Российская Экономическая Школа, 2021–22
Теория вероятностей

Лектор: *П.К.Катышев*
Семинары: *С.В.Головань, К.А.Перминов*

Домашнее задание 1
Срок сдачи: среда 08 сентября, до 12:00 на my.nes.ru

Задача 1. N гостей $(N \geq 3)$ случайно рассаживаются вокруг (круглого) стола. Чему равна вероятность того, что гости A и B окажутся рядом? Предполагается, что стульев ровно N.

Задача 2. Дано пространство элементарных исходов Ω и множество событий $A_1, A_2, \ldots$. Докажите равенства (формулы де Моргана):
(а) $\overline{\bigcup_{n=1}^{\infty} A_n} = \bigcap_{n=1}^{\infty} \overline{A_n}$;
(б) $\overline{\bigcap_{n=1}^{\infty} A_n} = \bigcup_{n=1}^{\infty} \overline{A_n}$.

Задача 3 (задача кавалера де Мере). Что вероятнее: при бросании четырех игральных костей хотя бы на одной получить единицу или при 24 бросаниях двух костей хотя бы раз получить две единицы?

Задача 4. На отрезке AB длиной l случайно и независимо выбираются точки L и M. Найдите вероятность того, что точка L будет ближе к M, чем к точке A.

Задача 5. Точки ξ, η выбираются случайно и независимо на отрезке [–1, 1]. Найдите вероятность того, что уравнение $x^2 + 2\xi \cdot x + \xi \cdot \eta = 0$ имеет вещественные корни.

Задача 6. Точка (a,b) случайно выбирается в квадрате $Q = \{(u,v): 0 \leq u, v \leq 1\}$. Пусть Y — число вещественных корней многочлена $f(x) = \frac{x^3}{3} - a^2 x + b$. Найдите вероятности $p_1 = P\{Y = 1\}$, $p_3 = P\{Y = 3\}$.

Задача 7* (повышенной сложности). Пусть $\Omega = \{\omega_1, \omega_2, \ldots\}$ — счетное пространство элементарных исходов и пусть $p_i = P(\{\omega_i\}, i = 1, 2, \ldots$ — распределение на нем. Для любого $A \subset \Omega$ вероятность $P(A)$ определяется равенством $P(A) = \sum_{i:\omega_i \in A} p_i$ (дискретная схема, см. лекцию 1). Докажите, что эта вероятность сигма–аддитивна.