ĐỀ THI THỬ THEO ĐỀ MINH HỌA	**ĐỀ THI THỬ TỐT NGHIỆP TRUNG HỌC PHỔ THÔNG NĂM 2021**
ĐỀ SỐ 05	**Bài thi: TOÁN**
(Đề thi có 08 trang)	*Thời gian làm bài: 90 phút không kể thời gian phát đề*

Họ, tên thí sinh: ………………………………………………….

Số báo danh: …………………………………………………….

Câu 1 (NB) Cần chọn 3 người đi công tác từ một tổ có 30 người, khi đó số cách chọn là:

A. A_{30}^{3} **B.** 3^{30} **C.** 10 **D.** C_{30}^{3}

Câu 2 (NB) Một cấp số cộng có 8 số hạng. Số hạng đầu là 5, số hạng thứ tám là 40. Khi đó công sai d của cấp số cộng đó là bao nhiêu?

A. $d=4$. **B.** $d=5$. **C.** $d=6$. **D.** $d=7$.

Câu 3 (NB) Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như hình bên dưới.Mệnh đề nào sau đây đúng?

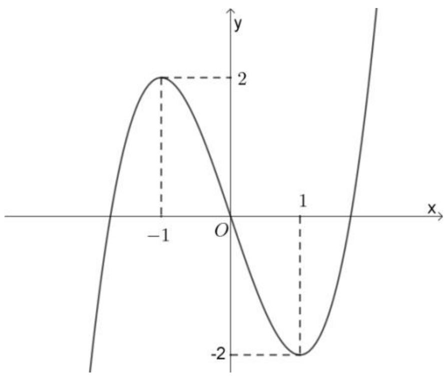
x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	‖	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	-4	↘	$-\infty$ ‖ $+\infty$	↘	0	↗	$+\infty$

A. Hàm số đồng biến trên khoảng $\left(0;+\infty\right)$. **B.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(-1;1\right)$.

C. Hàm số đồng biến trên khoảng $\left(-1;0\right)$. **D.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(0;1\right)$.

Chú ý:Đáp án B sai vì hàm số không xác định tại $x=0$.

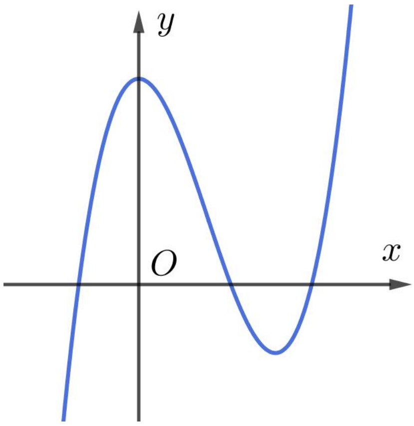
Câu 4 (NB) Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đồ thị



Hàm số đã cho đạt cực đại tại

A. $x=-1$. **B.** $x=2$. **C.** $x=1$. **D.** $x=-2$.

Câu 5 (TH) Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đồ thị trên một khoảng K như hình vẽ bên. Trên K, hàm số có bao nhiêu cực trị?

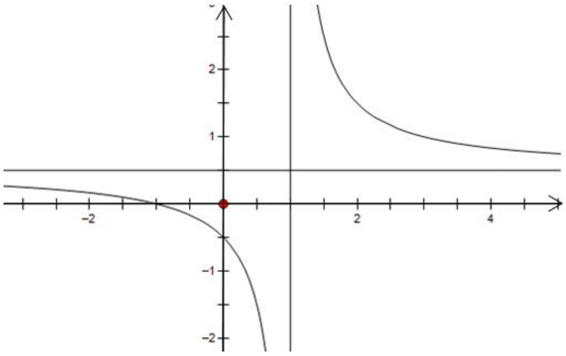


A. 3.   **B.** 2.   **C.** 0.   **D.** 1.

Câu 6 (NB) Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-4}{x+2}$ là

A. $x=2$.   **B.** $y=2$.   **C.** $x=-2$.   **D.** $y=-2$.

Câu 7 (NB) Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A. $y=\dfrac{x+2}{2x-1}$.   **B.** $y=\dfrac{2x}{3x-3}$.   **C.** $y=\dfrac{x+1}{2x-2}$.   **D.** $y=\dfrac{2x-4}{x-1}$.

Câu 8 (TH) Tìm tung độ giao điểm của đồ thị $(C): y=\dfrac{2x-3}{x+3}$ và đường thẳng $d: y=x-1$.

