BAB I
HIMPUNAN

Himpunan

- Himpunan (*set*)
  - Himpunan (*set*) adalah kumpulan dari objek-objek yang mempunyai sifat tertentu dan didefinisikan secara jelas.
- Anggota Himpunan
  - Objek di dalam himpunan disebut elemen, unsur, atau anggota himpunan

Cara Penyajian Himpunan

1. Enumerasi
2. Simbol-simbol Baku
3. Notasi Pembentuk Himpunan
4. Diagram Venn

Cara Penyajian Himpunan

1. Enumerasi

Dengan menyebutkan semua (satu per satu) elemen himpunan

Contoh :

- Himpunan empat bilangan asli pertama: $A = \{1, 2, 3, 4\}$.
- Himpunan lima bilangan genap positif pertama: $B = \{2, 4, 6, 8, 10\}$.
- Himpunan 100 buah bilangan asli pertama: $\{1, 2, ..., 100\}$
- Himpunan bilangan bulat ditulis sebagai $\{\ldots, -2, -1, 0, 1, 2, \ldots\}$.

Cara Penyajian Himpunan (lanjutan)

2. Simbol-Simbol Baku

N = himpunan bilangan asli/alami (natural) = { 1, 2, ... }

Z = himpunan bilangan bulat = {..., -2, -1, 0, 1, 2, ... }

$\mathbf{Z}^{+}$ = himpunan bilangan bulat positif = { 1, 2, 3, ... }

$\mathbf{Z}^{-}$ = himpunan bilangan bulat negatif= { ..., -2, -1}

Q = himpunan bilangan rasional

R = himpunan bilangan riil

C = himpunan bilangan kompleks

Himpunan yang universal: **semesta**, disimbolkan dengan U atau S.

Contoh: Misalkan U = {1, 2, 3, 4, 5} dan *A* adalah himpunan bagian dari U, dengan *A* = {1, 3, 5}.

Cara Penyajian Himpunan (lanjutan)

3. Notasi Pembentuk Himpunan

Dengan menyebutkan sifat atau syarat keanggotaan dari himpunan.

Contoh 1:
$B = \{ x \mid x \leq 5, x \in N \}$
Aturan dalam penulisan syarat keanggotaan himpunan :

- bagian kiri tanda '|' melambangkan elemen himpunan,
- tanda '|' dibaca sebagai *dimana* atau *sedemikian sehingga*,
- bagian di kanan tanda '|' menunjukkan syarat keanggotaan himpunan,
- setiap tanda ',' dibaca sebagai *dan*.

Cara Penyajian Himpunan (lanjutan)

Notasi Pembentuk Himpunan

Contoh 2:

A adalah himpunan bilangan bulat positif yang kecil dari 5

$A = \{ x \mid x \text{ adalah bilangan bulat positif lebih kecil dari } 5\}$

atau

$A = \{ x \mid x \in Z+, x < 5 \}$

yang ekivalen dengan $A = \{1, 2, 3, 4\}$

Cara Penyajian Himpunan (lanjutan)

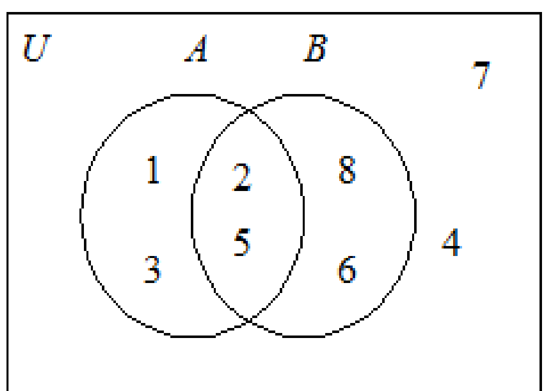
4. Diagram Venn

Dengan menggambarkan keberadaan himpunan terhadap himpunan lain. Himpunan Semesta (U) digambarkan sebagai suatu segi empat sedangkan himpunan lain digambarkan sebagai lingkaran.

