

UNIVERSIDAD DE SANTIAGO DE CHILE
FACULTAD DE INGENIERÍA
Departamento de Informática



MODELACIÓN Y SIMULACIÓN
LABORATORIO 2

DIEGO POLANCO
DANY RUBIANO

Profesor: Gonzalo Acuña
Ayudante: Robinson Oyarzún

Santiago – Chile

2016

TABLA DE CONTENIDO

Índice de tablas	v
Índice de ilustraciones	vii
1 INTRODUCCIÓN	1
1.1 Motivación y antecedentes	1
1.2 Objetivos	1
1.3 Organización del documento	2
2 MARCO TEÓRICO	3
2.1 Transformada de Laplace	3
2.2 Función de Transferencia	3
2.3 Diagramas de Bode	4
3 DESARROLLO: PRIMERA PARTE	5
3.1 Función 1	5
3.2 Función 2	10
3.3 Comparación entre las funciones 1 y 2	14
3.4 Función 3	15
4 DESARROLLO: SEGUNDA PARTE	21
5 CONCLUSIONES	25
Bibliografía	27

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 3.1	Tabla comparativa entre $H_1(s)$ y $H_2(s)$	14
-----------	---	----

ÍNDICE DE ILUSTRACIONES

Figura 2.1	Función de Transferencia, sistema de una entrada y una salida.	4
Figura 3.1	Diagrama de Lazo Abierto de $H_1(s)$	8
Figura 3.2	Diagrama de Lazo Cerrado de $H_1(s)$	8
Figura 3.3	Diagrama de Bode de Lazo Abierto para $H_1(s)$	9
Figura 3.4	Diagrama de Bode de Lazo Cerrado para $H_1(s)$	9
Figura 3.5	Diagrama de Lazo Abierto de $H_2(s)$	12
Figura 3.6	Diagrama de Lazo Cerrado de $H_2(s)$	12
Figura 3.7	Diagrama de Bode de Lazo Abierto para $H_2(s)$	13
Figura 3.8	Diagrama de Bode de Lazo Cerrado para $H_2(s)$	13
Figura 3.9	Diagrama de Lazo Abierto de $H_3(s)$	17
Figura 3.10	Diagrama de Lazo Cerrado de $H_3(s)$	18
Figura 3.11	Diagrama de Bode de Lazo Abierto para $H_3(s)$	18
Figura 3.12	Diagrama de Bode de Lazo Cerrado para $H_3(s)$	19
Figura 4.1	Diagrama de Bloque	21
Figura 4.2	Respuesta al Escalón $Y(s)$	23
Figura 4.3	Respuesta al Escalón $Y(s)$ acotada en 20[seg]	24

CAPÍTULO 1. INTRODUCCIÓN

1.1 MOTIVACIÓN Y ANTECEDENTES

Se conoce como sistema, al conjunto de elementos que interactúan, los cuales se pueden dar de forma física o encontrarse en fenómenos un tanto abstractos. Dentro de estas interacciones existen entes o dispositivos que se encargan de administrar o regular el comportamiento de estos sistemas, para encontrar resultados acorde con lo que se busca del sistema. Entre los sistemas de control se pueden encontrar sistemas como de lazo abierto, lazo cerrado, entre otros. Los que se verán con mayor detalle en los siguientes capítulos. Estos sistemas se pueden representar mediante ecuaciones diferenciales, por lo que cuando se llama a un sistema de primer orden por ejemplo, se está refiriendo a que este sistema se plantea con una ecuación diferencial de primer orden.

En el siguiente informe consta de dos partes. En la primera parte se plantean 3 sistemas de distintos ordenes (2 sistemas exigidos y 1 propuesto), en los cuales se busca graficar las respuestas mediante a los distintos sistemas de control y utilizando también diagramas de Bode. Realizando también un cuadro comparativo entre sistemas. En la segunda parte se debe realizar una gráfica de la respuesta del diagrama de bloque, cuya función de entrada es de tipo escalón.

1.2 OBJETIVOS

El presente documento tiene como objetivo principal exponer al lector la representación gráfica y realizar un cuadro comparativo de los distintos sistemas expuestos en función de las diferentes ecuaciones diferenciales que se verán en los siguientes capítulos. También se tiene como objetivo representar a través de los diagramas Bode, la magnitud, fase y frecuencia de las funciones de transferencia que se obtengan. Para lograr este objetivo hay que tener en cuenta que estas gráficas se realizarán mediante a la herramienta MATLAB.

1.3 ORGANIZACIÓN DEL DOCUMENTO

La estructura del presente informe está constituida en primera parte por un marco teórico, en el cual se expone el sustento base del laboratorio y presenta temas sobre los procesos continuos y diagramas de Bode. A continuación se realizara la explicación de las dos partes a desarrollar nombradas anteriormente. Por último se presentan las conclusiones finales de la experiencia, en conjunto con las referencias teóricas extraídas desde fuentes de información externas.

CAPÍTULO 2. MARCO TEÓRICO

2.1 TRANSFORMADA DE LAPLACE

La Transformada de Laplace es una técnica Matemática que forma parte de ciertas transformadas integrales como la transformada de Fourier, la transformada de Hilbert, y la transformada de Mellin entre otras. Estas transformadas están definidas por medio de una integral impropia y cambian una función en una variable de entrada en otra función en otra variable. La transformada de Laplace puede ser usada para resolver Ecuaciones Diferenciales Lineales y Ecuaciones Integrales.

Cuando se resuelven ecuación diferencial usando la técnica de la transformada, se cambia una ecuación diferencial en un problema algebraico. La metodología consiste en aplicar la transformada a la ecuación diferencial y posteriormente usar las propiedades de la transformada.

[de Monterrey].

Sea f una función definida para $t \geq 0$, la transformada de Laplace de $f(t)$ se define como:

$$\mathcal{L}\{f(t)\} = \int_0^{\infty} e^{st} f(t) \cdot dt$$

La transformada de Laplace convierte una función en t en una función en la variable s , y las condiciones para la existencia de la transformada de una función es que esta se de orden exponencial y que sea continua a trozos.

2.2 FUNCIÓN DE TRANSFERENCIA

La función de transferencia de un sistema lineal e invariante en el tiempo se define como la relación entre la transformada de Laplace de la variable de salida y la transformada de Laplace de la variable de entrada, suponiendo que todas las condiciones iniciales se hacen iguales a cero. Esta forma de representar sistemas se denomina representación externa, ya que

atiende a las señales presentes en sus terminales de entrada y salida. [Barragán (2011)].

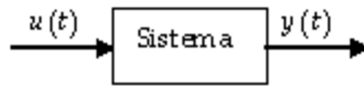


Figura 2.1: Función de Transferencia, sistema de una entrada y una salida.

Así, dado el sistema de la Figura 2.1, su función de transferencia será:

$$H(s) = \frac{\mathcal{L}\{y(t)\}}{\mathcal{L}\{u(t)\}} = \frac{Y(s)}{U(s)}$$

donde $H(s)$ es la función de transferencia (también notada como $G(s)$); $Y(s)$ es la transformada de Laplace de la respuesta y $U(s)$ es la transformada de Laplace de la señal de entrada.

Se puede representar entonces a $Y(s)$ como:

$$Y = H \cdot U + (\text{condiciones_iniciales_del_sistema})$$

donde $H \cdot U$ es la respuesta de entada cero (RESC) y $(\text{condiciones_iniciales_del_sistema})$ es la respuesta de entrada (RENC)

2.3 DIAGRAMAS DE BODE

Un diagrama de Bode es una representación gráfica que sirve para caracterizar la respuesta en frecuencia de un sistema. Normalmente consta de dos gráficas separadas, una que corresponde con la magnitud de dicha función y otra que corresponde con la fase. Recibe su nombre del científico estadounidense que lo desarrolló, Hendrik Wade Bode.

