

**LABORATORIO 2:  
DISEÑO DE UN FILTRO FIR**

**DANY RUBIANO JIMÉNEZ**

Profesores: Carlos González Cortés

Ayudantes: Pablo Reyes Díaz

Maximiliano Pérez Rodríguez



# TABLA DE CONTENIDOS

<b>ÍNDICE DE FIGURAS.....</b>	<b>iv</b>
<b>CAPÍTULO 1. INTRODUCCIÓN.....</b>	<b>5</b>
1.1    MOTIVACIÓN Y ANTECEDENTES . . . . .	5
1.2    OBJETIVOS . . . . .	5
1.3    ORGANIZACIÓN DEL DOCUMENTO . . . . .	5
<b>CAPÍTULO 2. MARCO TEÓRICO.....</b>	<b>7</b>
2.1    FILTRO DIGITAL . . . . .	7
2.2    FILTRO ANALÓGICO . . . . .	7
2.3    FILTROS DE RESPUESTA EN FRECUENCIA . . . . .	7
2.3.1    Filtro paso alto . . . . .	7
2.3.2    Filtro paso bajo . . . . .	7
2.3.3    Filtro paso banda . . . . .	8
2.4    FILTROS DE RESPUESTA ANTE ENTRADA UNITARIA . . . . .	8
2.4.1    Filtro FIR . . . . .	8
2.4.2    Filtro IIR . . . . .	8
2.5    HERRAMIENTAS UTILIZADAS EN PYTHON . . . . .	8
<b>CAPÍTULO 3. DESARROLLO DE LA EXPERIENCIA .....</b>	<b>11</b>
3.1    ESPECTROGRAMA DE LA FUNCIÓN . . . . .	11
3.2    APLICACIÓN DEL FILTRO FIR . . . . .	12
<b>CAPÍTULO 4. ANÁLISIS DE RESULTADOS .....</b>	<b>19</b>
<b>CAPÍTULO 5. CONCLUSIONES.....</b>	<b>21</b>
<b>CAPÍTULO 6. BIBLIOGRAFÍA.....</b>	<b>23</b>

# ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 3-1: Espectrograma del audio . . . . .	11
Figura 3-2: Gráfico del audio filtrado en el dominio de la frecuencia con paso banda. . . . .	13
Figura 3-3: Gráfico del audio filtrado en el dominio del tiempo con paso banda. . . . .	13
Figura 3-4: Espectrograma del audio filtrado con paso banda. . . . .	14
Figura 3-5: Gráfico del audio filtrado en el dominio de la frecuencia con paso bajo. . . . .	14
Figura 3-6: Gráfico del audio filtrado en el dominio del tiempo con paso bajo. . . . .	15
Figura 3-7: Espectrograma del audio filtrado con paso bajo. . . . .	15
Figura 3-8: Gráfico del audio filtrado en el dominio de la frecuencia con paso alto. . . . .	16
Figura 3-9: Gráfico del audio filtrado en el dominio del tiempo con paso alto. . . . .	16
Figura 3-10: Espectrograma del audio filtrado con paso alto. . . . .	17

# **CAPÍTULO 1. INTRODUCCIÓN**

## **1.1 MOTIVACIÓN Y ANTECEDENTES**

El Procesamiento de señales trata de la representación, transformación y manipulación de señales y de la importancia que contienen. En el laboratorio anterior, se trabajó el aspecto de la representación, específicamente en la representación en los distintos componentes de tiempo y frecuencia de un audio dado. De la misma manera, se realizó una especie de filtro, que correspondería al proceso de manipulación, mediante el truncamiento de la señal de este mismo, sin embargo, este filtro no es aplicable en lo real. Por esto, es necesario ahondar más en los tipos de filtros, y es que uno de los problemas al que se enfrenta el procesamiento de señales es la interpretación de estas, y para enfrentar dicho problema una herramienta muy importante es el filtrado, en el cual se adecúa una señal recibida de forma que pueda ser interpretada de mejor manera, eliminando componentes de frecuencia indeseados o que no interesan para el análisis en cuestión.

## **1.2 OBJETIVOS**

Para este laboratorio se tiene como objetivo profundizar en los tipos de filtros, con la construcción y diseño de un filtro FIR aplicado sobre un audio. Dado este problema, se busca hacer el análisis respectivo aplicando los conocimientos obtenidos de los contenidos vistos en clases y las experiencias del laboratorio anterior.

## **1.3 ORGANIZACIÓN DEL DOCUMENTO**

El presente documento distribuye su contenido de la siguiente forma, en primer lugar se encuentra un marco teórico, posteriormente se da lugar a un capítulo dedicado al desarrollo de la experiencia en donde se describe el uso de las herramientas pedidas, luego expone el análisis de los resultados obtenidos, y en último se dan las conclusiones respectivas al desarrollo de esta experiencia.



