

4.1.2 Exponentialfunktion

1 Einführung und Wiederholung

Bei einer Exponentialfunktion befindet sich die Unbekannte, wie bei der Exponentialgleichung, in der Hochzahl, sie hat die Form $y = a^x$.

Wir wollen die Funktion $y = 2^x$ hier genauer analysieren.

Übung 1 Füllen wir dazu zuerst folgende Tabelle aus für die Funktion $f(x) = 2^x$:

x	0	1	2	3	4	-1	-2	-3	-4
y	1	2	4	8	16	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{16}$

Übung 2 Zeichnen wir die Funktion indem wir die Punkte der Tabelle einzeichnen und folgende Fragen beantworten:

— Für welche x -Werte ist die Funktion definiert? *alle / \mathbb{R}*

— Was ist die Definitionsmenge D von $f(x)$? *$D = \mathbb{R}$*

— Wie verhalten sich die y -Werte wenn die x -Werte immer negativer werden?

— Können die y -Werte alle möglichen Werte annehmen? *nein, nur positiv*

— Was ist der Wertebereich W von $f(x)$?

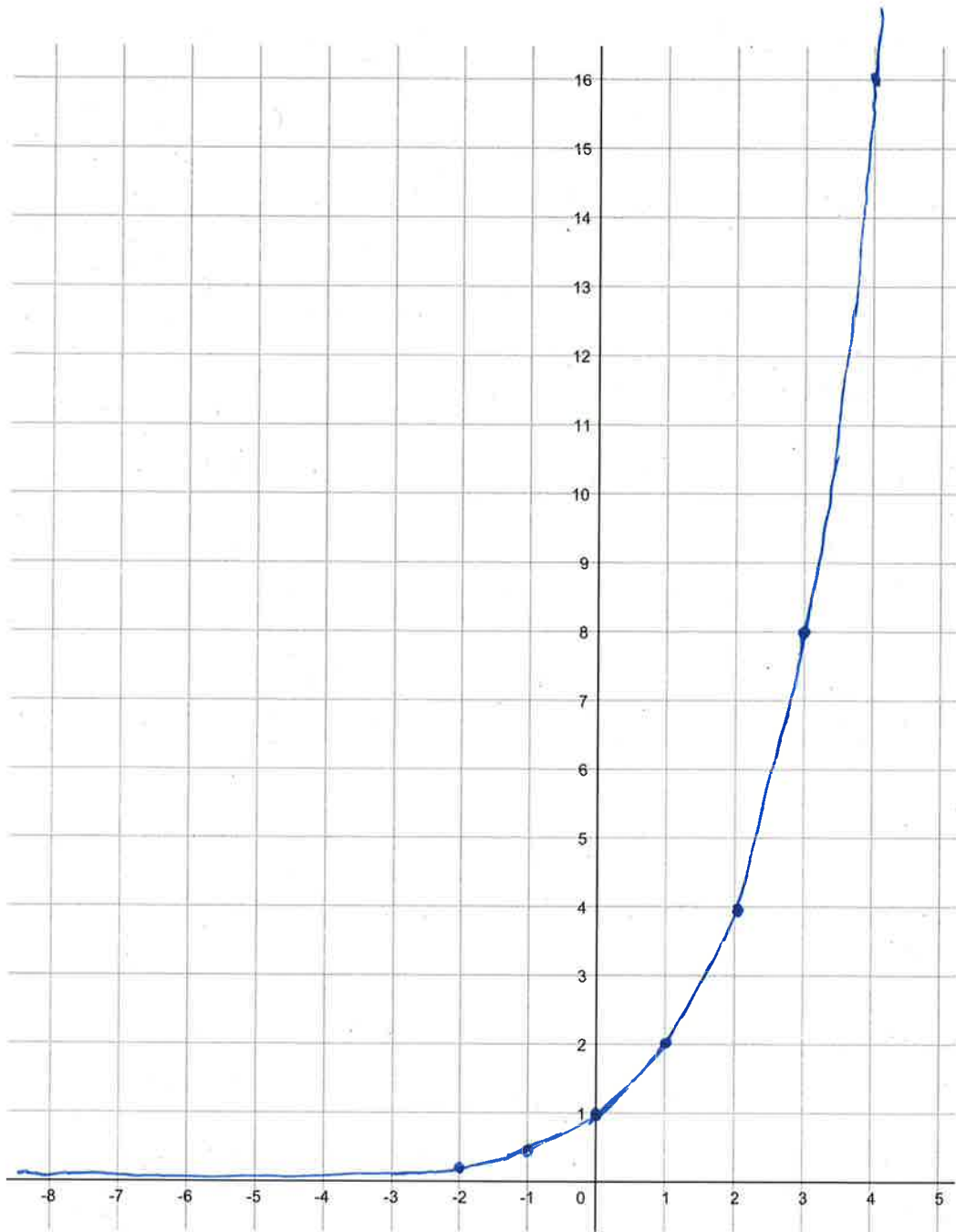
$$W = \mathbb{R}_+^*$$

$$Im = \mathbb{R}_+^*$$

*se rapprochent de 0
sie nähern sich
der 0
que positifs*

*$y = 2^x$ kann nie 0 werden
ne deviendra jamais 0*

Anhand dieser Angaben, zeichnen wir die Funktion $y = 2^x$:



Hat diese Funktion eine Asymptote? Falls ja, welche?

ja, eine horizontale Asymptote R.A. $y=0$

nein, keine asymptote horizontale a.R. $y=0$

2 Basis

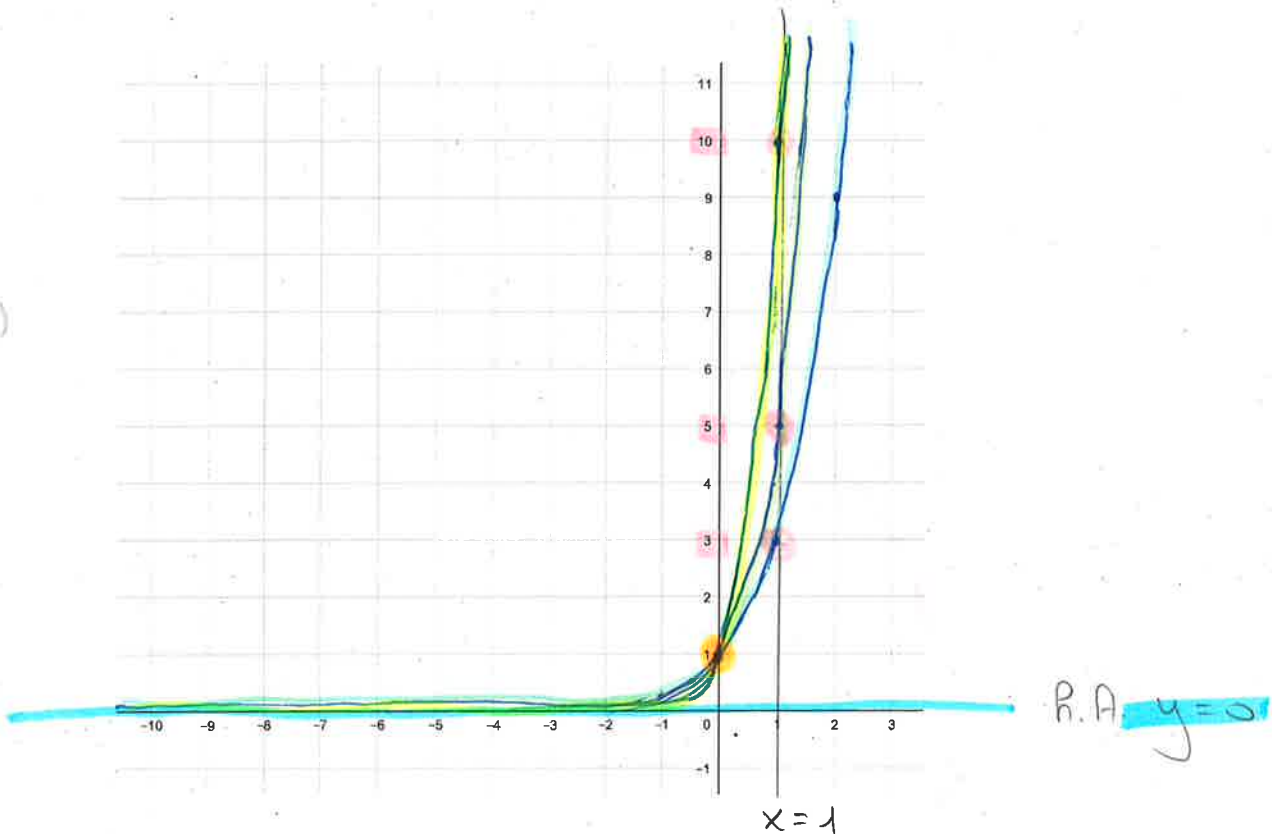
Wir haben die Funktion $y = 2^x$ gezeichnet. Die Basis kann aber auch andere Werte annehmen.

Übung 3 Zeichnen Sie folgende Funktionen in das gegebene Koordinatensystem ein. Sie können GeoGebra oder den Taschenrechner benutzen um sich eine Idee zu machen.

a) $y = 3^x$

b) $y = 5^x$

c) $y = 10^x$



Was stellen Sie fest? Welche Gemeinsamkeiten gibt es?