El diagrama de magnitud de Bode dibuja el módulo de la función de transferencia (ganancia) en decibelios en función de la frecuencia (o la frecuencia angular) en escala logarítmica. Se suele emplear en procesamiento de señal para mostrar la respuesta en frecuencia de un sistema lineal e invariante en el tiempo.[Wikipedia (2015)].

CAPÍTULO 3. DESARROLLO: PRIMERA PARTE

En primer caso, se desea graficar las respuestas de lazo abierto, lazo cerrado y diagramas de Bode, de las siguientes funciones:

1. $2 \frac{dy(t)}{dt} + y(t) = 3 \frac{du(t)}{dt}; y(0) = 1, u(0) = 1$
2. $\frac{d^2y(t)}{dt^2} + 4 \frac{dy(t)}{dt} + 7y(t) - 2 \frac{d^2u(t)}{dt^2} - 8 \frac{du(t)}{dt} - u(t) = 0; y(0) = 0, \frac{dy(0)}{dt} = 0, \frac{du(0)}{dt} = 1, u(0) = 0$
3. $\frac{d^3y(t)}{dt^3} + y(t) = 8u(t); \frac{d^2y(0)}{dt^2} = 2, \frac{dy(0)}{dt} = 1, y(0) = 1. (Propuesta por el grupo)$

3.1 FUNCIÓN 1

En la primera función se tiene $2 \frac{dy(t)}{dt} + y(t) = 3 \frac{du(t)}{dt}; y(0) = 1, u(0) = 1$, por lo que se debe utilizar laplace para encontrar su función de transferencia. Aplicando laplace:

$$\mathcal{L}\left[2 \frac{dy(t)}{dt}\right] + \mathcal{L}[y(t)] = \mathcal{L}\left[3 \frac{du(t)}{dt}\right] \quad (3.1)$$

$$2[sY(s) - y(0)] + Y(s) = 3[sU(s) - u(0)] \quad (3.2)$$

Como se tiene que $y(0) = 1, u(0) = 1$, entonces:

$$2sY(s) - 2 + Y(s) = 3sU(s) - 3 \quad (3.3)$$

Factorizando por $Y(s)$ y reduciendo términos, se tiene:

$$Y(s)[2s + 1] = 3sU(s) - 1 \quad (3.4)$$

Dividiendo por $[2s + 1]$:

$$Y(s) = \frac{3s}{2s + 1}U(s) - \frac{1}{2s + 1} \quad (3.5)$$

Por lo que la función de transferencia sería:

$$H_1(s) = \frac{3s}{2s + 1} \quad (3.6)$$

Una vez obtenida la función de transferencia, se procede a realizar sus gráficas de las respuestas de lazo abierto, lazo cerrado y diagramas de Bode. Para esto, se utilizan los comandos dispuestos por MatLab que permiten obtener las representaciones de las respuestas respectivas con las características deseadas.

En el caso de la respuesta de lazo abierto y lazo cerrado, se utiliza el comando *step*, el cual calcula y grafica la respuesta ante un escalón de un sistema dinámico. Los parámetros del comando representan la función de transferencia ilustrada en vectores de los índices de las expresiones del numerador y denominador que dan lugar a dicha función. Luego, se utilizan otros comandos que permiten agregar el título y nombres de los ejes al gráfico correspondiente. A continuación se refleja el código que detalla el proceso anteriormente descrito, aplicado a la respuesta de lazo abierto.

```
1 %Funcion 1
2
3 figure; %permite crear una nueva ventana para cada grafico
4 step([3 0],[2 1]); %uncion que genera el grafico del lazo abierto
5 title('Lazo abierto de H1(s)');
6 xlabel('Tiempo');
7 ylabel('Amplitud');
8 grid on;
```

Para el caso de la respuesta de lazo cerrado, se utiliza el comando *cloop*, el cual toma como entrada la función de transferencia en lazo cerrado con la misma representación de vectores indicada anteriormente, para transformarla a una de lazo abierto y de esta forma poder aplicar el comando *step* que calcula y grafica la respuesta. Este procedimiento se detalla a continuación.

```
1 figure;
2 [num, den] = cloop([3 0],[2 1]);
3 step(num, den);
4 title('Lazo cerrado de H1(s)');
5 xlabel('Tiempo');
6 ylabel('Amplitud');
7 grid on;
```

En el caso de la respuesta de los diagramas de Bode, se utiliza el comando *bode* el cual crea un diagrama de la respuesta del sistema en función de la frecuencia mostrando la fase y la magnitud respectiva. Dicho comando recibe como parámetro la función de transferencia representada en vectores, al igual que el caso anterior, con el procedimiento de que para el caso del Bode de lazo abierto el paso es directo, y para el caso del Bode de lazo cerrado es necesario utilizar el comando *cloop* con anterioridad. El código de este proceso se presenta en lo que sigue.

```
1 figure;  
2 bode([3 0],[2 1]);  
3 title('Bode lazo abierto de H1(s)');  
4 xlabel('Frecuencia');  
5 ylabel('Fase');  
6 grid on;  
7  
8 figure;  
9 [num, den] = cloop([3 0],[2 1]);  
10 bode(num, den);  
11 title('Bode lazo cerrado de H1(s)');  
12 xlabel('Frecuencia');  
13 ylabel('Fase');  
14 grid on;
```

Las figuras 3.1 y 3.2 muestran las diferentes representaciones de respuesta lazo abierto y lazo cerrado obtenidos a partir de la función de transferencia de la expresión 3.6, mientras que las figuras 3.3 y 3.4 detallan los diagramas de Bode de la respuesta de lazo cerrado y lazo abierto respectivamente.