## **CAPÍTULO 2. MARCO TEÓRICO**

### **2.1 FILTRO DIGITAL**

Un filtro digital es un sistema que, dependiendo de las variaciones de las señales de entrada en el tiempo y amplitud, se realiza un procesamiento matemático sobre dicha señal; generalmente mediante el uso de la Transformada rápida de Fourier; obteniéndose en la salida el resultado del procesamiento matemático o la señal de salida. Los filtros digitales tienen como entrada una señal analógica o digital y en su salida tienen otra señal analógica o digital, pudiendo haber cambiado en amplitud, frecuencia o fase dependiendo de las características del filtro digital. El filtrado digital es parte del procesamiento de señal digital. Se le da la denominación de digital más por su funcionamiento interno que por su dependencia del tipo de señal a filtrar, así podríamos llamar filtro digital tanto a un filtro que realiza el procesamiento de señales digitales como a otro que lo haga de señales analógicas. Comúnmente se usa para atenuar o amplificar algunas frecuencias. Por ejemplo, se puede implementar un sistema para controlar los tonos graves y agudos de cualquier sistema de audio. El procesamiento interno y la entrada del filtro serán digitales, por lo que puede ser necesario una conversión analógica-digital o digital-analógica para uso de filtros digitales con señales analógicas. Un tema muy importante es considerar las limitaciones del filtro de entrada debido a que la señal debe poder ser reconstruida. (Wikipedia, s.f.-b)

### **2.2 FILTRO ANALÓGICO**

Los filtros analógicos son un tipo de filtro electrónico que modifica las componentes frecuenciales de una señal analógica de forma diferente en función de su frecuencia. (Wikipedia, s.f.-a)

### **2.3 FILTROS DE RESPUESTA EN FRECUENCIA**

#### **2.3.1 Filtro paso alto**

Un filtro paso alto (HPF) es un tipo de filtro electrónico en cuya respuesta en frecuencia se atenúan las componentes de baja frecuencia pero no las de alta frecuencia, éstas incluso pueden amplificarse en los filtros activos. La alta o baja frecuencia es un término relativo que dependerá del diseño y de la aplicación. Una posible aplicación de este tipo de filtro sería la de hacer que las altas frecuencias de una señal de audio fuesen a un altavoz para sonidos agudos mientras que un filtro paso bajo haría lo propio con los graves. Otra aplicación sería la de eliminar los ruidos que provienen de la red eléctrica (50 o 60Hz) en un circuito cuyas señales fueran más altas. (Wikipedia, s.f.-e)

#### **2.3.2 Filtro paso bajo**

Un filtro paso bajo corresponde a un filtro electrónico caracterizado por permitir el paso de las frecuencias más bajas y atenuar las frecuencias más altas.<sup>1</sup> El filtro requiere de dos terminales de entrada y dos de salida, de una caja negra, también denominada cuadripolo o bipuerto, así todas las frecuencias se pueden presentar a la entrada, pero a la salida solo estarán presentes las que permita pasar el filtro. De la teoría se obtiene que los filtros están caracterizados por sus funciones de transferencia, así cualquier configuración

de elementos activos o pasivos que consigan cierta función de transferencia serán considerados un filtro de cierto tipo. (Wikipedia, s.f.-f)

### 2.3.3 Filtro paso banda

Un filtro paso banda es un tipo de filtro electrónico que deja pasar un determinado rango de frecuencias de una señal y atenúa el paso del resto. (Wikipedia, s.f.-g)

## 2.4 FILTROS DE RESPUESTA ANTE ENTRADA UNITARIA

### 2.4.1 Filtro FIR

FIR es un acrónimo en inglés para Finite Impulse Response o Respuesta finita al impulso. Se trata de un tipo de filtros digitales cuya respuesta a una señal impulso como entrada tendrá un número finito de términos no nulos. Estos filtros tienen todos los polos en el origen, por lo que son estables. Los ceros se presentan en pares de recíprocos si el filtro se diseña para tener fase lineal. Este tipo de filtros tiene especial interés en aplicaciones de audio. Además son siempre estables. (Wikipedia, s.f.-c)

### 2.4.2 Filtro IIR

IIR es una sigla en inglés para Infinite Impulse Response o Respuesta infinita al impulso. Se trata de un tipo de filtros digitales en el que, como su nombre indica, si la entrada es una señal impulso, la salida tendrá un número infinito de términos no nulos, es decir, nunca vuelve al reposo. Las principales diferencias respecto a los filtros FIR es que los IIR pueden cumplir las mismas exigencias que los anteriores pero con menos orden de filtro. Esto es importante a la hora de implementar el filtro, pues presenta una menor carga computacional. Este tipo de filtros pueden ser inestables, aún cuando se diseñen para ser estables. (Wikipedia, s.f.-d)

## 2.5 HERRAMIENTAS UTILIZADAS EN PYTHON

Para la obtención del espectrograma de frecuencias, con la librería Matplotlib de Python, se encuentra la función *specgram*, la cual permite calcular un espectrograma con transformadas de Fourier consecutivas. Su forma general es:

`specgram(x, NFFT, Fs, detrend, window, noverlap, cmap, xextent, pad_to, sides, scalebyfreq, mode)`

Donde:

**NFFT:** El número de puntos de datos utilizados en cada bloque para la FFT. Esto no debería ser utilizado para obtener relleno de ceros, o la escala del resultado será incorrecto.

