مقدمه‌ای بر یادگیری تقویتی

دانیال خشابی، محمد نخبه زعیم
دانشگاه صنعتی امیرکبیر(پلی تکنیک تهران)، دانشکده ی مهندسی برق
{d.khashabi, nokhbeh100}@gmail.com

چکیده

در این نوشته، کلیاتی از یادگیری تقویتی معرفی خواهدشد. سپس دو دسته از الگوریتم‌های یادگیری تقویتی بامدل و بدون‌مدل معرفی می‌شود. با توجه به ماهیت پیوسته‌ی حالت‌ها در سیستم‌های واقعی، برخی از روش-های مهم تقریب تابع بررسی خواهندشد. در واقع از چنین ساختارهایی به عنوان هسته‌ی یادگیری تقویتی استفاده خواهدشد. هدف از ارائه‌ی چنین نوشته‌ای تنها بیان مهم‌ترین نکات و ساختاری‌هایی مطرح در یادگیری تقویتی می‌باشد.

واژه‌های کلیدی: یادگیری تقویتی، Reinforcement Learning.

۱. یادگیری تقویتی

یادگیری تقویتی مدلی از یادگیری را ارائه می‌کند که در آن هدف، آموزش به سیستم از روی تکرار آزمایش است. به ازای هر عمل مناسب به سیستم پاداش داده شده و به ازای هر عمل مناسب‌تر، پاداش[1] بیشتری به سیستم داده خواهدشد؛ بر عکس به ازای اعمال نامطلوب، مقداری پاداش کمتری به سیستم داده می‌شود. پاداش سیستم در لحظه‌ی t-ام را با $r_t(s,a)$ نشان می‌دهیم که در آن s، حالت سیستم و a، عملی است که در حالت مورد نظر انجام خواهدشد. در بسیاری از مواقع می‌توان پاداش را تنها تابعی از حالت سیستم s تعریف کرد. اصطلاحا به این پاداش «پاداش آنی یا لحظه‌ای[2]» گفته می‌شود. چرا که از آن برای ارزیابی شرایط موجود و بدون توجه به گذشته و آینده استفاده می‌شود. معمولا «تابع پاداش» توسط آموزنده تعریف می‌شود.

با توجه به اینکه در یادگیری تقویتی اغلب اعمالی را مد نظر داریم که نتیجه‌ی آنها وابسته به بهینه بودن مجموعه‌ای از اعمال پشت سر هم دارد، لازم است تک‌تک پاداش‌های آنی، تا حد امکان بیشترین مقدار خود را داشته‌باشند. در نهایت هدف نهایی در یک مساله‌ی یادگیری تقویتی افزایش <u>مجموع</u> پاداش‌های آنی است. چرا که با این کار سعی بر افزایش تک‌تک مقادیر پاداش‌های لحظه‌ای داریم. متداول‌ترین تعریف برای مجموع پاداش‌های آنی مطابق رابطه‌ی (۱) است که به «مجموع تخفیف-یافته‌ی پاداش[3]» مشهور است.

$$R = \lim_{h \to \infty} E\left[\sum_{t=0}^{h} \gamma^t r_t(s,a) \right] \tag{1}$$

در رابطه‌ی (۱) منظور از $t = 0$ لحظه‌ی کنونی است. لذا تمامی $t > 0$ معرف لحظات آینده‌اند. همچنین عامل γ ضریب تخفیف[4] نام دارد که عددی در محدوده‌ی $0 \le \gamma < 1$ قرار دارد. هدف از درنظرگرفتن چنین ضریبی چندین دلیل می‌تواند داشته باشد:

---
1 Reward
2 Immediate reward
3 Cumulative discounted reward
4 Discount factor

- بـا توجـه بـه اینکـه مقـادیر $r_t(s,a)$ مـی‌توانـد هـر مقـداری باشـند، هـیچ تضـمینی بـر محـدودبـودن مجمـوع $\lim_{h\to\infty} E\left[\sum_{t=0}^{h} r_t(s,a)\right]$ وجود ندارد. در صورتی که بتوان کران بالایی را برای $r_t(s,a)$ در نظر گرفت، بطوریکـه اگـر $|r_t(s,a)| \le M$ با قرار دادن ضریب تخفیف γ، همگرایی رابطه‌ی (۱) اثبات می‌شود.
- با قراردادن ضریب تخفیف γ، به اعمالی که مربوط به آینده‌ی نزدیک هستند، اهمیت بیشتری داده می‌شود.
- از نظر عملی چون پیاده‌سازی بی‌نهایت جمع امکان‌پذیر نیست با کوچک‌ترشـدن عامـل γ^t بـه ازای مقـادیر t بـزرگ، می‌توان با تقریب، تنها به محاسبه‌ی جمع پاداش چندین لحظه‌ی آینده پرداخت. برای مثال بـه ازای $\gamma = 0.9$ اعمـال محاسبات تنها روی ۲۰ لحظه‌ی آینده، کاری معقول به نظر می‌رسد.

