

# 基于 Hamilton 原理分析柱脚铰接 弹性刚架的静力屈曲

韩志军<sup>1</sup>, 王倩颖<sup>2</sup>, 张善元<sup>1</sup>, 路国运<sup>1</sup>, 王景超<sup>2</sup>

(1. 太原理工大学应用力学与生物医学工程研究所, 山西 太原 030024;

2. 赛鼎工程有限公司(原化学工业第二设计院), 山西 太原 030006)

**摘 要:** 基于 Hamilton 原理导出刚架屈曲的控制方程, 求解控制方程, 得出了有侧移和无侧移刚架屈曲的计算长度系数  $\mu$  的解析表达式, 给出了刚架屈曲时梁柱的模式方程, 画出了不同梁柱线刚度比  $G$  下的屈曲模式图. 用 MATLAB 编程计算得到刚架屈曲时的计算长度系数  $\mu$  的范围, 进一步得到了弹性刚架的静力屈曲荷载. 结果表明: 刚架的计算长度系数随着梁柱线刚度比的增大而减小; 有侧移刚架的计算长度系数高于无侧移的, 其最小倍数约为 2.7, 有侧移刚架计算长度系数的范围为  $2 \sim +\infty$ , 无侧移为  $0.7 \sim 1$ ; 柱的屈曲模式随着梁柱线刚度比的增大而逐渐明显, 梁的屈曲模式与梁柱线刚度比无关. 用 ANSYS 对其进行计算机模拟, 其模拟结果和理论值基本吻合, 其误差不超过 0.4%.

**关键词:** Hamilton 原理; 有侧移; 计算长度系数; 梁柱线刚度

中图分类号: O343.9

文献标识码: A

文章编号: 1006-7930(2010)04-0480-06

轻型门式刚架是建筑结构中一种基本结构, 其应用越来越广泛, 其屈曲研究同直杆、圆柱壳屈曲<sup>[1-5]</sup>一样备受国内外学者关注<sup>[6-15]</sup>, 并作了大量的工作. 文献[6]给出了求解刚架柱计算长度系数的方程, 用直线图方法求解了刚架柱的计算长度系数. 文献[7]用拆分刚架对称模式的方法, 给出了一种计算对称刚架的临界屈曲荷载的方法. 文献[8]研究部分受限制的平面刚架在非比例荷载作用下的弹性屈曲. 文献[9]给出了线性变化的楔形刚架屈曲荷载的一种近似计算方法. 文献[10]对有侧向扭转屈曲的刚架做了分析, 但在分析扭转时没有考虑局部屈曲效应, 也没考虑截面上的剪切、扭转、翘曲. 文献[11]研究了单层斜屋顶刚架在平面内的弹性屈曲, 并给出了其屈曲模式. 文献[12]对小高跨比实腹门式刚架平面内整体稳定性做了试验研究, 研究表明刚架高跨比较小时, 一般以对称失稳模式为主. 文献[13]考虑初始几何缺陷, 用 ANSYS 对某体育馆多次变曲率, 变截面拱形刚架进行了极限承载力研究, 给出了结构的荷载位移曲线. 目前规范采用的是计算长度系数, 即将刚架的弹性屈曲荷载转化为柱子的计算长度系数. 综上所述, 对刚架屈曲分析的角度和侧重点不同, 因而结果也有差异.

基于此, 本文在文献[1-4、14]的基础上, 基于 Hamilton 原理导出刚架屈曲时的控制方程, 求解控制方程, 得出有侧移和无侧移刚架屈曲的计算长度系数  $\mu$ , 给出了刚架屈曲时梁、柱的模式方程. 用 MATLAB 编程计算得到了刚架屈曲时的计算长度系数  $\mu$  的范围, 并且给出了刚架梁柱长度均等于 6 m 时, 其不同计算长度系数下的屈曲模式图. 用 ANSYS 对其进行计算机模拟, 模拟结果和理论值基本吻合, 其误差不超过 0.4%.