**Fs:** La frecuencia de muestreo (muestras por unidad de tiempo). Se utiliza para calcular las frecuencias, de Fourier freqs, en ciclos por unidad de tiempo

**detrend:** La función se aplica a cada segmento antes FFT-ción, diseñado para eliminar la tendencia media o lineal.



**window:** Una función o un vector de longitud  $n_{FFT}$ . Para crear vectores ventana

**noverlap:** El número de puntos de coincidencia entre los bloques.

**pad\_to:** El número de puntos a los que el segmento de datos se rellena cuando se realiza la FFT. Esto puede ser diferente de  $n_{FFT}$ , que especifica el número de puntos de datos utilizados. Mientras que no aumenta la resolución real del espectro (la distancia mínima entre los picos resolubles), esto puede dar más puntos en la trama, lo que permite más detalle. Esto se corresponde con el parámetro  $n$  en la llamada a la FFT ()

**sides:** Especifica qué partes del espectro muestra. 'onesided' obliga a la devolución de un espectro de un solo lado, mientras que las fuerzas. 'twosided' dos caras.

**scale\_by\_freq:** Especifica si los valores de densidad resultantes deben ser escalados por la frecuencia de escala, lo que da la densidad en unidades de  $Hz^{-1}$ . Esto permite la integración sobre los valores de frecuencia devueltos.

**mode:** Tipo de espectro a usar. Por defecto es 'psd'. que tiene la densidad espectral de potencia. 'Complex' devuelve el espectro de frecuencias de valores complejos. 'Magnitude' devuelve el espectro de magnitud. 'Angle' devuelve el espectro de fase sin desembalar. 'Phase' devuelve el espectro de fase con desenvolver.

Matplotlib, s.f.

Atendiendo a las exigencias para este laboratorio, se usará un filtro FIR para el desarrollo de la experiencia. Usando las librerías de Scipy en Python, se puede encontrar la función *firwin*, la cual calcula los coeficientes de un filtro de respuesta de impulso finito, mediante el método de las ventanas. Su forma general es:

*scipy.signal.firwin(numtaps, cutoff, width, window, pass\_zero, scale, nyq)*

Donde:

**numtaps:** Es la longitud del filtro (número de coeficientes, es decir, el orden del filtro + 1)

**cutoff:** Es la frecuencia de corte del filtro o un conjunto de frecuencias de corte (es decir, límites de banda).

**width:** Es la anchura del filtro

**window:** Método de ventana a utilizar.

**pass\_zero:** Es la ganancia del filtro. Si es verdadero, la ganancia en la frecuencia 0 (es decir, la "ganancia DC") es 1. De lo contrario, la ganancia DC es 0.

**scale:** Escalamiento del filtro. Se establece en True para escalar los coeficientes de modo que la respuesta de frecuencia es exactamente la unidad a una determinada frecuencia.

**NYQ:** Es la frecuencia de Nyquist, que es la frecuencia máxima que puede estar presente en la señal analógica sin que se produzca aliasing en la señal discretizada.

Scipy, s.f.-a

Para aplicar el filtro FIR construido sobre la señal, la librería Scipy ofrece una función llamada *lfilter*, que filtra los datos a lo largo de una sola dimensión con el filtro aplicado. Su forma general es:

$$\text{scipy.signal.lfilter}(b, a, x, \text{axis}, zi)$$

Donde:

**b :** Corresponde a los coeficientes del filtro

**a :** Es el vector de coeficiente denominador en una secuencia. Normaliza a *b*

**x :** Es la señal a la cual se aplica el filtro

**axis :** Es el eje de la matriz de datos de entrada a lo largo de la cual debe aplicarse el filtro lineal. El filtro se aplica a cada subconjunto a lo largo de este eje

**zi :** (opcional) Corresponde a un vector de las condiciones iniciales de los retrasos de filtro.

Scipy, s.f.-b

## CAPÍTULO 3. DESARROLLO DE LA EXPERIENCIA

### 3.1 ESPECTROGRAMA DE LA FUNCIÓN

Para la obtención del espectrograma, se utiliza la función *specgram*, con los siguientes parámetros:

$$Pxx, freqs, bins, im = plt.specgram(data, NFFT = 1024, Fs = rate)$$

Donde:

**data:** Corresponde un arreglo de los datos obtenidos del audio con la función *read* de Scipy

**NFFT = 1024:** Expresa que se utilizan 1024 puntos en cada bloque para la transformada de Fourier aplicada

**Fs = rate:** Es la frecuencia de muestreo del audio leído.

Lo que resulta en:

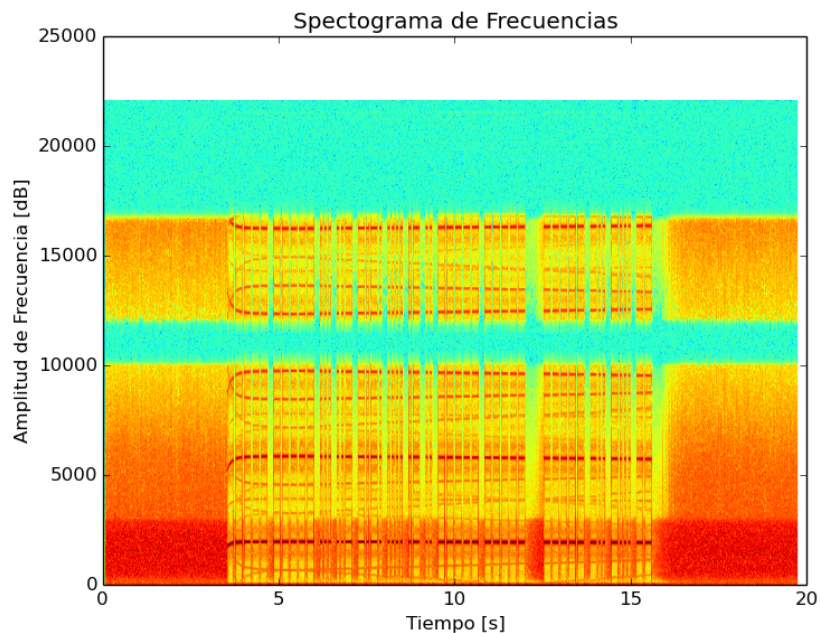


Figura 3-1: Espectrograma del audio

Este espectrograma ayuda visualizar el cambio de contenido de frecuencia del audio en el tiempo. Cada uno de los colores ayudan a reflejar que tan alta es la concentración de la señal en cada frecuencia, así, los colores más azulados reflejan que son pocos o nulos los componentes de la señal en dicha frecuencia, y mientras más componentes de la señal hayan, se tiende a cambiar a colores a tonos amarillos, o tonos rojizos en el caso de que la concentración sea mayor.

Por lo tanto del análisis gráfico se puede observar que la mayor concentración de la señal en frecuencia se encuentra en los intervalos de 1800 [Hz] a los 2100 [Hz], es decir que la información más relevante para el audio se encuentra en este intervalo. Estos datos serán de gran importancia para determinar los parametros del filtro a aplicar.

### 3.2 APLICACIÓN DEL FILTRO FIR

Para la realización de este paso, se utilizaron ejemplos de la realización de filtros FIR en python(Pastell, s.f., ARMmbed, s.f.), en los cuales se puede observar la aplicación de las funciones ya definidas en el marco teórico.

Siguiendo el análisis gráfico se tiene un intervalo de frecuencias en el que se encuentra la mayor información del audio, por lo tanto, el filtro a diseñar es uno paso banda, de esta forma, dejar pasar el rango de frecuencias comprendido por este intervalo.

Entonces, los coeficientes del filtro FIR de paso banda se obtuvieron con la función *firwin*, considerando primeramente los siguientes parámetros:

$$a = \text{firwin}(\text{numtaps}, [\text{cutoff\_low}/\text{nyq\_rate}, \text{cutoff\_high}/\text{nyq\_rate}], \text{pass\_zero} = \text{False})$$

Donde:

**numtaps:** Se toma como 1001, siguiendo el ejemplo de

**cutoff\_low:** Corresponde a la frecuencia de corte bajo, 1850 [Hz]

**cutoff\_high:** Corresponde a la frecuencia de corte alto, 2050 [Hz]

**nyq\_rate:** Es la frecuencia de Nyquist, corresponde a  $\text{rate}/2$

Se procede a utilizar la función *lfilter*, de manera de establecer el filtro:

$$\text{filtered\_signal} = \text{lfilter}(a, 1, 0, \text{data})$$

Como no se busca normalizar los coeficientes del filtro FIR calculados en *a*, el segundo parámetro se deja en 1.

Según las especificaciones del laboratorio, la señal de audio se establece en el dominio de frecuencia, pero *lfilter* realiza la transformada de fourier a nivel interno, por lo tanto, se le pasa la señal pura obtenida del audio, *data*.

Los resultados se detallan en los siguientes gráficos:

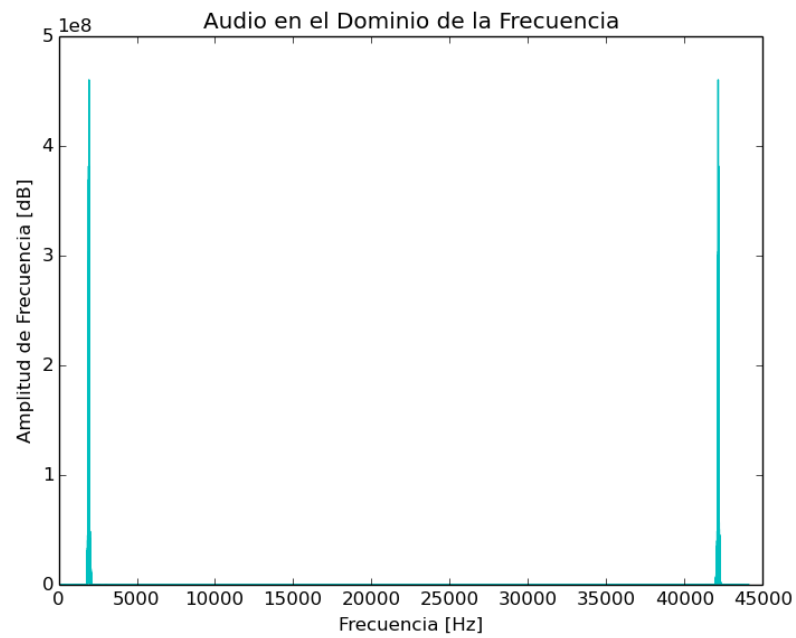


Figura 3-2: Gráfico del audio filtrado en el dominio de la frecuencia con paso banda.