صورت دیگری از رابطه‌ی (۱) را می‌توان به شکل رابطه‌ی (۲) نوشت. در این رابطه عامل تخفیف γ صرف نظر شده‌اسـت و بـرای تضمین همگرایی از میانگین‌گیری [5] استفاده شده‌است.

$$R = \lim_{h\to\infty} E\left[\frac{\sum_{t=0}^{h} r_t(s,a)}{h}\right] \tag{۲}$$

هرکدام از روابط (۱) و (۲) می‌توانند مزیت‌هایی نسب به همدیگر داشته‌باشند؛ بسیاری از پدیده‌ها نیازمند رخداد اعمال متوالی زیادی هستند که نمی‌توان بین آنها تفاوت قائل شد. در واقع هر عمل اشتباه می‌تواند به خارج‌شدن سیستم از مسیرحرکت درست شود. حال آنکه این عمل می‌تواند در آینده‌ای نزدیک صورت گیرد یا در آینده‌ای دور. البته چون در عمل توانایی پیش-بینی آینده برای تصمیم‌گیرنده به صورت کامل امکان‌پذیر نیست، ممکن است پیش‌بینی‌های نادرستی از انجام عمل در آینده انجام دهیم. لذا با قراردادن ضریب تخفیف γ اهمیت بیشتری به اعمال در آینده‌ی نزدیک نسبت به آینده‌ی دور می‌دهیم. با توجه به آنچه گفته‌شد می‌توان عامل تخفیف γ را با توجه میزان توانایی خود در پیش‌بینی حالت آینده تنظیم کنیم. هرچقدر که محیط قطعی‌تر و دقیق‌تر باشد، می‌توان این ضریب را به مقداری نزدیک یک تنظیم کرد. در غیر اینصورت هرچه محیط غیرقطعی‌تر و همراه با خطا باشد، باید به آن مقادیر کمتر نسبت داد.

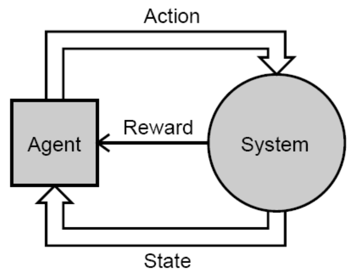
در سیستم‌هایی که عمل مورد نظر شامل زمان محدودی است، می‌توان مدل محموع پاداش‌ها را بصورت «مجموع زمان محدود[6]» مطابق رابطه (۳) تعریف کرد که در آن h_0 مقداری مشخص و محدود است.

$$R = E\left[\sum_{t=0}^{h_0} r_t(s,a)\right] \tag{۳}$$

۲. فرایند تصمیم‌گیری مارکوف

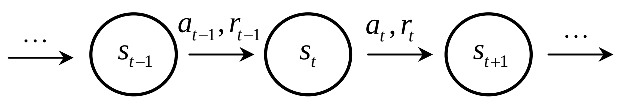
با توجه به فرمول‌بندی اولیه‌ی یادگیری تقویتی که در قسمت قبل شرح داده‌شد، عمل بهینه‌سازی روی محیطی انجام می‌گیـرد که در ارتباط دائم محیط و تصمیم‌گیرنده است. با تقریب بسیار مناسبی می‌توان ساختار محیط را توسط یـک فراینـد تصـمیم-گیری مارکوف[7] توصیف کرد. در ادامه تعریف یک فرایند تصمیم‌گیری مارکوف یا MDP ارائه می‌شود.

5 Average cumulative reward
6 Finite horizon cumulative reward
7 Markov Decision Process(MDP)



شکل- ۱-مدل ارتباط عامل‌تصمیم‌گیرنده و سیستم(محیط)

یک محیط مارکوفی به محیطی گفته می‌شود که حالت آینده‌ی سیستم، تنها به حالت گذشته‌ی سیستم و عملی که در آن حالت انجام می‌شود، بستگی داشته‌باشد. بنابرین می‌توان حالت‌های سیستم را مطابق شکل- ۲ توصیف کرد. چنین پدیده‌هایی تحت عنوان «زنجیره‌ی مارکوف» توصیف و بررسی می‌شوند. چرا که با وابسته‌بودن هر حالت به حالت/عمل لحظه‌ی قبل، با دانستن حالت سیستم در زمانی دلخواه و مشخص‌بودن سیاست انتخاب عمل تصمیم‌گیرنده، حالت‌های آینده‌ی آن را می‌توان پیش‌بینی کرد.



