Universidad Nacional de Ingeniería
Escuela Profesional de Matemática
Ciclo 2023-1

[Análisis y Modelamiento Numérico I - CM4F1]
[Prof: Los Profesores] UNI, 17 de mayo de 2023

Examen Parcial

1. Sea el siguiente sistema $Ax = b$, dado por

$$\begin{bmatrix} 10^{-4} & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$$

   a) Obtener la solución exacta.

   b) Obtener una solución aproximada con tres cifras significativas por eliminación de Gauss sin pivoteo.

   c) Obtener una solución aproximada con tres cifras significativas por eliminación de Gauss con pivoteo parcial.

   d) Dar una explicación del caso (b) versus el caso (c), utilizando el condicionamiento de una matriz.

   [5 ptos]

2. Sea $AX = b$. Verificar con un ejemplo que si A es una matriz de coeficientes reales de orden $n \times n$, la cual es de diagonal dominante no triangular, entonces el sistema tiene solución con el método de Gauss sin pivotación, y los cálculos son estables respecto al crecimiento de errores por redondeo. [5 ptos]

3. Dado el siguiente sistema lineal

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 5 & 1 \\ 3 & 1 & 40 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -7 \\ -5 \\ -78 \end{pmatrix}$$

   a) Justifique que existe una única descomposición LDL^t. [2 ptos]

   b) Aplicar el algoritmo LDL^t para resolver el sistema lineal. [3 ptos]

4. Dadas las matrices

$$P = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad , \quad L = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & 2 \end{pmatrix} \quad , \quad T = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

   Encontrar la matriz A tal que

$$PAP^t = LTL^t$$

   y de algunas propiedades de A. [5 ptos]