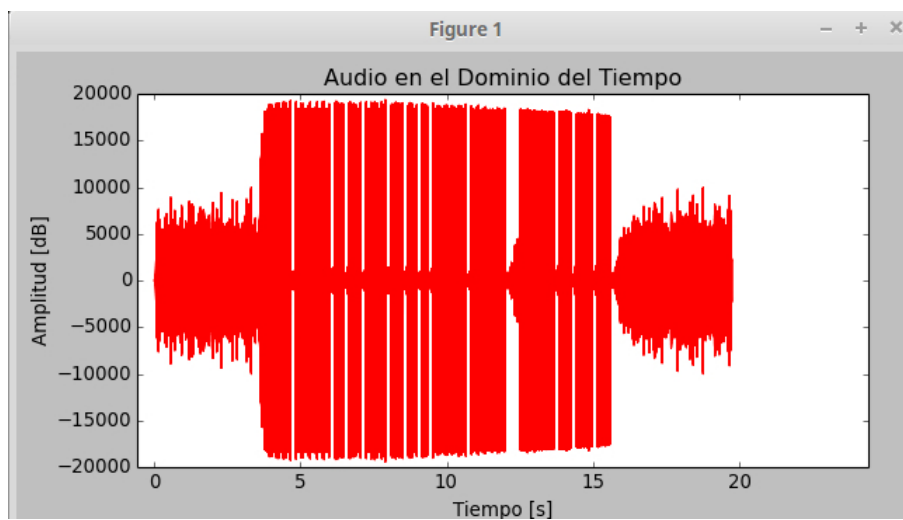


Figura 3-3: Gráfico del audio filtrado en el dominio del tiempo con paso banda.

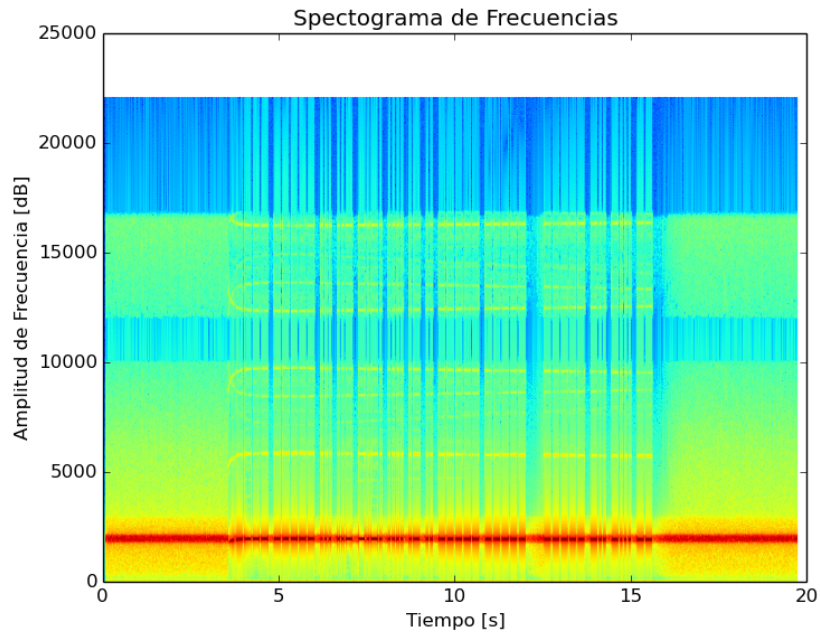


Figura 3-4: Espectrograma del audio filtrado con paso banda.

Considerando un filtro paso bajo, a modo de comparación se obtuvieron los siguientes resultados, con frecuencia de corte igual a 2050 [Hz]:

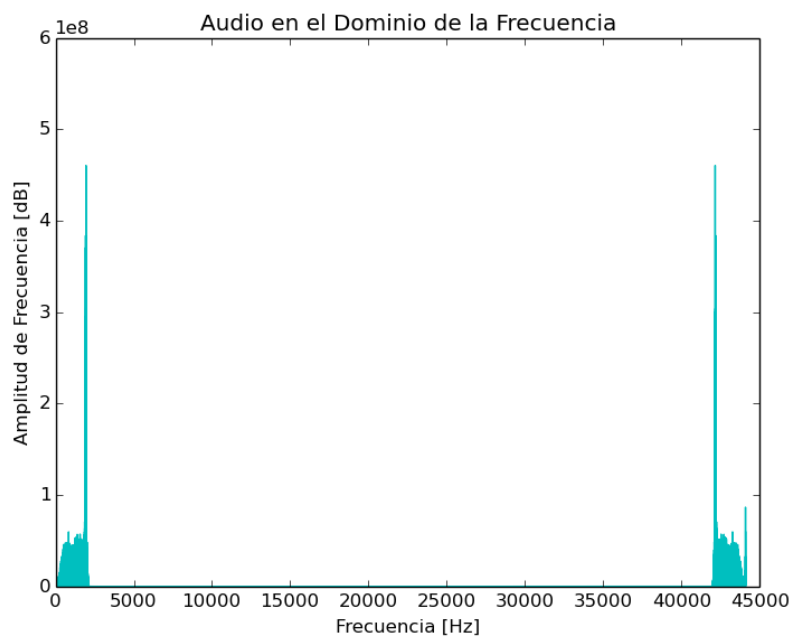


Figura 3-5: Gráfico del audio filtrado en el dominio de la frecuencia con paso bajo.