Contoh:

U = { 1,2, … , 7, 8 }, A = { 1,2,3,5 }, B = { 2,5,6,8 }

Diagram Venn:



Kardinalitas

Jumlah elemen di dalam *A disebut kardinalitas dari himpunan A.*

Notasi: *n(A) atau |A|*

Contoh:

B = { *x* | *x* merupakan bilangan prima yang lebih kecil dari 20 },

atau *B* = {2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19},

maka n(*B*) = 8

Himpunan-himpunan Khusus

1. Himpunan Semesta (*universal*)
2. Himpunan Kosong (*Null Set*)
3. Himpunan Bagian (*Subset*)
4. Himpunan yang Sama
5. Himpunan yang Ekivalen
6. Himpunan Saling Lepas
7. Himpunan Kuasa

Himpunan-himpunan Khusus

1. Himpunan Semesta (*Universal*)

   Himpunan semesta adalah himpunan yang anggota-anggotanya terdiri atas semua obyek yang sedang dibicarakan.

   Simbol : S atau U.

2. Himpunan Kosong (*Null Set*)

   Himpunan kosong dalah himpunan yang tidak memiliki elemen

   Simbol : { } atau Ø

   Contoh : $F = \{ x \mid x < x \}$

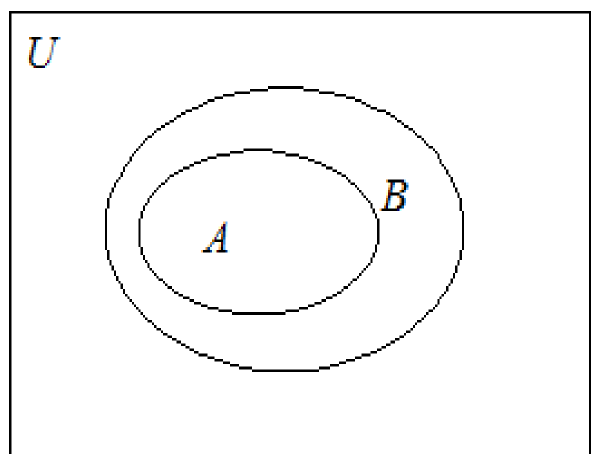
Himpunan-himpunan Khusus (lanjutan)

3. Himpunan Bagian (*Subset*)

   Himpunan *A* dikatakan himpunan bagian dari himpunan *B* jika dan hanya jika setiap elemen *A* merupakan elemen dari *B*.

   Notasi: $A \subseteq B$.

   Diagram Venn:



Himpunan-himpunan Khusus (lanjutan)

- Himpunan Bagian (*Subset*)

Contoh:

Misalkan U = {1, 2, 3, 4, 5}, A = { 1, 2} dan B = {3, 2, 1}.

Maka $A \subseteq B$.

Himpunan-himpunan Khusus (lanjutan)

4. Himpunan yang Sama

Himpunan A dikatakan sama dengan himpunan B jika dan hanya jika setiap elemen A merupakan elemen B dan sebaliknya setiap elemen B juga merupakan elemen A.
Simbol : $A = B \leftrightarrow A \subseteq B$ dan $B \subseteq A$

5. Himpunan yang Ekivalen

Himpunan A dikatakan ekivalen dengan himpunan B jika dan hanya jika kardinal dari kedua himpunan tersebut sama.
Simbol : $A \sim B$ atau $n(A) = n(B)$

Himpunan-himpunan Khusus (lanjutan)

6. Himpunan Saling Lepas (*Disjoint*)

Dua himpunan A dan B dikatakan saling lepas jika tidak memiliki elemen yang sama.

Notasi : *A // B.*

Contoh :

A = { x | x < 8, x ∈ P } ; B = { 10, 20, 30, … }

Maka A dan B adalah himpunan yang saling lepas.

Himpunan-himpunan Khusus (lanjutan)

7. Himpunan Kuasa (*Power Set*)

Himpunan kuasa *dari himpunan A* adalah suatu himpunan yang elemennya merupakan semua himpunan bagian dari *A,* termasuk himpunan kosong dan himpunan *A* sendiri.

