BÀI TẬP ĐIỀU KIỆN

Bài 2:

Lập bảng giá trị

p	q	$\bar{p}$	$\bar{q}$	$\bar{p} \wedge q$	$p \vee (\bar{p} \wedge q)$	$\overline{p \vee (\bar{p} \wedge q)}$	$\bar{p} \wedge \bar{q}$
0	0	1	1	0	0	1	1
0	1	1	0	1	1	0	0
1	0	0	1	0	1	0	0
1	1	0	0	0	1	0	0

=> Dựa vào bảng giá trị chứng minh được $\overline{p \vee (\bar{p} \wedge q)} = \bar{p} \wedge \bar{q}$

Bài 6: Lập bảng g trị

p	q	r	$p \to r$	$q \to r$	$(p \to r) \vee (q \to r)$	$p \wedge q$	$(p \wedge q) \to r$
0	0	0	1	1	1	0	1
0	0	1	1	1	1	0	1
0	1	0	1	0	1	0	1
0	1	1	1	1	1	0	1
1	0	0	0	1	1	0	1
1	0	1	1	1	1	0	1
1	1	0	0	0	0	1	0
1	1	1	1	1	1	1	1

Trong mọi trường hợp $(p \to r) \vee (q \to r) = (p \wedge q) \to r$

Bài 7. Tập $A = \{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$ sử dụng thuật toán sinh hoán vị theo thứ tự từ điển 4 hoán vị kế tiếp của hoán vị gốc $\{5,6,8,3,9,7,4,2,1\}$

$\to i = 4, a_i = 3, k = 7, a_k = 4$

$\Rightarrow (5,6,8,\underline{4},9,7,\underline{3},2,1)$

$\Rightarrow (5,6,8,4,1,2,3,7,9)$

+) $i = 8, a_i = 7, h = 9, a_h = 9$
=> (5, 6, 8, 4, 1, 2, 3, 9, 7)
=> (5, 6, 8, 4, 1, 2, 3, 9, 7)
+) $i = 7, a_i = 3, h = 9, a_h = 7$
=> (5, 6, 8, 4, 1, 2, 7, 9, 3)
=> (5, 6, 8, 4, 1, 2, 7, 3, 9)
+) $i = 8, a_i = 3, h = 9, a_h = 9$
=> (5, 6, 8, 4, 1, 2, 7, 9, 3)
=> (5, 6, 8, 4, 1, 2, 7, 9, 3)

A = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9}
Có n = 9, h = 4
Tổ hợp cuối cùng (6, 7, 8, 9)
Tổ hợp xuất phát (3, 5, 7, 8)
Sử dụng phương pháp sinh hoán vị
+ $i = 4, a_i = 8$ => (3, 5, 7, 9)
+ $i = 3, a_i = 7$ => (3, 5, 8, 9)
+ $i = 2, a_i = 5$ => (3, 6, 7, 8)
+ $i = 4, a_i = 8$ => (3, 6, 7, 9)

Đoạn [0, 1000] có 167 số chia hết cho 6, 112 số chia hết cho 9, 56 số chia hết cho 18

Đoạn [0, 5000] có 834 số chia hết cho 6, 556 số chia hết cho 9, 278 số chia hết cho 18

Trong đoạn [1000, 5000] có: 834 − 167 = 667 số ⋮ 6
556 − 112 = 444 số ⋮ 9
278 − 56 = 222 số ⋮ 18

=> có: 667 + 444 − 222 = 889 số ⋮ 6 và 9

Đội văn nghệ cần ít nhất 6 thành viên, nhiều nhất 10 thành viên và số nam = số nữ

TH1: 3 nam, 3 nữ

$P_1 = C_{55}^3 . C_{35}^3 = 171708075$ (cách)

TH2: 4 nam, 4 nữ

$P_2 = C_{55}^4 . C_{35}^4 = 17857639800$ (cách)

TH3: 5 nam, 5 nữ

$P_3 = C_{55}^5 . C_{35}^5 = 1129317141000$

$\Rightarrow P = P_1 + P_2 + P_3 = \cancel{1147346488875}$

$\approx 1,1473.10^{12}$ (cách)

