مقدمه ای بر منطق فازی

گردآوری: دانیال خشابی d.khashabi@gmail.com

« أنجا كه قوانين رياضي به واقعيات مربوط مي شوند، حتمي نيستند و آنجا كه حتمي اند، نمي توانند به واقعيت اشاره داشته باشند.» آلبرت اينشتين

۱. مقدمه

علم همواره با یک اشتباه همراه بوده است. اشتباهی که همه ی دانشمندان نیز گویی مرتکب آن شده اند. براساس مبانی و اصول علم، همه چیز تنها مشمول یک قاعده ی ثابت می شود که به موجب اش یا آن چیز درست است یا غلط. دانشمندان نیز در گذشته بر همین اساس به تحلیل دنیای پیرامون خود می پرداختند. گر چه آنها همیشه مطمئن نبودند که چه چیزهایی درست و چه چیزهایی نادرست است و گرچه درباره ی درست» درستی یا نادرستی یک پدیده ی شخصی ممکن بود دچار تردید شوند، در یک مورد هیچ تردیدی نداشتند و آن اینکه هر پدیده ای یا «درست» است یا «نادرست». در منطق و ریاضیات نیز همین استدلال حاکم بوده است. پدیده ای منطقی و ریاضی نیز براساس مبانی و اصول کلاسیک علم تنها دو حالت دارند: یا درست اند یا نادرست.در صورتیکه پدیده های مختلف را نمی توان تنها به یکی از دو صورت صحیح و غلط یا صفر و یک تقسیم بندی کرد. موضوعات ریاضی و منطقی را نیز نباید تنها با چنین برداشتی ارزیابی کرد، بلکه باید همه ی چیزها را به طور نسبی سنجید. تمامی واقعیات نیز باید به طور نسبی سنجیده شوند و برای درستی آنها درجه بندی قائل شد. در واقع هر چیزی "به طور نسبی" درست یا غلط است. پدیده های واقعی تنها سیاه یا سفید نیستند، بلکه تا اندازه ای "خاکستری" هستند، تا اندازه ای "فازی را با ابزار سیاه و سفید ریاضی به نمایش می گذاشت و این چنین بود که به نظر می رسید واقعیت ها نیز تنها سیاه و سفید هستند. اشتباه علم این جا بود.

سیبی را در دست خود نگه دارید. آیا این یک سیب است؟! بله. شیئی در دست شماست که متعلق به مجموعه ای از فضا و زمان است. حالا آن را گاز بزنید، بجوید وببلعید. آیا جسم قرار گرفته در دست شما، باز سیب است؟ گاز دیگری به سیب بزنید. آیا جسم جدید هنوز یک سیب است؟ گاز دیگری بزنید و همچنان ادامه دهید تا آنکه چیزی از سیب باقی نماند. سیب از یک چیز به هیچ تبدیل شده است. اما سیب در کجا از مرز سیب بودن به مرز سیب نبودن می گذرد؟ نیمه سیبی که در دست شماست در واقع همان حالت خاکستری بین سیاه و سفید است که منطق فازی قصد ارائه ی آن را دارد.

رنه دکارت، فیلسوف قرن هفدهم، زمانی به گلوله ای از موم زنبور عسل خیره شد. عصر بود و او در جلوی بخاری اتاق نشسته بود . موم را در مقابل گرما نگه داشته بود و گویی صدای گنگ آن را می شنید، عطر عسل آن را حس می کرد و سطح صاف و خنکی آن را می توانست احساس کند و در همان حال سعی کرد که در تفکرات خود به بافت شیری رنگ این گلوله موم نفوذ کند و به درون آن بنگرد. سپس آن گلوله مومی را به آتش نزدیکتر کرد. گلوله سفید سخت، نرم شد، گرم شد، کش آمد، بویش را از دست داد، شفاف شد، مایع شد و جریان یافت. بخشی از آن روی آجرهای داغ اجاق ریخت و جوشید و در هوا پخش شد. موم کجا رفت؟ چه موقع موم از آن گلوله مومی به توده ای غیر مومی تبدیل شد؟ شخصیت آن موم در کجاست؟ آیا در آن گلوله ی مومی است؟ در اجاق است؟ یا در جایی بین آنها؟

تمامی چیزهایی که در اطراف ماست، همه موجودیت های خود را تغییر می دهند. اتم هایی که جهان را می سازند، می چرخند و با یکدیگر برخورد می کنند و این چرخش و برخورد را مرتباً ادامه می دهند. همه چیز در جریان است. جهان همچون رودی که در جریان است. مرتب جلوه های جدیدی از خود بروز می دهد. به نظر می رسد این سیال کیهانی در مقیاس های بزرگ تابع قانون نسبیت عام انشتین و در مقیاس های کوچک تابع قوانین مکانیک کوانتمی است و در مقیاس های بین این دو از چیزهایی تبعیت می کند که ما آنها را نمی شناسیم. همه چیز در حال جریان بسوی ناچیزها هستند. اتم ها در نوک انگشتان ما چرخشی به سوی اتم های موجود در هوا دارند. اتم هایی وجود دارند که به انگشت ما مربوط نمی شود. شود و اتم هایی وجود دارند که بین این دو حالت هستند که به انگشت ما مربوط نمی شود. اتم هایی وجود دارند که بین این دو حالت در به اتم های هیوا اتم های نیز هستند که تا در جه ای مربوط به انگشت ما و تا حدی نیز مربوط به اتم های هی شوند و تا حدی هم می توان گفت به هیچ کدام مربوط نیستند.

باید جهان را سراسر تناقص دید. جهانی که در آن چیزها و ناچیزها وجود دارند و در آن هم «A» و «Not-A» را می توان دید. یونانیان پیروان چنین منطقی را «سوفسطایی» نامیدند. امروزه ما منطق سوفسطایی را نادرست یا احمقانه می پنداریم . روزی افلاطون در آکادمی خود انسان را به عنوان موجودی دو پا و بدون پر تعریف کرد، روز بعد یکی از شاگردان سوفسطایی او به کلاس آمد و مرغی پرکنده را مقابل او نگه داشت. با توجه به این رویدادها ، « مساله عدم انطباق » بوجود آمد. جهان خاکستری است اما علم سیاه و سفید؛ ما درباره ی صفرها و یک ها صحبت می کنیم، اما حقیقت چیزی بین آنهاست. جهانی فازی داریم با توصیفی غیر فازی از آن. پدیده های فازی مرزهای در هم و نامشخصی با متضاد خود دارند. هر

چه یک چیز بیشتر شبیه متضاد خودش باشد، فازی تر است . در فازی ترین حالت، چیزی مساوی متضاد خودش است: لیوان آب نیمه پر و نیمه خالی. همانند سمبل ین-یانگ در حقیقت سمبل فازی نیز هست. این سمبل معرف جهانی از متضادها است، جهانی که اغلب آن را با عرفان شرقی همراه می دانیم.