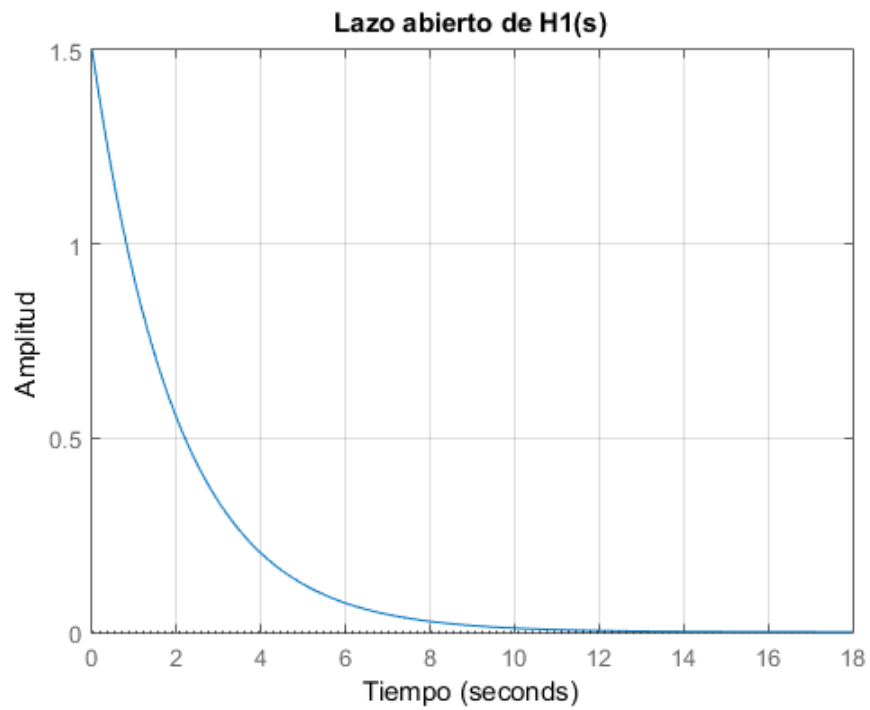


Figura 3.1: Diagrama de Lazo Abierto de $H_1(s)$

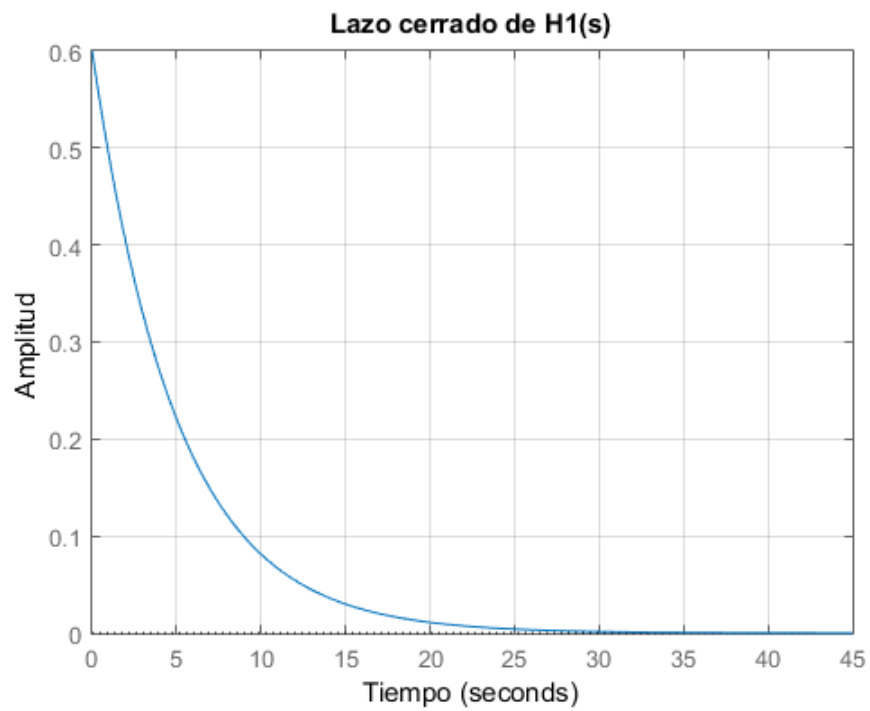
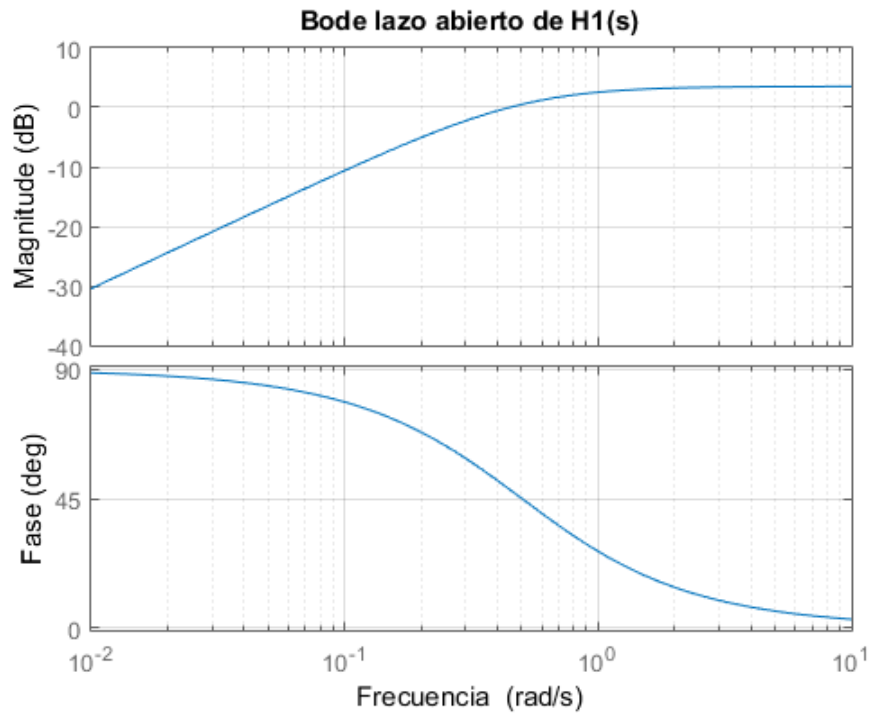
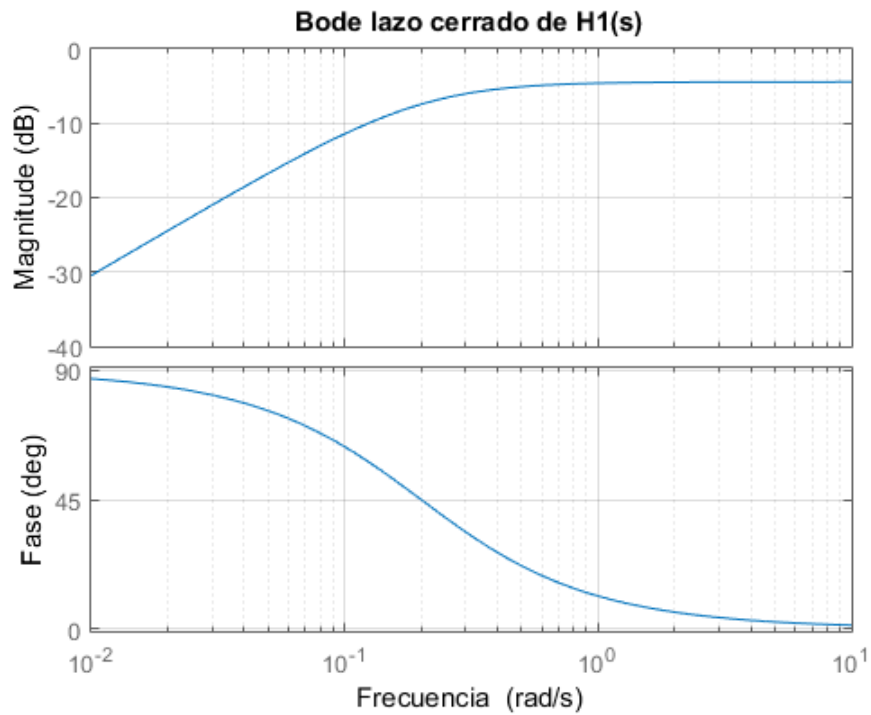


Figura 3.2: Diagrama de Lazo Cerrado de $H_1(s)$

Figura 3.3: Diagrama de Bode de Lazo Abierto para $H_1(s)$ Figura 3.4: Diagrama de Bode de Lazo Cerrado para $H_1(s)$

3.2 FUNCIÓN 2

En la segunda función se tiene $\frac{d^2 y(t)}{dt^2} + 4\frac{dy(t)}{dt} + 7y(t) - 2\frac{d^2 u(t)}{dt^2} - 8\frac{du(t)}{dt} - u(t) = 0$. De igual forma que la anterior, aplicando laplace:

$$\mathcal{L}\left[\frac{d^2 y(t)}{dt^2}\right] + \mathcal{L}\left[4\frac{dy(t)}{dt}\right] + \mathcal{L}[7y(t)] - \mathcal{L}\left[2\frac{d^2 u(t)}{dt^2}\right] - \mathcal{L}\left[8\frac{du(t)}{dt}\right] - \mathcal{L}[u(t)] = 0 \quad (3.7)$$

$$[s^2 Y(s) - sy(0) - \frac{dy(0)}{dt}] + 4[sY(s) - y(0)] + 7Y(s) - 2[s^2 U(s) - su(0) - \frac{du(0)}{dt}] - 8[sU(s) - u(0)] - U(s) = 0 \quad (3.8)$$