5:

a, Mỗi câu hỏi có 5 lựa chọn (1 trong 4 đáp án, không chọn)

=> 50 câu lý có 5^{50} cách điền phiếu

b, Tổng điểm lý + hoá $\in [0,20]$ với khoảng cách 0,2

=> có 101 giá trị

Để chắc chắn có 9 học sinh điểm giống nhau cần 101.9 = 909 (học sinh)

=> Để có ít nhất 10 sinh viên có tổng điểm lý + hoá bằng nhau cần 909 + 1 = 910 học sinh

a, Mỗi câu hỏi có 6 lựa chọn (chọn 1 trong 5 hoặc không chọn

=> Vậy 40 câu hoá có 6^{40} cách chọn

b, Tổng điểm lý + hoá nhận g trị trong đoạn [0,20] với khoảng cách 0,25

=> có 81 gtri khác nhau

Để chắc chắn có 9 thí sinh có điểm giống nhau cần:

81.9 = 729 (học sinh)

Để có ít nhất 10 học sinh có tổng điểm lý + Hoá bằng điểm nhau cần: 729 + 1 = 730 (học sinh)

a, Mỗi câu hỏi có 5 cách chọn (chọn 1 trong 4 đáp án hoặc không chọn)

=> Vậy 35 câu hỏi có 5^{35} cách chọn

b, Nếu trả lời đúng 35 câu → điểm tối đa $= 35.3 = 105$

$\Rightarrow$ Điểm bài thi nhận g/trị trong đoạn $[0, 105]$

$\Rightarrow$ Có 106 g/trị có thể nhận

$\Rightarrow \frac{n}{106} > 1 \Rightarrow n > 106 \Rightarrow n = 107$

Vậy cần ít nhất 107 sinh viên tham gia thi để có ít nhất 2 sinh viên cùng kết quả thi

Câu 44:

a, $a_n = a_{n-1} + 2n + 3$ với $a_0 = 4$

$\Rightarrow a_n = (a_{n-2} + 2(n-1) + 3) + 2n + 3$

$= a_{n-2} + 2n + 2(n-1) + 3 + 3$

$= a_{n-3} + 2(n-2) + 3 + 2(n-1) + 3 + 2n + 3$

$= a_{n-3} + 2n + 2(n-1) + 2(n-2) + 3 + 3 + 3$

$\Rightarrow a_n = a_{n-1} + 2n + 3$

$= a_{n-2} + 2n + 2(n-1) + 3 + 3$

$= a_{n-3} + 2n + 2(n-1) + 2(n-2) + 3 + 3 + 3$

$= a_0 + 2\left(n(n+1) - \frac{n(n+1)}{2}\right) + 3n$

$= a_0 + n^2 + 4n$

Mà $a_0 = 4 \Rightarrow a_n = n^2 + 4n + 4$

b, $a_n = -6a_{n-1} - 9a_{n-2}$ với $n \geq 2$, $a_0 = 3$, $a_1 = -3$

pt đặc trưng

$r^2 + 6r + 9 = 0 \Rightarrow r_1 = r_2 = -3$, nghiệm kép

$\Rightarrow$ Nghiệm của hệ thức truy hồi có dạng

$a_n = (-3)^n \alpha_1 + (-3)^n n \alpha_2$

Theo đề bài: $\begin{cases} a_0 = 3 \\ a_1 = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \alpha_1 = 3 \\ (-3)\alpha_1 + (-3)\alpha_2 = -3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \alpha_1 = 3 \\ \alpha_2 = -2 \end{cases}$

Vậy pt nghiệm tổng quát: $a_n = 3(-3)^n - 2n(-3)^n$

c) $a_n = 2a_{n-1} + 5a_{n-2} - 6a_{n-3}$ với $n \geq 3$, $a_0 = 7$, $a_1 = -4$, $a_2 = 8$

pt đặc trưng: $r^3 - 2r^2 - 5r + 6 = 0$

$r_1 = -2$, $r_2 = 3$, $r_3 = 1$

=> Nghiệm của hệ thức truy hồi dạng

$a_n = (-2)^n \alpha_1 + 1^n \alpha_2 + (3^n)\alpha_3$

Mà $a_0 = 7$, $a_1 = -4$, $a_2 = 8$

$$\Rightarrow \begin{cases} \alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 = 7 \\ -2\alpha_1 + \alpha_2 + 3\alpha_3 = -4 \\ 4\alpha_1 + \alpha_2 + 9\alpha_3 = 8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \alpha_1 = 3 \\ \alpha_2 = 5 \\ \alpha_3 = -1 \end{cases}$$

