



# Métodos Numéricos

PhD. Alejandro Paredes

FC-UNI

# Cronograma actividades

CALENDARIO DE ACTIVIDADES ACADÉMICAS QUE  
SE DESARROLLARÁN EN FORMA VIRTUAL EN LA  
UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERÍA



## PERÍODO ACADÉMICO 2020 -1

N°	FECHA	Sem	ACTIVIDAD	OBSERVACION
1	18 de mayo	1	Inicio de clases	Virtual
2	Del 25 mayo al 04 de julio	2 al 7	Evaluación: Practicas Calificadas, Monografías, Proyectos, Trabajos Calificados, Exposiciones, etc.	Virtual
3	Del 15 al 20 de junio	5	Retiro Parcial	Tramite Virtual de Solicitud Direccion de Escuela Profesional
4	Del 06 al 11 de julio	8	Examen Parcial	Virtual
5	Del 13 julio al 29 de agosto	9 a 15	Evaluación: Practicas Calificadas, Monografías, Proyectos, Trabajos Calificados, Exposiciones, etc.	Virtual
6	Del 17 al 22 de agosto	14	Retiro Total	Tramite Virtual de Solicitud Decanato de la Facultad
7	29 de agosto	15	Fin de clase	Virtual
8	Del 31 de agosto al 05 de setiembre	16	Examen Final	Virtual
9	Del 14 al 19 de setiembre	18	Examen Sustitutorio	Virtual
10	23 de setiembre		CIERRE DE INGRESO NOTAS: SIGA-ORCE	

# Organización del Curso



- Sistema de evaluación :
- PC 1 (Trabajo) : Semana 4 (22.06)
- PC 2 (Trabajo) : Semana 7 (13.07)
- PC 3 (Trabajo) : Semana 11 (17.08)
- PC 4 (Trabajo) : Semana 14 (05.09)
- Examen Parcial (Trabajo) : 20.07
- Examen Final (Trabajo) : 12.09
- Examen Sustitutorio : 26.09
- Se elimina 1 PC
- **Nota final = (PP + EP + EF) /3**



# Organización del Curso

## Silabo semanalizado

- S01 : Introducción, Linux, scripts.
- S02 : Ecuaciones no lineales.
- S03 : Sistemas lineales – Métodos directos.
- S04 : Sistemas lineales – Métodos iterativos.
- S05 : Interpolación Polinomial.
- S06 : Ajuste de curvas.
- S07 : Integración y diferenciación numéricas.
- S08 : EDO
- S09 : Problemas condiciones de frontera.
- S10 : EDP
- S11 : EDP-parabólicas.
- S12 : EDP-hyperbólicas.
- S13: Elementos finitos 1.
- S14 : Elementos finitos 2.

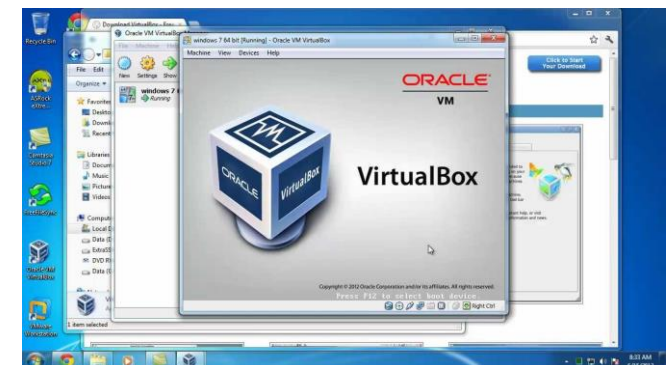
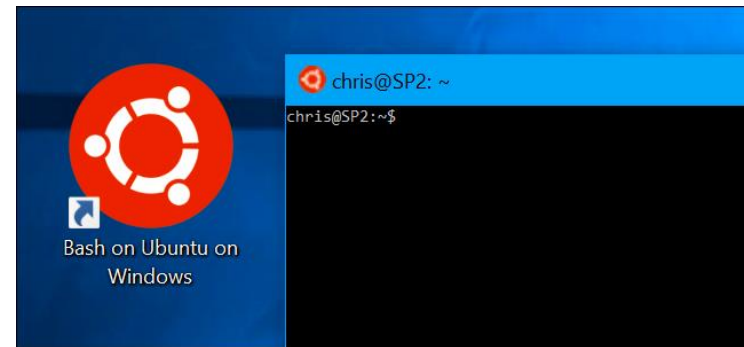


# Organización del Curso

- Bibliografía
  - Chapra, Applied Numerical Methods for Engineers and Scientists.
  - Chapra, Applied Numerical Methods for Scientists.
  - Alejandro Garcia, Numerical Methods for Physics.
  - Numerical recipes Fortran 77.
  - Numerical Recipes Fortran 90.
  - Sirca Horvat, Computational Methods for Physicists.
  - Thijssen, Computational Physics.

# Acceso al SO Linux

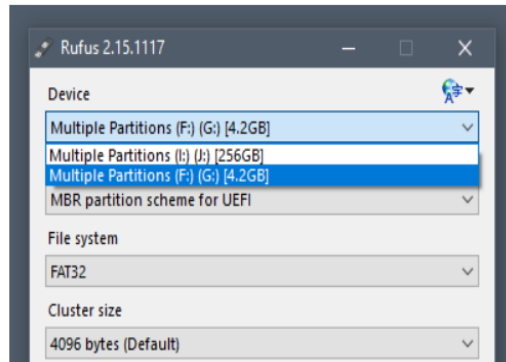
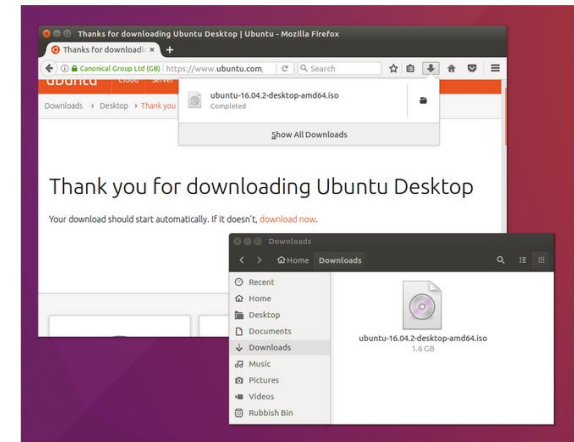
- Formatear la computadora e instalar Ubuntu.  
Más recomendable !!!
- Si tienes Windows 10:  
Windows Subsystem for Linux  
Bash en Ubuntu en Windows
- Si tienes Windows < 10:  
Virtual box (genera una maquina virtual)