## 1 屈曲控制方程

图 1 所示为刚架梁、柱的示意图, 其弯曲均采用平截面假定, 这样梁、柱只能在主平面  $(x, y)$  内运

收稿日期: 2009-07-14 修改稿日期: 2010-06-16

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(10772129、10702047); 山西省自然科学基金资助项目(2010011005)

作者简介: 韩志军(1964-), 男, 山西太原人, 教授, 博士, 从事结构工程和冲击动力学研究.

动,所有位移和应力均与  $z$  无关,梁、柱内任意一点的  $z$  方向位移均为零, $x, y$  方向的位移分别为  $u, w$ . 然后将截面上任一点的应变  $\epsilon$ 、动能  $T$ 、应变能  $U$  及外力功  $W^{[4]}$  分别代入 Hamilton 原理,即

$$\delta \int_{t_1}^{t_2} (T - U + W) dt = 0$$

(1)

可得到如下两个控制方程

$$N' + \rho A \ddot{u} = 0 \quad EI w'''' + (N w')' + \rho A \ddot{w} = 0$$

(2)

不计轴向惯性、弹性小变形梁、柱的动力屈曲方程可写为

$$EI w'''' + N w'' + \rho A \ddot{w} = 0$$

(3)

若考虑静力屈曲,则(4)式变为  $EI w'''' + N w'' = 0$

(4)

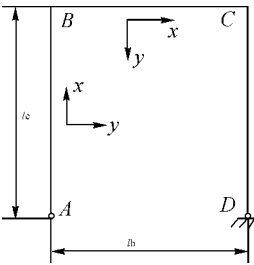


图 1 刚架梁柱示意图  
Fig. 1 Beam and column  
of portal frame

2 刚架无侧移时的屈曲临界载荷

2.1 刚架柱屈曲控制方程的求解

图 2 是刚架无侧移时的示意图,其柱的控制方程同式(4),整理得

$$w''''_c + k^2 w''_c = 0$$

(5)

式中: $w_c$  为 AB 柱侧向位移, $k^2 = N/(EI_c)$ , $EI_c, l_c, l_b$  见图 2,求解方程(5)可得满足边界条件  $w_c(0) = w_c(l_c) = 0$ (A 为坐标原点)的解为:

$$w_c = \frac{\theta_B l_c \tan k l_c}{\tan k l_c - k l_c} \left( \frac{x}{l_c} - \frac{\sin k x}{\sin k l_c} \right)$$

(6)

式(6)为刚架无侧移时柱的屈曲模态方程.

2.2 刚架梁控制方程的求解

若不计梁中的轴向压力,由式(4)可得梁的控制方程为

$$w''''_b = 0 \quad (w_b \text{ 为 BC 梁的侧向位移})$$

(7)

解方程(7)可得满足边界条件  $w_b(0) = w_b(l_b) = 0, w'_b(0) = \theta_B$ ,

$$w'_b(l_b) = -\theta_B \quad (B \text{ 为坐标原点}) \text{ 的解为: } w_b = \theta_B x - \frac{\theta_B}{l_b} x^2$$

(8)

式(8)为刚架无侧移时梁的模态方程.

2.3 刚架无侧移的屈曲临界载荷

如图 2 所示,由节点 B 的力矩平衡条件,即  $M_{BA} = M_{BC}$ ,则有  $-EI_c w''_c(l_c) = -EI_b w''_b(0)$

(9)

将  $w''_c(l_c), w''_b(0)$  带入式(9)化简得  $2G[\tan(kl_c) - kl_c] + (kl_c)^2 \tan(kl_c) = 0$

(10)

式中: $G = I_b l_c / (I_c l_b)$ ,求解式(10)可得  $k$ ,由  $k^2 = N/(EI_c)$  可得刚架的临界屈曲载荷为

$$P_{cr} = k^2 EI_c$$

(11)

式(11)与欧拉方程  $P_{cr} = \frac{\pi^2 EI_c}{(\mu l_c)^2}$  比较,可得到柱子的计算长度系数为

$$\mu = \frac{\pi}{kl_c}$$

(12)

由此可见只要计算出  $\mu$ ,便可求得  $P_{cr}$ .

