Thứ ngày

Họ và tên: Trần Ngọc Anh

MSV: 2020601225

Đề số 3:

x	0	1	2	3
y	-5	-6,5	-13	-24,5

1.

a) Lagrange

Ta có

$L(x) = -5P_3^{(0)} - 6,5P_3^{(1)} - 13P_3^{(2)} - 24,5P_3^{(3)}$ (*)

$P_3^{(0)} = \frac{(5-1)(5-2)(5-3)}{-6} = -4$

$P_3^{(1)} = \frac{5(5-2)(5-3)}{2} = 15$

$P_3^{(2)} = \frac{5(5-1)(5-3)}{-2} = -20$

$P_3^{(3)} = \frac{5(5-1)(5-2)}{6} = 10$

Thay $P_3^{(0)}, P_3^{(1)}, P_3^{(2)}, P_3^{(3)}$ vào $L(x)$ ta có:

$L(x) = -5.\frac{x^3-6x^2+11x-6}{-6} - 6,5(x^3-5x^2+6x)$

$-13\frac{x^3-4x^2+3x}{-2} - 24,5\frac{x^3-3x^2+2x}{6}$

$= \frac{5}{6}x^3 - 5x^2 + \frac{55}{6}x - 5 - 6,5x^3 + 32,5x^2 - 39x$

$+ 6,5x^3 - 26x^2 + 19,5x - \frac{61}{15}x^3 + \frac{61}{5}x^2 - \frac{122}{15}x$

$= \frac{-97}{30}x^3 + \frac{137}{10}x^2 - \frac{277}{15}x - 5$

Thay $P_3^{(0)}, P_3^{(1)}, P_3^{(2)}, P_3^{(3)}$ vào (*) Ta có $L(x) = -62,5$

b) Newton tiến.

x_k	$f(x_k)$	Δy_k	$\Delta^2 y_k$	$\Delta^3 y_k$
0	-5			
1	-6,5	-1,5		
2	-13	-6,5	-5	
3	-24,5	-11,5	-5	0

$$q = \frac{x - x_0}{h} = 5$$

$$N_3^{(x)}(x) = -5 - 1,5.5 - \frac{5}{2!} 5(5-1)$$

$$= -62,5$$

c) Newton lùi.

$$p = \frac{x - x_n}{h} = (5-3) = 2$$

$$N_3^{L}(x) = -24,5 - 11,5.2 - \frac{5}{2!}.2(2+1)$$

$$= -24,5 - 11,5x + 34,5 - \frac{5x^2 - 25x + 30}{2}$$

$$= 10 - 11,5x - \frac{5x^2 - 25x + 30}{2}$$

$$= \frac{20 - 23x - 5x^2 + 25x - 30}{2} = \frac{-5x^2 + 2x - 10}{2}$$

$$= -62,5$$

Thứ ngày

2). Ta có $\begin{cases} na + b\sum_{k=1}^{n} x_k + c\sum_{k=1}^{n} x_k^2 = \sum_{k=1}^{n} y_k \\ a\sum_{k=1}^{n} x_k + b\sum_{k=1}^{n} x_k^2 + c\sum_{k=1}^{n} x_k^3 = \sum_{k=1}^{n} x_k y_k \\ a\sum_{k=1}^{n} x_k^2 + b\sum_{k=1}^{n} x_k^3 + c\sum_{k=1}^{n} x_k^4 = \sum_{k=1}^{n} x_k^2 y_k \end{cases}$

Ta có số mốc nội suy là 4 $\Rightarrow n = 4$.

$\begin{cases} 4a + 6b + 14c = -49 \\ 6a + 14c + 36c = -106 \\ 14a + 36b + 98c = -279 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -5 \\ b = 1 \\ c = -2,5 \end{cases}$

$\Rightarrow f(x) = -5 + x - 2,5x^2$.

3). $I = \int_0^1 \frac{1}{1+x^2}\,dx$.

x	$f(x)$	y
0	1	y_0
0,25	0,94117	y_1
0,5	0,8	y_2
1	0,5	y_3

$h = \frac{b-a}{2n} = \frac{1-0}{2.2} = \frac{1}{4} = 0,25$.

$\int_0^1 \frac{1}{1+x^2}\,dx \approx \frac{0,25}{3}.[(1+0,5) + 4(0,94117) + 2(0,8)]$

$\approx 0,572$

Thứ ngày

Sai $f(x) = \frac{1}{1+x^2}$ $\Rightarrow f'(x) = \frac{2x}{(1+x^2)^2} = \frac{2x}{1+2x^2+x^4}$

$$f''(x) = \frac{2(1+2x^2+x^4) - 2x(2+4x+4x^3)}{(1+2x^2+x^4)^2}$$

$$f''(x) = \frac{2+4x^2+2x^4-4x+8x^2+8x^4}{(1+2x^2+x^4)^2}$$

$$= 10x^4 + 12x^2 - 4x + 2$$