شکل۱؛ سمبل Yin-Yang، نشان به نوعی نشان دهنده ی اعتقاد به باور فازی در عرفان شرقی است.

اهل منطق در دهه های ۱۹۲۰ و ۱۹۳۰ میلادی اولین بار منطق چند ارزشی را برای کار با اصل عدم قطعیت هایزنبرگ در مکانیک کوانتومی پیش کشیدند. این اصل ریاضی می گوید که اگر شما چیزی را دقیقاً اندازه گیری کنید، نمی توانید چیزهای دیگری را با همان دقت اندازه گیری کنید. این اصل پیشنهاد می کند که از منطق سه مقداری استفاده کنیم. بیان هایی که درست، نادرست یا میانه هستند. در مقیاس کوچکتر ، منطق دان لهستانی جان لوکاسیه وپچ حالت میانه ای را خرد و به چندین قطعه تقسیم کرد و به حالت چند مقداری یا منطق چند ارزشی رسید . لوکاسیه وپچ آنگاه قدم بعدی را برداشت و حالات میانه را به صورت یک محیط پیوسته تعریف کرد، طیفی بین نادرستی و درستی، بین صفر و یک.

منطق فازی می تواند پایه ریز بنیانی برای فن آوری جدیدی باشد که تا کنون هم دست آوردهای فراوانی داشته است. کاربرد اساسی آن تشخیص حوزه متغیرهای پیوسته است. برای مثال یک وسیله اندازه گیری دما، برای جلوگیری از قفل شدن یک عایق ممکن است چندین عضو مجزا داشته باشد تا بتواند حوزه دماهایی را که نیاز به کنترل دارد را به طور صحیح تعریف نماید. هر تابع، یک ارزش دمایی مشابه که حوزه آن بین و ۱ است را اختیار می کند. از این ارزشهای داده شده برای تعیین چگونگی کنترل هوشمند یک دماسنج استفاده می شود.

استدلال فازی ضریب هوشی ماشین را افزایش می دهد: مهندسان فازی نرم افزارها و تراشه هایی را طراحی می کنند که می تواند به رایانه ها قدرت استدلال نزدیکتری به قدرت استلال انسان بدهند. این توانایی باعث می شود ماشین ها هوشمند تر شده، کار با آنها ساده تر شود. سیستم های فازی سریع قطارهای زیر زمینی را کنترل می کنند، هلی کوپترها را بهتر از آنچه انسانها می توانند انجام دهند، پایدار می سازند. حالت فازی با قواعد خود می تواند کنترلی نرم و یکنواخت به دست دهد. به این ترتیب پرش های بیشینه و کمینه، که در سیستم های دارای کنترل ریاضی قدیم متداول است و به سیستم ضربه وارد می آورد، کاهش می یابد. تکنولوژی ساخت حس کننده ها یا سنسورها می تواند انقلاب فازی را سرعت بخشد. آن خبرگان کوچک فازی به اطلاعات زیادی نیاز دارند و و این اطلاعات باید سریعتر و دقیق تر به آن ها برسد و اطلاعات هر چه بیش تر و دقیق تر تهیه شوند، نتیجه بهتر خواهد بود.

۲. پیشینه ی تاریخی

اعتقاد به سیاه و سفیدها، این نظام دو ارزشی، به گذشته های دور و دراز باز می گردد و دست کم به یونان قدیم می رسد. "دموکریت" جهان را به اتم ها و فضاهای خالی تقسیم می کرد. "افلاطون" جهان خود را با شکل های قرمز رنگ و متعامد و مثلثی پر کرد. "ارسطو" راجع به قوانین سیاه و سفید هر آنچه احساس می کرد به رشته تحریر در آورد، منطق دو دویی "ارسطو" به یک قانون منتهی شد و آن این بود : «یا ایس یا نه ایس.» آسمان آبی است یا آبی نیست. آسمان نمی تواند هم آبی باشد و هم آبی نباشد. آن نمی تواند هم A باشد و هم A نباشد. دو هزار سال است که قانون ارسطو تعیین می کند چه چیزی از نظر فلسفی درست است و یا درست نیست. ایمان دودویی همیشه با شک رو به رو بوده است. این منطق همواره منتهی به همان پاسخ انتقادی خود شده است. نوعی زمینه منطقی فلسفی "بودا" در هند، پنج قرن قبل از مسیح و تقریباً دو قرن قبل از ارسطو زندگی می کرد که اولین قدم ها را در گریز از جهان کلمات سیاه و سفید و دریدن این حجاب دو ارزشی برداشت. هدف آن نگرسیتن به جهان به صورتی بود که «هست».

مساله ی عدم دقت لازم در محاسبات و خطای موجود در تجربه های عملی تا قبل از قرن ۲۰ ام، با استفاده از تئوری احتمالات برطرف می شد. این روند ادامه داشت تا اینکه در سال ۱۹۳۷، Max Black مفهومی به نام ابهام ٔ را مطرح کرد. درسال ۱۹۳۷ فیلسوف کوانتومی، ماکس بلک مقاله ای در رابطه با مجموعه های گنگ یا آنچه که ما اکنون مجموعه های فازی می نامیم منتشر ساخت اما در جوامع علمی آن را نادیده