- alle gehen durch den Punkt $P(0;1)$
tous passent par le point $P(0;1)$
- alle gehen durch den Punkt $P(1;a)$
 $a = \text{Basis}$ $y = a^x$
tous passent par le point $P(1;a)$ $a = \text{base de } y = a^x$
- $\mathbb{D} = \mathbb{R}$
- R.A. $y=0$ a.R. $y=0$
- $W = \mathbb{B}_+^*$ / $\text{Im} = \mathbb{B}_+^*$

3 Spiegelungen

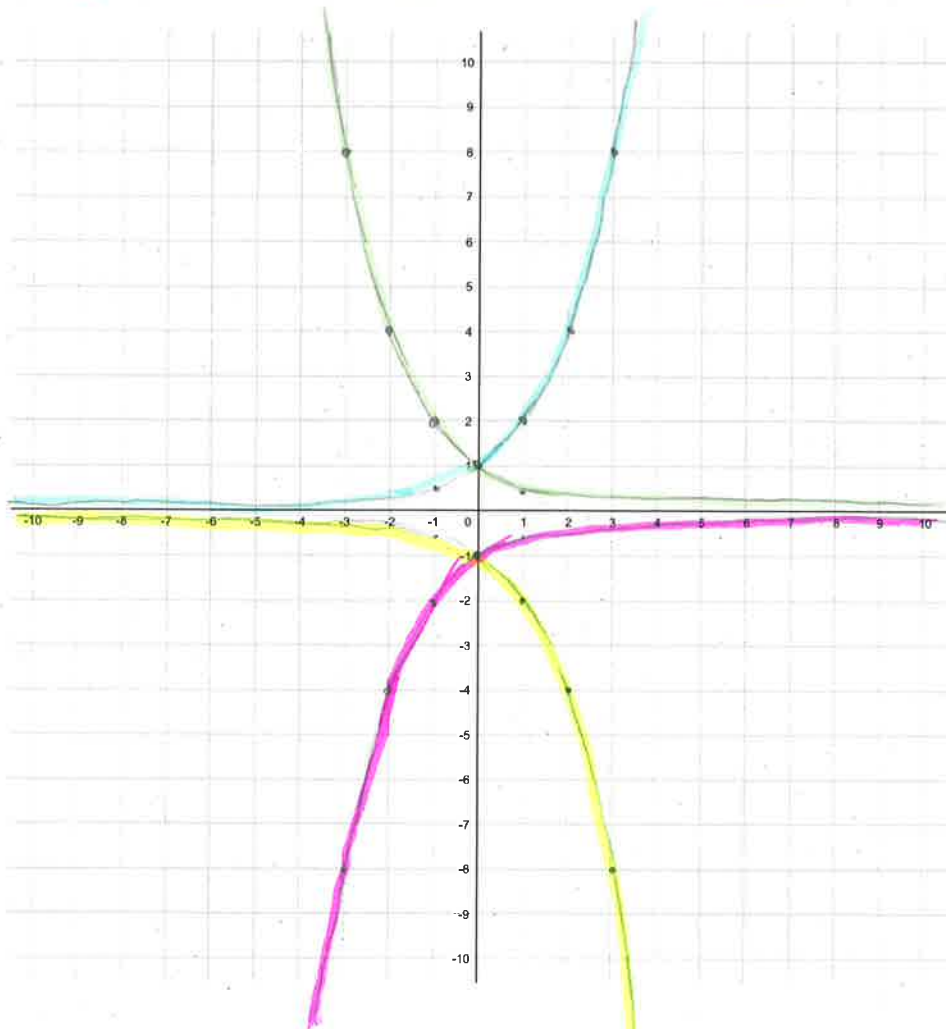
Übung 4 Zeichnen Sie folgende Funktionen in das gegebene Koordinatensystem ein. Sie können GeoGebra oder den Taschenrechner benutzen um sich eine Idee zu machen.

a) $y = 2^x$

b) $y = 2^{-x}$

c) $y = -2^x$

d) $y = -2^{-x}$



An welchen Achsen wird gespiegelt? Was passiert mit D , W und der Asymptote?

- $D = \mathbb{R}$ R.A. a.h. $y=0$
- a) + b) $\Rightarrow W = \mathbb{R}_+^*$ Im = \mathbb{R}_+^*
- c) + d) $\Rightarrow W = \mathbb{R}_-^*$ Im = \mathbb{R}_-^*
- b) $f(x) \rightarrow f(-x) \Rightarrow$ Spiegelung y-Achse
reflexion axe y
- c) $f(x) \rightarrow -f(x) \Rightarrow$ Spiegelung x-Achse
reflexion axe x
- d) $f(x) \rightarrow -f(-x) \Rightarrow$ beide / les 2