Notasi : $P(A)$ *atau* 2^A

Jika $n(A) = m$, *maka* $n(P(A)) = 2^m$.

Contoh 1:

Jika $A = \{ 1, 2 \}$, *maka* $P(A) = \{\emptyset , \{ 1 \}, \{ 2 \}, \{ 1, 2\}\}$

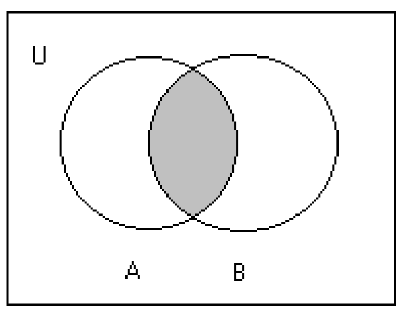
Contoh 2:

Himpunan kuasa dari himpunan kosong adalah $P(\emptyset) = \{\emptyset\}$, *dan himpunan kuasa dari himpunan* $\{\emptyset\}$ adalah $P(\{\emptyset\}) = \{\emptyset, \{\emptyset\}\}$.

Operasi-operasi Himpunan

1. Irisan (*Intersection*)

Irisan dari himpunan A dan B adalah himpunan yang setiap elemennya merupakan elemen dari himpunan A dan himpunan B.
Simbol: $A \cap B = \{ x \mid x \in A \text{ dan } x \in B \}$

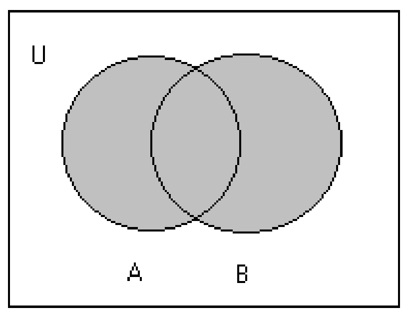


Contoh :
Jika $A = \{2, 4, 6, 8, 10\}$ dan $B = \{4, 10, 14, 18\}$,
maka $A \cap B = \{4, 10\}$

Operasi-operasi Himpunan (lanjutan)

2. Gabungan (*Union*)

Gabungan dari himpunan A dan B adalah himpunan yang setiap anggotanya merupakan anggota himpunan A atau anggota himpunan B atau anggota keduanya.
Simbol : $A \cup B = \{ x \mid x \in A \text{ atau } x \in B \}$.

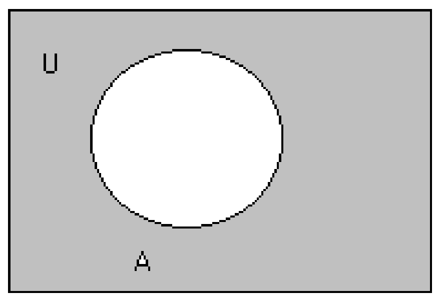


Contoh:
Jika *A = { 2, 5, 8 } dan B = { 7, 5, 22 },*
maka A ∪ B = { 2, 5, 7, 8, 22 }

Operasi-operasi Himpunan (lanjutan)

3. Komplemen (*Complement*)

Komplemen dari suatu himpunan A terhadap suatu himpunan semesta adalah suatu himpunan yang elemennya merupakan elemen U yang bukan elemen A.
Simbol : $A' = \{ x \mid x \in U \text{ dan } x \notin A \} = U - A$.



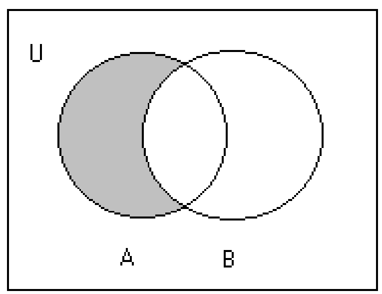
Contoh:
Misalkan U = { 1, 2, 3, ..., 9 },
jika *A* = {1, 3, 7, 9}, maka A’ = {2, 4, 5, 6, 8}

Operasi-operasi Himpunan (lanjutan)

4. Selisih (*Difference*)

Selisih dari 2 buah himpunan A dan B adalah suatu himpunany ang elemennya merupakan elemen A dan bukan elemen B.

