

12-1. Найдите большую высоту треугольника со сторонами  $3\sqrt{3}$ ,  $\sqrt{11}$  и 4.

Решение:

Найдем площадь треугольника по формуле Герона:

$$\begin{aligned}
 S &= \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} = \\
 &= \sqrt{\frac{3\sqrt{3} + \sqrt{11} + 4}{2} \cdot \frac{3\sqrt{3} - \sqrt{11} + 4}{2} \cdot \frac{3\sqrt{3} + \sqrt{11} - 4}{2} \cdot \frac{-3\sqrt{3} + \sqrt{11} + 4}{2}} = \\
 &= \sqrt{\frac{(3\sqrt{3} + 4)^2 - (\sqrt{11})^2}{4} \cdot \frac{(\sqrt{11})^2 - (4 - 3\sqrt{3})^2}{4}} = \\
 &= \sqrt{\frac{43 + 24\sqrt{3} - 11}{4} \cdot \frac{11 - 43 + 24\sqrt{3}}{4}} = \sqrt{\frac{24\sqrt{3} + 32}{4} \cdot \frac{24\sqrt{3} - 32}{4}} = \\
 &= \sqrt{\frac{1728 - 1024}{16}} = \frac{8\sqrt{11}}{4}.
 \end{aligned}$$

Большая высота проведена к меньшей стороне, то есть к стороне  $3\sqrt{3}$ . Найдем эту высоту из соотношения  $h = \frac{2S}{a} = \frac{2 \cdot \frac{8\sqrt{11}}{4}}{3\sqrt{3}} = \frac{4\sqrt{11}}{3\sqrt{3}} = \frac{4\sqrt{33}}{27}$ .

12-2. Найдите большую высоту треугольника со сторонами  $4\sqrt{3}$ ,  $\sqrt{23}$  и 5.

Решение:

Найдем площадь треугольника по формуле Герона:

$$\begin{aligned}
 S &= \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} = \\
 &= \sqrt{\frac{4\sqrt{3} + \sqrt{23} + 5}{2} \cdot \frac{4\sqrt{3} - \sqrt{23} + 5}{2} \cdot \frac{4\sqrt{3} + \sqrt{23} - 5}{2} \cdot \frac{-4\sqrt{3} + \sqrt{23} + 5}{2}} = \\
 &= \sqrt{\frac{(4\sqrt{3} + 5)^2 - (\sqrt{23})^2}{4} \cdot \frac{(\sqrt{23})^2 - (5 - 4\sqrt{3})^2}{4}} = \\
 &= \sqrt{\frac{73 + 40\sqrt{3} - 23}{4} \cdot \frac{23 - 73 + 40\sqrt{3}}{4}} = \sqrt{\frac{40\sqrt{3} + 50}{4} \cdot \frac{40\sqrt{3} - 50}{4}} = \\
 &= \sqrt{\frac{4800 - 2500}{16}} = \frac{10\sqrt{23}}{4}.
 \end{aligned}$$

Большая высота проведена к меньшей стороне, то есть к стороне  $4\sqrt{3}$ . Найдем эту высоту из соотношения  $h = \frac{2S}{a} = \frac{2 \cdot \frac{10\sqrt{23}}{4}}{4\sqrt{3}} = \frac{5\sqrt{23}}{4\sqrt{3}} = \frac{5\sqrt{69}}{12}$ .

2019-7-1.

Из Петербурга в Москву одновременно отправились курьер и гонец. Курьер проехал с постоянной скоростью весь путь. Гонец проехал первую половину пути со скоростью 102 км/ч, а вторую половину пути – со скоростью, на 17 км/ч меньшей скорости курьера, в результате чего прибыл в Москву одновременно с курьером. Известно, что скорость курьера меньше 60 км/ч. Найдите скорость курьера.

Решение.

Обозначим скорость курьера за  $v$ , а расстояние от Петербурга до Москвы за  $S$ . Используя условия перечисленные в задаче, составим и заполним таблицу:

	Скорость	Время	Расстояние
Курьер	$v$	$S/v$	$S$
Гонец (первая половина пути)	102	$\frac{S/2}{102}$	$S/2$
Гонец (вторая половина пути)	$v - 17$	$\frac{S/2}{v - 17}$	$S/2$

Поскольку курьер и гонец прибыли в Москву одновременно, то можно составить уравнение, приравняв общее время движения курьера к общему времени движения гонца:

$$\frac{S/2}{102} + \frac{S/2}{v - 17} = \frac{S}{v}.$$

Поскольку  $S \neq 0$ , то можно обе части этого уравнения сократить на  $S$  и домножить на 2, после чего в уравнении останется только одна неизвестная:

$$\begin{aligned} \frac{1}{102} + \frac{1}{v - 17} = \frac{2}{v} &\Leftrightarrow \frac{1}{102} = \frac{2}{v} - \frac{1}{v - 17} \Leftrightarrow \frac{1}{102} = \frac{v - 34}{v^2 - 17v} \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow v^2 - 17v = 102v - 3468 \Leftrightarrow v^2 - 119v + 3468 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} v = 68, \\ v = 51. \end{cases} \end{aligned}$$

И поскольку в условии сказано, что скорость курьера должна быть больше 60 км/ч, то итоговый ответ 68 км/ч.

2019-7-1.

Из Москвы в Петербург одновременно выехали генерал и чиновник. Генерал проехал с постоянной скоростью весь путь. Чиновник проехал первую половину пути со скоростью, меньшей скорости генерала на 13 км/ч, а вторую половину пути – со скоростью 78 км/ч, в результате чего прибыл в Петербург одновременно с генералом. Найдите скорость генерала, если известно, что она больше 48 км/ч.

Решение.

Обозначим скорость генерала за  $v$ , а расстояние от Петербурга до Москвы за  $S$ . Используя условия перечисленные в задаче, составим и заполним таблицу:

	Скорость	Время	Расстояние
Генерал	$v$	$S/v$	$S$
Чиновник (первая половина пути)	$v - 13$	$\frac{S/2}{v - 13}$	$S/2$
Чиновник (вторая половина пути)	78	$\frac{S/2}{78}$	$S/2$

Поскольку генерал и чиновник прибыли в Москву одновременно, то можно составить уравнение, приравняв общее время движения генерала к общему времени движения чиновника:

$$\frac{S/2}{78} + \frac{S/2}{v-13} = \frac{S}{v}.$$

Поскольку  $S \neq 0$ , то можно обе части этого уравнения сократить на  $S$  и домножить на 2, после чего в уравнении останется только одна неизвестная:

$$\begin{aligned} \frac{1}{78} + \frac{1}{v-13} &= \frac{2}{v} \Leftrightarrow \frac{1}{78} = \frac{2}{v} - \frac{1}{v-13} \Leftrightarrow \frac{1}{78} = \frac{v-26}{v^2-13v} \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow v^2 - 13v &= 78v - 2028 \Leftrightarrow v^2 - 91v + 2028 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} v = 52, \\ v = 39. \end{cases} \end{aligned}$$

И поскольку в условии сказано, что скорость курьера должна быть больше 5 км/ч, то итоговый ответ 52 км/ч.