انگاشتند. در صورتی که این منطق در آن زمان مورد توجه قرار می گرفت، در حال حاضر می بایست به جای منطق فازی از "منطق گنگ" استفاده می کردیم! به دنبال آن پروفسور لطفی زاده؛ رئیس دپارتمان مهندسی برق دانشگاه کالیفرنیا در برکلی، در سال ۱۹۶۵ مقاله ای تحت عنوان «مجموعه های فازی آ» را ارائه نمود. این ارائه تاثیر عمیقی در افکار موجود در رابطه با عدم قطعیت در آنالیز ها ایجاد کرد. عبارت «فازی» سی سال بعد از ارائه ی لطفی زاده به واژگان علمی وارد شد. تا آن زمان دانشمندانی نظیر برتراند راسل اصطلاح «ابهام» را برای حالت چند ارزشی لوکاسیه و پچ برای مجموعه ها و گروه های اشیا و چیزها استفاده شده بود . لطفی زاده بر چسب برد. در مقاله ی لطفی زاده، از منطق چند ارزشی لوکاسیه و پچ برای مجموعه ها و گروه های اشیا و چیزها استفاده شده بود . لطفی زاده بر چسب یا نام yruzzy را روی این مجموع های گنگ یا چند ارزشی قرار داد، علت این نامگذاری این بود که مفهوم فازی را از منطق دودویی که در زمان خود مطرح بود، دور سازد. هدف اولیه او در آن زمان، توسعه مدلی کارآمدتر برای توصیف فرآیند پردازش زبانهای طبیعی بود. او مفاهیم و اصلاحاتی همچون مجموعههای فازی، رویدادهای فازی، اعداد فازی و تازشهایش در این زمینه، موفق به کسب جوایز بین المللی متعددی شده است. پس از معرفی منطق فازی به دنیای علم، در ابتدا مقاومتهای بسیاری دربرابر پذیرش این نظریه صورت گرفت. بخشی از این مقاومتهای بسیاری دربرابر پذیرش این نظریه صورت گرفت. بخشی از این مقاومتهای بسیاری دربرابر پذیرش این نظریه صورت گرفت. بخشی از این مقاومتهای نخست تولدش بیشتر در دنیای مشرق زمین، به ویژه کشور ژاپن با استقبال روبهرو شد، اما استیلای اندیشه کلاسیک صفر و یک در کشورهای مغرب زمین، اجازه رشد دنیای مشرق زمین، به ویژه کشور ژاپن با استقبال روبهرو شد، اما استیلای اندیشه کلاسیک صفر و یک در کشورهای مغرب زمین، اجازه رشد که بر اندک باده ین نظریه مخالفتها نیز اندک لندک کاهش یافتند.

٣. لطفى عسكر زاده ملقب به "زاده"!

او در سال ۱۹۲۱ در شهر باکو در جمهوری آذربایجان به دنیا آمد. پدرش یک ژورنالیست ایرانی بود که در آن زمان به دلایل شغلی در باکو بسر می برد و مادرش یک پزشک روس بود. وی ده ساله بود که در اثر قحطی و گرسنگی سراسری پدید آمده در سال ۱۹۳۱، به اتفاق خانواده به وطن پدری اش ایران بازگشت. لطفی زاده در دبیرستان البرز تهران، تحصیلات متوسطه را به پایان رساند و در امتحانات کنکـور سراسـری، مقـام دوم را کسب نمود. در سال ۱۹۴۲ رشته الکترونیک دانشگاه تهران را با موفقیت به پایان رساند و در طی جنگ دوم جهانی برای ادامه تحصیلات به آمریکا رفت. او در سال ۱۹۴۶ موفق به اخذ مدرک فوق لیسانس از موسسه ی تکنولوژی ماساچوست(MIT) شد. در سال ۱۹۴۹ به دریافت مدرک دکتـرا از دانشگاه کلمبیا نائل شد و در همین دانشگاه با تدریس در زمینه "تئوری سیستم ها" کارش را آغاز کرد. او در سال ۱۹۵۹ به برکلی رفت تـا بـه تدریس الکتروتکنیک بپردازد و در سال ۱۹۶۳ ابتدا در رشته الکتروتکنیک و پس از آن در رشته علوم کامپیوتر، کرسی استادی گرفت. لطفی زاده به طور رسمی از سال ۱۹۹۱ بازنشسته شده است، وی مقیم سانفرانسیسکو است و در آنجا به پروفسور "زاده" مشهور است. لطفی زاده بـه هنگـام فراغت به سرگرمی محبوبش عکاسی می پردازد. او عاشق عکاسی است و تاکنون شخصیت های معروفی همچون روسای جمهور آمریکـا، تـرومن و نیکسون، رو به دوربین وی لبخند زده اند.



شكل ٢؛ پرفسور لطفىزاده خالق نظريه مجموعه هاى فازى و منطق فازى

پروفسور لطفی زاده دارای بیست و سه دکترای افتخاری از دانشگاه های معتبر دنیاست، بیش از دویست مقاله علمی را به تنهایی در کارنامه علمی خود دارد و در هیئت تحریریه پنجاه مجله علمی دنیا مقام "مشاور" را داراست.

٣. حالت دو ارزشی در مقابل حالت چند ارزشی؛ سادگی در مقابل دقت

قوانین علمی گذشته در فیزیک و مکانیک نیوتونی همه بر اساس منطق قدیم استوار گردیدهاند. منطق دو ارزشی دقت را فدای سهولت می کند. نتایج منطق باینری (دودویی) یا بلی و خیر، سیاه وسفید، درست و نادرست می تواند مطالب ریاضی و پردازش رایانه ای را ساده کند. با رشته هایی از صفر ها و یک ها بسیار ساده تر از کار با کسرها یا اعداد کسری می توان کار کرد. حالت دو ارزشی نیازمند انطباق ورزی و همچنین از بین بردن زوائد است. عصر اطلاعات مبتنی بر حالت دو ارزشی است، زیرا در پردازش سیگنال ها وتراشه های رایانه ای، تکیه اصلی بر «انقلاب دیجیتال» است. ما کمیت هایی نظیر صوت، فشار خون، دما و زلزله را اندازه گیری می کنیم . اینها کمیت هایی هستند که به آرامی در زمان تغییر می کنند . اما زمانی که می خواهیم آنها را به رایانه ها بدهیم، مجبوریم آنها را نمونه گیری و گسسته سازی عددی کنیم. لذا باید تغییرات را به صورت منحنی افزایش یا کاهش ایجاد نمائیم. دیجیتالی کردن این منحنی برش هایی را به شکل نمونه های زمانی مجزا از یکدیگر روی محور زمان (محور افقی) ایجاد می کند و محور عمودی را به مجموعه ای از اعداد تقسیم می کند و سیگنال ها را به نزدیکترین مقدار برش خورده تقریب می زند (عددی می کند)، آنگاه سیستم ، واقعیت را کنار گذاشته و فقط اعداد دیجتالی شده را نگه می دارد و آن را تبدیل به صفر و یک می کند.