3 刚架有侧移时的屈曲临界载荷

3.1 刚架柱屈曲控制方程的求解

图 3 是刚架有侧移时的示意图,柱屈曲控制方程的解同式(5),其满足边界条件  $w_c(0) = 0, w_c(l_c) = \Delta, w'_c(l_c) = \theta_B, w''_c(0) = 0$  的解为:

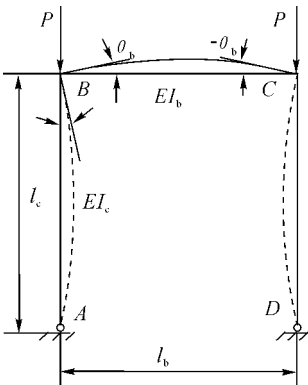


图 2 无侧移刚架  
Fig. 2 No-sway portal frame

$$w_c = \frac{(\theta_B - \theta_A) \cos kl}{1 - \cos kl} x - \frac{\theta_A - \theta_B}{k(1 - \cos kl)} \sin kx \quad (13)$$

$$\text{式中: } \Delta = \frac{(\sin kl - kl \cos kl) \theta_A + (kl - \sin kl) \theta_B}{k(1 - \cos kl)}, \theta_A = -\frac{S}{G} \theta_B + \left(1 + \frac{S}{G}\right)$$

$$\frac{\Delta}{l_c} \quad [15], S = \frac{(kl)^2 - kl \sin kl}{2 - 2 \cos kl - kl \sin kl}, G = \frac{kl \sin(kl) - (kl)^2 \cos(kl)}{2 - 2 \cos(kl) - kl \sin(kl)}.$$

式(13)为刚架有侧移时柱的屈曲模态方程。

### 3.2 刚架梁控制方程的求解

若不计轴向压力时,梁控制方程的解同式(7),其满足边界条件

$$w_b(0) = w_b(l_b) = 0 \text{ 的解为: } w_b = \theta_b x - \frac{3\theta_b}{l_b} x^2 + \frac{2\theta_b}{l_b^2} x^3 \quad (14)$$

式(14)为刚架有侧移时梁的模态方程。

### 3.3 刚架有侧移的屈曲临界载荷

如图3所示,由节点B的力矩平衡条件,即  $M_{BA} = M_{BC}$ ,则有

$$-EI_c w''_c(l_c) = -EI_b w''_b(0) \quad (15)$$

$$M_{BA} = -EI_c w''_c(l_c) = -P\Delta \quad (16)$$

$$\text{将 } w''_c(l_c), w''_b(0) \text{ 带入式(15)、(16),化简得 } (kl_c) \tan(kl_c) - 6G = 0 \quad (17)$$

求解式(17)得  $k$ ,由此可得有侧移时刚架的临界屈曲载荷和柱子的计算长度系数,其表达式如同式(11)、(12)。

## 4 数值结果

由式(12)可知,刚架临界屈曲载荷的求解主要是求解柱子的计算长度系数,因此柱子计算长度系数的值至关重要。本文用 MATLAB 求解式(10)和式(17),可得刚架无侧移和有侧移时柱的计算长度系数  $\mu$  的范围,见表1,  $\mu$  随  $G$  的变化见图4。

