



## Métodos Numéricos Parcial

1. (6 puntos) El potencial de Buckingham es una representación aproximada de la energía potencial de interacción entre átomos en un sólido o un gas como función de la distancia de separación entre ellos.

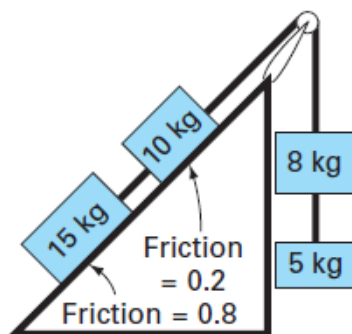
$$V(r) = V_0 \left[ \left( \frac{\sigma}{r} \right)^6 - e^{-r/\sigma} \right]$$

- Considere el potencial normalizado  $\hat{V}(x) = (V/V_0)(x)$  donde  $x = r/\sigma$  y determine numericamente para que valor de  $x$ ,  $\hat{V}(x)$  alcanza su mínimo valor.
  - Usando otro método determine para que valor  $x$  el potencial normalizado es igual a  $-0,1$ .
  - Graficar para cada ítem el error aproximado  $Err$  en función de las iteraciones  $k$  y ajustar las curvas a la ecuación  $Err(k) = \alpha k^\beta$ . Muestre los valores de  $\alpha$  y  $\beta$  en la gráfica.
2. (4 puntos) Un punto de Lagrange  $L_1$  es un punto entre la Tierra y la Luna en el cual un satélite orbita al rededor de la Tierra en perfecta sincronización con la Luna. Considerando la órbita del satélite circular con rapidez angular  $\omega$ .

- Encontrar la ecuación que cumple dicho punto en función de la masa de la Tierra ( $M$ ), la masa de la Luna ( $m$ ), la velocidad angular del satélite ( $\omega$ ) y la distancia de la Tierra a la Luna ( $R$ ). (2 puntos)
- Determine numéricamente la distancia a la cual se encuentra  $L_1$  con respecto a la tierra, si

$$\begin{aligned} G &= 6,674 \times 10^{-11} m^3 kg^{-1} s^{-2} \\ M &= 5,974 \times 10^{24} kg \\ m &= 7,348 \times 10^{22} kg \\ R &= 3,844 \times 10^8 m \\ \omega &= 2,66210^{-6} s^{-1} \end{aligned}$$

3. (4 puntos) El sistema mostrado en la figura se encuentra en movimiento.



- Escriba las ecuaciones del sistema. (2 puntos)
- Mediante un método numérico determine la aceleración del sistema y las tensiones en las cuerdas.

Nota: La superficie del plano inclinado hace un ángulo de  $45^\circ$  con la horizontal.

4. (6 puntos) Se sabe que la variable  $y$  depende de  $x_1$  y  $x_2$  y al realizar un experimento se obtiene el conjunto de datos  $(y_i, x_{1i}, x_{2i})$  donde  $i = 1..n$ . Se desea realizar una regresión lineal sobre dos variables de la forma

$$y = a_0 + a_1x_1 + a_2x_2$$

y para eso se define el residuo

$$S = \sum_{i=1}^n (y_i - a_0 - a_1x_{1i} - a_2x_{2i})^2$$

- Minimice  $S$  con respecto a las constantes  $a_0$ ,  $a_1$  y  $a_2$  y obtenga el sistema lineal que verifican. (2 puntos)
- Considere el conjunto de datos tomados para el flujo de agua estacionario en una tubería circular.

Experimento	Diámetro, m	Inclinación	Flujo, m <sup>3</sup> /s
1	0.3	0.001	0.04
2	0.6	0.001	0.24
3	0.9	0.001	0.69
4	0.3	0.01	0.13
5	0.6	0.01	0.82
6	0.9	0.01	2.38
7	0.3	0.05	0.31
8	0.6	0.05	1.95
9	0.9	0.05	5.66

Utilice un regresión de dos variables para ajustar los datos con el modelo

$$Q = \alpha_0 D^{\alpha_1} S^{\alpha_2}$$

donde  $Q$  es el flujo,  $D$  es el diámetro y  $S$  es la inclinación.

Sugerencia: recuerde que

$$\begin{aligned} y &= a_0 x_1^{a_1} x_2^{a_2} \\ \ln(y) &= \ln(a_0) + a_1 \ln(x_1) + a_2 \ln(x_2) \end{aligned}$$

Total: 20 puntos.