ضعفی که این گردنمودن (عددی نمودن) دیجتالی دارد، نقطه میانی خط اعداد می باشد که یک «پارادوکس» در ریاضیات مدرن است و تسهیل سازی دودویی را با مشکل رو به رو می کند. در اوایل قرن بیستم، برتراند راسل، نشان داد که نظریه ریاضی مجموعه های اشیا و زیر مجموعه های آنها را، پارادوکس ها در هم می ریزد . او این مساله را با مثال «سلمانی» نشان داد: «سلمانی راسل یک مرد سبیلو است که در جلوی مغازه ی خود شعاری به این مضمون نصب کرده است: «من صورت همه را می تراشم به جز مردانی که خود صورتشان را می تراشند.» بنابراین اگر این جمله درست باشد چه کسی صورت خود آن سلمانی را می تراشد؟ اگر او صورت خودش را بتراشد، براساس آنچه روی تابلوی شعار نوشته است نمی تواند این کار را بکند. به نظر می رسد او نوشته است نمی تواند این کار را بکند. اما اگر صورت خود را نمی تراشد ، آنگاه براساس تابلویی که نوشته باید این کار را بکند. به نظر می رسد او در یک لحظه هم باید صورتش را بتراشد و هم نتراشد. از این جا بود که راسل مثال نقضی را در منطق مورد استفاده دو ارزشی قائل شد و آن سادگی و ساده سازی را با مشکل رو به رو ساخت و توجه منطق و علم قرن بیستم را به دقت و پذیرفتن پیچیدگی ها رهنمون ساخت.

« هر چیزی درجه ای از ابهام دارد. تا سعی از واضح و روشن کردن آن نکنید، آن را درک نخواهید کرد.» برتراند راسل (فلسفه ی منطق اتم گرایی)

٤. دقت بالا ، حالت فازي بالا

هر لحظه ذهن ما در حال تغییر است. این نیز خود موجب تغییر تدریجی الگوهای یادگیری ما می شود. هر چه اطلاعات بیشتری به دست می آوریم، تصویری شفاف تر و دقیق تر از جهان به دست خواهیم آورد و دید روشن تری از واقعیت ها خواهیم یافت. اما آیا این موضوع می تواند حالت فازی را از واقعیت ها منفک سازد؟ فرض کنید فردی سی و چند سال سن داشته باشد. آیا این فرد پیراست؟ بله یا خیر؟ آیا جوان است؟ اطلاعات بیشتری اضافه کنید. سن فرد را دقیق تر تعیین کنید . مثلاً بگوئید می دانیم این فرد، تا آن روز (روز تولد) سی ساله است. حال با این وصف این فرد پیر است یا جوان؟ اطلاعت دقیق مربوط به سن فرد چه چیز را برای ما روشن می کند؟ فقط به ما می گوید وقتی او سی و پنج ساله شد در مقایسه با آنچه هم اکنون هست پیرتر خواهد بود. از این مثال می توانیم در یابیم که پیری و جوانی تابع درجات هستند . آنها مفاهیم فازی هستند . «مرز را کجا باید تعیین کنیم؟» سوالی است که استدلال سیاه وسفید را در جهانی از خاکستری ها به دام می اندازد.

منطق فازی معتقد است که ابهام در ماهیت علم است. بر خلاف دیگران که معتقدند که باید تقریبها را دقیق تر کرد تا بهرهوری افزایش یابید، لطفیزاده معتقد است که باید به دنبال ساختن مدلهایی بود که ابهام را به عنوان بخشی از سیستم مدل کند. در منطق ارسطویی، یک دستهبندی درست و نادرست وجود دارد. تمام گزارهها درست یا نادرست هستند. بنابراین جمله «هوا سرد است»، در مدل ارسطویی اساساً یک گزاره نمیباشد، چرا که مقدار سرد بودن برای افراد مختلف متفاوت است و این جمله اساساً همیشه درست یا همیشه نادرست نیست. در منطق فازی، جملاتی هستند که مقداری درست و مقداری نادرست هستند. برای مثال، جمله "هوا سرد است" یک گزاره منطقی فازی میباشد که درستی آن گاهی کم و گاهی زیاد است؛ گاهی همیشه درست و گاهی همیشه نادرست و گاهی تا حدودی درست است. هر عبارت «فازی» نظیر «علف سبز است» می تواند تغییر کند و یا آن که بین صفر درصد تا صد درصد درست باشد.

یک انسان در نور کافی قادر به درک میلیونها رنگ میباشد. ولی یک روبوت چگونه میتواند این تعداد رنگ را تشخیص دهد؟

۴. عدم قطعیت

مساله ی عدم قطعیت ^۳ را می توان به صورت نتیجه ی کمبود اطلاعات یا غیر دقیق بودن آنها را در مورد پدیده ای تعریف کرد. در واقع هرچـه اطلاعات ما از پدیده ها بیشتر باشد، قطعیت بیشتری در رابطه با آن پدیده داریم.

صفت عدم قطعیت، به صور گوناگون، در همه ی زمینهها و پدیدهها صرف نظر از روش شناسی مورد کاربرد، جهت مطالعه، طراحی و کنتـرل پدیدار میشود. برای مقابله مؤثر با پیچیدگی روزافزون در بررسی، مطالعه، مدلسازی و حل مسائل جدید در فیزیـک، مهندسـی، پزشـکی، زیسـت شناسی و بسیاری از امور گوناگون دیگر، ایجاد و ابداع روشهای محاسباتی جدیدی مورد نیاز شده است که بیشتر از پیش به شیوههای تفکر و تعلم خود انسان نزدیک باشد. هدف اصلی آنست که تا حد امکان، رایانهها بتوانند مسائل و مشکلات بسیار پیچیده علمی را با همان سهولت و شیوایی بررسی و حل و فصل کنند که ذهن انسان قادر به ادراک و اخذ تصمیمات سریع و مناسب است.

در جهان واقعیات، آدمی بسیاری از مفاهیم را به صورت فازی (fuzzy به معنای غیر دقیق، ناواضح و مبهم) درک می کند و به کار می بندد. به عنوان نمونه، هر چند کلمات و مفاهیمی همچون گرم، سرد، بلند، کوتاه، پیر، جوان، و نظائر اینها به عدد خاص و دقیقی اشاره ندارند، ذهن انسان با سرعت و با انعطاف پذیری شگفتآوری همه را می فهمد و در تصمیمات و نتیجه گیریهای خود به حساب می گیرد. این، در حالیست که ماشین فقط اعداد را میفهمد و اهل دقّت است. اهداف شیوههای نو در علوم کامپیوتر آن است که اولا رمز و راز اینگونه تواناییها را از انسان بیاموزد و سپس آنها را تا حد امکان به ماشین یاد بدهد.