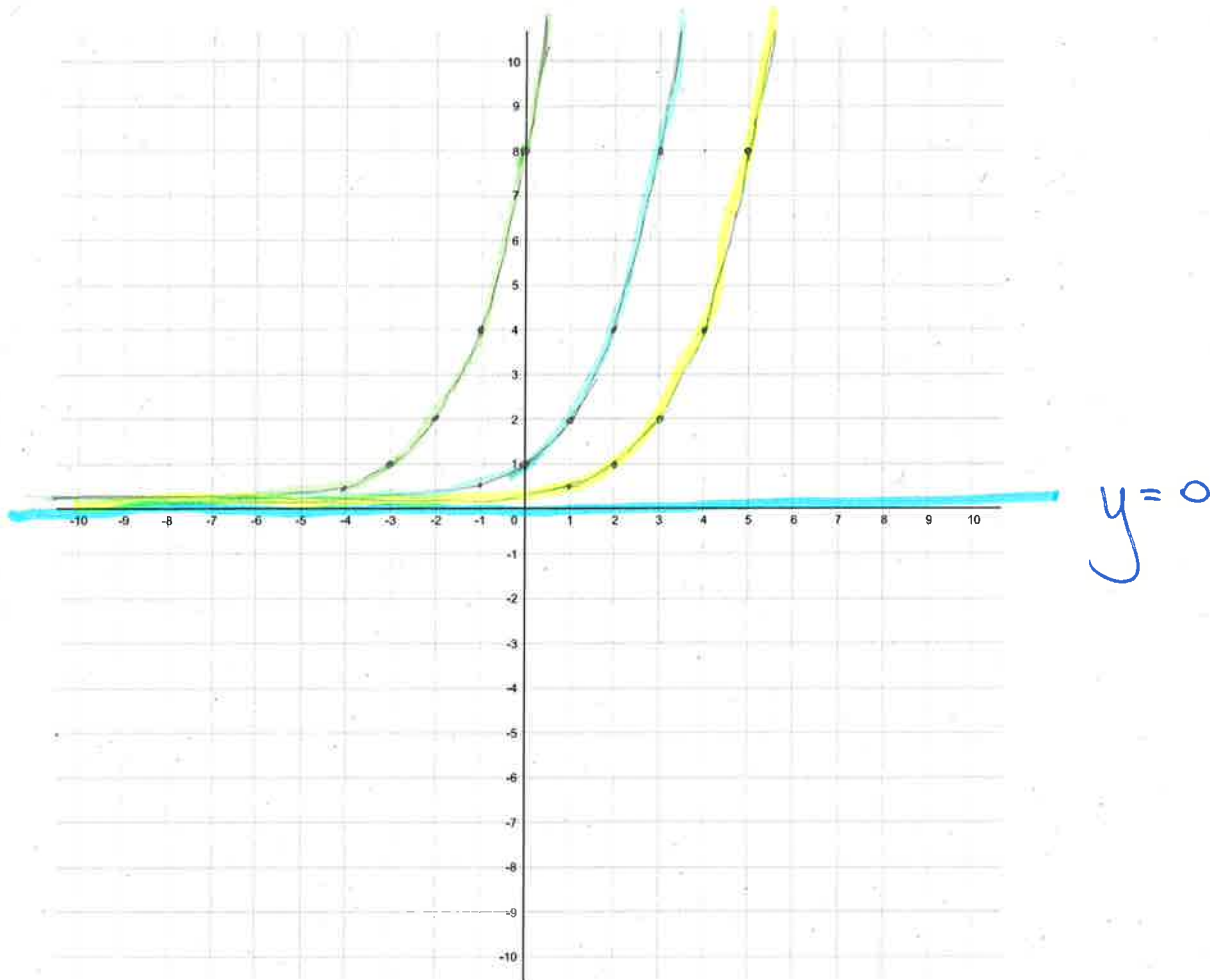
4 Verschiebungen - horizontal

Übung 5 Zeichnen Sie folgende Funktionen in das gegebene Koordinatensystem ein. Sie können GeoGebra oder den Taschenrechner benutzen um sich eine Idee zu machen.

a) $y = 2^x$

b) $y = 2^{x+3}$

c) $y = 2^{x-2}$



Um welche Verschiebungen handelt es sich? Wie verhalten sich die Asymptote, D und W ?

- $D = \mathbb{R}$ $W = \mathbb{R}_+^*$ $Im = \mathbb{R}_+^*$
- b) Verschiebung nach links
décalage vers la gauche
- c) Verschiebung nach rechts
décalage vers la droite
- h.A. $y=0$ a.h. $y=0$