A. 1.   **B.** -3.   **C.** -1.   **D.** 3 .

Câu 9 (NB) Với $a,b>0$ tùy ý, mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\log(ab)=\log a.\log b$.   **B.** $\log(ab^2)=2\log a+2\log b$.

C. $\log(ab^2)=\log a+2\log b$.   **D.** $\log(ab)=\log a-\log b$.

Câu 10 (NB) Đạo hàm của hàm số $y=5^x+2021$ là :

A. $y'=\dfrac{5^x}{5\ln 5}$ **B.** $y'=5^x.\ln 5$ **C.** $y'=\dfrac{5^x}{\ln 5}$ **D.** $y'=5^x$

Câu 11 (TH) Cho a là số thực dương. Giá trị của biểu thức $P=a^{\frac{2}{3}}\sqrt{a}$ bằng

A. $a^{\frac{5}{6}}$ **B.** a^5 **C.** $a^{\frac{2}{3}}$ **D.** $a^{\frac{7}{6}}$

Câu 12 (NB) Tổng lập phương các nghiệm thực của phương trình $3^{x^2-4x+5}=9$ là

A. 26.   **B.** 27.   **C.** 28.   **D.** 25.

Câu 13(TH) Tìm số nghiệm của phương trình $\log_3(2x-1)=2$.

A. 1.   **B.** 5.   **C.** 2.   **D.** 0.

Câu 14 (NB) Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=x^2$ là

A. $\int x^2dx=\dfrac{x^3}{3}+C$.   **B.** $\int x^2dx=\dfrac{x^2}{2}+C$.   **C.** $\int x^2dx=\dfrac{x^3}{3}$.   **D.** $\int x^2dx=2x+C$.

Câu 15 (TH) Một nguyên hàm của hàm số $f(x)=(x+1)^3$ là

A. $F(x)=3(x+1)^2$. **B.** $F(x)=\frac{1}{3}(x+1)^2$. **C.** $F(x)=\frac{1}{4}(x+1)^4$. **D.** $F(x)=4(x+1)^4$.

Câu 16 (NB) Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[-1;1]$ thỏa mãn $\int_{-1}^{1} f'(x)\mathrm{d}x=5$ và $f(-1)=4$. Tìm $f(1)$.

A. $f(1)=-1$. **B.** $f(1)=1$. **C.** $f(1)=9$. **D.** $f(1)=-9$.

Câu 17 (TH) Tích phân $I=\int_1^2\left(\frac{1}{x}+2\right)\mathrm{d}x$ bằng

A. $I=\ln 2+2$. **B.** $I=\ln 2+1$. **C.** $I=\ln 2-1$. **D.** $I=\ln 2+3$.

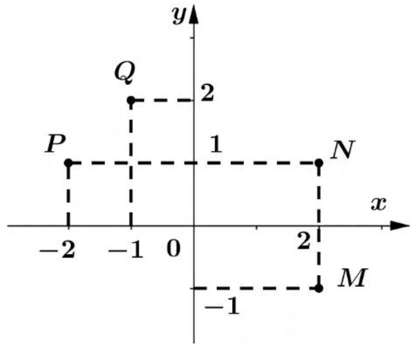
Câu 18 (NB) Cho a, b là hai số thực thỏa mãn $a+6i=2-2bi$, với i là đơn vị ảo. Giá trị của $a+b$ bằng

A. -1. **B.** 1. **C.** -4. **D.** 5.

Câu 19 (NB) Cho số phức $z_1=3+2i$, $z_2=6+5i$. Tìm số phức liên hợp của số phức $z=6z_1+5z_2$

A. $\overline{z}=51+40i$. **B.** $\overline{z}=51-40i$. **C.** $\overline{z}=48+37i$. **D.** $\overline{z}=48-37i$.

Câu 20 (NB) Điểm nào trong hình vẽ bên là điểm biểu diễn của số phức $z=-1+2i$?



A. N. **B.** P. **C.** M. **D.** Q.

Câu 21 (NB) Thể tích của khối lập phương cạnh $2a$ bằng

A. $8a$. **B.** $8a^3$. **C.** a^3. **D.** $6a^3$.

Câu 22 (TH) Cho khối chóp có diện tích đáy bằng $6cm^2$ và có chiều cao là $2cm$. Thể tích của khối chóp đó là:

A. $6cm^3$. **B.** $4cm^3$. **C.** $3cm^3$. **D.** $12cm^3$.

Câu 23 (NB) Cho khối nón có bán kính đáy $r=\sqrt{3}$ và chiều cao $h=4$. Tính thể tích V của khối nón đã cho.