Como se tiene que $y(0) = 0$, $\frac{dy(0)}{dt} = 0$, $\frac{du(0)}{dt} = 1$, $u(0) = 0$, entonces:

$$s^2 Y(s) + 4sY(s) + 7Y(s) - 2[s^2 U(s) - 1] - 8sU(s) - U(s) = 0 \quad (3.9)$$

Factorizando por $Y(s)$ y $U(s)$, se tiene:

$$Y(s)[s^2 + 4s + 7] - U(s)[2s^2 + 8s + 1] - 2 = 0 \quad (3.10)$$

Despejando $U(s)[2s^2 + 8s + 1] - 2$ y dividiendo por $[s^2 + 4s + 7]$:

$$Y(s) = \frac{2s^2 + 8s + 1}{s^2 + 4s + 7} U(s) - \frac{2}{s^2 + 4s + 7} \quad (3.11)$$

Por lo que la función de transferencia sería:

$$H_2(s) = \frac{2s^2 + 8s + 1}{s^2 + 4s + 7} \quad (3.12)$$

En lo que sigue, se utiliza el mismo procedimiento para obtener las respuestas de lazo abierto, lazo cerrado y diagramas de Bode desarrollados para la función de transferencia $H_1(s)$. El proceso se ilustra en el siguiente código.

```
1 %Funcion 2
2
3 figure ;
4 step([2 8 1],[1 4 7]);
5 title('Lazo abierto de H2(s)');
6 xlabel('Tiempo');
```

```
7 ylabel('Amplitud');
8 grid on;
9
10 figure;
11 [num, den] = cloop([2 8 1],[1 4 7]);
12 step(num, den);
13 title('Lazo cerrado de H2(s)');
14 xlabel('Tiempo');
15 ylabel('Amplitud');
16 grid on;
17
18 figure;
19 bode([2 8 1],[1 4 7]);
20 title('Bode lazo abierto de H2(s)');
21 xlabel('Frecuencia');
22 ylabel('Fase');
23 grid on;
24
25 figure;
26 [num, den] = cloop([2 8 1],[1 4 7]);
27 bode(num, den);
28 title('Bode lazo cerrado de H2(s)');
29 xlabel('Frecuencia');
30 ylabel('Fase');
31 grid on;
```

A continuación, las figuras 3.5 y 3.6 muestran las diferentes representaciones de respuesta lazo abierto y lazo cerrado obtenidos a partir de la función de transferencia de la expresión 3.12, mientras que las figuras 3.7 y 3.8 detallan los diagramas de Bode de la respuesta de lazo cerrado y lazo abierto respectivamente.

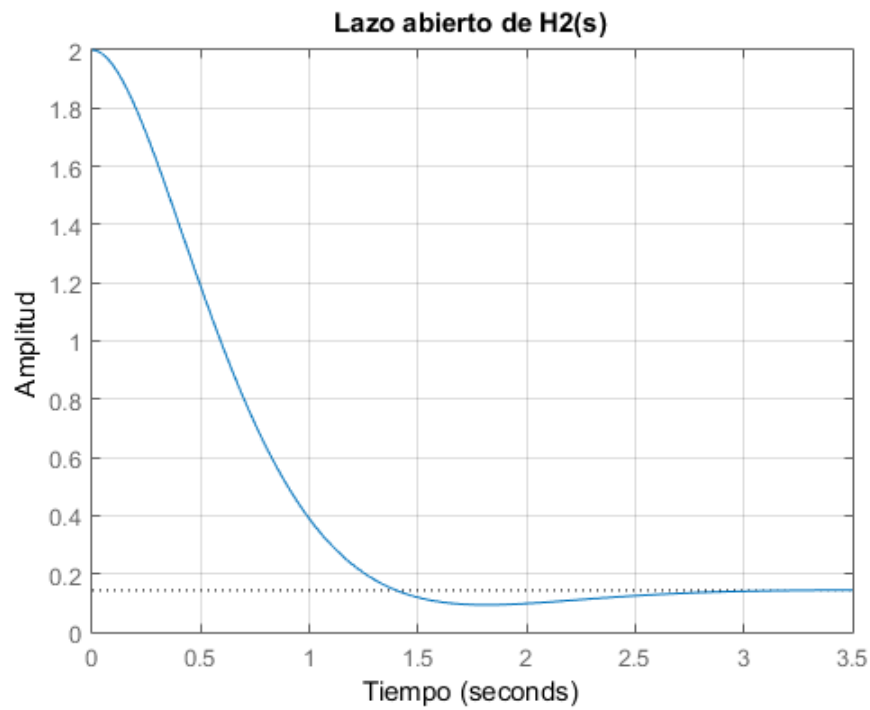


Figura 3.5: Diagrama de Lazo Abierto de $H_2(s)$

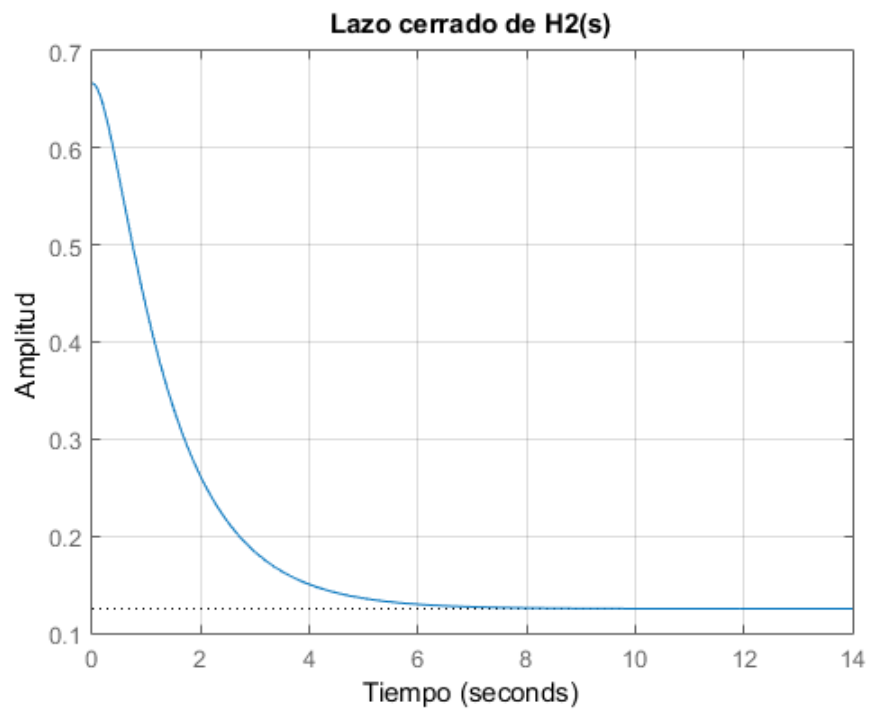
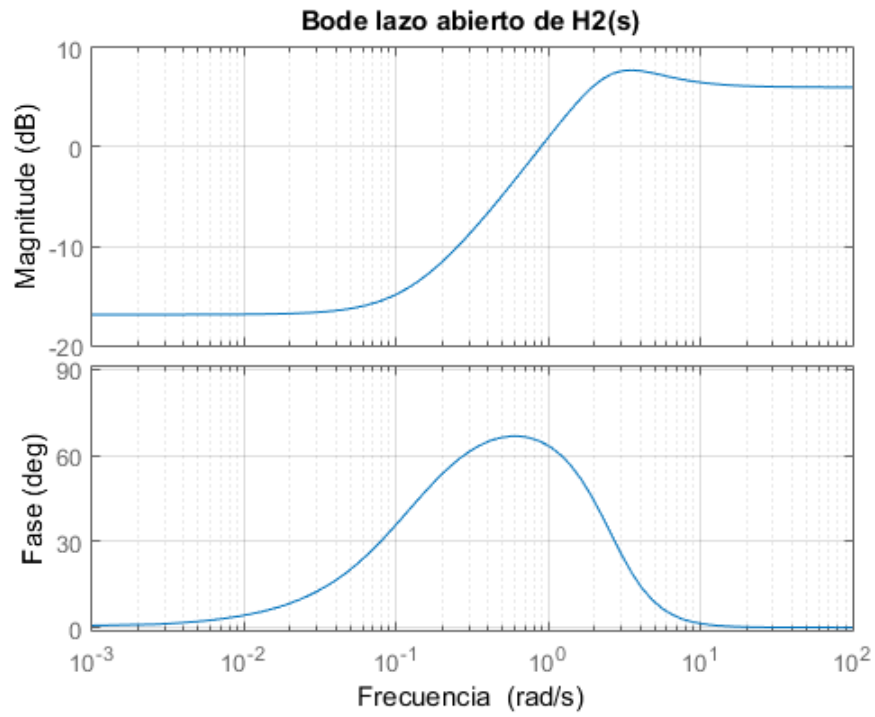
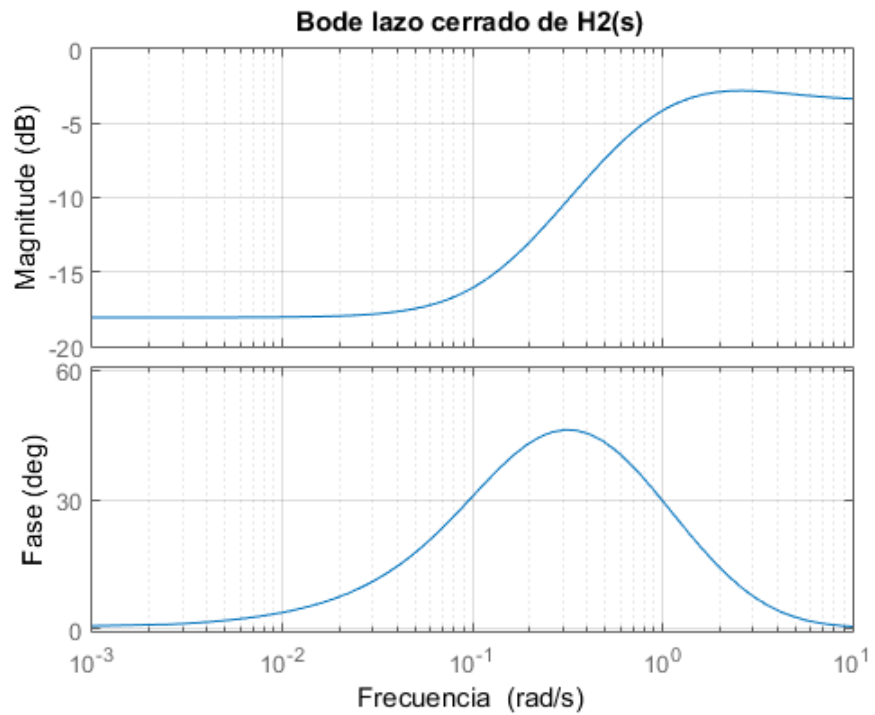


