

## Problem 1

Покажите, что сингулярный вектор матрицы  $X$ , отвечающий наибольшему сингулярному числу, является решением задачи максимизации  $L_2$  нормы:

$$\mathbf{u} = \operatorname{argmax}_{\|\mathbf{u}\|=1} \|X\mathbf{u}\|^2$$

Действительно, при действии вектора получаем,

$$\begin{aligned} \|x\mathbf{a}\|^2 &= \left\| V\sqrt{\Lambda}U^\top \mathbf{a} \right\|^2 = \left\| \sqrt{\Lambda}U^\top \mathbf{a} \right\|^2 = \left\| \sqrt{\Lambda} \sum_i v_i d_i \right\|^2 = \\ &= \left\| \sum_i \sqrt{\lambda_i}^T a_i v_i \right\|^2 = \sum_i \left( \sqrt{\lambda_i^2 a_i^2} \right) \xrightarrow{\max} \lambda_0 = \sigma_0^2 \text{ if } a_0 = 1 \end{aligned}$$

## Problem 2