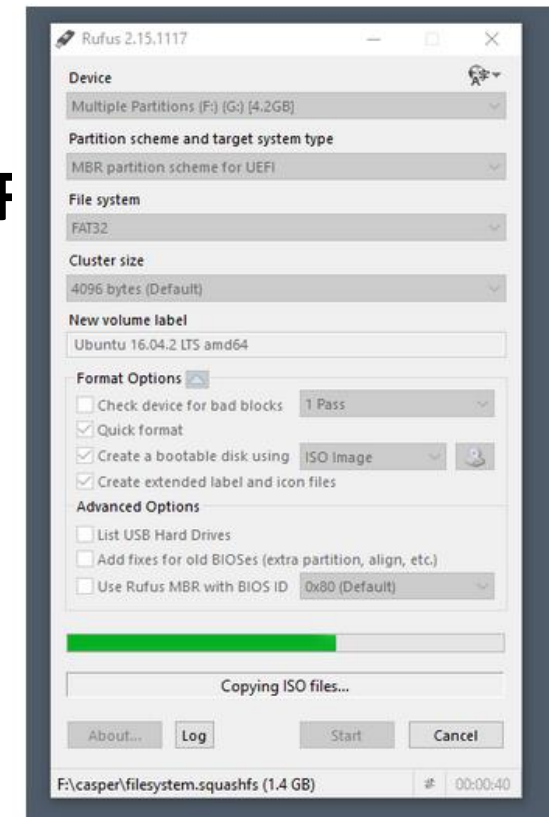
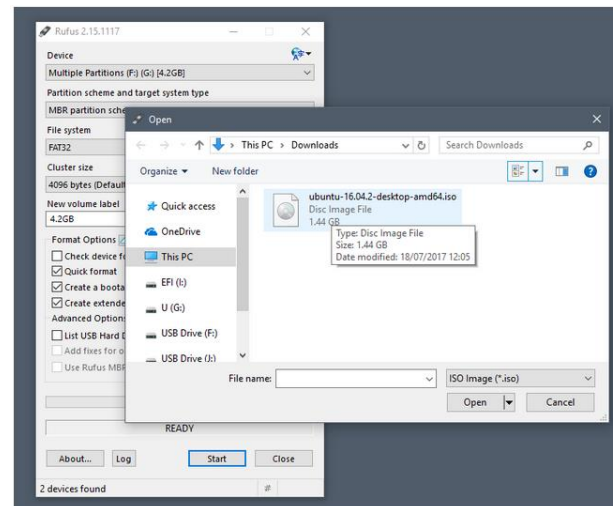
# Instalar Ubuntu

- Crear disco de arranque (CD, DVD, USB):  
Descarga imagen iso : Ubuntu-16.04.3-desktop-amd.iso



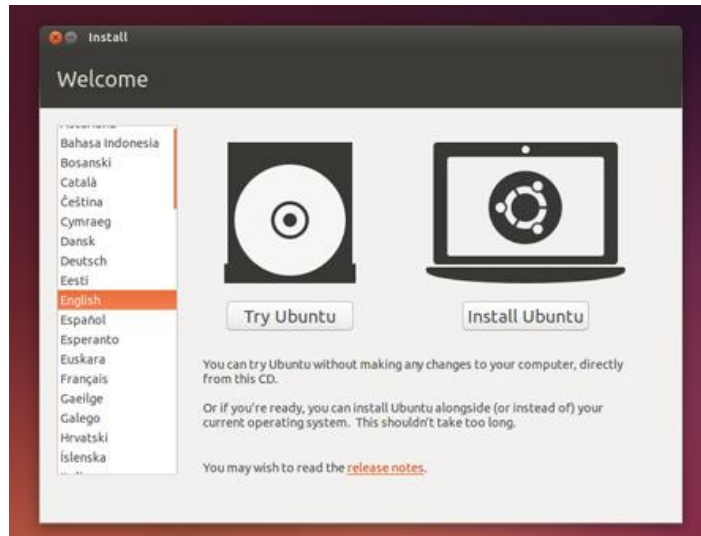
Lanzar Rufus

opción : **MBR partition scheme for UEFI**

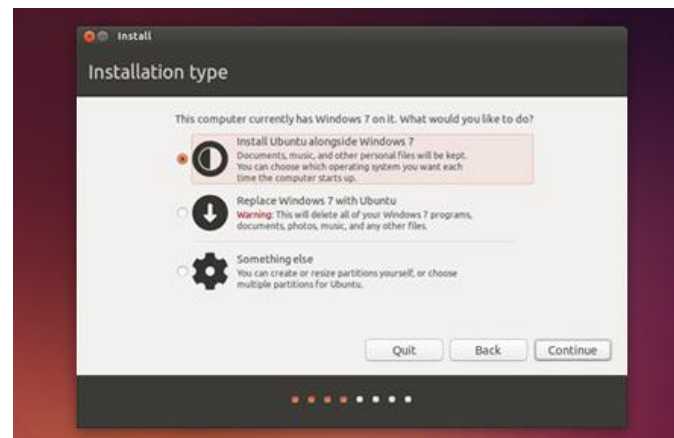


# Instalar Ubuntu

- Con la Pc (Laptop) apagada insertar el disco de arranque (CD, DVD, USB).
- Entrar a menú de BIOS y habilitar el arranque desde CD o CDV o USB. Guardar cambios.