Figura 3.6: Diagrama de Lazo Cerrado de $H_2(s)$

Figura 3.7: Diagrama de Bode de Lazo Abierto para $H_2(s)$ Figura 3.8: Diagrama de Bode de Lazo Cerrado para $H_2(s)$

3.3 COMPARACIÓN ENTRE LAS FUNCIONES 1 Y 2

Con el fin de desarrollar una comparación entre las funciones de primer orden y las funciones de segundo orden, se realiza un contraste entre la función 1 (de primer orden) y la función 2 (de segundo orden). Para ello, se hace el cálculo de parámetros tales como los ceros y polos de la función, ganancia estática, y el análisis de estabilidad. Los resultados se muestran en la siguiente tabla.

Tabla 3.1: Tabla comparativa entre $H_1(s)$ y $H_2(s)$

	$H_1(s) = \frac{3s}{2s+1}$	$H_2(s) = \frac{2s^2+8s+1}{s^2+4s+7}$
Ceros	0	$\{-2 - \sqrt{\frac{7}{2}}, -2 + \sqrt{\frac{7}{2}}\}$
Polos	$-\frac{1}{2}$	$\{-2 - \sqrt{3}i, -2 + \sqrt{3}i\}$
Ganancia Estática	0	$\frac{1}{7}$
Estabilidad	Si	Si

Se puede detallar que para la primera función de transferencia $H_1(s)$, debido a que el grado del polinomio denominador de la expresión es mayor al grado del polinomio numerador, el sistema es estrictamente propio. En el caso de la función de transferencia $H_2(s)$, dado que el grado del polinomio denominador es igual al grado del polinomio denominador, se considera que este sistema es propio.

En lo respectivo al análisis de estabilidad, para el sistema de la función 1 dado que los polos de su función de transferencia $H_1(s)$ tienen parte real estrictamente negativa, entonces se considera que el sistema es estable. Mientras que para el sistema de la función 2, se utilizó el criterio de Routh-Hurwitz [de Buenos Aires], obteniéndose que el sistema era estable.

A partir de ello, se demuestra que dado que el sistema de la función 1 es estable, cuando su entrada y su salida se han estabilizado, su ganancia estática es 0, y es en donde converge el sistema. Esto se puede detallar en la respuesta de lazo abierto en el tiempo representada en la figura 3.1. Además se puede observar que para el sistema con un lazo cerrado detallado en la figura 3.2, aumenta aproximadamente al doble el tiempo que toma la respuesta en volverse constante y su entrada se ve disminuida en amplitud. Para el caso de

Bode de lazo cerrado y de lazo abierto, a partir de las figuras 3.3 y 3.4, se observa que tanto para la fase y la magnitud de la respuesta en la frecuencia del sistema, en ambos casos convergen aproximadamente a 0.

Así mismo, se puede demostrar que para el sistema descrito por la función 2, en función de la observación de su respuesta de lazo abierto representada en la figura 3.5, dado que es estable, su ganancia estática es $\frac{1}{7}$. Además se detalla que la respuesta se torna semi-amortiguada de tal forma que van desapareciendo las oscilaciones, demostrando que sus polos son complejos conjugados. En lo que respecta a la respuesta de lazo cerrado, a partir de la figura 3.6 se observa que el tiempo en que toma la respuesta en volverse constante aumenta al doble y que el sistema torna a ser mas amortiguado que con un lazo abierto, además se reitera que para este caso, su entrada se ve disminuida en amplitud.

3.4 FUNCIÓN 3

Para la tercera función se propuso la siguiente expresión $\frac{d^3 y(t)}{dt^3} + y(t) = 8u(t)$. Para la cual, aplicando laplace:

$$\mathcal{L}\left[\frac{d^3 y(t)}{dt^3}\right] + \mathcal{L}[y(t)] = \mathcal{L}[8u(t)] \quad (3.13)$$

$$[s^3 Y(s) - s^2 y(0) - s \frac{dy(0)}{dt} - \frac{dy^2(0)}{dt}] + Y(s) = 8U(s) \quad (3.14)$$

Como se tiene que $\frac{d^2 y(0)}{dt^2} = 2$, $\frac{dy(0)}{dt} = 1$, $y(0) = 1$, entonces:

$$s^3 Y(s) - s^2 - s - 2 + Y(s) = 8U(s) \quad (3.15)$$

Factorizando por Y(s), se tiene:

$$Y(s)[s^3 + 1] - [s^2 + s + 2] = 8U(s) \quad (3.16)$$

Despejando $[s^2 + s + 2]$ y dividiendo por $[s^3 + 1]$:

$$Y(s) = \frac{8}{s^3 + 1}U(s) - \frac{s^2 + s + 2}{s^3 + 1} \quad (3.17)$$

Por lo que la función de transferencia sería:

$$H_3(s) = \frac{8}{s^3 + 1} \quad (3.18)$$

Luego, se utiliza el mismo procedimiento para obtener las respuestas de lazo abierto, lazo cerrado y diagramas de Bode desarrollados para la función de transferencia $H_1(s)$ y $H_1(s)$.