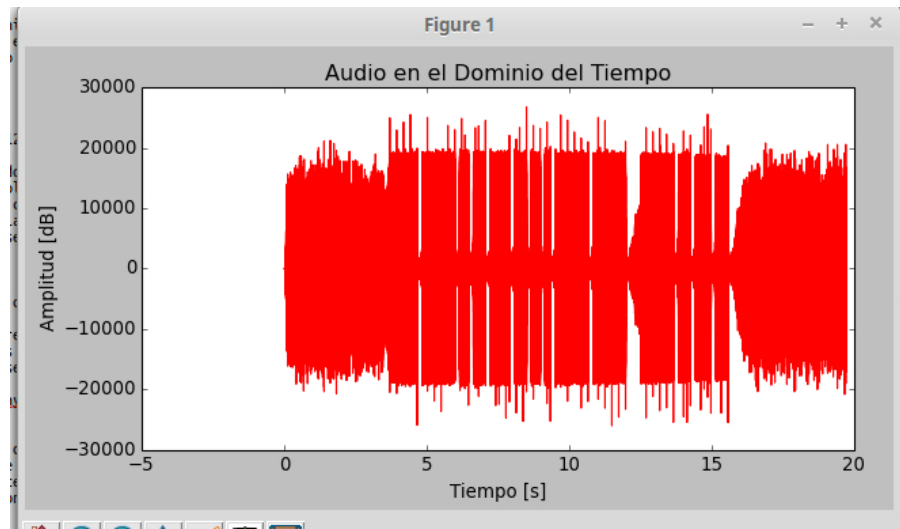


Figura 3-6: Gráfico del audio filtrado en el dominio del tiempo con paso bajo.

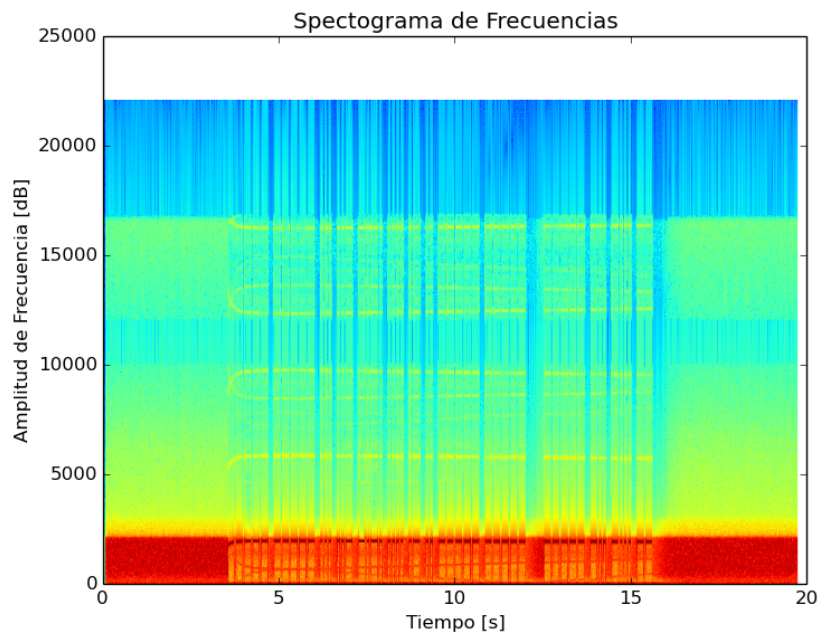


Figura 3-7: Espectrograma del audio filtrado con paso bajo.

Y por último los resultados de un filtro paso alto, con frecuencia de corte igual a 1850 [Hz]:

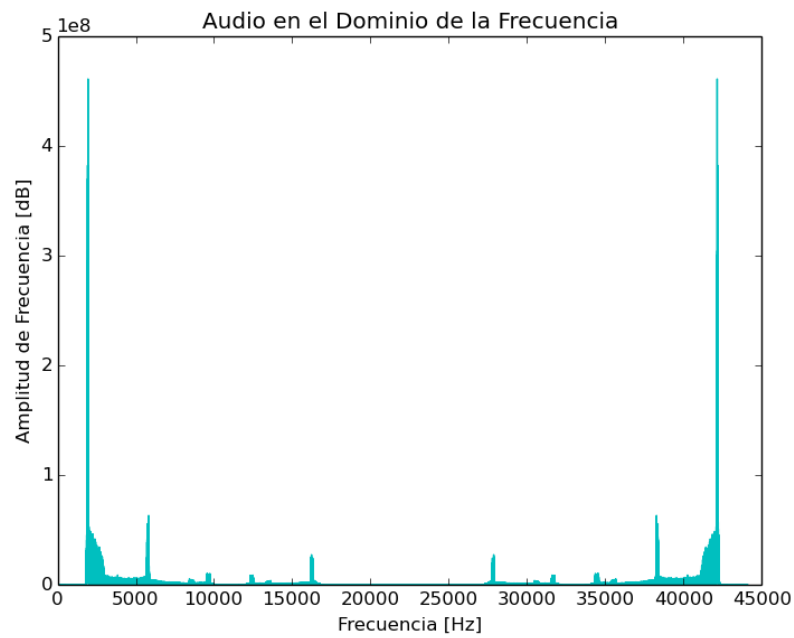


Figura 3-8: Gráfico del audio filtrado en el dominio de la frecuencia con paso alto.