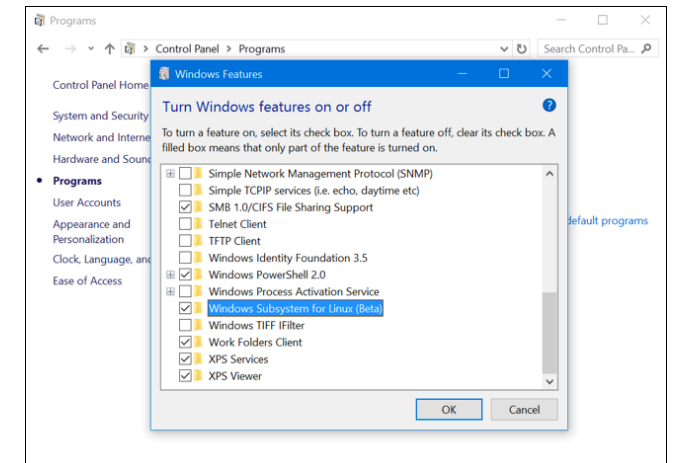
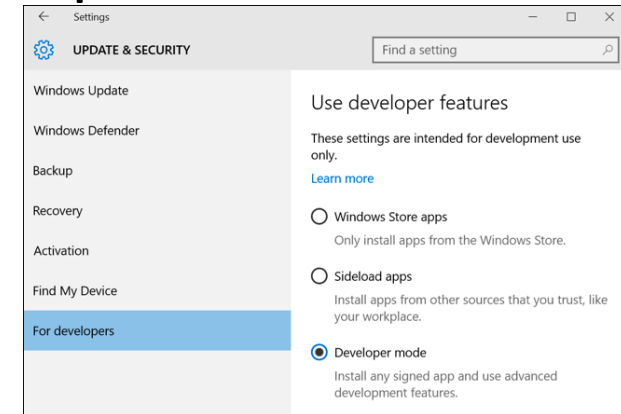
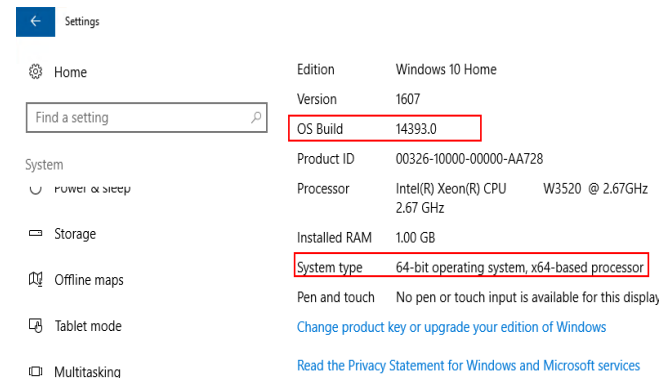
- Live session.
- Seguir pasos para instalación





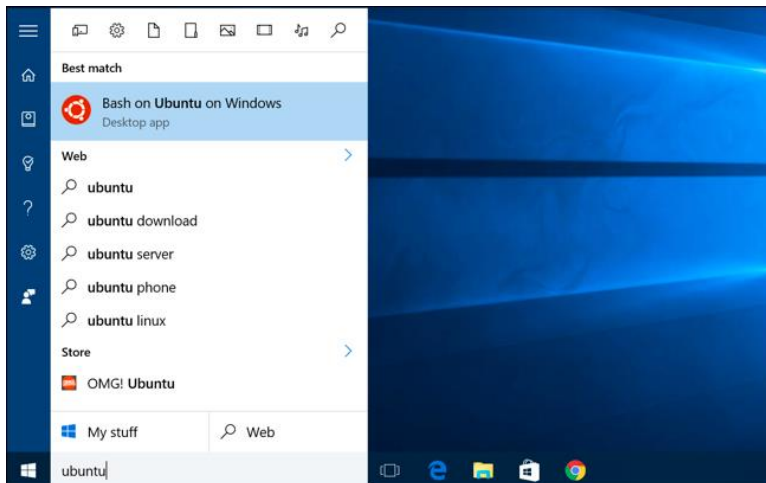
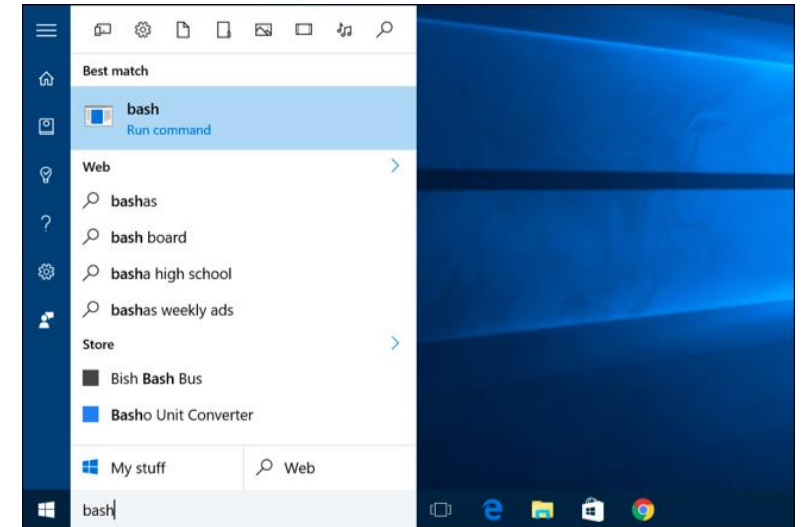
# Windows Subsystem for Linux

- Requisitos: versión 64-bit de Windows 10 Anniversary Update o superior.
- Activar modo desarrollador.
- Activar en :  
Panel de Control >  
Programas >  
Activar o desactivar características de Windows  
Windows Subsystem for Linux (Beta)
- Reiniciar Pc.



# Windows Subsystem for Linux

- Ejecutar bash.exe.
- Aceptar los términos del servicio.
- El comando descarga la “Bash on Ubuntu on Windows del Windows Store.
- Crear cuenta usuario para entorno Bash.



```
C:\Windows\System32\bash.exe

-- Beta feature --
This will install Ubuntu on Windows, distributed by Canonical
and licensed under its terms available here:
https://aka.ms/uowterms

Type "y" to continue: y
Downloading from the Windows Store... 100%
Extracting filesystem, this will take a few minutes...
Installation successful! The environment will start momentarily...
root@localhost:/mnt/c/WINDOWS/system32#
```

# Bash



¿Para qué sirve Bash (csh,ksh,tcsh,zsh)?

- Administrar archivos : Listar, acceder, copiar, mover, editar, etc
- Administrar el sistema operativo:
  - Instalación de programas : `sudo apt-get install nombre_programa`
  - compilar, ejecutar programas (Fortran,c++, etc)
  - Modificar variables de entorno:
  - Instalación de librerías para programas.
- Tratar archivos de texto.