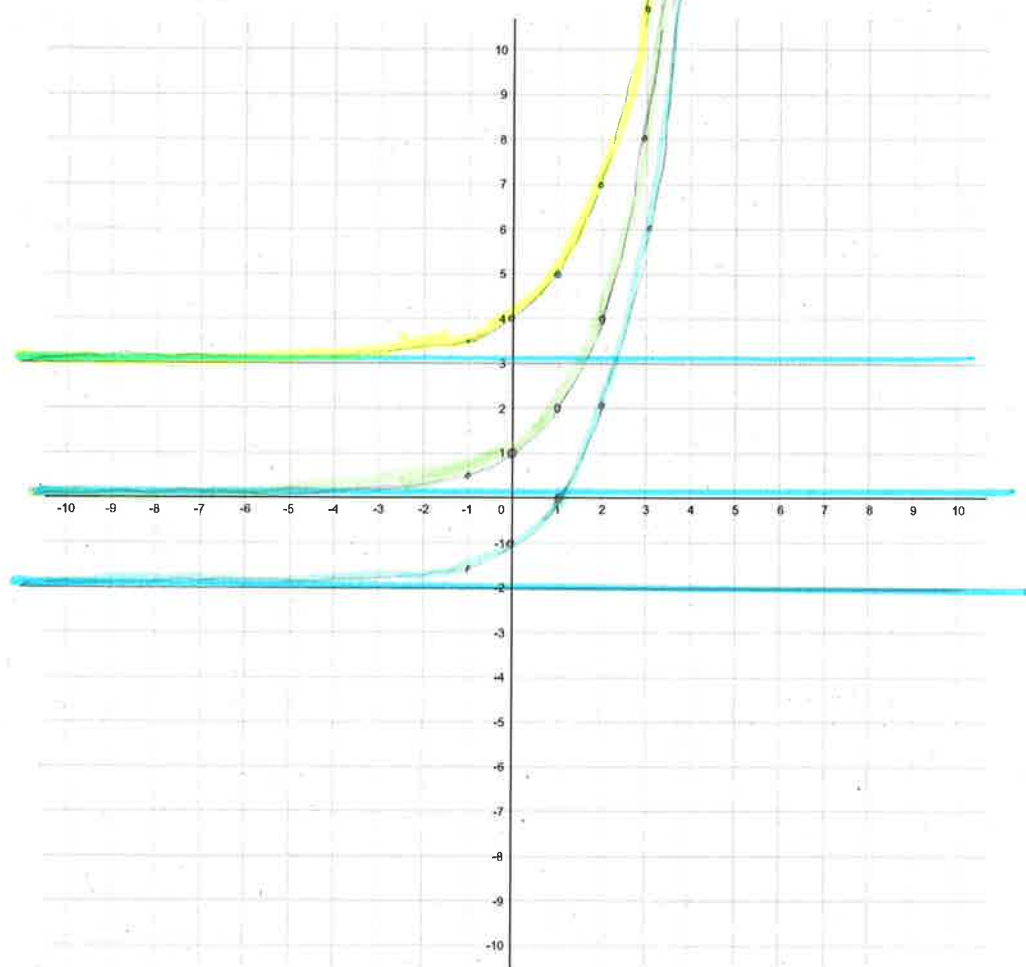
5 Verschiebungen - vertikal

Übung 6 Zeichnen Sie folgende Funktionen in das gegebene Koordinatensystem ein. Sie können GeoGebra oder den Taschenrechner benutzen um sich eine Idee zu machen.

a) $y = 2^x$

b) $y = 2^x + 3$

c) $y = 2^x - 2$



R.A. $y = 3$

R.A. $y = 0$

R.A. $y = -2$

Um welche Verschiebungen handelt es sich? Wie verhalten sich die Asymptote, D und W ?

- $D = \mathbb{R}$
- b) Verschiebung nach oben R.A. $y = 3$ $W =]3; +\infty[$
dikalage vers le haut; a.h. $y = 3$ $Im =]3; +\infty[$
- c) Verschiebung nach unten R.A. $y = -2$ $W =]-2; +\infty[$
dikalage vers le bas, a.h. $y = -2$ $Im =]-2; +\infty[$

6 Funktionsgleichung

Die Funktionsgleichung einer Exponentialfunktion sieht folgendermassen aus :