表1 刚架的计算长度系数与梁柱线刚度比的关系表

Tab. 1 Relationship between  $\mu$  and  $G$

$G$	$\mu$		$G$	$\mu$		$G$	$\mu$	
	No-sway	Lateral sway		No-sway	Lateral sway		No-sway	Lateral sway
0.000 01	1.000 0	405.581 9	3	0.790 9	2.110 9	50	0.706 1	2.006 7
0.000 1	1.000 0	128.267 8	4	0.772 6	2.083 2	100	0.702 6	2.003 3
0.001	0.999 8	40.598 3	5	0.760 2	2.066 6	200	0.700 9	
0.01	0.998 0	12.953 6	6	0.751 4	2.055 5	300	0.700 3	
0.05	0.990 2	6.020 8	7	0.744 7	2.047 6	400	0.700 0	
0.1	0.980 9	4.455 7	8	0.739 5	2.041 7	500	0.699 9	
0.2	0.960 3	3.422 8	9	0.735 4	2.037 0	600	0.699 7	
0.3	0.948 6	3.006 7	10	0.732 0	2.033 3	700	0.699 7	
0.4	0.934 9	2.778 8	15	0.721 6	2.025 1	1 000	0.699 5	
0.5	0.922 5	2.634 6	20	0.716 2	2.016 7	2 000	0.699 3	
1	0.874 9	2.327 9	30	0.710 6	2.011 1			
2	0.820 5	2.165 9	40	0.707 8	2.008 3			

表1表明:当  $G$  在 0.1 ~ 10 范围内,表1和钢结构设计规范<sup>[16]</sup>相同。刚架无侧移时,随着梁柱线刚度比  $G$  (从 2 000 始) 的减小,柱的计算长度系数  $\mu$  趋近于 1,当  $G = 0.000 1$  时,  $\mu = 1$ ;随着梁柱线刚度比  $G$  (从 0.000 1 始) 的增大,柱的计算长度系数  $\mu$  的变化平缓,趋近于 0.7,当  $G = 400$  时,  $\mu = 0.7$ ;当  $G > 400$  时,  $\mu$  随着  $G$  的增大而逐渐减小。

刚架有侧移时,梁柱线刚度比  $G$  从 0.5 开始减小时,柱的计算长度系数  $\mu$  的变化幅度很明显,且随着  $G$  值的减小,  $\mu$  值趋近于  $\infty$ ;随着梁柱线刚度比  $G$  的增大,柱的计算长度系数  $\mu$  的变化平缓,且趋近于 2。

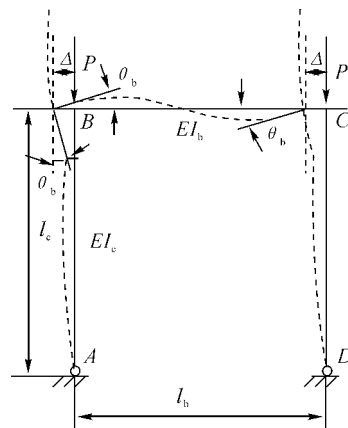


图3 有侧移刚架

Fig. 3 Lateral sway portal frame

梁柱线刚度比  $G$  相等时,有侧移刚架的计算长度系数比无侧移时的大,最小倍数约为 2.7,即此时刚架的屈曲载荷小.因此,实际应用中建议设置各种形式的侧向支撑以提高刚架的稳定性,防止出现侧移.由图 4 可知:柱的计算长度系数与梁柱线刚度比不是线性关系,因此建议使用时尽量避免使用线性插值,尤其在变化大的范围.

用 MATLAB 编程计算式(6)、式(8)、式(13)、式(14)便可绘出梁、柱的屈曲模式图.图 5 和图 6 是刚架无侧移和有侧移时不同线刚度比( $G = 0.1, 1, 4, 8$ )下柱的屈曲模式,其中刚架柱长取 6 m,  $\theta_B = 1$ .图示表明:当梁柱线刚度比较大时,柱的屈曲模式较明显;反之屈曲模式不明显.图 7 和图 8 是刚架无侧移和有侧移时梁的屈曲模式,其中刚架梁长取 6 m,由图可以看出:其模式和梁柱线刚度比没有关系,刚架发生无侧移屈曲时,其模式对称,发生有侧移屈曲时,其模式反对称.