# Unix/Linux Command Reference

FOSSwire.com

## File Commands

**ls** - directory listing  
**ls -al** - formatted listing with hidden files  
**cd *dir*** - change directory to *dir*  
**cd** - change to home  
**pwd** - show current directory  
**mkdir *dir*** - create a directory *dir*  
**rm *file*** - delete *file*  
**rm -r *dir*** - delete directory *dir*  
**rm -f *file*** - force remove *file*  
**rm -rf *dir*** - force remove directory *dir* \*  
**cp *file1 file2*** - copy *file1* to *file2*  
**cp -r *dir1 dir2*** - copy *dir1* to *dir2*; create *dir2* if it doesn't exist  
**mv *file1 file2*** - rename or move *file1* to *file2*  
if *file2* is an existing directory, moves *file1* into directory *file2*  
**ln -s *file link*** - create symbolic link *link* to *file*  
**touch *file*** - create or update *file*  
**cat > *file*** - places standard input into *file*  
**more *file*** - output the contents of *file*

## System Info

**date** - show the current date and time  
**cal** - show this month's calendar  
**uptime** - show current uptime  
**w** - display who is online  
**whoami** - who you are logged in as  
**finger *user*** - display information about *user*  
**uname -a** - show kernel information  
**cat /proc/cpuinfo** - cpu information  
**cat /proc/meminfo** - memory information  
**man *command*** - show the manual for *command*  
**df** - show disk usage  
**du** - show directory space usage  
**free** - show memory and swap usage  
**whereis *app*** - show possible locations of *app*  
**which *app*** - show which *app* will be run by default

## Compression

**tar cf *file.tar files*** - create a tar named *file.tar* containing *files*  
**tar xf *file.tar*** - extract the files from *file.tar*

# Entrega de trabajos



- En cada entrega PC, EP, EF o ES se entrega un solo archivo de texto que contenga el script python.
- El script debe contar con tres partes fundamentales :
  - A) Encabezado : Esta parte es fija (será especificada por el profesor)
  - B) Cuerpo : Implementación del método en particular
  - C) Salida (output ): escritura de archivos y producción gráficas (ps,eps o pdf).

# Entrega de trabajos



- El script debe estar nombrado : x\_y\_z.py  
x=primer apellido del alumno(a).  
y=primer nombre del alumno(a).  
z=nombre del trabajo que se entrega (PC1,PC2,PC3,PC4,EP,EF,ES).
- Si no se cumplen las especificaciones se disminuira **5 puntos** sobre la nota obtenida.



# Encabezado script python



```
#!/usr/bin/python3
```

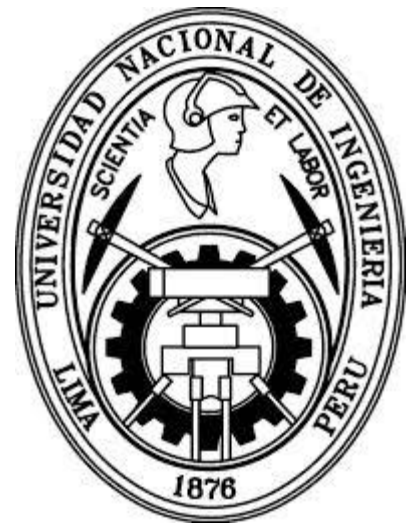
```
from numpy import *
```

```
import matplotlib.pyplot as plt # from pylab import plot,show
```

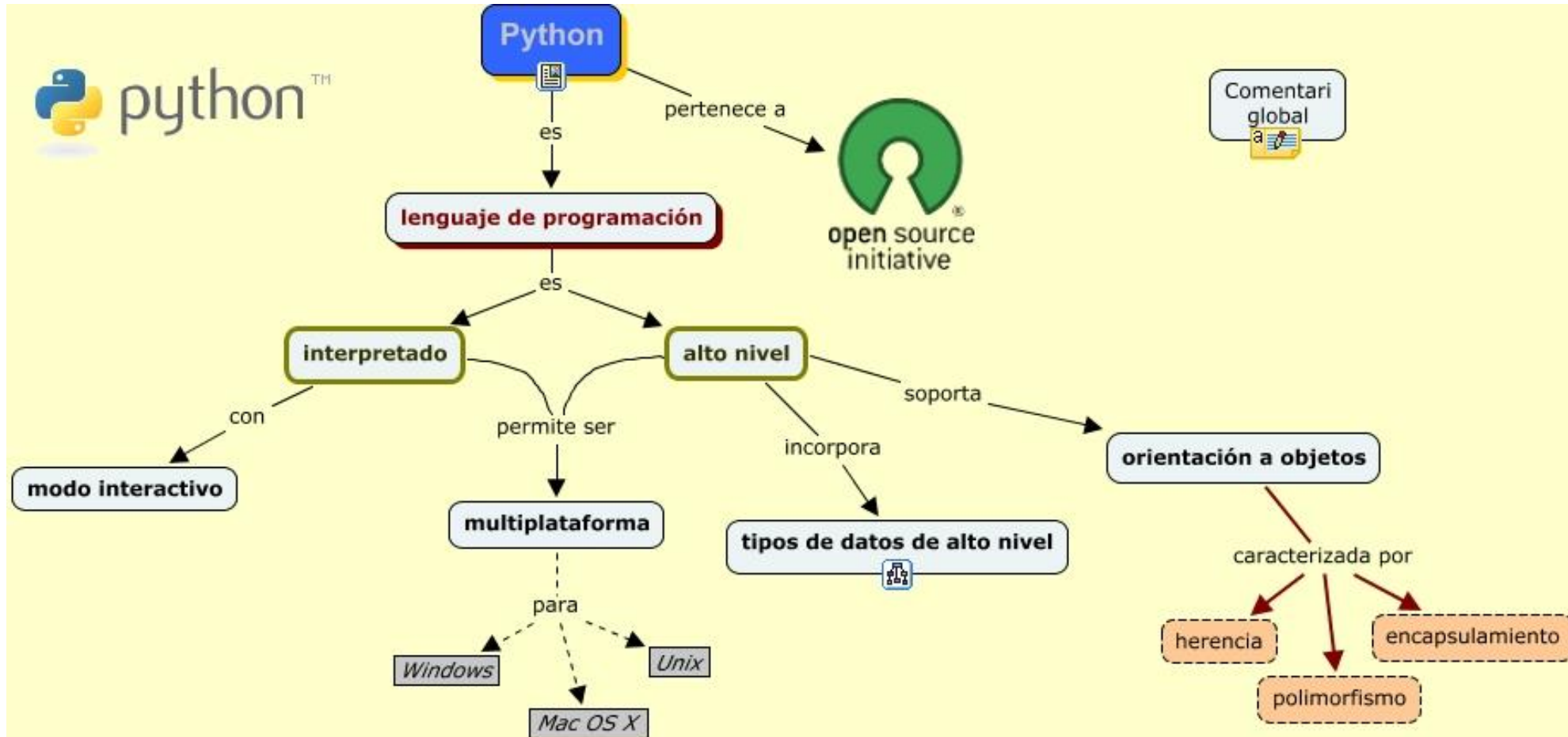
```
import warnings
```

```
warnings.filterwarnings("ignore")
```

# Curso introductorio de Python



# Python



# Python



- Interprete de comandos (no se necesita compilar).
- Multipropósito: desarrollo web, desarrollo de juegos, desarrollo de software.
- Aprendizaje rápido e intuitivo.
- Python maneja una sintaxis indentada (con márgenes) de carácter **obligatorio**.  
Para separar los bloques de código en Python se debe tabular hacia dentro.
- Python es case sentive: hace diferencia entre mayúsculas y minúsculas.