شکل- ۲-مدل زنجیره‌ی مارکوف

یک فرایند تصمیم‌گیری مارکوف از چهارتایی $\{S,A,r,T\}$ تشکیل شده‌است. $S=[s_1,s_2,s_3,...]$ برداری است که شامل تمامی حالاتی است که سیستم می‌تواند در آن قرار داشته باشد. $A=[a_1,a_2,a_3,...]$ مجموعه‌ی تمامی اعمالی است که عامل می‌تواند انجام دهد. r تابع پاداش آنی است که بصورت $r: S\times A\to\mathbb{R}$ تعریف می‌شود. T تابع انتقال[8] نام دارد که بصورت $T: S\times A\to \mathrm{P}(s)$ تعریف می‌شود. تابع انتقال حالت آینده‌ی سیستم یا s' را با توجه به حالت و عمل کنونی مشخص می‌کند. در اینجا فرض کرده‌ایم که عمل انتقال به حالت بعدی بصورت یک بردار احتمالی بصورت $\mathrm{P}(s)=[\Pr(s_1),\Pr(s_2),\Pr(s_3),...]$ است که نشان می‌دهد با حضور در حالت s و انجام عمل a احتمال حضور در حالت s_i چقدر است. در حالت کلی این تابع می‌توان احتمالی[9] یا قطعی[10] باشد. همچنین هرکدام از مجموعه‌های S و A نیز می‌توانند گسسته یا پیوسته باشند.

در نهایت پس از مدل‌سازی محیط، هدف بدست‌آوردن یک سیستم تصمیم‌گیری[11] بهینه است. یک سیاست π را به صورت $\pi: S\to A$ تعریف می‌کنیم. تابع سیاست مشخص می‌کند در هر حالت سیستم چه عملی باید انجام شود.

$$a=\pi(s) \tag{۴}$$

8 Transition function
9 Stochastic
10 Deterministic
11 Decision policy

۳. یادگیری بامدل

با توجه به مشخص‌بودن تابع انتقال T می‌توان آنالیز مسائل را به دو دسته‌ی بامدل[۱۲] و بی‌مدل[۱۳] تقسیم کرد. یادگیری بامدل بدین معنی است که در محیطی عمل می‌کنیم که می‌دانیم با قرارداشتن در حالت s و انجام عمل a با احتمال مشخصی به حالت s' در آینده خواهیم‌رفت. تمامی روش‌هایی از آموزش که در این قسمت معرفی می‌شوند، «بامدل» هستند.

۳.۱. تابع ارزش[۱۴]

با توجه به رابطه‌ی (۲) اگر این رابطه را میزان ارزش[۱۵] تصمیم‌گیری تحت سیاست π بنامیم، تابع ارزش را به اینصورت از روی رابطه‌ی (۲) تعریف می‌کنیم:

$$V^{\pi}(s)=E\left[\sum_{t=0}^{\infty}\gamma^{t}r_{t}(s,\pi(s))\right] \tag{۵}$$

با توجه به آنچه که گفته‌شد هدف ماکزیمم‌کردن تابع ارزش $V(s)$ می‌باشد؛ در واقع به دنبال سیاستی بهینه هستیم که باعث شود مقدار (۵) ماکزیمم گردد. اگر سیاست بهینه را با π^* نشان می‌دهیم و تابع ارزشی را که تحت سیاست بهینه انجام شود را با $V^*(s)=V(s)\big|_{\pi=\pi^*}$ نشان دهیم داریم:

$$V^{*}(s)=\max_{\pi=\pi^{*}}E\left[\sum_{t=0}^{\infty}\gamma^{t}r_{t}\left(s,\pi(s)\right)\right] \tag{۶}$$

در اینصورت سیاست بهینه برابر خواهدبود با:

$$\pi^{*}(s)=\arg\max_{\pi}V^{\pi}(s)=\arg\max_{\pi}E\left[\sum_{t=0}^{\infty}\gamma^{t}r_{t}\left(s,\pi(s)\right)\right] \tag{۷}$$

در صورتی که رابطه‌ی (۵) را ساده کنیم به رابطه‌ی زیر خواهیم‌رسید که ارتباط بین ارزش دو حالت متوالی را برقرار می‌سازد. جزئیات اثبات این رابطه در [1] آمده‌است.

$$V^{\pi}(s)=r\left(s,\pi(s)\right)+\gamma\sum_{s'\in S}V^{\pi}(s')T(s,\pi(s),s') \tag{۸}$$

لذا تابع ارزش متناسب با سیاست بهینه به صورت زیر تبدیل خواهدشد:

$$V^{*}(s)=\max_{a}\left[r(s,a)+\gamma\sum_{s'\in S}V(s')T(s,a,s')\right] \tag{۹}$$

و تعریف سیاست بهینه نیز به‌صورت زیر تغییر می‌کند:

$$\pi^{*}(s)=\arg\max_{a}\left[r(s,a)+\gamma\sum_{s'\in S}V(s')T(s,a,s')\right] \tag{۱۰}$$

معادلات (۹) و (۱۰) به معادلات بهینگی بلمن[۱۶] معروف هستند. نکته‌ای که در معادلات بهینگی اخیر نهفته است، این است که با شروع روی زنجیره‌ی اعمال بهینه و انجام یک عمل، ادامه‌ی زنجیره با فرض آغاز حرکت از آن نقطه، در ادامه‌ی زنجیره‌ی قبلی خواهدبود. در واقع با این فرض است که می‌توان گفت در صورت تشخیص زنجیره‌ای به عنوان مجموعه‌ی اعمال برای رسیدن به بهینه‌ترین حالت، اگر تابع انتقال در لحظه‌ی آینده تغییر نکند، در لحظه‌ی آینده همان زنجیره به عنوان زنجیره‌ی اعمال بهینه انتخاب خواهدشد.

