Hukum Distribusi

$$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$$

$$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$$

5. Hukum Identitas

$$A \cup \emptyset = A$$

$$A \cap U = A$$

$$A \cup U = U$$

$$A \cap \emptyset = \emptyset$$

6. Hukum Involution

$$(A^c)^c = A$$

7. Hukum Komplemen

$$A \cup A^c = U$$

$$U^c = \emptyset$$

$$A \cap A^c = \emptyset$$

$$\emptyset^c = U$$

8. Hukum DeMorgan

$$(A \cup B)^c = A^c \cap B^c$$

$$(A \cap B)^c = A^c \cup B^c$$

9. Hukum penyerapan (absorpsi):

$$A \cup (A \cap B) = A$$

$$A \cap (A \cup B) = A$$

Contoh

Sederhanakan

$$A \cup (A \cap B)$$

Jawab

$$\begin{aligned}A \cup (A \cap B) &= (A \cap U) \cup (A \cap B) \\&= A \cap (U \cup B) \\&= A \cap U \\&= A\end{aligned}$$

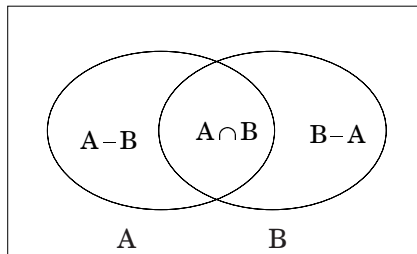
2.5 PERHITUNGAN HIMPUNAN GABUNGAN

Satu hal yang penting dalam matematika diskrit adalah proses menghitung, seperti bagaimana kita menghitung jumlah anggota dari sebuah himpunan.

Berikut adalah proses penghitungan jumlah anggota dari himpunan gabungan.

2.5.1. Gabungan dari 2 Himpunan

Jumlah anggota dari 2 himpunan yang digabungkan dapat dicari sebagai berikut:



$$N_A = N_{A-B} + N_{A \cap B}$$

$$N_B = N_{B-A} + N_{A \cap B}$$

$$N_A + N_B = N_{A-B} + N_{B-A} + 2N_{A \cap B} \quad (1)$$

$$N_{A \cup B} = N_{A-B} + N_{B-A} + N_{A \cap B} \quad (2)$$

Substitusi (2) ke (1)

$$N_A + N_B = N_{A \cup B} + N_{A \cap B}$$

Sehingga

$$N_{A \cup B} = N_A + N_B - N_{A \cap B} \quad (3)$$

2.5.2 Gabungan dari 3 Himpunan

Jumlah anggota dari 3 himpunan yang digabungkan dapat dicari sebagai berikut:

$$(A \cup B \cup C) = A \cup (B \cup C), \text{ asosiatif}$$

Substitusikan rumus (3), maka

$$N_{A \cup B \cup C} = N_A + N_{B \cup C} - N_{A \cap (B \cup C)}$$

Substitusikan rumus (3), ke $N_{B \cup C}$

$$N_{A \cup B \cup C} = N_A + N_B + N_C - N_{B \cap C} - N_{A \cap (B \cup C)} \quad (4)$$

Hukum distribusi :

$$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C),$$

Hukum distribusi dan rumus (3) dapat dipakai pada suku $N_{A \cap (B \cup C)}$, karena

$$\begin{aligned} N_{A \cap (B \cup C)} &= N_{(A \cap B) \cup (A \cap C)} \\ &= N_{A \cap B} + N_{A \cap C} - N_{(A \cap B) \cap (A \cap C)} \\ &= N_{A \cap B} + N_{A \cap C} - N_{A \cap B \cap C} \end{aligned}$$

Substitusikan ke persamaan (4) diperoleh:

$$N_{A \cup B \cup C} = N_A + N_B + N_C - N_{B \cap C} - N_{A \cap B} - N_{A \cap C} + N_{A \cap B \cap C} \quad (5)$$

SOAL-SOAL

1. Tuliskan dalam bentuk deskripsi
A = {Adobe Photoshop, Macromedia Fireworks, PrintShopPro, GIMP, ...}
B = {SQL Server, MySQL, Ms Access, Oracle, SAP DB, PostGre SQL, ...}
C = {PHP, ASP, Cold Fusion, ...}
D = {Windows, Linux, Unix, MacOS, OS/2, ...}
E = {disket, CD-R, Hardisk, ...}
F = {mouse, keyboard, touch screen, ...}
2. Misalkan semesta pembicaraan adalah sistem operasi produksi Microsoft dan himpunan-himpunan lainnya dinyatakan oleh:
A = {Win3.1, Win3.11, Win95, Win97}
B = {Win97, Win98, Win98SE, WinME}
C = {WinME, Win2000, WinXP, ...}

Carilah:

- a. $(A \cup B) - B$
- b. $(A \cap B) \cup C'$
- c. $(A \oplus B) - C$
- d. $(B - C) \oplus A$
- e. $(A \cap B) \cup (A \cap C)'$
- f. $(A - B) \cap C'$
- g. 2^A
- h. 2^B
- i. $N_{A \cup B}$
- j. $N_{A \cap B}$

3. Dari 1200 mahasiswa TI diketahui

582 menguasai Linux
627 menguasai Windows
543 menguasai Unix
227 menguasai Linux dan Windows
307 menguasai Linux dan Unix
250 menguasai Windows dan Unix
222 orang menguasai ketiganya.