# Instalar Python en Ubuntu Bash

- `sudo apt-get install python3` (Instala python3)
- `sudo apt-get install python-pip python3-pip` (herramienta para inst. paquetes python)
- `sudo pip3 install numpy` (Instala librería numpy de Python)

Antes de ejecutar un archivo Python (ejemplo.py) se ejecuta la línea

**`chmod +x ejemplo.py`**

# Python: Programación básica



## Tipos de variables

- Integer : Son números enteros positivos, negativos o cero. Números como el 1, 0, -2834 son admitidos.
- Float : Son números reales. Números como 3.14.15 ó  $-6.63 \times 10^{-34}$  ó 1.0 son admitidos.
- Complex : Números complejos. Números como  $1+2j$  ó  $-3.5 +0.5j$  son admitidos. Notar que en python la unidad compleja es **j** y no **i**.
- String : almacena letras en forma de una cadena de caracteres.



# Python: Programación básica



## Asignación de variables

Integer : `x= 1`

Float : `x=1.0`

Float : `x=float (1)`

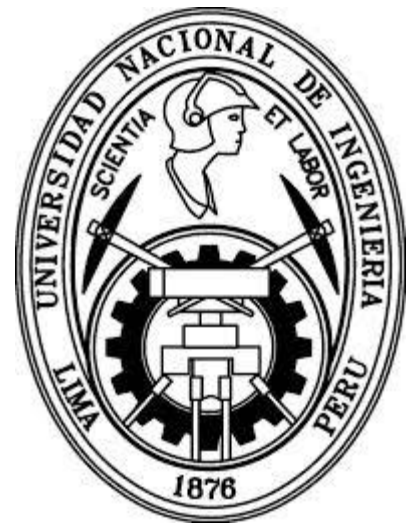
Complex : `x =1.5 +0j` (variable compleja puramente real)

`x = complex (1.5)` (mismo resultado)

`y= complex (1.0,6.0) → y=1.0 +6.0 j`

String : `x ='esta es un string'`

# Python: Programación básica



## Output

Imprimir en pantalla

```
x=1
```

```
y=2
```

```
Z= 2 +3j
```

```
print(x)
```

```
1
```

```
print ('Este es x= 'x,' Este es y= 'y ,'Este es z= 'z)
```

```
Este es x=1 Este es y=2 Este es z=(2 +3j)
```

## Input

Se entra por teclado el valor de la variable x

```
x= input('entra el valor de x: ')
```

# Python: Programación básica



## Aritmética

Suma :  $x+y$

Resta :  $x-y$

Multiplicación :  $x*y$

División :  $x/y$

Potencia  $x**y$  (x elevado a la potencia y)

## Ejemplos

$$x+2*y \quad \Leftrightarrow \quad x - 2y$$

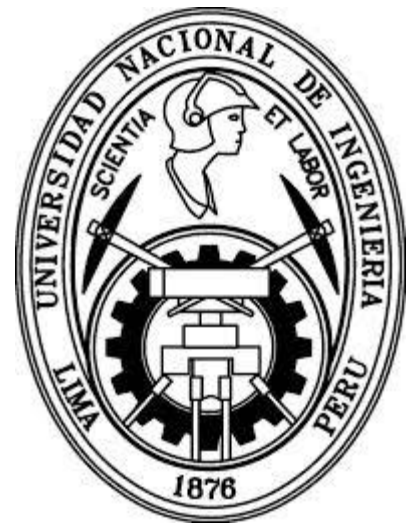
$$x - y/2 \quad \Leftrightarrow \quad x - \frac{1}{2}y$$

$$3*x**2 \quad \Leftrightarrow \quad 3x^2$$

$$x/2*y \quad \Leftrightarrow \quad \frac{1}{2}xy$$

Se recomienda el uso de paréntesis

# Python: Programación básica



## Funciones paquetes y modulos

- Python posee funciones integradas.
- Las funciones se encuentran dentro de los paquetes.
- Cuando los paquetes son muy grandes son divididos en módulos.

`from math import log` (llama al paquete math y da acceso a la función log)

`from math import log,exp,sin,cos,sqrt,pi,e` (llama al paquete math y las función log,exp,etc)

`from math import *` (llama al paquete math y todas las funciones contenidas)

`from numpy.linalg import inv` (llama al paquete numpy, el modulo linalg y la función inv)

# Python: Programación básica



## Funciones integradas:

log : logaritmo natural

log10: logaritmo base 10

exp : función exponencial.

sin, cos, tan : funciones seno, coseno y tangente. El argumento debe estar en radianes.

asin, acos, atan : funciones  $\text{seno}^{-1}$ ,  $\text{coseno}^{-1}$  y  $\text{tangente}^{-1}$ .

sinh, cosh, tanh : funciones senohiperbólico, cosenohiperbólico y tangentehiperbólica.

sqrt : raíz cuadrada

# Python: Programación básica



## Comentarios

Para poder hacer al Código de fácil lectura para otros usuarios o inclusive para el desarrollador es común comentar los códigos.

## Ejemplo

```
from math import sin,cos,pi
# Ask the user for the values of the radius and angle
r = float(input("Enter r: ")) # radius
d = float(input("Enter theta in degrees: "))
```

Todo texto que se escribe despues del simbolo # es un comentario. Python ignorará cualquier texto despues del simbolo #.