---

12 Model-based
13 Model-free
14 Value function
15 Value
16 Bellman optimality equations

در صورتی که فرض کنیم تابع انتقال بصورت قطعی است، می‌توان معادلات بهینگی بلمن را ساده‌تر نوشت. در این حالت می-توان معادله‌ی انتقال را بصورت رابطه‌ی نوشت. به عبارت دیگر با مشخص‌بودن حالت کنونی s و عمل مورد نظر a برای انجام، حالت آینده s' به صورتی قطعی مشخص خواهدبود.

$$s' = T(s,a) \tag{۱۱}$$

در این حالت معادلات (۹) و (۱۰) به‌ترتیب به صورت (۱۲) و (۱۳) ساده خواهندشد.

$$V^*(s) = \max_a \left[r(s,a) + \gamma V(s') \right] \tag{۱۲}$$

$$\pi^*(s) = \arg\max_a \left[r(s,a) + \gamma V(s') \right] \tag{۱۳}$$

۳.۲. تابع Q [۱۷]

تابع Q را مشابه تابع ارزش تعریف می‌کنیم، با این تفاوت که تابع Q علاوه بر اینکه تابع حالت سیستم s است، تابع عمل a نیز هست. رابطه‌ی بین تابع ارزش و تابع Q به اینصورت تعریف می‌شود:

$$V^\pi(s) = Q(s, \pi(s)) \tag{۱۴}$$

$$Q^\pi(s,a) = r(s,a) + \gamma \sum_{s' \in S} T(s,a,s') Q^*(s', \pi(s')) \tag{۱۵}$$

لذا برای استراتژی بهینه داریم:

$$Q^*(s,a) = r(s,a) + \gamma \sum_{s' \in S} T(s,a,s') \max_{a'} Q^*(s',a') \tag{۱۶}$$

$$\pi^*(s) = \arg\max_a Q^*(s,a) = \arg\max_a \left[r(s,a) + \gamma \sum_{s' \in S} T(s,a,s') \max_{s'} Q^*(s',a') \right] \tag{۱۷}$$

با درنظرگرفتن تابع ارزش و تابع Q برای استراتژی بهینه داریم:

$$V^*(s) = \max_a Q^*(s,a) \tag{۱۸}$$

در صورتی که فرض کنیم تابع انتقال بصورت قطعی است، می‌توان معادلات بهینگی برای تابع Q را ساده‌تر نوشت. در این حالت می‌توان معادله‌ی انتقال را بصورت رابطه‌ی نوشت. به عبارت دیگر با مشخص‌بودن حالت کنونی s و عمل مورد نظر a برای انجام، حالت آینده s' به صورتی قطعی مشخص خواهدبود.

$$s' = T(s,a) \tag{۱۹}$$

در این حالت معادلات (۱۶) و (۱۷) به‌ترتیب به صورت (۲۰) و (۲۱) ساده خواهندشد.

$$Q^*(s,a) = r(s,a) + \gamma \max_{a'} Q^*(s',a') \tag{۲۰}$$

$$\pi^*(s) = \arg\max_a \left[r(s,a) + \gamma \max_{a'} Q^*(s',a') \right] \tag{۲۱}$$

۳.۳. راه‌حل صریح برای یادگیری با مدل

در صورتی که فضای حالت‌ها گسسته باشند و همچنین مدل سیستم مشخص باشد، می‌توان میزان تابع ارزش را بصورت صریح حل کرد و جواب آن را بدست آورد. با توجه به رابطه‌ی(۸) داریم:

$$V^\pi = R^\pi + \gamma T^\pi V^\pi \tag{۲۲}$$

---

17 Q-function

در رابطه‌ی اخیر V^{π} بردار ارزش به ازاش هر حالت است و T^{π} بردار انتقال حالت‌ها تحت سیاست π است. همچنین R^{π} بردار پاداش به ازای حالت‌های سیستم است. با حل معادله‌ی ماتریسی (۲۲) می‌توان مقدار ماتریس ارزش برای سیاست π را بدست آورد.

$$V^{\pi}(1-\gamma T^{\pi}) = R^{\pi} \qquad (۲۳)$$

$$V^{\pi} = R^{\pi}(1-\gamma T^{\pi})^{-1} \qquad (۲۴)$$

با محدود بودن تعداد سیاست‌ها، می‌توان سیاست بهینه را از حل ماتریس ارزش آنها بدست آورد.