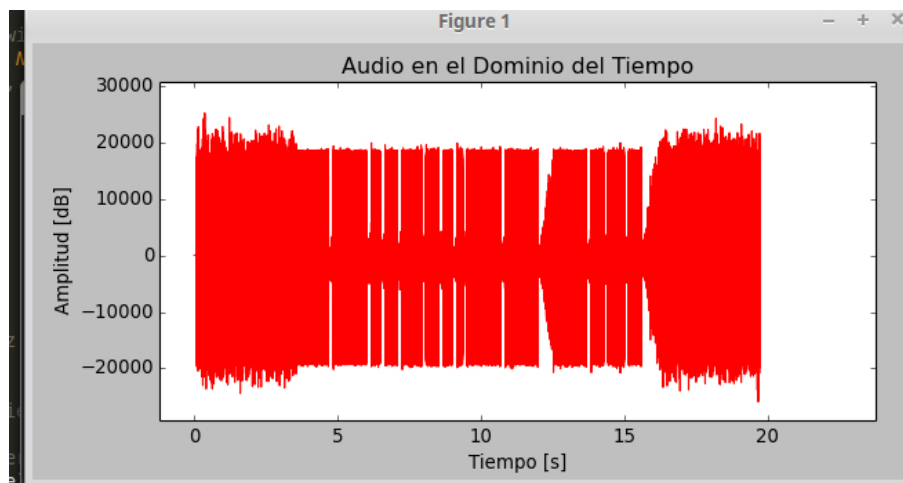
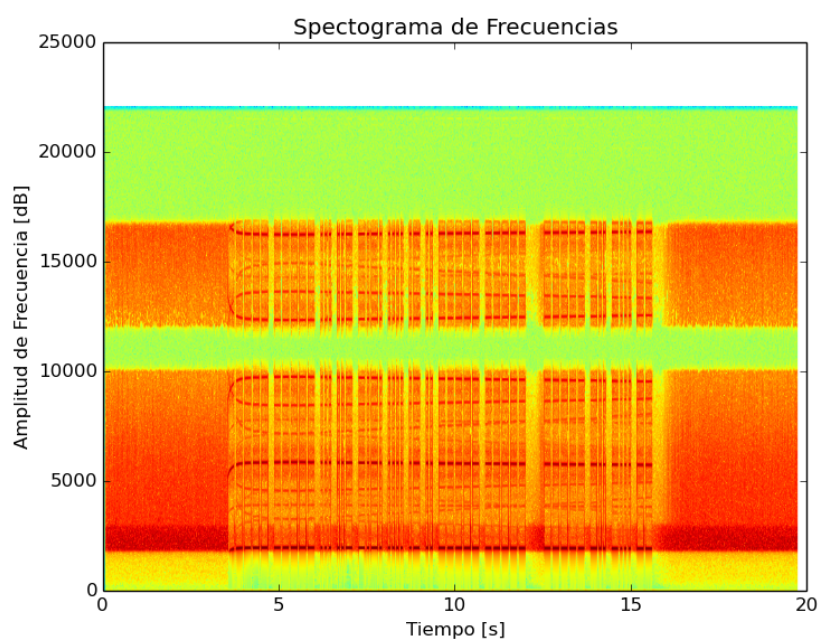


Figura 3-9: Gráfico del audio filtrado en el dominio del tiempo con paso alto.





*Figura 3-10: Espectrograma del audio filtrado con paso alto.*



## CAPÍTULO 4. ANÁLISIS DE RESULTADOS

A continuación se expone de manera general los análisis de los resultados obtenidos en el capítulo anterior.

De la representación del espectro de la señal de audio en el dominio frecuencial se desprende, que a través de esto, se puede entender mejor el contenido de la información que posee la señal, que con una representación en el dominio temporal o frecuencial simple, ya que el espectrograma es una representación en tres dimensiones, temporal, frecuencial y amplitud de la distribución de energía de una señal.

Del análisis gráfico se pudo desprender el intervalo en que la distribución de la energía de la señal era mayor y por lo tanto aportaba mayor información, esto se pudo comprobar al cambiar los parámetros de corte en el filtro paso banda aplicado, ya que en otras condiciones se perdía información, reflejándose en el audio generado.

Al aplicar los filtros, en el caso del paso bajo, se puede observar que efectivamente hay una atenuación de las frecuencias superiores a la de corte y esto se refleja en el audio, de manera que en lo audible, se puede notar que el sonido es un poco más grave que la señal original.

