Модель 4. Неопределенность, бесконечный горизонт. Кв. ф-я п-сти

* $\lim\limits_{T\to\infty} \frac{A_{t+T+1}}{(1+r)^T} = 0$

* $C_t = \frac{r}{1+r} A_t + \bar{y}_t$

* $C_t - C_{t-1} = \frac{r}{1+r} \sum\limits_{i=0}^{\infty} \left(\frac{1}{1+r}\right)^i (\mathbb{E}_t - \mathbb{E}_{t-1}) y_{t+i} \equiv \varepsilon_t \qquad C_t = C_{t-1} + \varepsilon_t$

* ε_t такой, что $\mathbb{E}_{t-1}\varepsilon_t = 0$

  Пусть есть последовательность случайных величин $\{g_t\}_{t=0}^{\infty}$, если вып-ся свойство $\mathbb{E}[g_t | g_{t-1}, g_{t-2}, \dots] = g_{t-1}$, то $\{g_t\}_{t=0}^{\infty}$ – мартингал. Процесс ε_t, такой что $\varepsilon_t = g_t - g_{t-1}$ называется разностью мартингалов, если $\mathbb{E}[\varepsilon_t | \varepsilon_{t-1}, \dots] = 0$

* $C_t = \frac{r}{1+r}\left(A_t + \sum\limits_{i=0}^{\infty} \left(\frac{1}{1+r}\right)^i \mathbb{E}_t y_{t+i}\right)$

  $C_t - C_{t-1} = \frac{r}{1+r}\left(\sum\limits_{i=0}^{\infty} \left(\frac{1}{1+r}\right)^i (\mathbb{E}_t - \mathbb{E}_{t-1}) y_{t+i}\right)$

  выиграли в лотерею => пересмотрели доход и увеличили потребление.

* Доход – случайный процесс. Рассмотрим пример:

  AR(1): $y_t - \bar{y} = \rho(y_{t-1} - \bar{y}) + \eta_t, \quad |\rho| < 1$

  Ответим на вопрос: как изменится потребление, если доход неожиданно изменится на η_t (на такую же величину, либо в меньшей степени, либо в большей). Т.е. $mpc \in (0,1)$

* Мы знаем, что $C_t - C_{t-1} = \frac{r}{1+r} \sum\limits_{i=0}^{\infty} \left(\frac{1}{1+r}\right)^i (\mathbb{E}_t - \mathbb{E}_{t-1}) y_{t+i}$ вычтем $\bar{y}$

  $y_{t+i} - \bar{y} = \rho(y_{t+i-1} - \bar{y}) + \eta_{t+i}$

$\mathbb{E}_t[y_{t+i} - \bar{y}] = ?$ $\quad y_{t+i} - \bar{y} = \rho(y_{t+i-1} - \bar{y}) + \eta_{t+i}$

$= \rho(\rho(y_{t+i-2} - \bar{y}) + \eta_{t+i-1}) + \eta_{t+i}$

$= \rho^2(y_{t+i-2} - \bar{y}) + \rho\eta_{t+i-1} + \eta_{t+i} \Rightarrow = \rho^i(y_t - \bar{y}) + \sum\limits_{j=0}^{i-1} \rho^j \eta_{t+i-j}$

$$\mathbb{E}_t[y_{t+i} - \bar{y}] = \mathbb{E}_t\left[\rho^i(y_t - \bar{y}) + \sum_{j=0}^{i-1} \rho^j \eta_{t+i-j}\right] = \rho^i(y_t - \bar{y}) = \rho^{i+1}(y_{t-1} - \bar{y}) + \rho^i \eta_t$$

$$\mathbb{E}_{t-1}[y_{t+i} - \bar{y}] = ? = \mathbb{E}_{t-1}\left[\rho^{i+1}(y_{t-1} - \bar{y}) + \eta_t\right] = \rho^{i+1}(y_{t-1} - \bar{y})$$

Получили: $\mathbb{E}_t[y_{t+i} - \bar{y}] - \mathbb{E}_{t-1}[y_{t+i} - \bar{y}] = \rho^i \eta_t$

Теперь посмотрим на изменение потребление

$$C_t - C_{t-1} = \frac{r}{1+r}\sum_{i=0}^{\infty}\left(\frac{1}{1+r}\right)^i\left(\rho^i \eta_t\right) = \frac{r\eta_t}{1+r}\sum_{i=0}^{\infty}\left(\frac{\rho}{1+r}\right)^i = \frac{r\eta_t}{1+r}\,\frac{1+r}{1+r-\rho} = \underbrace{\frac{r\eta_t}{1+r-\rho}}_{MPC}$$

$$\exists\ \rho = 0 \Rightarrow MPC = \frac{r}{1+r}$$

Протестируем гипотезу о том, что неожиданные шоки влияют на потребление, и что потребление описывается случайным блужданием.