Dicho procedimiento aplicado para este caso, se detalla a continuación.

```
1  %Funcion 3
2
3  figure;
4  step(8,[1 1]);
5  title('Lazo abierto de H3(s)');
6  xlabel('Tiempo');
7  ylabel('Amplitud');
8  grid on;
9
10 figure;
11 [num, den] = cloop(8,[1 1]);
12 step(num, den);
13 title('Lazo cerrado de H3(s)');
14 xlabel('Tiempo');
15 ylabel('Amplitud');
16 grid on;
17
18 figure;
19 bode(8,[1 1]);
20 title('Bode lazo abierto de H3(s)');
21 xlabel('Frecuencia');
22 ylabel('Fase');
23 grid on;
24
25 figure;
26 [num, den] = cloop(8,[1 1]);
27 bode(num, den);
28 title('Bode lazo cerrado de H3(s)');
29 xlabel('Frecuencia');
30 ylabel('Fase');
```


31 **grid** on ;

Las figuras 3.9 y 3.10 reflejan las diferentes representaciones de respuesta lazo abierto y lazo cerrado obtenidos a partir de la función de transferencia de la expresión 3.18, mientras que las figuras 3.11 y 3.12 detallan los diagramas de Bode de la respuesta de lazo cerrado y lazo abierto respectivamente.