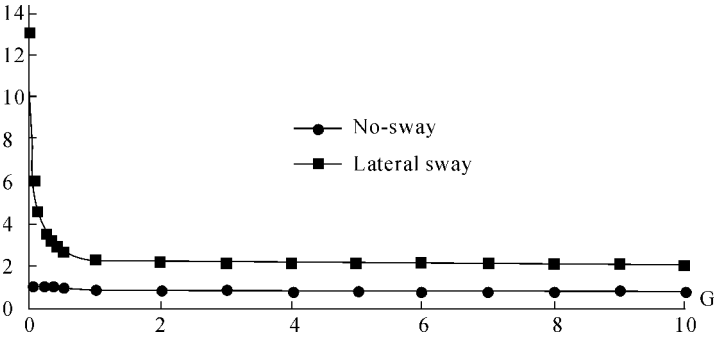


图 4 刚架计算长度系数  $\mu$  与梁柱线刚度比  $G$  的关系曲线

Fig. 4 Curves between  $\mu$  and  $G$

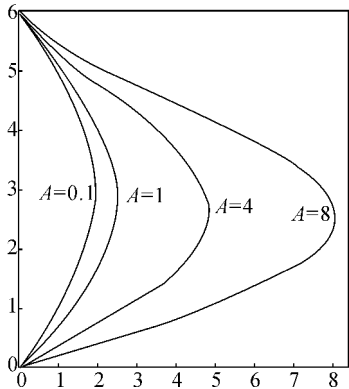


图 5 无侧移时刚架柱的屈曲模式图

Fig. 5 Buckling mode of column about No-sway portal frame

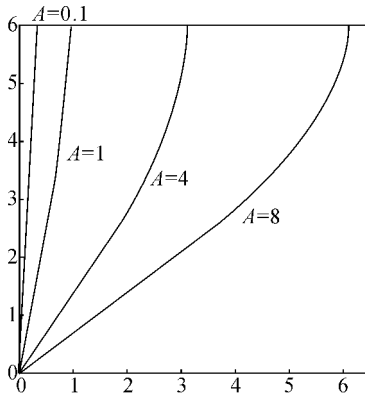


图 6 有侧移时刚架柱的屈曲模式图

Fig. 6 Buckling mode of column about lateral sway portal frame

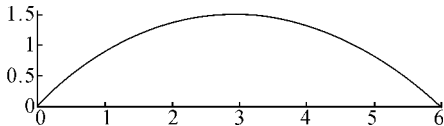


图 7 无侧移时刚架梁的屈曲模式图

Fig. 7 Buckling mode of beam about No-sway portal frame

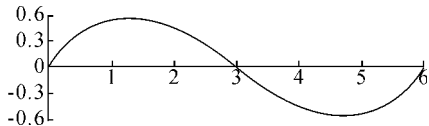


图 8 有侧移时刚架梁的屈曲模式图

Fig. 8 Buckling mode of beam about lateral sway portal frame

5 计算机模拟

本文用 ANSYS 有限元分析软件对门式刚架结构进行了线性静力屈曲模拟.承载和柱脚的约束条件如图 9 所示,梁柱等截面,均为 500/200/6/10 mm 的工字型.弹性模量为 2.06E11Pa,泊松比为 0.26.采用 BEAM3 单元,它是一种可以承受拉、压、弯作用的单轴单元,可有效地考虑构件在平面内的轴力和弯矩对结构整体稳定产生的影响.

表 2 为柱脚铰接,梁柱长度均为 6 m 时,不同线刚度比下刚架的特征值屈曲载荷(一阶模式所对应的屈曲载荷)及计算长度系数.由 ANSYS 模拟

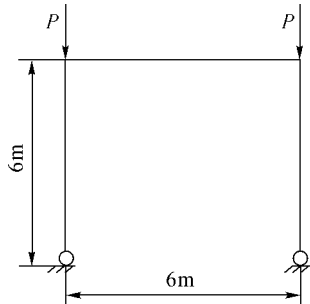


图 9 模型加载图

Fig. 9 Loading of the modal

可知刚架的一阶屈曲模态是有侧移的. 表 2 表明: 柱的计算长度系数  $\mu$  计算机模拟值与理论值基本吻合, 误差不超过 0.4%, 且随着梁柱线刚度比的减小, 其误差也越来越小, 由此说明, 理论计算是正确的.