گرچه ابهام و فازی بودن دو می توانند حاوی مفاهیم جدایی باشد، طبق نظر لطفی زاده، اغلب ابهام دارای فازی بودن است. زاده (۲۰۰۲) برخی عبارات ساده را برای روشن تر شدن مفاهیم و تفاوت ها بیان کرده است. از لحاظ عدم قطعیت، عبارت "من بزودی بر خواهم گشت" یک عبارت مبهم[†] است. در صوتی که عبارت "من دو دقیقه ی دیگر بر خواهم گشت" یک عبارت فازی است. در جمله ی اول مساله ی بازگشتن موکول شده به آینده ای که مشخص نیست این آینده از چه مرتبه ای است. در واقع این عدم قطیت در رابطه با زمان بازگشت می تواند از مرتبه ی ثانیه، در صورتی که در عبارت دوم، مساله عدم قطعیت در مورد زمان بازگشت از مرتبه ی دقیقه است.

« نظریه ی فازی اشتباه است، اشتباه و مخرب. آنجه بدان نیاز داریم تفکری منطقی تر است، نه تفکری کمتر منطقی. خطر منطق فازی این است که مشوق همان تفکر بی ارزشی است که تا بحال این اندازه مشکل آفرین بوده است. منطق فازی کوکایین علم است.» پروفسور ویلیهام کاهان(دانشگاه کالیفرنیا، برکلی)

> «فازی سازی نوعی آسان گیری علمی است. حاصل آن شعار هایی عامه پسند است که نظام سخت کار علمی و مشاهدات سخت و صبورانه علمی را به همراه ندارد.» پروفسور رودلف کالمن (دانشگاه فلوریدا، گینسویل)

«حالت فازی حالت ابهام آلودی از احتمالات است. من می توانم با احتمالات کنترلری طراحی کنم که می تواند همار کارهایی را انجام دهد که شما می توانید با منطق فازی انجام دهید» پروفسور مایرون تروبیوس (پس از شنیدن خبر کنترل قطار زیر زمینی شهر IEEE 1988 Sendai)

تفاوت میان نظریه احتمالات و منطق فازی: یکی از مباحث مهم در منطق فازی، تمیزدادن آن از نظریه احتمالات در علم ریاضیات است. غالباً نظریه فازی با نظریه احتمالات اشتباه می شود. در حالی که این دو مفهوم کاملاً با یکدیگر متفاوتند. این موضوع به قدری مهم است که حتی برخی از دانشمندان بزرگ علم ریاضیات در دنیا - بهویژه دانشمندان غربی - درمورد آن با یکدیگر بحث دارند و جالب آن که هنوز هم ریاضیدانانی وجود دارند که با منطق فازی مخالفند و آن را یک سوء تعبیر از نظریه احتمالات تفسیر می کنند. از نگاه این ریاضیدانان، منطق فازی چیزی نیست جز یک برداشت نادرست از نظریه احتمالات که به گونه ی غیرقابل قبول، مقادیر و اندازه گیریهای نادقیق را وارد علوم ریاضیات، مهندسی و کنترل کرده است. بعضی نیز مانند Bruno de Finetti معتقدند فقط یک نوع توصیف از مفهوم عدم قطعیت در علم ریاضیات کافی است و چون علم آمار و احتمالات وجود دارد، نیازی به مراجعه به منطق فازی نیست. با این حال، اکثریت طرفداران نظریه منطق فازی همچون بارت کاسکو تا آنجا پیش که به طور مستقیم یا غیرمستقیم با علم مهندسی کنترل سروکار دارند. حتی تعدادی از پیروان منطق فازی همچون بارت کاسکو تا آنجا پیش میروند که احتمالات را شاخه و زیرمجموعه ای از منطق فازی می نامند.

توضیح تفاوت میان این دو نظریه البته کار چندان دشواری نیست. منطق فازی با حقایق نادقیق سروکار دارد و به حدود و درجات یک واقعیت اشاره دارد؛ حال آن که نظریه احتمالات بر شالوده مجموعه حالات تصادفی یک پدیده استوار است و درباره شانس وقوع یک حالت خاص صحبت می کند، حال آنکه اگر حالتی اتفاق بیفتد، دقیق فرض می شود. ذکر یک مثال می تواند موضوع را روشن کند. فرض کنید در حال رانندگی در یک خیابان هستید .اتفاقاً متوجه می شوید که کودکی در اتومبیل دیگری که به موازات شما در حال حرکت است، نشسته و سر و یک دست خود را از

³ Uncertainty

⁴ Vague

۵ بارت کاسکو از شاگردان پروفسو زاده و از نطریه پردازان منطق فازی است. وی کتب متعددی را در زمینه ی منطق فازی تالیف و ویرایش کرده است. یکی از کتب مهم وی در زمینه ی فلسفه ی منطق فازی با نام "تفکر فازی" جزو منابع این نوشته بوده و مشخصات ترجمه آن در میان منابع این نوشته دکر شده است.

پنجره ماشین بیرون آورده و در حال بازی گوشی است. این وضعیت واقعی است و نمی توان گفت احتمال این که بدن این کودک بیرون اتومبیل باشد، چقدر است. چون بدن او واقعا (قطعا) بیرون ماشین است، با این توضیح که بدن او کاملاً بیرون نیست، بلکه فقط بخشی از بدن او در خارج اتومبیل قرار گرفته است. تئوری احتمالات در اینجا کاربردی ندارد. چون ما نمی توانیم از احتمال خارج بودن بدن کودک از ماشین صحبت کنیم، وزیرا آشکارا فرض غلطی است. اما می توانیم از احتمال وقوع حادثه صحبت کنیم. مثلاً هرچه بدن کودک بیشتر بیرون باشد، احتمال این که در اثر برخورد با بدنه یک اتومبیل در حال حرکت دچار آسیب شود، بیشتر می شود. این حادثه هنوز اتفاق نیفتاده است، ولی می توانیم از احتمال وقوع آن صحبت کنیم(احتمال). اما بیرون بودن تن کودک از ماشین همین حالا به واقعیت تبدیل شده است و فقط می توانیم از میزان و درجات آن صحبت کنیم(فازی بودن). تفاوت ظریف و در عین حال پررنگی میان نظریه احتمالات و نظریه فازی وجود دارد که اگر دقت نکنیم، دچار اشتباه می شویم؛ زیرا این دو نظریه معمولاً در کنار یکدیگر و در مورد اشیای مختلف همزمان مصداق هایی پیدا می کنند. هنگامی که به یک پدیده می نگریم، نوع نگاه ما به آن پدیده می تواند تعیین کند که باید درباره احتمالات صحبت کنیم یا منطق فازی. در مثال فوق موضوع دغدغه ما کودکی است که در حال بازی گوشی است. اما یک وقت نگران این هستیم که تا چه اندازه خطر او را تهدید می کند. خطری که هنوز به وقوع نپیوسته است. یک وقت همکن است نگران باشیم که بدن او چقدر بیرون پنجره است. واقعیتی که هم اکنون به وقوع پیوسته است.