۳.۴. راه‌حل تکراری: تکرار روی تابع ارزش[18]

رابطه‌ی(۹) را در نظر می‌گیریم. می‌توان با تکرار بی‌نهایت نسبت‌دهی زیر، مقدار $V^{*}(s)$ را بدست آورد.

$$\forall s \in S: V_{k+1}^{*}(s) := \max_{a}\left[r(s,a) + \gamma \sum_{s' \in S} V_k(s') T(s,a,s') \right] \qquad (۲۵)$$

$$\forall (s,a) \in (S,A): Q_{k+1}^{*}(s,a) := r(s,a) + \gamma \sum_{s' \in S} T(s,a,s') \max_{a'} Q_k^{*}(s',a') \qquad (۲۶)$$

اثبات همگرایی این تکرار در [1] آمده‌است. می‌توان الگوریتم روش تکرار روی تابع ارزش را بصورت ذیل بیان کرد[2]:

initialize $V_0(s)$ **arbitrarily**
loop until policy good enough{
  loop for $s \in S$ **{**
    loop for $a \in A$ **{**

$$Q(s,a) := r(s,a) + \gamma \sum_{s' \in S} T(s,a,s') \max_{a'} Q(s',a')$$

    }
    $V(s) := \max_{a} Q(s,a)$
  }
}

با محاسبه‌ی $V^{*}(s)$ یا $Q^{*}(s,a)$ می‌توان استراتژی بهینه π^{*} را بدست آورد.

۳.۵. راه‌حل تکراری: تکرار روی سیاست[19]

با داشتن هر سیاست، می‌توان مقدار تابع تابع $Q(s,a)$ و تابع $V(s)$ را محاسبه کرد. لذا می‌توان جستجو را روی سیاست‌ها انجام‌داد. الگوریتم تکرار روی سیاست به اینصورت است[2]:

choose an arbitrary π_0
loop until policy good enough{
  compute value function of policy π_k **:**
    solve the linear equations o

$$V^{\pi_k}(s) := \max_{a}\left[r(s,a) + \gamma \sum_{s' \in S} V^{\pi_k}(s') T(s,a,s') \right]$$

$$\pi_{k+1}(s) := \arg\max_{a}\left[r(s,a) + \gamma \sum_{s' \in S} V^{\pi_k}(s') T(s,a,s') \right]$$

$$k \leftarrow k+1$$

}

18 Value iteration
19 Policy iteration

۴. یادگیری مستقل از مدل

در تمامی مدل‌هایی از یادگیری تقویتی که تاکنون معرفی‌شد، فرض بر این بود که تابع انتقال حالت T` مشخص‌است. در ادامه روش‌هایی از یادگیری تقویتی را مرور می‌کنیم که در آنها، یادگیری مستقل از مدل سیستم است. با توجه به اینکه در واقعیت سیستم‌ها به قدری پیچیده‌اند که امکان مدل‌سازی و تعیین تابع انتقال حالت T امکان‌پذیر نیست، لذا استفاده از مدل‌هایی که در اینجا مرور می‌کنیم، بسیار می‌توانند سودمند باشند.

۴.۱. یادگیری اختلاف محیطی[۲۰]

در این مدل روشی برای یادگیری تابع V ارائه می‌شود که نیازی به دانستن مدل محیط نیست. اگر روابط (۱۶) و (۹) را در نظر بگیریم، برای اعمال این روابط باید حتما مدل سیستم را داشته باشیم؛ چرا که نیاز به داشتن تابع انتقال $T(s,a,s')$ است. در صورتی که بتوان روشی مستقل از تابع انتقال $T(s,a,s')$ برای یاددهی به سیستم یافت، می‌توان به روش یادگیری مستقل از مدل دست یافت.

مدل یادگیری اختلاف محیطی یا $TD(0)$ روشی برای اعمال بروزرسانی عددی روی تابع V است که به صورت ذیل است:

$$V_{new}(s) := V_{old}(s) + \alpha\left(r(s,a) + \gamma V_{old}(s') - V_{old}(s)\right) \tag{۲۷}$$

می‌توان بروزرسانی فوق را به صورت دیگری نیز نوشت. مشاهده می‌شود این بروزرسانی در واقع یک میانگین‌گیری از مقادیر ارزش‌ها روی تابع V است.

$$V_{new}(s) := (1-\alpha)V_{old}(s) + \alpha\left(r(s,a) + \gamma V_{old}(s')\right) \tag{۲۸}$$

۴.۱.۱. مسیرهای شایستگی[۲۱]

این حالت حالتی تعمیم‌یافته از الگوریتم $TD(0)$ معرفی شده در قسمت قبل است که با نماد $TD(\lambda)$ نشان داده می‌شود.

تصور کنیم که حالت s_4 قرار داریم و در این حالت پاداش r_4 بسیار بزرگ را دریافت کرده‌ایم که بسیار بزرگ‌تر از اختلاف محلی $\gamma V(s_5) - V(s_4)$ است. لذا مقدار $V(s_4)$ توسط رابطه‌ی(۲۷)بسیار افزایش خواهدیافت. در این حالت شاید لازم بوده باشد که $V(s_3)$ نیز افزایش یابد. چرا که در لحظه‌ی قبل توسط رابطه‌ی $r_3 + \gamma V(s_4) - V(s_3)$ بروز شده‌است و می‌دانیم $V(s_4)$ که در آن زمان کم‌تر بوده است. به همین‌صورت باید مقدار V تمامی لحظات قبل افزایش یابند. مسیرهای شایستگی در واقع به عنوان حافظه‌ای عمل می‌کنند که با اعمال آنها، بروزرسانی تابع ارزش را تسهیل می‌بخشند. در حقیقت اگر تصمیم‌گیرنده در مسیر حرکت خود روی حالت‌ها، پاداش‌های r_{t-2} و r_{t-1} و r_t را دریافت کند، باید بروزرسانی $V(s_{t-2})$ زیر را روی تابع ارزش انجام داد:

$$V_{new}(s_{t-2}) := V_{old}(s_{t-2}) + \alpha\left[r_{t-2} + \gamma r_{t-1} + \gamma^2 r_t + \gamma^3 V_{old}(s_{t+1}) - V_{old}(s_{t-2})\right] \tag{۲۹}$$

در حالت کلی می‌توان ساختار بروزرسانی با مسیرهای شایستگی را به صورت زیر معرفی کرد:

$$V_{new}(s) := V_{old}(s) + \alpha\left(r(s,a) + \gamma V_{old}(s') - V_{old}(s)\right)e(s) \tag{۳۰}$$

که در آن $e(s)$ ماتریس مسیر شایستگی است. بصورت صریح می‌توان ماتریس مسیر شایستگی را بصورت زیر تعریف کرد:

$$e(s) = \sum_{k=1}^{t} (\lambda\gamma)^{t-k}\,\delta_{s,s_k} \tag{۳۱}$$

---

20 Temporal difference learning

21 Eligibility traces

که در آن λ ضریب فراموشی است و δ_{s,s_k} تابع دلتای کرانکر است. می‌توان در هر تکرار این ماتریس را به این‌صورت بروز رسانی کرد. در واقع با حضور در هر حالت، درایه‌ی متناظر با آن حالت، حضور در آن حالت را به خاطر می‌سپارد.

$$e(s)=\begin{cases}\lambda\gamma e(s)+1 & s=current-state\\ \lambda\gamma e(s) & else\end{cases} \quad (۳۲)$$

چنین الگوریتمی $TD(\lambda)$ نام دارد. در حالتی که $\lambda=0$ الگوریتم به تبدیل $TD(0)$ خواهدشد و در حالتی که $\lambda=1$ الگوریتم تمامی حالاتی را که از آن گذشته است را در نظر خواهد گرفت. به چنین متدی، «مونت کارلو[۲۲]» گویند. اگرچه به ازای λ نزدیک یک، هزینه‌ی محاسباتی این الگوریتم بسیار بالاست، ولی نشان داده شده‌است که در این حالت همگرایی الگوریتم با سرعت بسیار بیشتری انجام می‌گیرد. لذا استفاده از مسیرهای شایستگی می‌تواند عملیات آموزش را بسیار سرعت ببخشد.

۴.۲. یادگیری- Q [۲۳]

یادگیری Q از بروزرسانی زیر برای تابع Q استفاده می‌کند. [3]

$$Q_{new}(s,a):=Q_{old}(s,a)+\alpha\left(r(s,a)+\gamma\max_{a'}Q_{old}(s',a')-Q_{old}(s,a)\right) \quad (۳۳)$$

در این تعریف $\alpha\in[0,1]$ ضریب یادگیری است. قاعده‌ی یادگیری Q با احتمال یک همگرا خواهدشد. بصورت معادل می‌توان قاعده‌ی یادگیری فوق را بصورت زیر نوشت. مشاهده می‌شود می‌توان رابطه‌ی زیر را به عنوان یک میانگین دو مقدار در نظر گرفت.

$$Q_{new}(s,a):=(1-\alpha)Q_{old}(s,a)+\alpha\left(r(s,a)+\gamma\max_{a'}Q_{old}(s',a')\right) \quad (۳۴)$$

اثبات همگرایی یادگیری Q در [4] آمده‌است. لازم به تذکر است که قاعده‌ی یادگیری تکراری برای تابع Q معادل یادگیری $TD(0)$ برای تابع V است.

۵. گزینه‌های مختلف برای پیاده‌سازی تقریب‌زننده‌ی درونی یادگیرنده

با توجه به اینکه در اغلب سیستم‌های واقعی فضای‌حالت سیستم و فضای اعمال تصمیم‌گیرنده پیوسته‌اند، باید چاره‌ای برای پیاده‌سازی الگوریتم‌ها روی آنها اندیشید. در واقع هدف طراحی ساختاری برای ایجاد و تقریب $V(s)$ یا $Q(s,a)$ است. اولین راهی که در استفاده از الگوریتم یادگیری تقویتی روی حالت/عمل پیوسته به ذهن می‌رسد، گسسته‌سازی روی بازه‌ی حالت و عمل است. می‌توان در نقاطی که دقت بیشتری مورد نیاز است، بازه‌ی گسسته‌سازی را کوچکتر در نظر گرفت. روش گسسته-سازی چندین اشکال دارد:

