



Universidad Nacional de Ingeniería  
Escuela Profesional de Matemática  
Ciclo 2023-1

[Análisis y Modelamiento Numérico I - CM4F1]

[Prof: Los Profesores]

UNI, 12 de julio de 2023

Examen Final

1. Suponga que

$$f(x) = \begin{cases} e^{-1/x^2} & \text{si } x \neq 0 \\ 0 & \text{si } x = 0. \end{cases}$$

La función es continua en  $\mathbb{R}$ , de hecho  $f$  es de clase  $C^\infty(\mathbb{R})$ , y 0 es la única raíz de  $f$ . Demuestre que si  $x_0 = 10^{-4}$ , se necesitan más de cien millones de iteraciones del método de Newton para llegar por debajo de  $5 \times 10^{-5}$ . [5 ptos]

2. Dado el siguiente sistema,

$$f_1(x, y, z) = x^2 - x + y^2 + z^2 - 5 = 0$$

$$f_2(x, y, z) = x^2 + y^2 - y + z^2 - 4 = 0$$

$$f_3(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2 + z - 6 = 0.$$

Resolver el sistema utilizando el método de punto fijo con punto inicial  $P_0 = [000]^t$ , aproximación y analice su convergencia. [5 ptos]

3. Dada la siguiente tabla de valores, para la Temperatura  $T$  ( °C) y densidad del agua  $\rho$  ( $kg/m^3$ ) Código

$T$	50	60	65	68	75	80
$\rho$	988	985.7	980.5	?	974.5	971.6

Mediante un polinomio cuadrático del método de interpolación de la forma de Newton con diferencias divididas halle la aproximación de la densidad  $\rho$  del agua para  $T = 68$ . [5 ptos]

4. Dado 9 puntos  $(x_i, f(x_i))$  con  $x_i = 4 - i$ ,  $i = 0, \dots, 8$  y

$$f(x) = \frac{x^2}{\sqrt{x^2 + 1}}.$$

Mediante la interpolación de Lagrange, grafique la función exacta y la aproximada obtenida mediante la interpolación de Lagrange. [5 ptos]