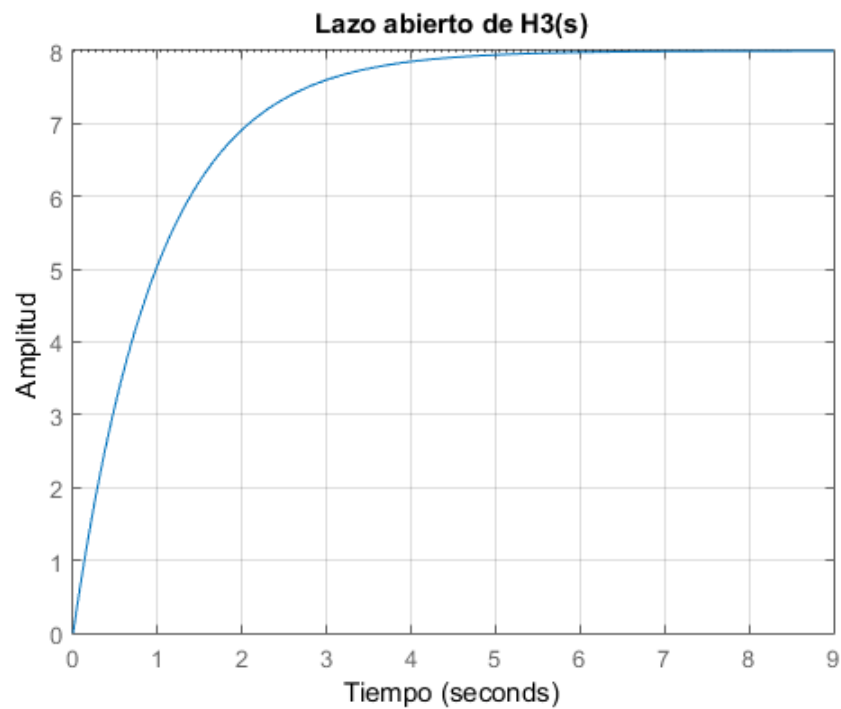


Figura 3.9: Diagrama de Lazo Abierto de $H_3(s)$

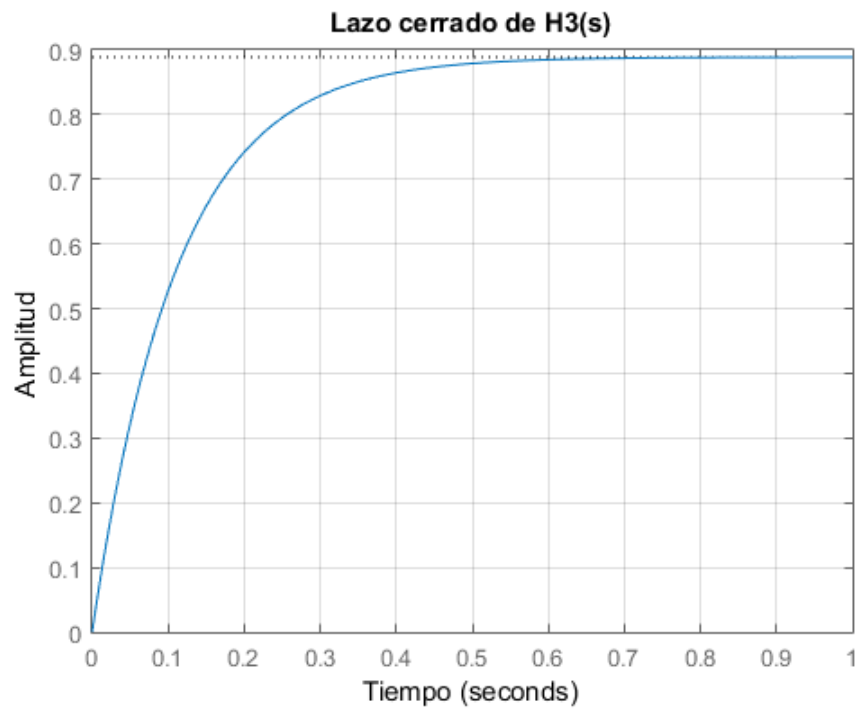


Figura 3.10: Diagrama de Lazo Cerrado de $H_3(s)$

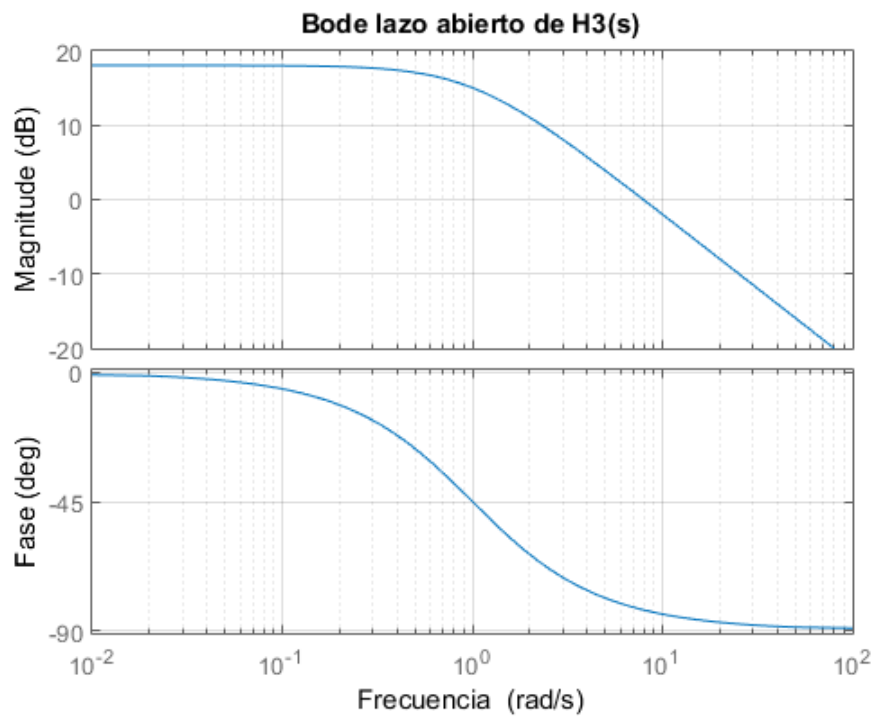


Figura 3.11: Diagrama de Bode de Lazo Abierto para $H_3(s)$

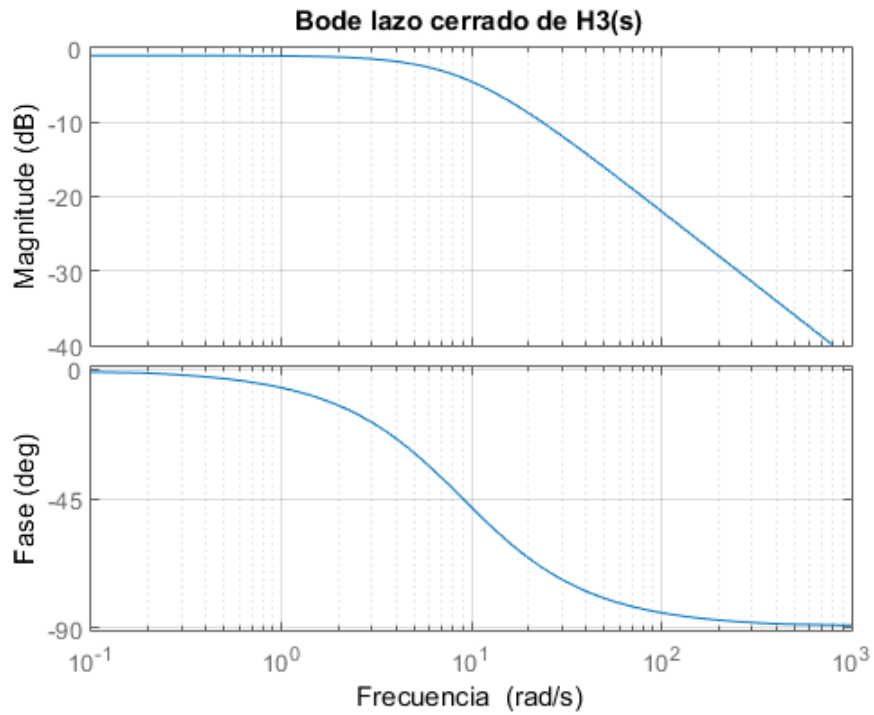


Figura 3.12: Diagrama de Bode de Lazo Cerrado para $H_3(s)$

A partir de ello, se puede observar en la expresión 3.16 que el sistema es estrictamente propio dado que el grado del polinomio denominador es mayor que el grado del polinomio denominador. El sistema es estable según el criterio de Routh-Hurwitz. Y además, para la respuesta de lazo abierto, se puede observar que la ganancia estática del sistema es 8 y que el sistema a pesar de que tiene polos complejos conjugados presenta una elevada amortiguación.

CAPÍTULO 4. DESARROLLO: SEGUNDA PARTE

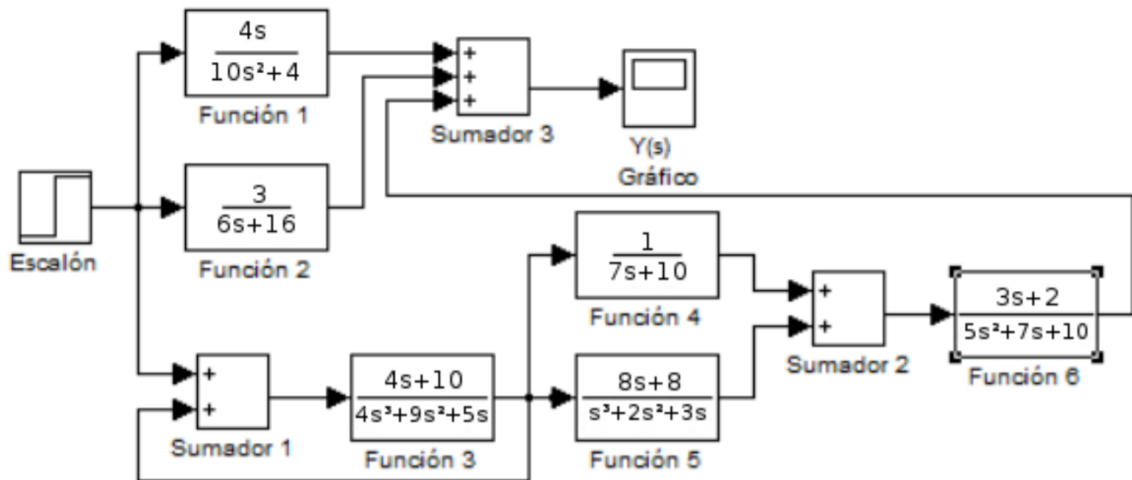


Figura 4.1: Diagrama de Bloque

```

1 %Funcion 1
2 num1 = [0 0 4 0];
3 den1 = [0 10 0 4];
4
5 %Funcion 2
6 num2 = [0 0 0 3];
7 den2 = [0 0 6 16];
8
9 %Funcion 3
10 num3 = [0 0 4 10];
11 den3 = [4 9 5 0];
12
13 %Funcion 4
14 num4 = [0 0 0 1];
15 den4 = [0 0 7 10];
16
17 %Funcion 5
18 num5 = [0 0 8 8];
19 den5 = [1 2 3 0];
20
21 %Funcion 6
22 num6 = [0 0 3 2];
23 den6 = [0 5 7 10];
24
25

```

```
26 %Conexion en paralelo entre funcion 1 y 2
27 [n1y2,d1y2] = parallel(num1,den1,num2,den2);
28
29 %Conexion de lazo cerrado para funcion 3
30 [n_cerrado3,d_cerrado3] = feedback(num3,den3,1,1);
31
32 %Conexion en paralelo entre funcion 4 y 5
33 [n4y5,d4y5] = parallel(num4,den4,num5,den5);
34
35 %Conexion en serie entre funcion 3 de lazo cerrado y funcion 4 y 5
36 [n34y5,d34y5] = series(n_cerrado3,d_cerrado3,n4y5,d4y5);
37
38 %Conexion en serie entre funcion 3, 4 y 5 y funcion 6
39 [n345y6,d345y6] = series(n34y5,d34y5,num6,den6);
40
41 %Conexion en paralelo entre funcion 3, 4, 5 y 6 y funcion 1 y 2
42 [n_Y,d_Y] = parallel(n1y2,d1y2,n345y6,d345y6);
43
44 figure;
45 step(n_Y,d_Y);
46 title('Respuesta al escalon Y(s)');
47 xlabel('Tiempo');
48 ylabel('Amplitud');
49 grid on;
50
51 figure;
52 step(n_Y,d_Y,20);
53 title('Respuesta al escalon Y(s) acotado a 20 seg');
54 xlabel('Tiempo');
55 ylabel('Amplitud');
56 grid on;
```

En primera ocasión se definieron todas las funciones a trabajar a través de los vectores num y den, que establecen los numeradores y denominadores de las funciones respectivamente. Luego se identifican los tipos de conexiones entre funciones, ya sean en serie, paralelo o lazo cerrado. Entre las funciones 1 y 2, 4 y 5 se puede apreciar que se encuentran en paralelo, por lo que se utiliza la función de MATLAB parallel. En el caso de la función 3 se utilizó feedback, ya que se concluyó que se encontraba en lazo cerrado con el escalón unitario. Luego se encontraría en serie las funciones 3, el resultado de las funciones 4 y 5, y la función 6, por lo que se utilizó la función series de MATLAB, para relacionarlas. Finalmente se realiza la

22

última operación para obtener las gráficas, sumando en serie la ultima sumatoria calculada con el resultado de la primera operación. Por lo que la función de transferencia se compone de la siguiente manera:

$$\text{Numerador} = 7560s^{11} + 62474s^{10} + 259936s^9 + 706088s^8 + 1406980s^7 + 2300402s^6 + 3176316s^5 + 3325340s^4 + 2366136s^3 + 1168208s^2 + 446880s + 102400$$

$$\text{Denominador} = 8400s^{12} + 81860s^{11} + 378400s^{10} + 1123984s^9 + 2375576s^8 + 3754676s^7 + 4561704s^6 + 4269272s^5 + 3072592s^4 + 1656800s^3 + 641600s^2 + 192000s$$

A continuación se muestra en primera instancia la gráfica resultante del diagrama de bloques resuelto anteriormente, exponiendo su amplitud en función del tiempo. Seguido de ésta, se muestra otra gráfica en la que se realiza un acercamiento de la primera, acotando el tiempo a los primeros 20 segundos.