En el caso del filtro paso alto, se comprueba que sólo pasan las frecuencias mayores o iguales a la frecuencia de corte, de esta forma en lo audible se puede notar tonos más agudos en comparación al filtro de paso bajo. Del filtro paso banda, en un primer análisis, se puede observar que sería el más adecuado para esta ocasión, ya que atenúa el ruido e información que no aporta información relevante tanto de las frecuencias bajas como altas. Así, en lo audible se aprecia una cierta atenuación del ruido, permitiendo escuchar la información del audio de una manera más clara. Si bien, en una primera impresión se pensaba que a comparación del audio original el filtro aumentaba el ruido, esta era una perspectiva tal vez errónea, ya que el código morse que en definitiva es la información relevante, se resalta. Si se observa el gráfico obtenido con este filtro en el dominio del tiempo, se observa que de alguna manera u otra en los primeros segundos, donde no hay información relevante, se atenúa la señal, de manera que el rango de frecuencias disminuye considerablemente con respecto a otros filtros o la señal original en el punto en cuestión.

Referenciando al laboratorio anterior en el cual se hizo un truncamiento de la señal del audio seteando lo no requerido en cero, se puede observar a nivel gráfico que hay un proceso similar en comparación de lo que ocurre con los filtros aplicados en esta oportunidad. Se puede observar que hay un proceso de atenuación parecido, pero que es aplicado de una manera física y matemáticamente correcta. Por otro lado, a nivel sonoro, en la conversión a audio de lo realizado en el laboratorio anterior, lamentablemente el audio no tenía sonido alguno, por lo que no se puede realizar una comparación.

Al cambiar los parámetros de la función *firwin*, se obtuvieron resultados interesantes que no se muestran en el capítulo anterior debido a la gran cantidad de combinaciones que se pueden dar, pero uno de los cambios más importantes se reflejaba al cambiar el método de las ventanas que utiliza la función. En estos

cambios, simplemente se selecciona una ventana, y esta se multiplicamos por la respuesta impulsional para obtener los coeficientes del filtro FIR. Se pudo observar a partir de ello, que el uso de estas ventanas es útil en el diseño, pero se tiene poco control sobre su respuesta en frecuencia, es decir, lo único que se puede hacer es seleccionar alguna ventana y aceptar su respuesta en frecuencia.

## **CAPÍTULO 5. CONCLUSIONES**

En la realización de esta experiencia, se ha llegado a validar herramientas de gran utilidad que ofrece la librería Scipy y Numpy, como herramientas del diseño de filtros. En concreto, la utilización de estas herramientas ha sido fundamental para cumplir los de los objetivos propuestos.

Gracias a este estudio se obtuvo como conclusión que hay configuraciones en el diseño de filtros que degradan más la relación señal a ruido del sistema que otras. En que grado afecta a dicha relación el modificar uno u otro valor asociado a los parámetros de las funciones para el proceso de filtrado.

Aunque el truncamiento realizado para el laboratorio anterior resultó gráficamente correcto, en la realidad no es posible realizar un filtro mediante este método, ya que requiere más recurso computacionales, y más aún pueden entregar resultado erróneos. En cambio los filtros digitales como el que se desarrolla en esta oportunidad, permite aplicar todas las propiedades que da la transformada de Fourier, además puede ser construido eléctricamente mediante circuitos RC.



## CAPÍTULO 6. BIBLIOGRAFÍA

ARMmbed. (s.f.). Fir filter design with python. <https://developer.mbed.org/cookbook/FIR-Filter>.

Matplotlib. (s.f.). Matplotlib.mlab. [http://matplotlib.org/api/mlab\\_api.htmlmatplotlib.mlab.specgram](http://matplotlib.org/api/mlab_api.htmlmatplotlib.mlab.specgram).

Pastell, M. (s.f.). Fir filter design with python and scipy. <http://mpastell.com/2010/01/18/fir-with-scipy/>.

Scipy. (s.f.-a). Scipy.signal.firwin. <http://docs.scipy.org/doc/scipy-0.14.0/reference/generated/scipy.signal.firwin.html>.

Scipy. (s.f.-b). Scipy.signal.lfilter. <http://docs.scipy.org/doc/scipy-0.15.1/reference/generated/scipy.signal.lfilter.html>.

Wikipedia. (s.f.-a). Filtro analógico. [https://es.wikipedia.org/wiki/Filtro\\_analogico](https://es.wikipedia.org/wiki/Filtro_analogico).

Wikipedia. (s.f.-b). Filtro digital. [https://es.wikipedia.org/wiki/Filtro\\_digital](https://es.wikipedia.org/wiki/Filtro_digital).

Wikipedia. (s.f.-c). Filtro fir. [https://es.wikipedia.org/wiki/FIR\\_\(Finite\\_Impulse\\_Response\)](https://es.wikipedia.org/wiki/FIR_(Finite_Impulse_Response)).

Wikipedia. (s.f.-d). Filtro iir. <https://es.wikipedia.org/wiki/IIR>.

Wikipedia. (s.f.-e). Filtro pasa alto. [https://es.wikipedia.org/wiki/Filtro\\_paso\\_alto](https://es.wikipedia.org/wiki/Filtro_paso_alto).

Wikipedia. (s.f.-f). Filtro paso bajo. [https://es.wikipedia.org/wiki/Filtro\\_paso\\_bajo](https://es.wikipedia.org/wiki/Filtro_paso_bajo).

Wikipedia. (s.f.-g). Filtro paso banda. [https://es.wikipedia.org/wiki/Filtro\\_paso\\_banda](https://es.wikipedia.org/wiki/Filtro_paso_banda).