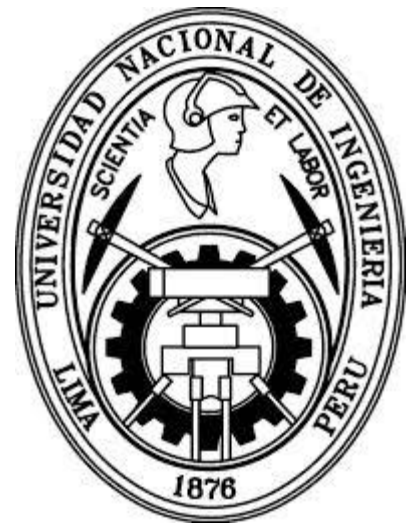
# Python: sentencias if y while



## La sentencia if

```
x = int(input("Enter a whole number no greater than ten: "))
if x>10:
    print("You entered a number greater than ten.")
    print("Let me fix that for you.")
    x = 10
print("Your number is",x)
```

# Python: sentencias if y while



Diferentes condiciones que se pueden utilizar en la sentencia if

if x==1	: verifica si $x = 1$ . Note el doble signo igual.
if x>1	: verifica si $x > 1$
if x>=1	: verifica si $x \geq 1$
if x<1	: verifica si $x < 1$
if x<=1	: verifica si $x \leq 1$
if x!=1	: verifica si $x \neq 1$

# Python: sentencias if y while



Se pueden utilizar dos condiciones en una sola sentencia

Una condición o la otra

```
if x>10 or x<1:
```

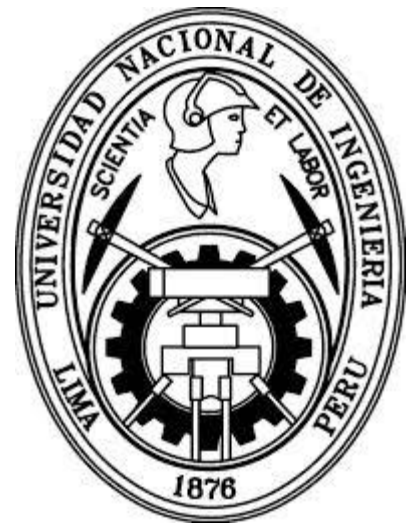
```
    print("Your number is either too big or too small.")
```

Una condición y la otra

```
if x<=10 and x>=1:
```

```
    print ("Your number is just right.")
```

# Python: sentencias if y while



Sentencia else

```
if x>10:  
    print("Your number is greater than ten.")  
else:  
    print("Your number is fine. Nothing to see here.")
```

Sentencia elif

# Python: sentencias if y while



Sentencia elif

```
if x>10:
    print("Your number is greater than ten.")
elif x>9:
    print("Your number is OK, but you're cutting it close.")
else:
    print ("Your number is fine. Move along. ")
```

# Python: sentencias if y while



## Sentencia while

Las ordenes se ejecutan mientras se verifique la condición ( $x > 10$ )

```
x = int(input("Enter a whole number no greater than ten: "))
while x > 10:
    print ("This is greater# than ten. Please try again. ")
    x = int(input("Enter a whole number no greater than ten: "))
print("Your number is",x)
```





# Python: Lisas y arreglos

## Lista

es una disposición de cantidades una despues de la otra separadas por comas. No es necesario que las cantidades sean del mismo tipo.

## Ejemplo

```
r = [ 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21 ]
```

```
b =[ 1 , 2 . 5, 3+4. 6 j ]
```

Los elementos de la lista se pueden obtener a partir de expresiones algebraicas.

```
r = [ 2*x, x+y, z/sqrt(X**2+y**2) ]
```

# Python: Lisas y arreglos



- Los elementos de la lista son accesibles y están enumerados desde zero.
- Los elementos de la lista se pueden operar y ser argumentos de funciones.

```
from math import sqrt
r = [ 1.0, 1.5, -2.2 ]
print(r[0]) # imprime primer elemnto de la lista r
length= sqrt( r[0]**2 + r[1]**2 + r[2]**2)
print(length)
```

# Python: Lisas y arreglos



Se puede anadir un element o al final de la lista

```
r = [ 1.0, 1.5, -2.2]
```

```
x = 0.8
```

```
r.append(2*x+1)
```

```
print(r)
```

Al ejecutar obtendremos

```
[1.0, 1.5, -2.2, 2.6]
```

# Python: Lisas y arreglos



Arreglos (arrays) Son muy similares a las listas ya que Tambien es un conjunto ordenado de valores. Sin embargo tienen algunas diferencias:

- El número de elementos de un array es fijo. No se puede anadir elementos.
- Todos los elementos de un array deben ser del mismo tipo. No se puede cambiar el tipo de los elementos una vez creado el array.
- Los arrays pueden ser de dimension dos y entenderse como una matriz. Tambien puden tener mayores dimensiones.
- Se pueden hacer operaciones aritméticas con los arrays.
- Las operaciones con arrays son significativamente más rápidas.



# Python: Lisas y arreglos

Para crear un array de dimension 4 lleno de ceros

```
from numpy import zeros  
a = zeros(4,float)  
print(a)
```

Resultado [ 0. 0. 0. 0.]

Para crear un array de dimension 3X4 lleno de ceros

```
a= zeros([3,4] ,float)  
print(a)
```

Resultado :[[ 0. 0. 0. 0.]  
[ 0. 0. 0. 0.]  
[ 0. 0. 0. 0.]

# Python: Lisas y arreglos



Creamos un array lleno de ceros y luego asignamos valores

```
from numpy import zeros
a= zeros([2,2] ,int)
a[0, 1] = 1
a[1,0] = -1
print(a)
```

Resultado:

```
[[ 0 1]
 [-1 0]]
```



# Python: Lisas y arreglos

Leer un array desde un archivo de texto

El archivo data.txt contiene lo siguiente

1.0  
1.5  
-2.2  
2.6

Ejecutamos

```
from numpy import loadtxt  
a= loadtxt("data.txt",float)  
print(a)
```

Resultado

```
[ 1.0 1.5 -2.2 2.6]
```

# Python: Lisas y arreglos



Si data.text contiene

```
1 2 3 4
3 4 5 6
5 6 7 8
```

Entonces

```
from numpy import loadtxt
a= loadtxt("data.txt",float)
print(a)
```

Imprimirá un array de dimension  
3X4



# Python: Lisas y arreglos



Las funciones `shape` y `size` dan información sobre el tamaño y la forma del array

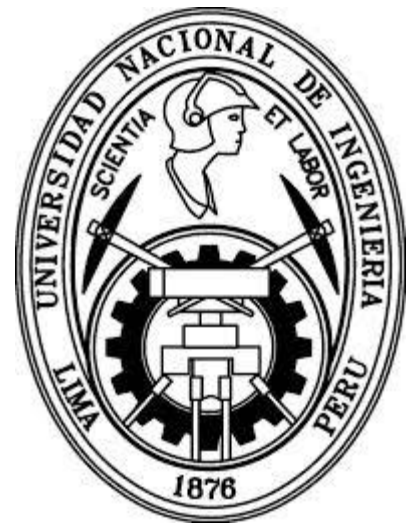
```
a= array([[1,2,3], [4,5,6]] ,int)
print(a.size)
print(a.shape)
```