۴. ریاضیات فازی

دانش مورد نیاز برای بسیاری از مسائل مورد مطالعه به دو صورت متمایز ظاهر می شود:

۱. دانش عینی مثل مدلها و معادلات و فرمولهای ریاضی که از پیش تنظیم شده و برای حل و فصل مسائل معمولی فیزیک، شیمی یا مهندسی مورد استفاده قرار می گیرد. ارزشهای کمی که می توان با یک عدد معین بیان نمود در این حوزه قرار دارند.

۲. دانش شخصی مثل دانستنیهایی که تا حدودی قابل توصیف و بیان زبانی ٔ بوده، ولی امکان کمی کردن آنها با کمک ریاضیات سنتی معمولا وجود ندارد. ارزش های کیفی که براساس یک ویژگی بیان می شود، در این حوزه قرار می گیرند. به عنوان مثال متغیر زبانی "سن" بسته به تقسیمات مورد نظرشخصی وشرایط می تواند شامل مجموعه عبارتی از قبیل "نوجوان "،"جوان"،"میان سال"،"میان سال"،"میان سال"،" نه پیر"، ته پیر"، ته پیر"، ته پیر"، ته پیر"، ته بیر"، ته جوان"، ته جوان و نه پیر"، ته جوان و نه پیر"، تا

از آن جا که در عمل هر دو نوع دانش مورد نیاز است، منطق فازی می کوشد آنها را به صورتی منظم، منطقی و ریاضیاتی با یکدیگر هماهنگ گرداند. ریاضیات فازی یک فرا مجموعه از منطق بولی است که بر مفهوم درستی نسبی دلالت می کند. منطق کلاسیک هر چیزی را بر اساس یک سیستم دوتائی نشان می دهد (درست یا غلط، ۰ یا ۱، سیاه یا سفید) ولی منطق فازی درستی هر چیزی را با یک عدد که مقدار آن بین صفر و یک است، نشان می دهد. در واقع منطق فازی از جمله منطقهای چندارزشی بوده و بر نظریه مجموعههای فازی تکیه می کند.

مجموعههای قطعی (Crisp sets): مجموعههای قطعی در واقع همان مجموعههای عادی و معمولی هستند که در ابتدای نظریه ی کلاسیک مجموعهها، یک عنصر، یا عضو مجموعه است یا نیست. در حقیقت عضویت عناصر از یک الگوی صفر و یک و باینری تبعیت می کند. در واقع در مجموعههای قطعی، تابع عضویت فقط دو مقدار در برد خود دارد: آری و خیر (یک و صفر) که همان دو مقدار ممکن در منطق دوارزشی کلاسیک هستند. بنابراین:

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 1 & \text{if } x \in A, \\ 0 & \text{if } x \notin A. \end{cases}$$

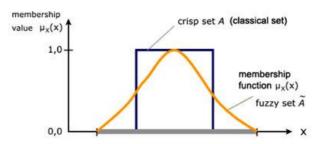
. که در اینجا $\mu_A(x)$ تابع عضویت عنصر x در مجموعه قطعی

مجموعههای فازی: برد تابع عضویت در این مجموعه ها بصورت بازه ی بسته ی[0,1] برای مجموعههای فازی است. مجموعههای فازی از تعمیم و گسترش مجموعههای قطعی(نظریه کلاسیک مجموعهها) به صورتی طبیعی حاصل میآیند. در واقع تئوری مجموعههای فازی این مفهوم را بسط میدهد و عضویت تعریف وبین صفرتا صفرتا برا بسط میدهد و عضویت تعریف وبین صفرتا صفرتا برا بسط میدهد و عضویت تعریف وبین صفرتا در به اندازه ارزشگذاری می شوند. به این ترتیب که یک عنصر میتواند تا درجاتی-و نه کاملاً- عضو یک مجموعه باشد. مثلا این جمله که "آقای الف به اندازه هفتاد درصد عضو جامعه بزرگسالان است" از دید تئوری مجموعههای فازی صحیح است. در این تئوری، عضویت اعضای مجموعه از طریق تابع u

6 linguistic

(x)مشخص می شود که x نمایانگر یک عضو مشخص و u تابعی فازی است که درجه عضویت x در مجموعه مربوطه را تعیین می کند و مقدار آن بین صفر و یک است.

$$\tilde{A} = \{(x, \mu_A(x)) \mid x \in X\}$$

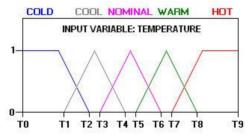


شکل۳؛ مقایسه ای بین نمودار عضویت در مجموعه ی کلاسیک و مجموعه ی فازی

تابع u(x) ممکن است مجموعهای از مقادیر گسسته u(x) یا پیوسته u(x) باشد. وقتی که u(x) فقط تعدادی از مقادیر گسسته بین صفر و یک را تشکیل میدهد، مثلاً ممکن است شامل اعداد u(x) و u(x) و صفر و یک باشد. اما وقتی مجموعه مقادیر u(x) پیوسته باشند، یک منحنی پیوسته از اعداد اعشاری بین صفر و یک تشکیل می شود. شکل بالا نموداری از نگاشت پیوسته مقادیر u(x) به مقادیر u(x) را نشان می دهد.

در شکل زیر، سرد بودن، گرم بودن و داغ بودن، توابعی برای مقایسه درجه حرارت هستند و هر نقطه ای روی این خطوط می تواند دارای یکی از سه ارزش بالا باشد. به عنوان مثال برای یک درجه حرارت خاص که در شکل با یک خط نشان داده شده است، می توان گفت: «مقداری سرد است»، «اندکی گرم است» یا «اصلاً داغ نیست».