$$y = \pm a^{\pm(x-h)} + k$$

Übung 7 Für die folgenden Funktionen,

— skizzieren Sie den Graphen,

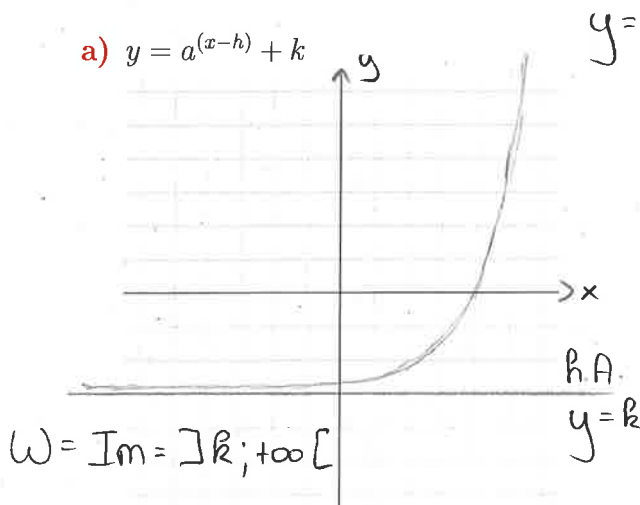
— zeichnen Sie die Asymptote ein,

— geben Sie die Gleichung der Asymptote an,

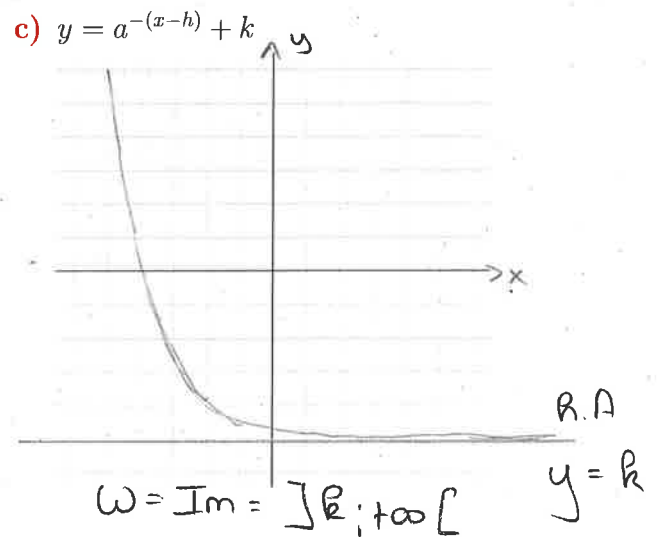
— geben Sie den Definitionsbereich an, $\mathbb{D} = \mathbb{R}$

— geben Sie den Wertebereich an.

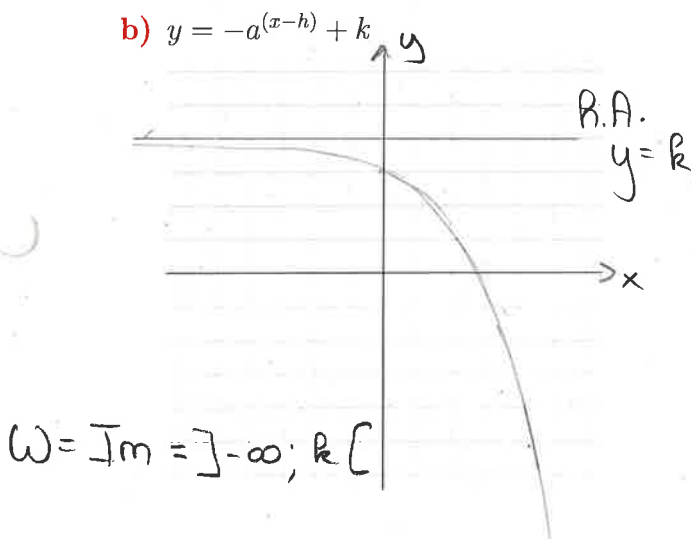
a) $y = a^{(x-h)} + k$



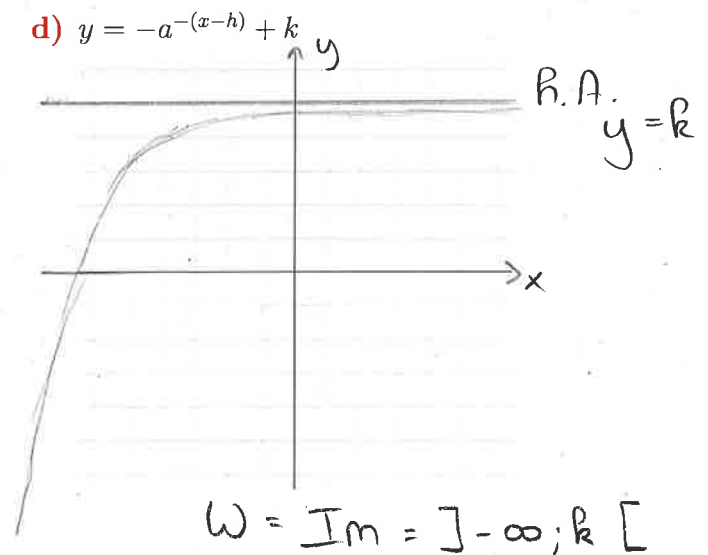
c) $y = a^{-(x-h)} + k$



b) $y = -a^{(x-h)} + k$



d) $y = -a^{-(x-h)} + k$



Welche Elemente (+, -, h oder k) der Funktionsgleichung haben

a) einen Einfluss auf die Gleichung der Asymptote? k

b) einen Einfluss auf den Definitionsbereich? nichts / xien

c) keinen Einfluss auf die Gleichung der Asymptote? +/- ; k

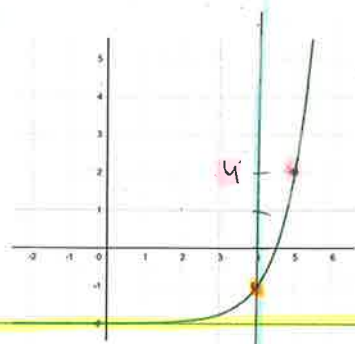
d) keinen Einfluss auf den Definitionsbereich? alles / hat

e) einen Einfluss auf den Wertebereich? +/- vor der Funktion ; k
 davor la fonction

