Problema 5
CM4F1 - B

Malvaceda Canales , Carlos Daniel

UNI

Noviembre 2022

Problema 5

5) Find and orthonormal basis for the column space of the matrix

$$\begin{pmatrix} 3 & -5 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ -1 & 5 & -2 \\ 3 & -7 & 8 \end{pmatrix}$$

Solución

Hallaremos una base para el espacio columna al verificar la forma escalonada de forma reducidad por fila de A.

$$\begin{pmatrix} 3 & -5 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ -1 & 5 & -2 \\ 3 & -7 & 8 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Las bases columna para A

$$\left\{ \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -5 \\ 1 \\ 5 \\ -7 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -2 \\ 8 \end{pmatrix} \right\} = \{x_1; x_2 : x_3\}$$

Continuación

Usando el proceso de Grand -Schmidt : Tenemos un conjunto de vectores L.I $\{x_1, x_2, x_3\}$ y bases ortogonales $v = \{v_1, v_2, v_3\}$

$$v_1 = x_1$$

$$v_2 = x_2 - \frac{< x_2, v_1 >}{\| v_1 \|^2} v_1$$

$$v_3 = x_3 - \frac{< x_3, v_1 >}{\| v_1 \|^2} v_1 - \frac{< x_3, v_2 >}{\| v_2 \|^2} v_2$$

Continuación

$$\text{Paso 1}: \; v_1 = x_1 = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$$

$$\text{Paso 2}: \; v_2 = x_2 - \frac{<x_2, v_1>}{\|v_1\|^2} v_1 = \begin{pmatrix} -5 \\ 1 \\ 5 \\ -7 \end{pmatrix} - \frac{(-40)}{(20)} . \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$v_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix}$$

Paso 3 :

$$v_3 = x_3 - \frac{<x_3, v_1>}{\|v_1\|^2} v_1 - \frac{<x_3, v_2>}{\|v_2\|^2} v_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -2 \\ 8 \end{pmatrix} - \frac{(30)}{(20)} \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix} - \frac{(-10)}{(20)} \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$v_3 = \begin{pmatrix} -3 \\ 1 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$$

Las bases ortogonales para las columnas de A son :

$$\left\{ \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -3 \\ 1 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} \right\}$$

Las bases ortonormales son :

$$\left\{ \begin{pmatrix} \frac{3}{\sqrt{20}} \\ \frac{1}{\sqrt{20}} \\ \frac{-1}{\sqrt{20}} \\ \frac{3}{\sqrt{20}} \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{20}} \\ \frac{3}{\sqrt{20}} \\ \frac{3}{\sqrt{20}} \\ \frac{-1}{\sqrt{20}} \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \frac{-3}{\sqrt{20}} \\ \frac{1}{\sqrt{20}} \\ \frac{1}{\sqrt{20}} \\ \frac{3}{\sqrt{20}} \end{pmatrix} \right\}$$