- انجام گسسته‌سازی باعث از بین رفتن دقت مورد نیاز می‌شود و باعث پله‌پله‌شدن انجام اعمال می‌شود. لذا تصمیمات و رفتارهای روبات بصورت نرم انجام نمی‌گیرد.
- شاید به نظر برسد که می‌توان مشکل اخیر را با افزایش تعداد گسسته‌سازی‌ها جبران کرد. با توجه به اینکه تعداد حالت‌ها، با ضرب‌تعداد گسسته‌سازی روی هر بعد بدست می‌آید، تعداد حالت‌ها، با افزایش تعداد گسسته‌سازی‌ها بصورت نمایی افزایش می‌یابد. در واقع گسسته‌سازی زیاد، باعث ایجاد افزایش بی‌رویه‌ی ابعاد[۲۴] حالت می‌شود که باعث کندشدن الگوریتم خواهدشد. همچنین برای آموزش چنین سیستمی, به تعداد آزمایش بسیار بیشتری هم نیاز است.

---
[22] Mont Carlo methods
[23] Q-learning
[24] Curse of dimensionality

لذا برای رفع مشکلات ذکرشده لازم است از ساختارهایی برای تقریب تابع یا استفاده شود. با توجه ساختار یادگیری تقویتی در صورتی که دارای ویژگی‌های زیر باشد، مناسب‌تر است:

- قابلیت آموزش به ازای تعداد نمونه‌های آموزشی کم.
- قابلیت توسعه‌ی نتایج به حالاتی که تابحال مشاهده نشده‌اند با دقت مناسب.
- قابلیت آموزش در سرعتی قابل قبول
- قابلیت پاسخ سریع در زمان نیاز؛ در صورتی که تخمین زننده کند باشد و با تاخیر پاسخ دهد، نمی‌تواند گزینه‌ی مناسبی باشد؛ تصمیم‌گیری با وقفه می‌تواند موجب از بین رفتن تعادل سیستم شود.

با توجه به ویژگی‌های ذکرشده، به چندین تقریب‌زننده که یا استفاده شده‌اند یا قصد استفاده از آن‌ها وجود دارد، اشاره می‌شود.

۵.۱. استفاده از شبکه‌ی عصبی MLP

شبکه‌ی عصبی نمونه‌ی یک تقریب‌زننده‌ی نسبتا مناسب است. اولین بار در [5] برای آموزش یک بازی تخته نرد از شبکه‌ی عصبی و یادگیری تقویتی استفاده شده‌است. از این نمونه به عنوان ماهرترین بازی تخته در دنیا نام برده می‌شود!
برخی مشکلات موجود در آموزش شبکه‌ی عصبی باعث دشواری آموزش آن می‌شوند. کندبودن سرعت آموزش Back-Propagation باعث سخت‌شدن آموزش آن می‌شود. در این شرایط می‌توان الگوریتم‌های پیشرفته‌تری برای آموزش شبکه‌ی عصبی استفاده کرد؛ از جمله Rprop که در [6] معرفی و در [7] نیز استفاده شده‌است. این الگوریتم داده‌ها را به‌صورت گروهی[25] آموزش می‌دهد.
نمونه‌هایی از پیاده‌سازی شبکه عصبی در [8] و [9] و [10] نیز ارائه‌شده‌است. استفاده از شبکه‌ی عصبی برای تقریب‌زننده‌ی تابع ارزش/Q در یادگیری تقویتی بسیار دشوار است؛ بخصوص اگر آموزش مورد نظر «بدون مدل» باشد! مطالعه‌ی روش‌ها و ترفندهای عمگرایی شبکه‌ی عصبی در این کاربرد می‌تواند بسیار مفید باشد.

۵.۲. استفاده از شبکه‌ی عصبی RBF

ویژگی تقریب محلی در استفاده از شبکه‌هایRBF بسیار مورد توجه است. می‌توان شبکه‌های عصبی برای تقریب $V(s)$ یا $Q(s,a)$ استفاده کرد. نمونه‌هایی از این پیاده‌سازی در [11] ارائه‌شده‌است.

۵.۳. استفاده از تقریب فازی

نمونه‌هایی از این پیاده‌سازی در [12] ارائه‌شده‌است.

۵.۱. استفاده از تقریب زننده‌ی CMAC

نمونه‌هایی از این پیاده‌سازی در [13] ارائه‌شده‌است.

۶. سایر مسائل مطرح در بهینه‌سازی الگوریتم یادگیری تقویتی

۶.۱. چالش تعادل بین جستجو در فضا و انجام بهترین عمل

یکی از مهم‌ترین چالش‌ها در انجام اعمال برای یادگیری، استراتژی انتخاب اعمال برای آزمایش است. در حالت کلی دو دسته عمل می‌توان انجام داد:

- انجام بهترین عمل[26] بر اساس شناختی که تابحال از محیط داشته‌ایم.

25 Batch
26 Exploit

- انجام عملی غیر از عملی که به عنوان عمل بهینه می‌شناسیم. در واقع انجام چنین عملی برای کسب تجربه و جستجو[۲۷] در فضای اعمال و حالت‌ها صورت می‌گیرد.