Vậy pt nghiệm tổng quát là: $a_n = \cancel{-2)} 3.(-2)^n + 5.1^n - 3^n$

ầu 47:

a) gọi N là số nghiệm không âm của hệ phương trình

$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 24$ (1)

với $x_i \geq 2$ $(i = 1, 2, \ldots 6)$

=> Số nghiệm không âm của hệ PT:

$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 12$

Với $x_i \geq 0$ $(i = 1, 2, \ldots, 6)$

Từ $n = 6$, $k = 12$

$\Rightarrow N = C^{12}_{6+12-1} = C^{12}_{17} = 6188$

b) $1 \leq x_1 \leq 5$ và $x_3 \geq 8$

Gọi N là số nghiệm nguyên không âm của pt (1) cũng là nghiệm không âm của phương trình:

$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 15$ thoả mãn $x_1 \leq 4$

$ N = số lượng nghiệm nguyên không âm của pt

$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 15$ trừ số no nguyên o âm của pt $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 15$ thoả mãn $x \geq 5$

Gọi N_1 là số nghiệm nguyên không âm của phương trình $x_1 + \ldots + x_6 = 15$

$n = 6$, $k = 15 \Rightarrow N_1 = C^{15}_{15+6-1} = C^{15}_{20}$

Genius PERFECT

N_2 là số ~~nguy~~ nghiệm nguyên không âm của pt

$x_1+x_2+\dots+x_6=15$ với $x_1 \geq 5$

có $n=6$, $k=15-5=10 \Rightarrow N_2=C^{10}_{10+6-1}=C^{10}_{15}$

Vậy $N=N_1-N_2=12501$ nghiệm nguyên âm cần tìm

c) $1 \leq x_1 \leq 5$ và $3 \leq x_2 \leq 7$

Gọi N là số nghiệm nguyên không âm của pt (1) → là số nghiệm nguyên ko âm của pt:

$x_1+x_2+\dots+x_6=20$ thoả mãn $x_1 \leq 4, x_2 \leq 4$

Gọi N_1: ~~ngu~~ nghiệm nguyên ko âm của phương trình:

$x_1+x_2+\dots+x_6=20$

$n=6$, $k=20 \rightarrow N_1=C^{20}_{20+6-1}=C^{20}_{25}$

Gọi N_2: là số nghiệm nguyên không âm của phương trình.

$x_1+x_2+\dots+x_6=20$, $x_1 \geq 5$

$n=6$, $k=20-5=15$

$\Rightarrow N_2=C^{15}_{15+6-1}=C^{15}_{20}$

Gọi N_3 là số nghiệm nguyên không âm của phương trình

$x_1+x_2+\dots+x_6=20$, $x_2 \geq 5$

$n=6$, $k=20-5=15$

$\Rightarrow N_3=C^{15}_{15+6-1}=C^{15}_{20}$

Gọi N_4 là số nghiệm nguyên không âm của phương trình thoả mãn $x_1 \geq 5$ và $x_2 \geq 5$: $x_1+x_2+\dots+x_6=20$

có $n=6$, $k=20-5-5=10$

$\Rightarrow N_4=C^{10}_{10+6-1}=C^{10}_{15}$

Kết luận: Số lượng nghiệm nguyên của phương trình cần tìm là:

$N=N_1-N_2-N_3+N_4=C^{10}_{25}-2.C^{15}_{20}+C^{10}_{15}$

$=3240755$

d) $1 \leq x_1 \leq 5$ và $3 \leq x_2 \leq 7$ và $x_3 \geq 8$

Gọi N là số nghiệm nguyên không âm của pt (1)

→ là số nghiệm nguyên ko âm của p trình.