表 2 柱脚为铰接, 不同线刚度比下刚架的特征值屈曲载荷及计算长度系数

Tab. 2 The character buckling load and the effective length factor

$G$		0.05	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5
$\mu$	Buckling load	3.7820E5	6.8998E5	1.1678E6	1.5121E6	1.7693E6	1.9674E6
	Simulating value	6.023 9	4.459 8	3.428 1	3.012 6	2.785 1	2.641 1
	Theoretical value	6.020 8	4.455 7	3.422 8	3.006 7	2.778 8	2.634 6
	error	0.000 5	0.000 9	0.001 5	0.002 0	0.002 3	0.002 5
	$G$	1	2	3	4	5	6
$\mu$	Buckling load	2.5172E6	2.9059E6	3.0586E6	3.1400E6	3.1905E6	3.2248E6
	Simulating value	2.334 9	2.173 2	2.118 2	2.090 6	2.074 0	2.062 9
	Theoretical value	2.327 9	2.165 9	2.110 9	2.083 2	2.066 6	2.055 5
	error	0.003 0	0.003 4	0.003 4	0.003 5	0.003 6	0.003 6
	$G$	7	8	9	10		
$\mu$	Buckling load	3.2497E6	3.2686E6	3.2834E6	3.2953E6		
	Simulating value	2.055 0	2.049 1	2.044 4	2.040 7		
	Theoretical value	2.047 6	2.041 7	2.037	2.033 3		
	error	0.0036	0.0036	0.0036	0.0036		

7 结 论

本文通过对门式刚架的理论分析和计算机模拟得到以下结论:

(1) 由表 1 和图 4 可知: 刚架无侧移时, 当梁柱线刚度比  $G$  减小时, 柱子的计算长度系数  $\mu$  趋近于 1, 当  $G=0.000 1$  时,  $\mu=1$ ; 当梁柱线刚度比  $G$  增大时, 柱子的计算长度系数  $\mu$  的变化平缓, 趋近于 0.7, 当  $G=400$  时,  $\mu=0.7$ ; 当  $G>400$  时,  $\mu$  随着  $G$  的增大而逐渐减小. 刚架有侧移时, 当梁柱线刚度比  $G$  从 0.5 开始减小时, 柱子的计算长度系数  $\mu$  的变化幅度很明显, 且随着  $G$  值的减小,  $\mu$  值趋近于  $\infty$ ; 当梁柱线刚度比  $G$  增大时, 柱子的计算长度系数  $\mu$  的变化平缓, 且趋近于 2.

(2) 由表 1、图 4 中可以看出: 当梁柱线刚度比  $G$  相等时, 无侧移刚架的计算长度系数较有侧移时小, 即此时刚架的屈曲荷载大. 因此, 实际应用中可以设置各种形式的侧向支撑以提高刚架的稳定性, 防止出现侧移.

(3) 式(6)和式(8)为刚架无侧移时柱梁的屈曲模态方程, 式(13)和(14)为其有侧移时柱梁的屈曲模态方程; 式(11)和式(12)为临界载荷和计算长度系数的解析表达式.

(4) 刚架无侧移和有侧移时梁柱的屈曲模态见图 5—图 8, 由其可以看出: 当梁柱线刚度比较大时, 柱子的屈曲模态较明显; 反之屈曲模态不明显. 梁的屈曲模态不受梁柱线刚度比的影响.

(5) 柱的计算长度系数  $\mu$  计算机模拟值与理论值基本吻合, 误差不超过 0.4%, 且随着梁柱线刚度比的减小, 其误差也越来越小.

参考文献 References

[1] HAN Zhi-jun, WANG Jing-chao, CHENG Guo-qiang, et al. The Dynamic Buckling of Elastic—plastic Column Subjected to Axial Impact by a Rigid Body[J]. ACTA MECHANICA SOLIDA SINICA, 2005, 18(3): 256-264.