در صورتی که توازن بین دو دسته از اعمال فوق در فاز یادگیری به درستی صورت نگیرد، یادگیری می‌تواند با مشکلات چالش برانگیزی روبرو شود. برای مثال اگر تصمیم‌گیرنده با جستجو در ناحیه‌ای محدود به این نتیجه برسد که عمل خاصی بهینه است و با تکرار آن عمل بهینه از جستجوی سایر نقاط فضای جستجو صرف نظر کند، بسیار محتمل است که از عمل بهینه‌ی دیگری صرف نظر کند.

در ادامه چندین روش برای ایجاد توازن بین انتخاب تصادفی عمل و انتخاب عمل بهینه پیشنهاد شده‌است.

۶.۱.۱. استراتژی تصمیم‌گیری ε-حریصانه[۲۸]

در این روش اگر فرض کنیم ε احتمالی نسبتا کوچک باشد، انتخاب با احتمالات زیر انجام خواهدگرفت:

$$\begin{cases} \Pr\left(\pi^*(s)\right) = 1-\varepsilon \\ \Pr\left(random-action\right) = \varepsilon \end{cases} \tag{۳۵}$$

می‌توان مقدار ε را به تدریج با گذر زمان کاهش داد.

۶.۱.۲. استراتژی تصمیم‌گیری بولتزمن[۲۹]

در این روش تصمیم‌گیری به هر عمل احتمالی مطابق رابطه‌ی زیر نسبت داده می‌شود و مطابق با احتمال آن، عمل مورد نظر انتخاب می‌شود. در این رابطه $ER(a)$ میزان مجموع پاداش انتظاری برای عمل مورد نظر است. مقدار T مشهور به «پارامتر دما» است که به تدریج کاهش می‌یابد. لذا به تدریج احتمال انجام بهترین اعمال بیشترین می‌شود. این روش انتخاب Softmax نیز نامیده می‌شود[2].

$$P(a) = \frac{e^{ER(a)/T}}{\sum_{a_i \in A} e^{ER(a_i)/T}} \tag{۳۶}$$

۷. تقدیر و تشکر

نویسندگان، از مهندس مجتبی خلیجی و مهندس مصطفی کلامی هریسی به خاطر راهنمایی‌ها در زمینه‌ی الگوریتم یادگیری تقویتی قدردانی می‌کنند.

۸. مراجع

[1] Andrew G. Barto Richard S. Sutton, *Reinforcement Learning: An Introduction*.: MIT Press, Cambridge, MA, 1998.

[2] M.L.Littman, A.Moore L.P.Kaelbling, "Reinforcement Learning: A Surey," *Journal of Artificial Intelligence Research* , 1996.

[3] C. J. C. H Watkins, "Learning from delayed rewards.," Cambridge University, Cambridge, England, Doctoral thesis 1989.

[4] P Dayan C. J. C. H. Watkins, "Technical note: Q-learning," *Machine Learning*, vol. 8(3/4), pp. 279-292, 1992.

[5] Gerald Tesauro, "Temporal difference learning and TD-Gammon," *Communications of the ACM*, vol. 38, no. 3, 1995.

27 Explore
28 ε -greedy exploration
29 Boltzmann exploration

[6] Heinrich Braun Martin Riedmiller, "A Direct Adaptive Method for Faster Backpropagation Learning: The RPROP Algorithm," in *IEEE INTERNATIONAL CONFERENCE ON NEURAL NETWORKS*, 1993, pp. 586--591.

[7] Martin Riedmiller, "Neural Fitted Q Iteration - First Experiences with a Data Efficient Neural Reinforcement Learning Method ," in *In 16th European Conference on Machine Learning(EMCL)*, 2005.

[8] Claude Touzet, "Neural reinforcement learning for behaviour synthesis," *Robotics and Autonomous Systems*, vol. 22, pp. 251--281, 1997.

[9] Siwei Luo, Qingyong Li Xianhua Zeng, "An associative sparse coding neural network and applications," vol. 73, no. 4-6, 2010.

[10] Shivaram Kalyanakrishnan and Peter Stone, "Batch Reinforcement Learning in a Complex Domain," in *The Sixth International Joint Conference on Autonomous Agents and Multiagent Systems.*: ACM, pp. 650--657.

[11] Victor Uc Cetina, "Multilayer Perceptrons with Radial Basis Functions as Value Functions in Reinforcement Learning," in *ESANN-European Symposium on Artificial Neural Networks-Advances in Computational Intelligence and Learning*, Burges, 2008.

[12] Damien Ernst, Bart De Schutter and Robert Babuška Lucian Buşoniu, "Continuous-State Reinforcement Learning with Fuzzy Approximation," vol. 4865, 2008.

[13] Martin Riedmiller Stephan Timmer, "Fitted Q-Iteration with CMACs," in *Proceedings of the 2007 IEEE Symposium on Approximate, Dynamic Programming and Reinforcement Learning (ADPRL 2007.*

[14] Gary Boone, "Minimum-Time Control of Acrobot," in *International Conference on Robotics and Automation* , 1997, pp. 3281--3287.