$x_1+x_2+x_3+x_4+x_5+x_6=12$ thoả mãn $x_1 \le 4, x_2 \le 4$

Gọi N_1 là số nghiệm nguyên ≥ 0 âm của pt

$x_1+x_2+...+x_6=12$

$n=6, k=12 \Rightarrow N_1 = C^{12}_{12+6-1} = C^{12}_{17}$

Gọi N_2 là số nghiệm nguyên ≥ 0 âm của pt

$x_1+x_2+...+x_6=12, x_1 \ge 5$

$n=6, k=12-5=7 \Rightarrow N_2 = C^{7}_{7+6-1} = C^{7}_{12}$

Gọi N_3 là số nghiệm nguyên ≥ 0 âm của pt

$x_1+x_2+...+x_6=12, x_2 \ge 5$

$n=6, k=12-5=7 \Rightarrow N_3 = C^{7}_{7+6-1} = C^{7}_{12}$

Gọi N_4 là số nghiệm nguyên ≥ 0 âm của pt

$x_1+x_2+...+x_6=12, x_1 \ge 5$ và $x_2 \ge 5$

$n=6, k=12-5-5=2$

$\Rightarrow N_4 = C^2_7$

Kết luận: Số nghiệm nguyên cần tìm là

$N = N_1 - N_2 - N_3 + N_4 = C^{12}_{17} - 2C^{7}_{12} + C^2_7$

$= 4625$

Câu 48. Số thuận nghịch có 7 chữ số có dạng $x_1x_2x_3x_4x_3x_2x_1$

Trong đó x_1 nhận gtrị từ $1 \to 9$

x_2, x_3, x_4 nhận gtrị từ $0 \to 9$

$\Rightarrow$ Số ~~dùng~~ lượng các số có 7 chữ số tạo thành 1 số thuận nghịch là $9.10^3 = 9000$

b, Số thuận nghịch có 7 chữ số có dạng

~~x_1, x_2, x_3~~, $x_1x_2x_3x_4x_3x_2x_1$ với các chữ số đều ≠ 0

x_1, x_2, x_3, x_4 đều nhận giá trị $1 \to 9$

$\Rightarrow$ Số lượng các số có 7 chữ số tạo thành 1 số thuận nghịch với các số ≠ 0 là: $9^4 = 6561$ (số)

c, Số có 7 chữ số thoả mãn có dạng $x_1x_2x_3x_4x_5x_6x_7$

Trong đó x_1 $1 \to 9$, $x_2 \to x_7$ nhận gtrị $0 \to 9$

và $x_1+x_2+...+x_7=18$

Số lượng các số thỏa mãn N là số nghiệm dương không âm của pt. $x_1 + x_2 + \ldots + x_7$ thỏa mãn

$x_1 \le 8$; $x_{2,3,4,5,6,7} \le 9$

Do $k = 17$ nên không thể nhận đồng thời 2 giá trị ≥ 9

Gọi N_1 số nghiệm nguyên ko âm của pt

$x_1 + \ldots + x_7 = 17$

$n = 7, k = 17 \Rightarrow N_1 = C_{17+7-1}^{17} = C_{23}^{17}$

Gọi N_2 số nghiệm nguyên ko âm của pt:

$x_1 + x_2 + \ldots + x_7 = 17$, $x_1 \ge 9$

Từ $n = 7, k = 17 - 9 = 8$

$\Rightarrow N_2 = C_{7+8-1}^{8} = C_{14}^{8}$

Gọi N_3 số nghiệm nguyên ko âm của phương trình:

$x_1 + x_2 + \ldots + x_7 = 17, x_2 \ge 10$

Từ $n = 7, k = 17 - 10 = 7$

$\Rightarrow N_3 = C_{7+7-1}^{7} = C_{13}^{7}$

$x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7$ là giống nhau

$\Rightarrow N = N_1 - N_2 - 6N_3$

$= 100947 - 3003 - 6.1716$

$= 87648$

Câu 55:

Gọi a_n là số lượng xâu thập phân độ dài n có chẵn số 0

+ Với $n = 1$, có các xâu $\{0, 1, \ldots, 9\}$ có 9 xâu $\rightarrow a_1 = 9$

+ Với $n = 2$, các xâu thập phân có độ dài 2, có chẵn số 0 là các số có 0 hoặc 2 số 0