[2] 韩志军, 程国强, 张善元. 弹性杆在刚性块轴向撞击下的动力屈曲[J]. 爆炸与冲击, 2004, 24(5): 400-406.

HAN Zhi-jun; CHENG Guo-qiang; ZHANG Shan-yuan. The dynamic buckling of elastic bar impacted by a rigid body[J]. Explosion and Shock Waves, 2004, 24(5): 400-406.

- [3] 张善元,路国运,雷建平. 充满液体弹塑性圆柱壳轴向冲击屈曲的数值模拟[J]. 计算力学学报, 2002, 19(1):36-41.
- ZHANG Shan-yuan, LU Guo-yun, LEI Jian-ping. Numerical simulation of dynamic buckling of liquid filledelasto-plastic cylindrical shell under axial impact[J]. Chinese Journal of Computational Mechanics, 2002, 19(1):36-41.
- [4] 韩志军. 直杆的撞击屈曲及其应力波效应的实验和理论研究[D]. 太原:太原理工大学. 2005.
- HAN Zhi-jun. Experimental and theoretic studies on the impact buckling of columns and the effect of stress wave [D]. Taiyuan: Taiyuan University of Technology. 2005
- [5] 郝际平, 曹现雷, 张天光, 等. 单边连接高强单角钢压杆试验研究和仿真分析[J]. 西安建筑科技大学学报:自然科学版 2009, 41(6):741-747.
- HAO Ji-ping, CAO Xian-lei, ZHANG Tian-guang, et al. Experimentation study and simulation analysis on high strength single-angle compression members attached by one leg[J]. J. Xi'an Univ. of Arch. & Tech. (Natural Science Edition), 2009, 41(6):741-747.
- [6] KISHI N, CHEN W F, GOTO Y, et al. Effective length factor of columns in flexibly jointed and braced frames[J]. Journal of Constructional Steel Research, 1998, 47(1/2):93-118.
- [7] KAVEH, SALIMBAHRAMI. Buckling load of symmetric plane frames using canonical forms[J]. Computers & Structures, 2007, 85(17/18):1420-1430.
- [8] LEI Xu. The buckling loads of unbraced PR frames under non-proportional loading[J]. Journal of Constructional Steel Research, 2002, 58: 443-465.
- [9] NIKITAS Bazeos, DIMITRIS L Karabalis. Efficient computation of buckling loads for plane steel frames with tapered members[J]. Engineering Structures, 2006, 28:771-775.
- [10] Seung-Eock Kim, Chia-Ming Uang, Se-Hyu Choi. Practical advanced analysis of steel frames considering lateral-torsional buckling[J]. Thin-Walled Structures, 2006, 44:709-720.
- [11] NUNO Silvestre, DINAR Camotim. Elastic buckling and second-order behaviour of pitched-roof steel frames[J]. Journal of Constructional Steel Research, 2007, 63(6):804-818.
- [12] 张耀春, 张文元, 张久海. 小高跨比实腹门式刚架平面内整体稳定性试验研究[J]. 土木工程学报, 2005, 138(13):1-7.
- ZHANG Yao-chun, ZHANG Wen-yuan, ZHANG Jiu-hai. Study on global in-plane stability of portal rigid frames with solid webs and small height-span ratios[J]. China Civil Engineering Journal, 2005, 138(13):1-7.
- [13] 张俊峰, 郝际平, 王连坤, 等. 基于 ANSYS 的某拱形刚架极限承载力研究[J]. 西安建筑科技大学学报:自然科学版, 2008, 40(1):71-75.
- ZHANG Jun-feng, HAO Ji-ping, WANG Lian-kun, et al. Research on the ultimate strength capacity of an arch steel frame using ANSYS[J]. J. Xi'an Univ. of Arch. & Tech. (Natural Science Edition), 2008, 40(1):71-75.
- [14] 王倩颖, 韩志军, 张善元. 两种约束条件下平面门式刚架的屈曲分析[J]. 科学技术与工程, 2008, 8(20):5540-5543.
- WANG Qian-ying, HAN Zhi-jun, ZHANG Shan-yuan. Study on Buckling of In-plane Portal Frame with Two Different Restriction[J]. Science Technology and Engineering, 2008, 8(20):5540-5543.
- [15] 陈 骥. 钢结构稳定理论与设计[M]. 3 版. 北京:科学出版社. 2006.
- CHEN Ji. Stability of Steel Structures Theory and Design [M]. 3rd Edition. Beijing: Science Press, 2006.
- [16] GB50017—2003. 钢结构设计规范.
- GB50017—2003. Code for design of steel structures[S].