Berapa orang yang tidak menguasai ketiga jenis sistem operasi di atas?

Berapa orang yang hanya menguasai Linux tetapi tidak menguasai Windows dan Unix?

4. Dari 37 orang programmer yang mengikuti wawancara untuk sebuah pekerjaan diketahui

25 menguasai Pascal
28 menguasai C++
2 tidak menguasai keduanya

Berapa orang yang menguasai keduanya?

5. Hasil survey mengenai input data dari kelas Akuntansi Komputasi diketahui

32 orang suka memakai mouse
20 orang suka memakai touch screen
45 orang suka memakai keyboard
15 orang suka mouse dan keyboard
7 orang suka mouse dan touch screen
10 orang suka keyboard dan touch screen
5 orang suka memakai ketiganya

Berapa jumlah mahasiswa yang disurvei?

Berapa jumlah mahasiswa yang hanya suka memakai satu jenis input devices?

Berapa jumlah mahasiswa yang suka memakai keyboard dan mouse tetapi tidak suka memakai touch screen?

6. Dalam suatu kelas x semua ikut belajar penggunaan software Maple dan Matlab.

Kalau dihitung yang belajar Maple ada 20 mahasiswa, 25% di antaranya juga belajar Matlab. Apabila diketahui perbandingan jumlah mahasiswa yang belajar Maple dan Matlab adalah 5 : 4, maka berapa jumlah mahasiswa di kelas x tersebut? Berapa jumlah mahasiswa yang hanya belajar Maple?

7. Dalam kelas x perbandingan jumlah mahasiswa yang ikut belajar penggunaan software Java, C, dan Pascal adalah 5:4:3.

Kalau dihitung yang belajar:

⊕ Java ada 50 mahasiswa; 10% di antaranya juga belajar C dan Pascal sekaligus; 20% di antaranya belajar C dan 20% lagi belajar Pascal.

⊕ Pascal dan C tetapi tidak belajar Java 10 orang.

Berapa jumlah mahasiswa kelas x?

Berapa jumlah mahasiswa yang hanya belajar Pascal tetapi tidak belajar Java maupun C?

Gambarkan dengan diagram venn!

8. Misalkan A himpunan mahasiswa tahun pertama, B himpunan mahasiswa tahun ke dua, C himpunan mahasiswa jurusan Matematika, D himpunan mahasiswa jurusan Teknik Informatika, E himpunan mahasiswa yang mengambil kuliah Matematika Diskrit, F himpunan mahasiswa yang nonton pertandingan tinju pada hari Senin malam, G himpunan mahasiswa yang belajar sampai lewat tengah malam pada hari Senin malam.

Nyatakan pernyataan bereikut dalam notasi teori Himpunan :

- a. Semua mahasiswa tahun ke dua jurusan Teknik Informatika mengambil kuliah matematika Diskrit.
 - b. Hanya mereka yang mengambil kuliah Matematika Diskrit atau yang nonton pertandingan tinju atau yang belajar sampai lewat tengah malam pada hari Senin malam.
 - c. Mahasiswa yang mengambil kuliah Matematika Diskrit tidak ada yang nonton pertandingan tinju pada hari senin malam.
 - d. Semua mahasiswa tahun ke dua yang bukan dari jurusan Matematika ataupun jurusan Teknik Informatika pergi nonton pertandingan tinju.
9. Diantara 100 mahasiswa, 32 orang mempelajari Matematika, 20 orang mempelajari Fisika, 45 orang mempelajari Biologi, 15 orang mempelajari Matematika dan Biologi, 7 orang mempelajari Matematika dan Fisika, 10. Orang mempelajari Fisika dan Biologi, 30 orang tidak mempelajari satupun diantara ketiga bidang tersebut.
- a. Hitung banyaknya mahasiswa yang mempelejadi ke 3 bidang tersebut
 - b. Hitung banyaknya mahasiswa yang hanya mempelajari satu dari ke tiga bidang tersebut.
10. Survey 25 mobil baru yang dijual memiliki (A) AC, (R) Radio, (W) Power Window dengan penyebaran sebagai berikut : 15 (A), 12 (R), 11 (W), 5 (A & W), 9 (A & R), 4 (R & W), 3 (A&R&W).
- Jumlah mobil yang :
- a. Hanya ber Power Window
 - b. Hanya ber AC

- c. Hanya ber Radio
- d. Hanya ber R dan W tetapi tidak ber A.
- e. Hanya ber A dan R tetapi tidak ber W.
- f. Tidak memakai ketiga-tiganya.

-oo0oo-