El resultado será

6

(2, 3)

# Python: Lisas y arreglos



Algunos detalles a tener en cuenta con python

```
from numpy import array
a= array([1,1] ,int)
b = a
a[0] = 2
print(a)
print(b)
```

Resultado

```
[2 1]
[2 1]
```

```
from numpy import array,copy
a= array([1,1] ,int)
b = copy(a)
a[0] = 2
print(a)
print(b)
```

Resultado

```
[2 1]
[1 1]
```



# Python: Bucles for

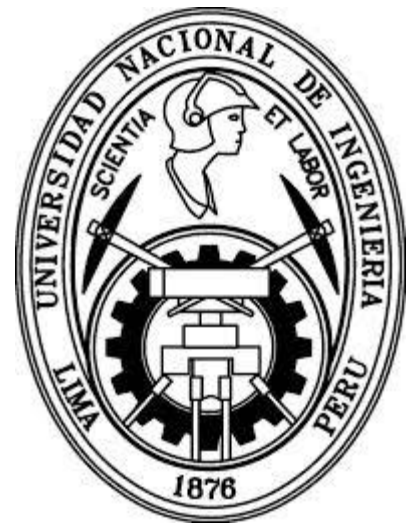
Un bucle for es un bucle donde el iterador toma ordenadamente valores a partir de una lista.

```
r = [ 1, 3, 5]
for n in r:
    print(n)
    print(2*n)
print("Finished")
```

Resultado

```
1
2
3
6
5
10
Fnished
```

# Python: Bucles for



Se puede crear una lista a partir de una orden y luego usarla en el bucle for

La función range(5) crea la lista [0,1,2,3,4]

Resultado

```
r = range(5)

for n in r:
    print("Hola")
```

Hola  
Hola  
Hola  
Hola  
Hola



# Python: Bucles for

La forma más común  
de usar range en un  
bucle for

Resultado

0

1

4

for n in range(5):

9

print(n\*\*2)

16

## Variantes de range

range(5)

da [ 0, 1, 2, 3, 4 ]

range(2,8)

da [ 2, 3, 4, 5, 6, 7 ]

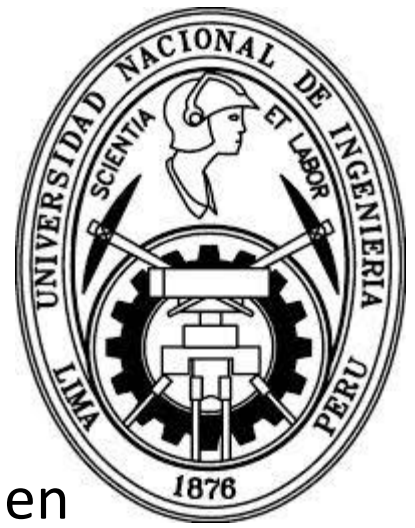
range(2,20,3)

da [ 2, 5, 8, 11, 14, 17 ]

range(20,2,-3)

da [ 20, 17, 14, 11, 8, 5 ]

# Python: Funciones definidas por usuario



Se pueden definir funciones que den como resultado un número

```
def factorial(n):  
    f = 1.0  
    for k in range(1,n+1):  
        f *= k  
    return f
```

El resultado de una función también puede ser un array

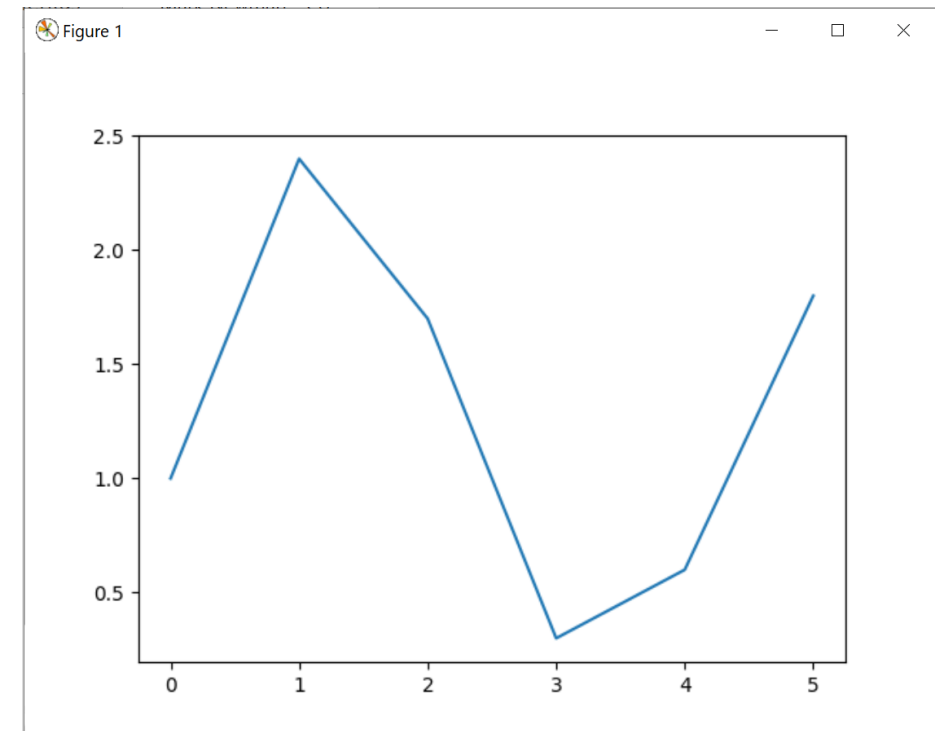
```
def cartesian(r,theta):  
    x = r*cos(theta)  
    y = r*sin(theta)  
    position = [x,y]  
    return position
```

# Python: Graficas y visualización



Para graficar se llaman a las funciones  
plot y show del paquete pylab

```
from pylab import plot,show  
y = [ 1.0, 2.4, 1.7, 0.3, 0.6, 1.8]  
plot (y)  
show()
```