## The static buckling of elastic portal frame with hinged-hinged support based on the Hamilton principle

HAN Zhi-jun<sup>1</sup>, WANG Qian-ying<sup>2</sup>, ZHANG Shan-yuan<sup>1</sup>, LU Guo-yun<sup>1</sup>, WANG Jing-chao<sup>2</sup>

(1. School of Applied Mechanics and Biomedical Engineering, Taiyuan University of Technology, Taiyuan 030024, China; 2. SEDIN Engineering Co. Ltd (Former Second Design Institute of Chemical Industry, Taiyuan 030006, China)

**Abstract:** The buckling governing equation of the portal frame is derived based on the Hamilton principle. The calculating length of factors  $\mu$  of no-sway and lateral sway portal frame is acquired by solving the governing equation. The mode equations on different stiffness of beam and column  $G$  are given, and the buckling modes are drawn. The scope of the calculating length of factors  $\mu$  is obtained using MATLAB, and the static buckling load of elastic portal frame is also obtained. The calculating results are as follows. The effective length factor decrease as  $G$  increased, the factor of the lateral sway portal frame is larger than that of the no-sway, the smallest multiple is about 2.7, and the scopes of the factor are  $2 \sim +\infty$ ,  $0.7 \sim 1$  respectively. The mode of column change clearly as  $G$  increase, the mode of beam has nothing with  $G$ . The static buckling of portal frame is simulated by using ANSYS, and the results remain nearly the same as those from the theoretical ones, the error is less than 0.4%.

**Key words:** *Hamilton principle; lateral sway; calculating length of factors; stiffness of beam and column*

---

**Biography:** HAN Zhi-jun, Professor, Taiyuan 030024, P. R. China, E-mail: hanzj12@126.com

---

(上接第 479 页)

## Experimental study on the bearing capacity of improved single-web shoulder-beam member with double concrete-filled steel tube column

SU Ming-zhou<sup>1</sup>, HUANG Zhi-guang<sup>1</sup>, WANG Ya-jun<sup>1</sup>, XU Qi<sup>2</sup>, WANG Fa<sup>2</sup>,  
HUANG Xiang-ping<sup>2</sup>, YAO Ji-tao<sup>1</sup>, DONG Zhen-ping<sup>1</sup>

(1. Key Laboratory of Structural Engineering and Earthquake Resistance (XAUAT), Xi'an 710055, China;  
2. Baosteel Group Corporation, Shanghai 200122, China)

**Abstract:** Monotonic tests were carried out on improved single-web shoulder-beam specimens with double concrete-filled steel tube column used in the project of the third period of BaoSteel 1580 hot rolling mill, 1420/1550 cold rolling mill, and second steel making mill to study their behaviors, which consist of four 1:3 scaled models under increased horizontal load with constant axial ratio of 0.1. Test phenomenon was described, and stress distribution in the web of the shoulder-beam analyzed. Based on the test results, the bearing capacity and failure mode were obtained and compared with the current design method of shoulder-beam, which may lead to further understanding about the characteristic of this kind of shoulder-beam.

**Key words:** *shoulder-beam; concrete-filled steel tube; single-web; double concrete-filled steel tube column*

---

**Biography:** SU Ming-zhou, Professor, Ph. D., Xi'an 710055, P. R. China, Tel: 0086-29-82202824, E-mail: sumingzhou@163.com