7 Funktionsgleichung ablesen

Übung 8 Geben Sie die Funktionsgleichung folgender Graphen an.

a)

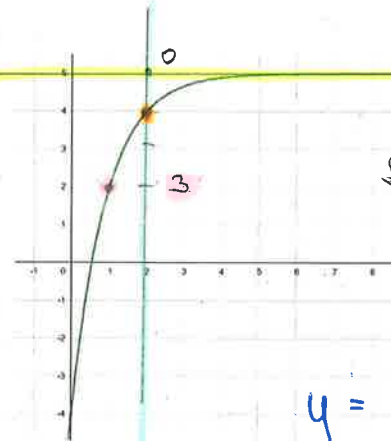


$$y = 4^{x-4} - 2$$

$$\text{H.A. } y = -2 \\ \Rightarrow k = -2$$

$$h = 4$$

c)



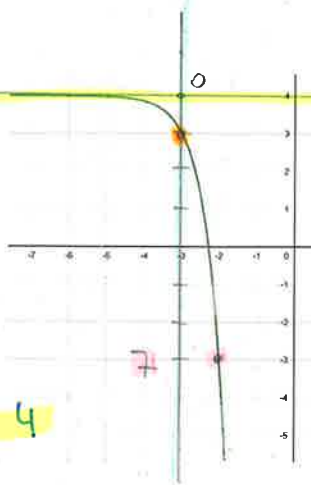
$$\text{H.A. } y = 5 \\ \Rightarrow k = 5$$

Symmetrie
x-Achse
+ y-Achse

$$y = -3^{-(x-2)} + 5$$

$$h = 2$$

b)



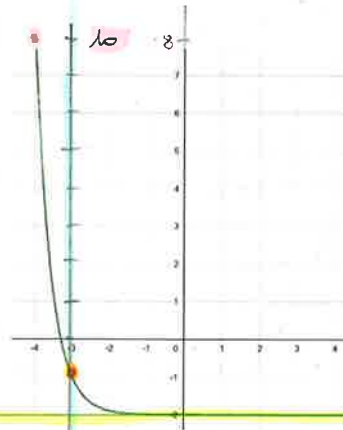
$$\text{H.A. } y = 4 \\ \Rightarrow k = 4$$

Symmetrie
x-Achse

$$y = -7^{x+3} + 4$$

$$h = -3$$

d)



Symmetrie
y-Achse

$$\text{H.A. } y = -2 \\ \Rightarrow k = -2$$

$$h = -3$$

$$y = 10^{-(x+3)} - 2$$

Wie gehen Sie vor? Schreiben Sie die verschiedenen Schritte auf.

— Schritt 1 :

H.A. $y = k$ einzeichnen / dessiner a.h. $y = k$
 \Rightarrow neue x-Achse / nouvel axe x

— Schritt 2 :

"P(0;1)" einzeichnen / dessiner "P(0;1)" \Rightarrow nouvel axe y
 \Rightarrow neue y-Achse geht durch diesen Punkt
 \Rightarrow h

— Schritt 3 :

neue Achsen beschriften und "P(1;a)" einzeichnen
 quadrer nouveaux axes et dessiner "P(1;a)"

— Schritt 4 :

Funktionsgleichung ablesen mit Beachten der Symmetrie
 lire l'équation de la fonction en tenant compte des symétries