برای چند ارزشی نمودن تصمیمات می توان از ترکیبی از قوانین عضویت در مجموعه های فازی را بکار بـرد. بـه عنـوان مثـال فـرض کنیـد میخواهیم یک توصیف فازی از دمای یک اتاق ارائه دهیم. در این صورت میتوانیم چند مجموعه فازی تعریف کنیم که از الگوی تابع (u(x) تبعیـت کند. شکل ۲ نموداری از نگاشت متغیر "دمای هوا" به چند مجموعه فازی با نامهای سرد، خنـک، عـادی، گـرم و داغ اسـت. چنـان کـه ملاحظـه میکنید، یک درجه حرارت معین ممکن است متعلق به یک یا دو مجموعه باشد.



شکل۵؛ ساختار تصمیم گیری برای نشان دادن میزان دمای هوا

به عنوان نمونه، درجه حرارتهای بین دمای T1 و T2 هم متعلق به مجموعه سرد و هم متعلق به مجموعه خنک است. اما درجه عضویت یک دمای معین در این فاصله، در هر یک از دو مجموعه متفاوت است. به طوری که دمای نزدیک T2 تنها به اندازه چند صدم در مجموعه خنک عضویت دارد.

منطق فازی را از طریق قوانینی که "عملگرهای فازی"^۹ نامیده میشوند، میتوان به کار گرفت.

از: سفارت آمریکا در توکیو، ژاپن

به : وزير كشور ايالات متحده آمريكا در Washington D.C ، مارس ١٩٩٥

« حکومت ژاپن و موسسات تجارتی، صنعتی و آکادمیک آن کشور، به طور فعال مشغول مطالعه درباره نظریه منطق فازی و نحوهٔ استفاده از آن در کاربردهای مختلف هستند. پروژه تحقیقاتی دولت به وسیله پروژه تحقیقاتی ۵ ساله آژانس علوم و تکنولوژی رهبری شده که متشکل از ۱۹ طرح جداگانه است (به عنوان مثال شبیه سازی آلودگی هوا در جهان، پیش بینی زمین لرزه، مدل سازی رشد

⁷ discrete

⁸ continuous

⁹ Fuzzy Opperators

گیاهان). تلاش صنایع ژاپن به وسیله آزمایشگاه MITI برای مهندسان بینالمللی فازی (LIFE) به نمایش گذاشته شده است. این آزمایشگاه بوسیله ۴۸ شرکت ژاپنی برای تحکیم ارتباطات آکادمیک صنعتی تاسیس شد. بعضی از کاربردهایی که LIFE در دست مطالعه دارد عبارت است از: سیستم کنترل نیروگاههای هستهای و رایانههای فازی و محققان ژاپنی سیستمهای فازی انتظار دارند که منطق فازی بیشتر در توسعه سیستمهای رایانهای مناسبتر برای مردم کمک کند تا عکس آن. »

۵. کاربردها

مجموعه های فازی به دلیل انعطاف پذیری، شبیه سازی استدلال انسان را در قالبی که روی رایانه های رقمی قابل اجراست، میسر می سازند. به عنوان مثال، نرم افزارهای تشخیص کلام باید در برابر تفاوت تلفظ واژه ها، توسط افرادی با لهجه های مختلف، انعطاف داشته باشند. این نکته در مورد خواندن متون دستنویس نیز صحت دارد. رایانه هایی که بر مبنای منطق دو ارزشی ساخته شده اند، در تشخیص شباهت میان اندازه های متفاوت یک حرف نیز دچار مشکل میشوند، چه رسد به شناخت اشکال متنوع حروف در نوشته های مختلف.

از سوی دیگر آنچه استدلال انسان را از روشهای رایانه ای متمایز می کند، این حقیقت است که مقادیر عددی در تصمیم گیریهای انسان، بسیار کمتر از قیدها و صفات لغوی موثرند. منطق فازی استفاده از "متغیرهای لغوی" (ا در الگوریتمها و برنامه ها ممکن می سازد. میثلا برنامه نویس می تواند صفات کمی نادقیقی چون "بسیار" یا "کم" را در برنامه رایانه ای به کار برد. چنینی امکانی، بویژه در کاربردهای هوش مصنوعی و برنامه های کنترل (تنظیم و نظارت بر) فرآیندها، از اهمیت خاصی برخوردار است. در هر دو این موارد، برنامه نویسی باید با استفاده از قواعد "سرانگشتی" انجام شود. انجام این کار با استفاده از منطق فازی آسان است. حال آنکه بیان این قواعد با روابط دقیقی ریاضی مانند معادلات دیفرانسیل (به دلیلی حجم فوق العاده زیاد آنها) کاری دشوار و گاه ناممکن است. به عنوان مثال، در صنایع پتروشیمی، فرآیندهای پیچیده شـــیمیایی را نمـــی تـــوان بــا معــادلات دقیقــی ریاضــی بیــان کــرد و بــرای آنهــا برنامــه هــای دقیـــق نوشــت. نخستین دستگاه فازی کنترل فرآیندهای صنعتی، در اوایل دهه ۱۹۷۰ میلادی، توسط دکتر ابراهیم ممدانی استاد ایرانی تبار داشنگاه کـوین مـری لندن ساخته شد. پیشرفتهایی که تاکنون در زمینه خودکار سازی صنایع و دانش هوش مصنوعی انجام شده است، تا حـد زیـادی مرهـون اندیشـه نوین دکتر عسکرزاده و ابداعات دکتر ممدانی بوده است.