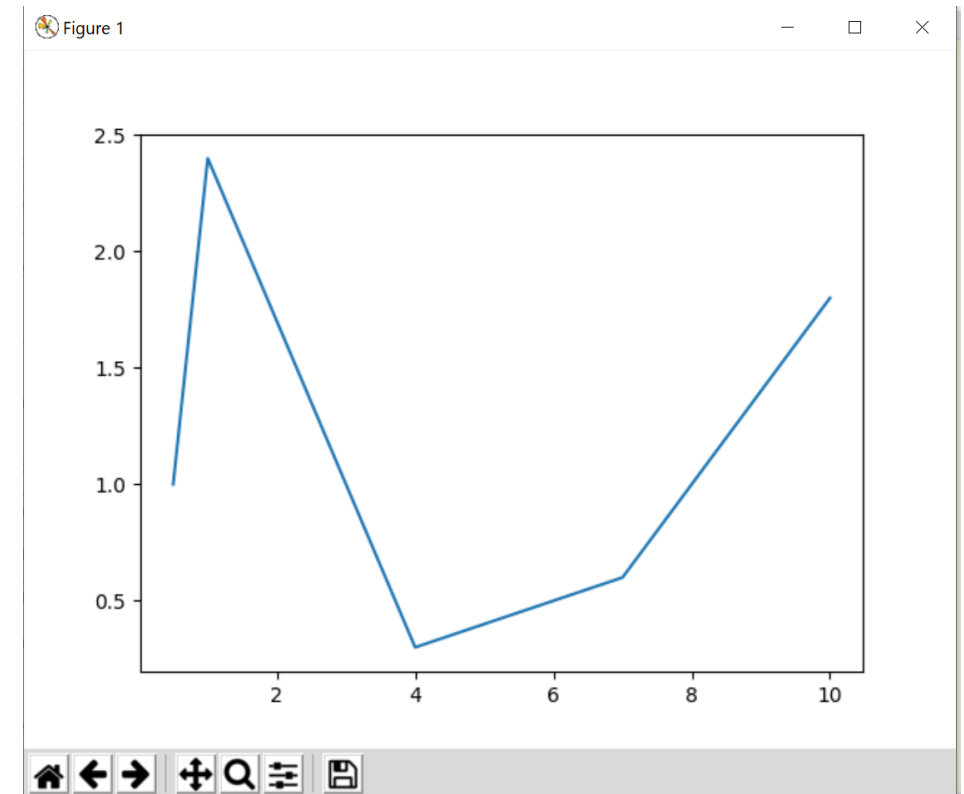


# Python: Graficas y visualización



Se puede definir los puntos de las abscisas y ordenadas

```
from pylab import plot,show
x = [ 0.5, 1.0, 2.0, 4.0, 7.0, 10.0 ]
y = [ 1.0, 2.4, 1.7, 0.3, 0.6, 1.8]
plot(x,y)
show()
```





# Python: Graficas y visualización

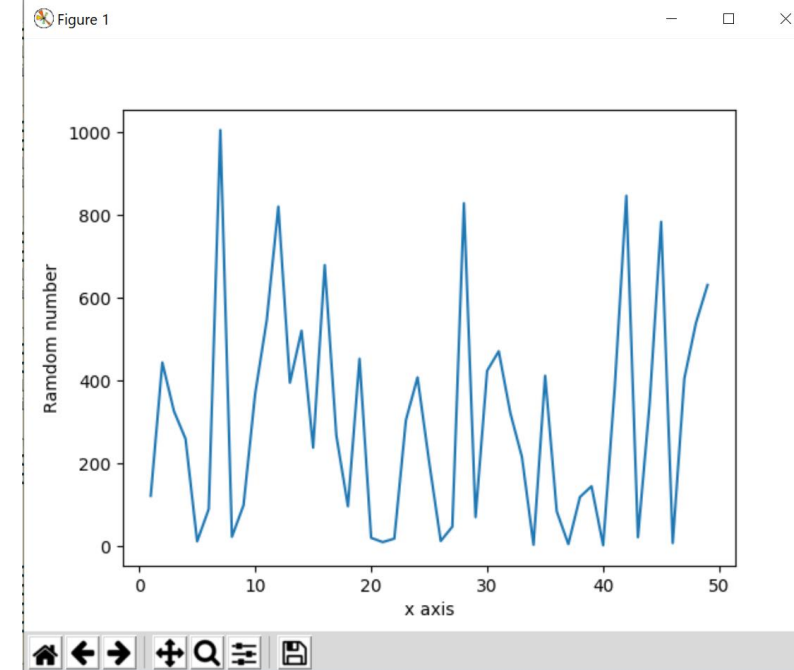


Graficar el archivo data.text

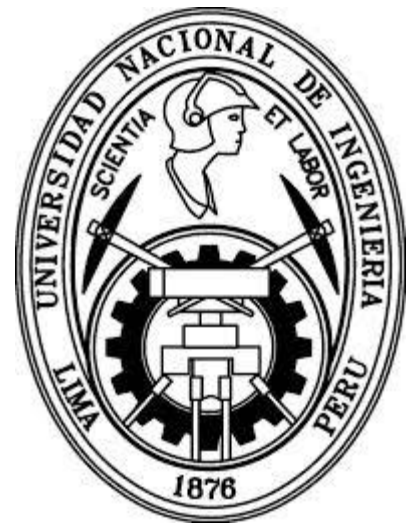
```
1 122.189988
2 444.0270889
3 326.7205784
4 259.7201836
5 12.15722275
6 90.15900043
7 1005.310014
.....
```

Ejecutamos

```
from numpy import loadtxt
from pylab import plot,show
data= loadtxt("data.text",float)
x = data[:,0]
y = data[:,1]
xlabel("x axis")
ylabel("y = sin x")
plot(x,y)
show()
```



# Mapa logístico de Feigenbaum (1944-2019)



Es un mapeo a menudo citado como un ejemplo de comportamiento caótico puede surgir en ecuaciones dinámicas no lineales muy simples. El mapa fue popularizado en un artículo de 1976 por el biólogo Robert May, en parte como un modelo demográfico de tiempo discreto. Matemáticamente, el mapa logístico está descrito por

$$x_{k+1} = rx_n(1 - x_n)$$

donde  $r$  es una constante.



# Mapa logístico de Feigenbaum (1944-2019)



- Para un fijo  $r=1$  y un valor inicial  $x_0 = 0.45, 0.5, 0.55$ , graficar la evolución  $x_{k+1}$  versus  $k$ (iteración). Considere 1000 iteraciones. Las tres gráficas deben estar en una sola imagen.
- Realizar la gráfica  $(r, x)$  donde  $r \in [1, 4]$  incrementandose en 0.1. Debe tomar como valor inicial  $x_0 = 0.5$  en todos los casos y solo graficar los valores de  $x_{k+1}$ . En cada caso se deben realizar 3000 iteraciones pero solo deben graficarse los valores de  $x_{k+1}$  a partir de la iteración 1000.