Universidad Nacional de Ingeniería
Escuela Profesional de Matemática
Ciclo 2022-1

[[**Análisis y Modelamiento Numérico I - CM4F1**]
[**Los profesores**] UNI, 2 de noviembre de 2022

Práctica Calificada 3

1. [4 *pts.*] Dado $A \in \mathbb{C}^{n\times n}$. Demuestre que existe una matriz unitaria $U \in \mathbb{C}^{n\times n}$ tal que

$$UAU^* = L,$$

donde U^* denota la transpuesta conjugada de U, L es una matriz triangular inferior. Además, pruebe que los elementos de la diagonal de L son los valores propios de A.

2. La Transferencia de Calor es determinado por la temperatura en estado estable de una placa delgada cuando se conoce la temperatura alrededor de la placa. Suponga que la placa de la siguiente figura representa una sección trasversal perpendicular a la placa

T_{C_N}

		T_1	T_2	T_3	
T_{C_O}		T_4	T_5	T_6	T_{C_E}

T_{C_S}

Sean T_1, T_2, T_3, T_4, T_5 y T_6 las temperaturas interiores de los nodos de la red. La temperatura en un nodo es aproximadamente igual al promedio de las temperaturas de los cuatro nodos más cercanos arriba, abajo, a la derecha y a la izquierda. Así por ejemplo $T_1 = \dfrac{T_{C_N} + T_2 + T_4 + T_{C_O}}{4}$.

a) [1 *pto.*] Modele el sistema de las temperaturas sabiendo que $T_{C_N} = 25^o$, $T_{C_E} = 37^o$, $T_{C_S} = 10^o$ y $T_{C_O} = 31^o$.

b) [1 *pto.*] Determine la solución usando el método de LDL^T.

c) [1 *pto.*] Determine la solución usando el método de Cholesky.

d) [1 *pto.*] ¿Qué puede decir de la calidad de las soluciones aproximadas obtenidas?

3. [4 *pts.*] Encontrar la descomposición SVD de la matriz

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 11 & 14 \\ 8 & 7 & -2 \end{bmatrix}$$

4. *a*) [1 *pto.*] Mostrar que en la etapa $k+1$ del método Parlett y Reid, la matrix $A^{(k)}$ y la permutación P_{k+1}, satisfacen que la matriz $P_{k+1}A^{(k)}P_{k+1}$ y $A^{(k)}$ tienen los mismos elementos (quiza en distinto orden) en la fila y columna $k-$ésima. Realizar un esbozo de ambas matrices.

b) [3 *pts.*] Dado el sistema

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 & 2 \\ 1 & 2 & 1 & 1 \\ 3 & 1 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 11 \\ 8 \\ 9 \\ 11 \end{pmatrix}$$

Resolverlo mediante el método Parlett y Reid.