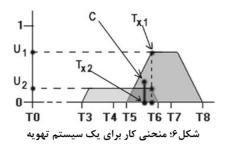
در سال ۱۹۸۰ میلادی، شرکت دانمارکی اسمیت تنظیم کننده ای خودکار برای کوره های سیمان، به بازار عرضه کرد. این تنظیم کننده با یک ریزپردازنده فازی کار می کرد. هم اکنون شمار زیادی از کوره های سیمان در اروپا از این وسیله استفاده می کنند. کوره سیمان محفظه ای است به ارتفاع ۲۰۰۰ متر که حرکت دورانی دارد. درون کوره، سنگ آهک و گل رس در دمایی بین ۱۰۰۰ تا ۱۴۰۰ درجه سانتیگراد تشکیل واکنش می دهند و "کلینکر" تولید می کنند. واکنشهای شیمیایی درون کوره بسیار پیچیده اند و اندازه گیری کمیت مواد داخل آن بسیار دشوار است. اما یک متصدی (اپراتور) ماهر با استفاده از سی یا چهل قاعده سر انگشتی تجربی بخوبی از عهده نظارت کوره بر می آید. تنظیم کننده اسمیت، قواعد سر انگشتی را در قالب دستورات فازی می پذیرد. بدین ترتیب، کاربر می تواند حتی بدون آشنایی با برنامه نویسی رایانه، مشخصات کوره های مختلف را به آن بدهد. نخست متغیرهای لغوی بالا، پایین، کافی، متوسط و نظایر آنها توسط منحنی هایی تعریف میشوند. آنگاه قواعد سر انگشتی ممکن است بدین صورت باشد: در صورت بالا بودن مقدار اکسیژن، و پایین بودن مقدار آهک، از میزان سوخت ورودی به قدر کافی کاسته شود در عمل، میزان کارآیی هر قاعده با بررسی میزان برقراری شرایط مختلف آن، تعیین می شود. آنگاه میانگین متوازن نتیجه اعمال تمامی قاعده ها، عمل نهایی را مشخص می کند. ممکن است تصور شود که قواعد سرانگشتی را می توان به صورت جز به جز در برنامه های رایانه ای وارد کرد و در قبال هر حالت، عملی را برای رایانه مشخص نمود. اما مشکل اینجاست که ایجاد چنین برنمامه ای بسیار دشوارتر از برنامه مبتنی بر منطق فازی است و حافظه عظیمی را اشغال می کند. به همین دلیل، پیاده سازی آن برای کوره های متفاوت، عملا ناممکن است. نظر خواهی از افزایش کیفیت محصول و صوفه جویی در سوخت مصوفی بود.

از منطق فازی برای ساخت کنترل کننده های لوازم خانگی از قبیل ماشین رختشویی (برای تشخیص حداکثر ظرفیت ماشین، مقدار مواد شوینده، تنظیم چرخهای شوینده) و یخچال استفاده می شود. در دو دهه اخیر در آمریکا، انگلستان، فراانسه و ژاپن، بسیاری از دانشمندان، منطق فازی را در حل مسائل گوناگون مهندسی به کار گرفته اند. اما جالب است بدانید که ژاپنی ها همواره در این عرصه پیشتاز بوده اند. قطار زیرزمینی شهر Sendai نخستین قظاری است که بطور خودکار و بر اساس منطق فازی هدایت می شود. ایمنی، راحتی، توقف دقیق و مصرف حداقل انـرژی در طراحی انجام شده نشان می دهند که این دستگاه بهتر از انسان از عهده هدایت قطار بر می آید.

یکی از نخستین دستگاههای فازی، دستگاه تهویه مطبوع تولید کارخانه میتسوبیشی ژاپن است. همان طور که می دانید، ماشینهای سنتی غیر فازی تنها در دو حالت روشن و خاموش کار می کنند. مثلا دستگاههای تهویه مطبوع وقتی هوای اتاق بسیار گرم می شود روشن و هنگامی که بسیار سرد می شود، خاموش می شوند. اما تهویه مطبوع فازی با سرد شدن تدریجی هوای اتاق، تدریجا کندتر و با گرم شدن تدریجی آن، بتدریج تندتر کار می کند. بررسیها نشان می دهند که این امر علاوه بر تامین مطبوعترین دمای ممکن، در مصرف انرژی نیز حداقل بیست در صد صرفه

¹⁰ Linguistic Variables

جویی می کند.



ماشینهای لباسشویی و ظرفشویی فازی که اخیرا متداول شده اند، آبی را که لباسها یا ظروف کثیف در آن قرار دارند، آزمایش می کننـد و بـر حسب میزان آلودگی آن، درجه و زمان شستشو را مشخص می کنند.

از کاربردهای دیگر منطق فازی میتوان به کاربرد این علم در صنعت اتومبیل سازی (در طراحی سیستم ترمز ABS و کنترل موتور برای بدست آوردن بالاترین راندمان قدرت) و طراحی دوربینهای دیجیتال اشاره کرد.

منطق فازی و هوش مصنوعی؛ منطق فازی با تفسیری است که از ساختار تصمیم گیری های موجودات هوشیمند، و در راس آن ها، هوش انسانی به دست می دهد، جایگاهی ویژه در هوش مصنوعی دارد. شاید یکی از جالب ترین کاربردهای منطق فازی هوش مصنوعی در بازی های رایانه ای و جلوه های ویژه سینمایی باشد. برای مثال در جلوه های ویژه ی ساخت فیلم ارباب حلقه ها، از نرمافزار Massive استفاده شده است که از آن در بسیاری از صحنه های فیلم برای تولید حرکات لشکر موجودات متخاصم استفاده شده است.

در این برنامه متخصصان کامپیوتر و انیمیشن ابتدا موجوداتی را به صورت الگو ایجاد کرده اند و سپس به کمک منطق فازی مصداق هایی تصادفی از این موجودات خیالی پدید آورده اند که حرکات تصادفی - اما از پیش تعریف شدهای - در اعضای بدن خود داشتند. این موجودات در حقیقت دارای نوعی هوش مصنوعی بودند و میتوانستند برای نحوه حرکت دادن اعضای بدن خود تصمیم بگیرند. در عین حال تمام موجوداتی که در یک لشکر به سویی میتاختند یا با دشمنی میجنگیدند، از جهت حرکت یکسانی برخودار بودند و به سوی یک هدف مشخص حمله میکردند.





شکل۷؛ استفاده از منطق فازی برای تولید جلوه های ویژه ی تصویری.

کاربرد منطق فازی در حل مسائل هوش مصنوعی در حال گسترش است. البته باید توجه داشت که مسائل بسیاری دارند که حل آنها جز با انجام محاسبات دقیق ریاضی و پردازش حجم زیادی از داده ها ممکن نیست. چنین به نظر می رسد که تلفیق منطق دو ارزشی و منطق فازی، بتواند توان عملیاتی رایانه ها را به میزان چشمگیری افزایش دهد.

مراجع

- ۱. "تفکر فازی"، نویسنده: بارت کاسکو(Bart Kosko)، مترجمین: دکتر علی غفاری، عادل مقصود پور، علیرضا پورممتاز، جمشید قسیمی، انتشارات دانشگاه صنعتی خواجه نصیر، چاپ اول، تیر ۱۳۷۷.
 - ۲. "منطق فازی چیست؟"، بهروز نوعی پور، ماهنامه شبکه، آذر ۱۳۸۵، شماره ۷۱.
 - http://daneshnameh.roshd.ir دانشنامه ی رشد: ۱
 - ۴. دانشنامه ی ویکیپدیا: http://wikipedia.org
- 5. "Fuzzy Logic with Engineering Application", T.J.Ross, Jogn Wily & Sons, 2nd edition, 2004.