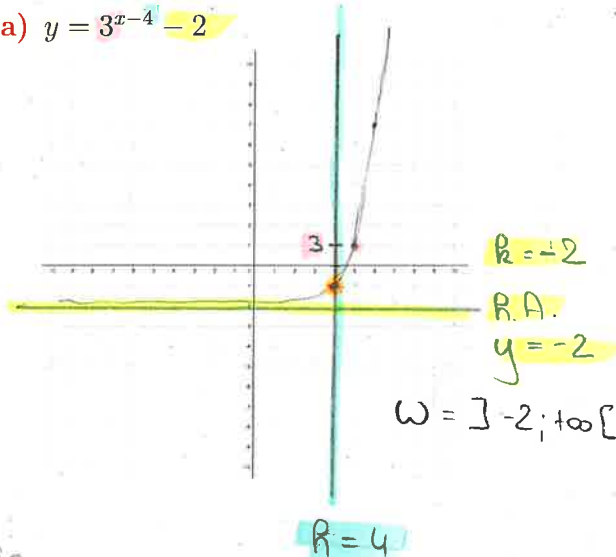
8 Graph zeichnen

Übung 9 Für folgende Funktionen,

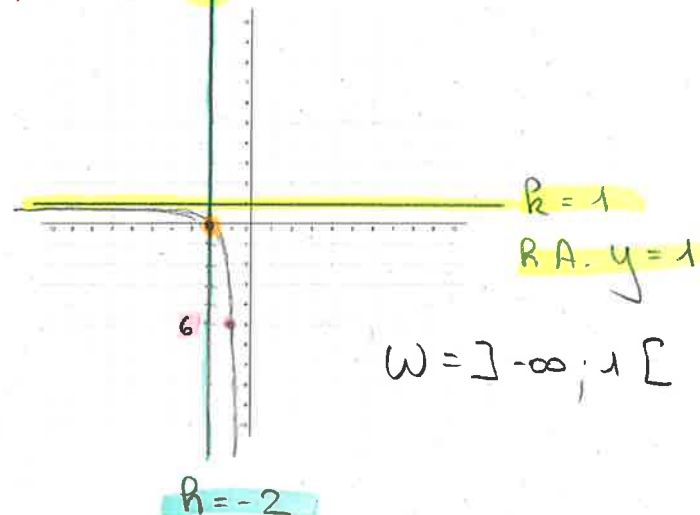
- geben Sie den Definitionsbereich an. $\mathbb{D} = \mathbb{R}$
- geben Sie den Wertebereich an.

- geben Sie die Gleichung der Asymptote an.
- zeichnen Sie den Graphen.

a) $y = 3^{x-4} - 2$

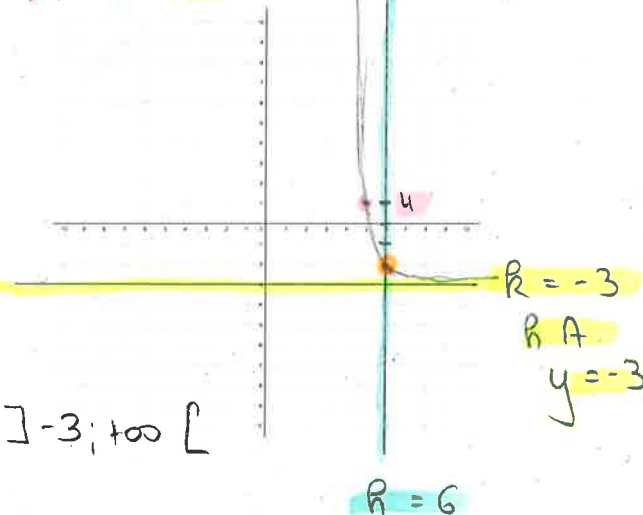


c) $y = -6^{x+2} + 1$ Symmetrie x-Achse

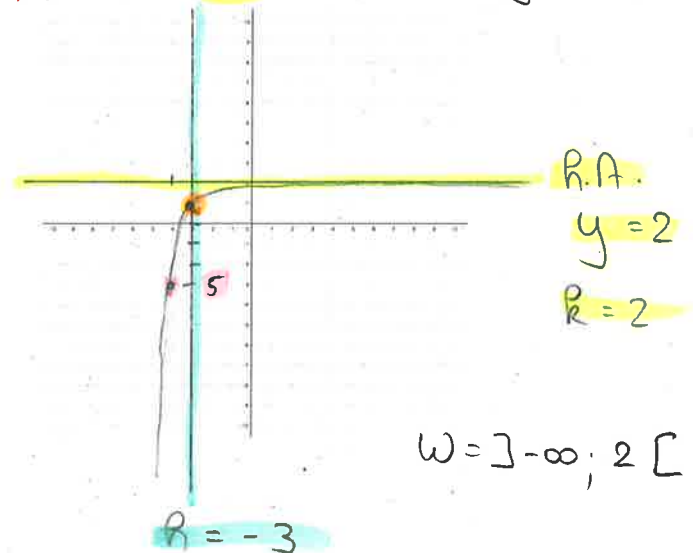


Symmetrie y-Achse $\rightarrow (x-6)$

b) $y = 4^{-x+6} - 3$



d) $y = -5^{-x-3} + 2$ $-(x+3)$



Zum Zeichnen, wie gehen Sie vor? Schreiben Sie die verschiedenen Schritte auf.

- Schritt 1: neues Achsensystem bei R (y-Achse) und R (x-Achse) einzeichnen
- Schritt 2: den Punkt "P(0; 1)" einzeichnen
- Schritt 3: den Punkt "P(1; a)" einzeichnen
- Schritt 4: weitere Punkte einzeichnen, falls möglich

auf der neuen Achsen
und mit Betrachtung der
Spiegelungen