

## Nilai-nilai Maksimum dan Minimum

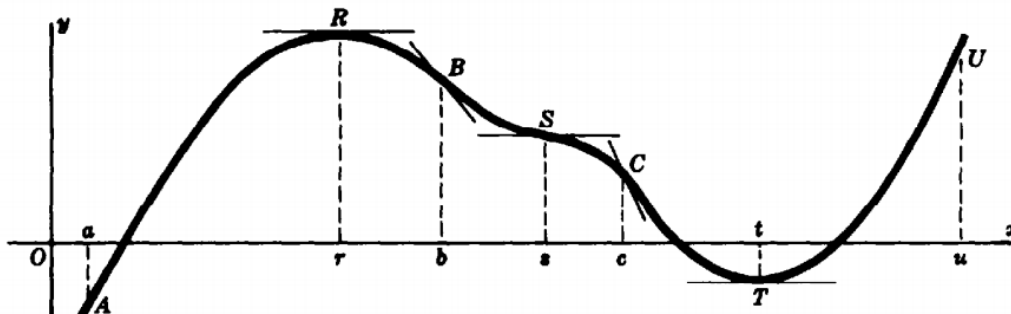


Fig. 13-1

Titik R dan T masing masing adalah titik maksimum relatif dan minimum relatif, dan disebut juga titik kritis. Garis singgung pada kedua titik ini adalah horizontal, sehingga  $m' = f'(x) = 0$ .

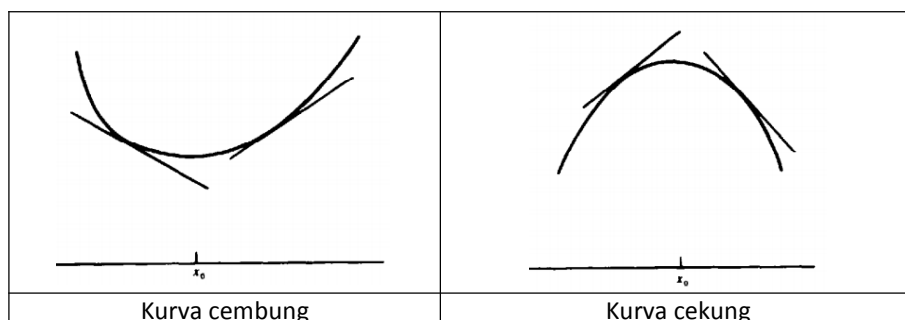
### Uji turunan pertama

Untuk menemukan koordinat titik maksimum dan minimum, lakukan *uji turunan pertama* sebagai berikut:

1. Temukan  $x = x_0$  dengan menetapkan  $m = f'(x) = 0$ . Nilai  $f'(x_0)$  disebut *nilai kritis*.
2. Untuk menentukan apakah titik tersebut maksimum/minimum, ambil titik  $a < x$  dan  $b > x$ . Periksa tiga kemungkinan berikut:
  - Jika  $f'(a) < 0$  dan  $f'(b) > 0$ , maka  $f(x_0)$  adalah nilai minimum, dan titik  $(x_0, f'(x_0))$  disebut titik minimum
  - Jika  $f'(a) > 0$  dan  $f'(b) < 0$ , maka  $f(x_0)$  adalah nilai maksimum, dan titik  $(x_0, f'(x_0))$  disebut titik maksimum
  - Jika  $f'(a)$  dan  $f'(b)$  memiliki tanda yang sama (+ atau -) maka  $f(x_0)$  bukan maksimum dan bukan minimum. Dalam hal ini, titik  $(x_0, f'(x_0))$  disebut titik belok.

### Konkavitas

Sebuah kurva  $y = f(x)$  disebut cembung (cekung ke atas) jika semua garis singgungnya berada di bawah kurva, dan disebut cekung (cekung ke bawah) jika semua garis singgungnya berada di atas kurva.



- Jika kurva  $y = f(x)$  cembung pada suatu interval, maka  $f''(x) > 0$  pada interval tersebut
- Jika kurva  $y = f(x)$  cekung pada suatu interval, maka  $f''(x) < 0$  pada interval tersebut
- Titik minimum berada di kurva cembung
- Titik maksimum berada di kurva cekung.

### Uji Turunan Kedua

1. Temukan  $x = x_0$  dengan menetapkan  $m = f'(x) = 0$
2. Untuk  $x = x_0$  diperoleh:
  - Jika  $f''(x_0) < 0$  maka  $f(x_0)$  adalah nilai maksimum
  - Jika  $f''(x_0) > 0$  maka  $f(x_0)$  adalah nilai minimum
  - Jika  $f''(x_0) = 0$ , tidak ada kesimpulan. Gunakan uji turunan pertama bagian 2 poin ketiga untuk menentukan apakah ini titik belok atau bukan.

Latihan:

I. Tentukan nilai maksimum/minimum dengan menggunakan

A. Uji turunan pertama

B. Uji turunan kedua

dari fungsi berikut ini:

1.  $y = x^2$
2.  $y = (x-3)^2$
3.  $y = x^2 - 6x + 8$
4.  $y = -x^2 - 2x + 8$
5.  $y = \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 - 6x + 8$
6.  $y = x^4 + 2x^3 - 3x^2 - 4x + 4$
7.  $y = x^3$
8.  $y = \sqrt{25 - x^2}$
9.  $f(x) = x(12 - 2x)^2$
10.  $y = x^2 + \frac{250}{x}$
11.  $2x^2 - 4xy + 3y^2 - 8x + 8y - 1 = 0$

II. Tentukan konkavitas dan koordinat titik beloknya

1.  $y = 3x^4 - 10x^3 - 12x^2 + 12x - 7$
2.  $y = x^4 - 6x + 2$