$a_2 = 9.9 + 1 = 82$

Với $n > 1$, xét xâu thập phân X độ dài n thỏa mãn điều kiện, có 2 TH sau:

TH1: Xâu có độ dài $(n-1)$ chứa chẵn số 0 $\rightarrow$ cần thêm 1 số khác 0 $\rightarrow$ có $9.a_{n-1}$ xâu thỏa mãn

TH2: Xâu $(n-1)$ có lẻ chữ số 0, cần thêm 1 chữ số 0
$10^{n-1} - a_{n-1}$ xâu thoả mãn
Từ đó $a_n = 9a_{n-1} + 10^{n-1} - a_{n-1}$
$= 10^{n-1} + 8a_{n-1}$
Vậy số xâu thập phân có chẵn chữ số 0 thoả mãn
$a_n = 8a_{n-1} + 10^{n-1}$ với $a_1 = 9$

Câu 62: a) Bảng chân lý:

p	q	$\bar{p}$	$p \vee q$	$\bar{p} \wedge (p \vee q)$	$[\bar{p} \wedge (p \vee q)] \Rightarrow q$
0	0	1	0	0	1
0	1	1	1	1	1
1	0	0	1	0	1
1	1	0	1	0	1

Từ bảng chân lý ⇒ điều phải chứng minh

b) Bảng chân lý:

p	q	r	$p \Rightarrow q$	$q \Rightarrow r$	$(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow r)$	$p \Rightarrow r$	$[(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow r)] \Rightarrow (p \Rightarrow r)$
0	0	0	1	1	1	1	1
0	0	1	1	1	1	1	1
0	1	0	1	0	0	1	1
0	1	1	1	1	1	1	1
1	0	0	0	1	0	0	1
1	0	1	0	1	0	1	1
1	1	0	1	0	0	0	1
1	1	1	1	1	1	1	1

c) Bảng chân lý

p	q	$p \to q$	$p \land (p \to q)$	$p \land (p \to q) \to q$
0	0	1	0	1
0	1	1	0	1
1	0	0	0	1
1	1	1	1	1

Từ bảng chân lý => đpcm

d) Bảng chân lý

p	q	r	$p \lor q$	$p \to r$	$q \to r$	$(p \lor q) \land (p \to r) \land (q \to r)$	$(p \lor q) \land (p \to r) \land (q \to r) \to$
0	0	0	0	1	1	0	1
0	0	1	0	1	1	0	1
0	1	0	1	1	0	0	1
0	1	1	1	1	1	1	1
1	0	0	1	0	1	0	1
1	0	1	1	1	1	1	1
1	1	0	1	0	0	0	1
1	1	1	1	1	1	1	1

Câu 68b:

$$\begin{cases} 5x_1 + x_2 + 9x_3 + 3x_4 \to max \\ 4x_1 + 2x_2 + 7x_3 \le 10 \\ x_j \in (0,1), j = 1,2,3,4 \end{cases}$$

$$\frac{9}{7} > \frac{5}{4} > \frac{3}{3} > \frac{1}{2}$$

Gốc
$\delta = 0$

$x_3 = 1$ | $x_3 = 0$

(1) $\delta = 9, w = 10 - 7 = 3$
$g = 9 + 3\frac{5}{4} = 12,75$

(0) $\delta = 0, w = 10$
$g = \cancel{10}\,10 . \frac{5}{4} = 12,5 < 12,75$ (loại)

$x_1 = 1$ | $x_1 = 0$

(1, 1) $\delta = 9 + 5 = 14$
$w = 3 - 4$, loại

~~(1,0)~~ (1,0) $\delta = 9, w = 3$
$g = 9 + 3 . \frac{3}{3} = 12$

$x_4 = 1$

(1,0,1) $\delta = 12, w = 3 - 3 = 0$
$g = 12 + 0\,\frac{1}{2} = 12$

$x_2 = 0$

(1,0,1,0), $\delta = 12, w = 0$
$g = 12$
$\rightarrow$ ~~Fo~~ $F_{opt} = 12$
$X_{opt} = (0,0,1,1)$

Thu được phương án của btoán, cập nhật kỉ lục