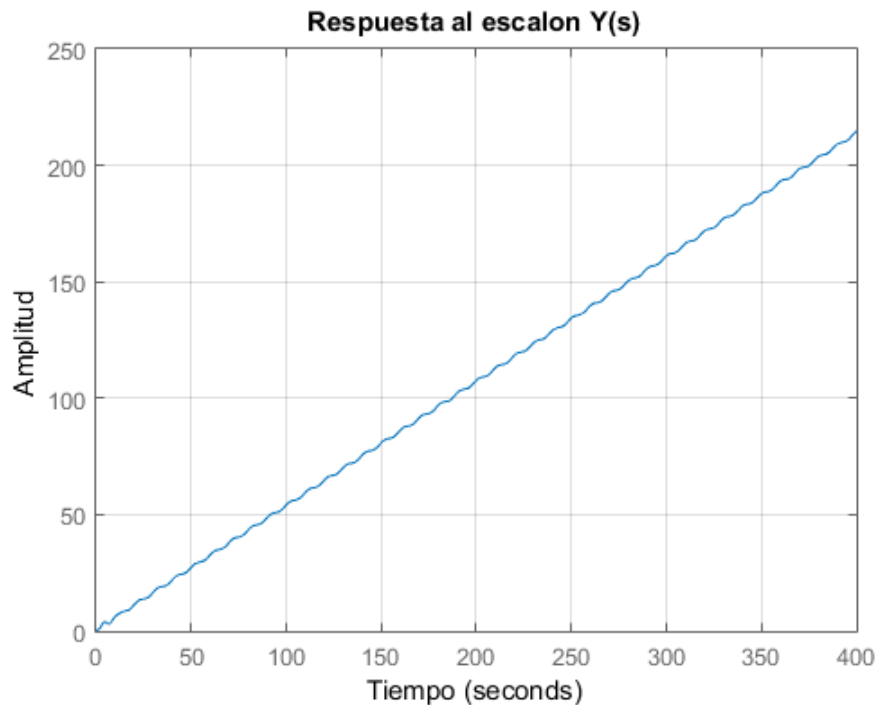


Figura 4.2: Respuesta al Escalón $Y(s)$

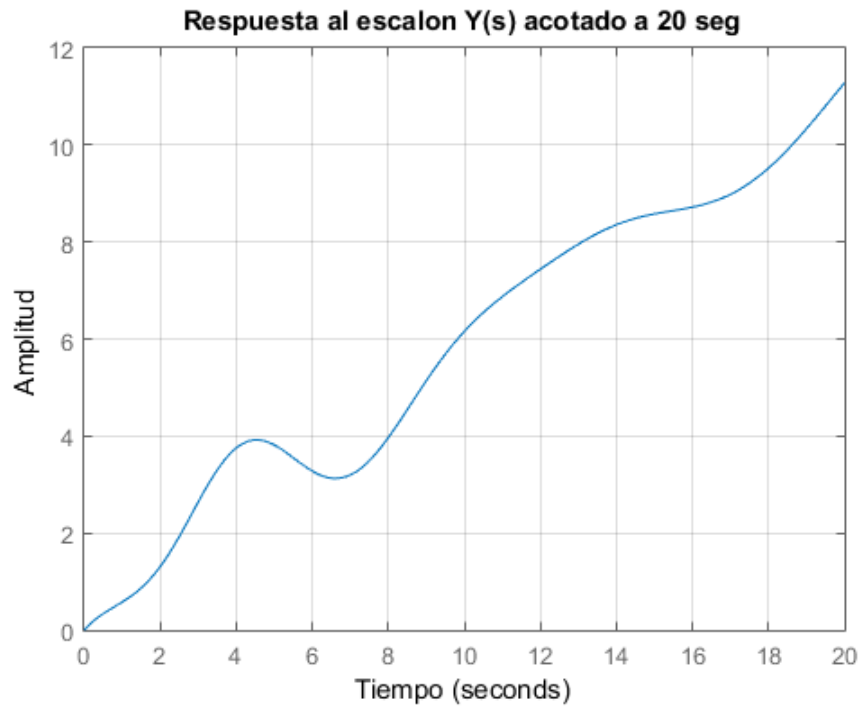


Figura 4.3: Respuesta al Escalón $Y(s)$ acotada en 20[seg]

A partir de las figuras 4.2 y 4.3 se puede observar que la respuesta al sistema tiende al infinito, por lo que el sistema es inestable y tiende al caos, en consecuencia su ganancia estática es infinita. Por otro lado, entre los polos de la función de transferencia se encuentran complejos conjugados, los cuales determinan que las oscilaciones nunca terminen, suponiendo que se aplican en esta ocasión los mismos terminos que las funciones de segundo orden.

CAPÍTULO 5. CONCLUSIONES

Finalizando este trabajo realizado se puede afirmar que se logró cumplir con los objetivos planteados inicialmente. En la primera parte, se logró encontrar las funciones de transferencia de las ecuaciones planteadas en este laboratorio, adhiriendo una función adicional de 3er orden. Luego de esto se logró mostrar de manera gráfica su comportamiento en respuesta a sistemas de lazo abierto y lazo cerrado, además de los diagramas de Bode tanto para lazo abierto como de lazo cerrado. Por lo que se evidenció lo que ocurre con la respuesta en función del tiempo y la magnitud y fase de los distintos sistemas, a medida que se incrementa el grado de las funciones. Así mismo, se pudo desarrollar una comparación entre las funciones de primer orden y las funciones de segundo orden a través del cálculo y contraste de parámetros tales como los ceros y polos de la función, ganancia estática, y el análisis de estabilidad.

Con respecto a la segunda parte de la experiencia, se cumplió con realizar el gráfico de la respuesta del diagrama de bloques propuesto, mediante a las funciones *series*, *feedback* y *parallel* previamente establecidas en el enunciado y proporcionadas por MATLAB. En primera parte se redujo el diagrama de bloques, a una sola expresión, buscando encontrar la función de transferencia final, donde fue necesario el conocimiento teórico para operar de forma correcta las funciones propuestas.

Dentro de las dificultades que se produjeron en la ejecución de este laboratorio se encuentra en primera ocasión, el desarrollo matemático de las funciones establecidas en la parte 1, ya que su correcta operatoria era fundamental para la realización de las gráficas. En relación a las dificultades de la segunda parte, se encuentra en la identificación de la conexión que presentaba la función 3 del diagrama de bloques, ya que se mantenía la duda si es que se encontraba directamente en serie con la función 4 y 5 o pertenecía a un sistema de lazo cerrado previo a la serie.

Finalmente se concluye que este laboratorio ha servido para comprender de mejor manera el tratamiento de señales continuas en el tiempo y la frecuencia, lo que servirá de base para ahondar mayormente en la materia y entender fenómenos de mayor complejidad.

BIBLIOGRAFÍA

Barragán, J. (2011). *Función de transferencia de la ecuación de estado*. Recuperado desde:
<http://uhu.es/antonio.barragan/content/23-funcion-transferencia-ecuacion-estado>.

de Buenos Aires, U. (????). *Estabilidad*. Recuperado desde:
<http://materias.fi.uba.ar/7609/material/S1000Estabilidad.pdf>.

de Monterrey, T. (????). *Transformada de Laplace*. Recuperado desde:
<http://www.mty.itesm.mx/etie/deptos/m/ma-841/laplace/home.htm>.

Wikipedia (2015). *Diagrama de Bode*. Recuperado desde:
https://es.wikipedia.org/wiki/Diagrama_de_Bode.