Simbol : A – B = { x | x ∈ A dan x ∉ B } = A ∩ B’



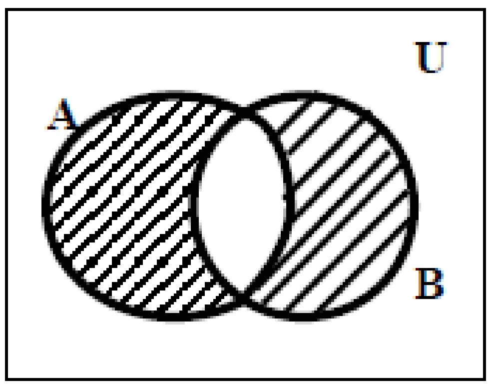
Contoh:

(i) Jika A = { 1, 2, 3, ..., 10 } dan B = { 2, 4, 6, 8, 10 }, maka A – B = { 1, 3, 5, 7, 9 } dan B – A = *∅*

5. Jumlah dua Himpunan

Jumlah dua himpunan A dan B adalah himpunan A atau anggota B tetapi bukan anggota persekutuan A dan B.

$$A + B = \{x \mid x \in (A \cup B), x \notin (A \cap B)\}$$



Contoh :

$P = \{1,2,3\}$ dan $Q = \{3,4,5\}$

$P + Q = \{1,2,4,5\}$

Hukum dalam Aljabar Himpunan

1. Idempoten

   $A \cup A = A$

   $A \cap A = A$

2. Asosiatif

   $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$

   $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$

3. Komutatif

   $A \cup B = B \cup A$

   $A \cap B = B \cap A$

4. Distributif

   $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$

   $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$

5. Identitas

   $A \cup \varnothing = A$

   $A \cup S = S$

   $A \cap S = A$

   $A \cap \varnothing = \varnothing$

6. Komplemen

   $A \cup A^c = S$

   $(A^c)^c = A$

   $A \cap A^c = \varnothing$

   $S^c = \varnothing, \varnothing^c = S$

7. De Morgan

   $(A \cup B)^c = A^c \cap B^c$

   $(A \cap B)^c = A^c \cup B^c$

8. Penyerapan

   $A \cup (A \cap B) = A$

   $A \cap (A \cup B) = A$

Perkalian Kartesian

Definisi:

Diberikan himpunan H dan K. perkalian kartesian himpunan H dan K, disimbolkan HxK, ialah himpunan yang terdiri dari semua pasangan berurutan (h,k) dengan h anggota H, k anggota K.

Contoh:

H = {a,b,c} dan K = {d,e}

HxK = {(a,d),(a,e),(b,d),(b,e),(c,d),(c,e)}

KxH = {(d,a),(d,b),(d,c),(e,a),(e,b),(e,c)}

LATIHAN

Diketahui A = { 1,2,3,5 }, B = { 2,5,6,8 }.

Tentukan:

a. A – B
b. B – A
c. A + B
d. A x B

Penerapan Himpunan

Dari siswa kelas X terdapat 20 anak gemar bermain futsal, 18 anak gemar bermain bola basket, 7 anak gemar kedua-duanya. Berapakah jumlah siswa kelas X tersebut? Gambarkan diagram venn-nya?

Penerapan Himpunan

Dari 50 anak tercatat 35 anak gemar musik, 30 anak gemar olah raga, dan 21 anak gemar keduanya. Berdasarkan keterangan tersebut:

a. gambarlah diagram Venn untuk menunjukkan keadaan tersebut;
b. banyak anak yang hanya gemar musik;
c. banyak anak yang hanya gemar olah raga;
d. banyak anak yang tidak gemar musik maupun olah raga.