A. $V=16\pi\sqrt{3}$. **B.** $V=12\pi$. **C.** $V=4\pi$. **D.** $V=4$.

Câu 24 (NB) Tính thể tích V của khối trụ có bán kính đáy $r=10\,\text{cm}$ và chiều cao $h=6\,\text{cm}$.

A. $V=120\pi\,\text{cm}^3$. **B.** $V=360\pi\,\text{cm}^3$. **C.** $V=200\pi\,\text{cm}^3$. **D.** $V=600\pi\,\text{cm}^3$.

Câu 25 (NB) Trong không gian với trục hệ tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a}=-\vec{i}+2\vec{j}-3\vec{k}$. Tọa độ của vectơ $\vec{a}$ là:

A. $\vec{a}(-1;2;-3)$. **B.** $\vec{a}(2;-3;-1)$. **C.** $\vec{a}(-3;2;-1)$. **D.** $\vec{a}(2;-1;-3)$.

Câu 26 (NB) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình $x^2+y^2+z^2+4x-2y-4=0$. Tính bán kính R của (S).

A. 1. **B.** 9. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 27 (TH) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho các điểm $A(0;1;2)$, $B(2;-2;1)$, $C(-2;0;1)$. Phương trình mặt phẳng đi qua A và vuông góc với BC là

A. $2x-y-1=0$. **B.** $-y+2z-3=0$. **C.** $2x-y+1=0$. **D.** $y+2z-5=0$.

Câu 28 (NB) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;-2;1)$; $B(2;1;-1)$, véc tơ chỉ phương của đường thẳng AB là:

A. $\vec{u}=(1;-1;-2)$. **B.** $\vec{u}=(3;-1;0)$. **C.** $\vec{u}=(1;3;-2)$. **D.** $\vec{u}=(1;3;0)$.

Câu 29 (TH) Chọn ngẫu nhiên hai số khác nhau từ 27 số nguyên dương đầu tiên. Xác suất để chọn được hai số có tổng là một số chẵn bằng:

A. $\frac{13}{27}$. **B.** $\frac{14}{27}$. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** $\frac{365}{729}$.

Câu 30 (TH) Cho hàm số $y=\frac{2x-1}{x+1}$. Mệnh đề nào dưới đây là đúng.

A. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;-1)$ và $(1;+\infty)$.

B. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty;-1)$ và $(-1;+\infty)$.

C. Hàm số luôn nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

D. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 31 (TH) Gọi M,m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\frac{3x-1}{x-3}$ trên đoạn $[0;2]$. Tính $2M-m$.

A. $2M-m=\frac{-14}{3}$. **B.** $2M-m=\frac{-13}{3}$. **C.** $2M-m=\frac{17}{3}$. **D.** $2M-m=\frac{16}{3}$.

Câu 32 (TH) Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(x-1)\geq -1$.

A. $\left[\frac{-1}{2};+\infty\right)$. **B.** $\left(-1;-\frac{1}{2}\right]$. **C.** $\left(-\infty;-\frac{1}{2}\right]$. **D.** $[1;+\infty)$.

Câu 33 (VD) Cho $\int_0^1\left[f(x)-2g(x)\right]dx=12$ và $\int_0^1 g(x)dx=5$, khi đó $\int_0^1 f(x)dx$ bằng

A. -2. **B.** 12. **C.** 22. **D.** 2.

Câu 34 (TH) Cho hai số phức $z_1=2+i$ và $z_2=-3+i$. Phần ảo của số phức $z_1\overline{z_2}$ bằng

A. -5. **B.** $-5i$. **C.** 5. **D.** $5i$.

Câu 35 (VD) Cho khối chóp $S.ABC$ có $SA\perp(ABC)$, tam giác ABC vuông tại B, $AC=2a$, $BC=a$, $SB=2a\sqrt{3}$. Tính góc giữa SA và mặt phẳng (SBC).

A. $45°$. **B.** $30°$. **C.** $60°$. **D.** $90°$.

Câu 36 (VD) Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a và chiều cao bằng $a\sqrt{2}$. Tính khoảng cách d từ tâm O của đáy $ABCD$ đến một mặt bên theo a.

A. $d=\frac{a\sqrt{5}}{2}$. **B.** $d=\frac{a\sqrt{3}}{2}$. **C.** $d=\frac{2a\sqrt{5}}{3}$. **D.** $d=\frac{a\sqrt{2}}{3}$.

Câu 37 (TH) Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $I(1;1;1)$ và $A(1;2;3)$. Phương trình của mặt cầu có tâm I và đi qua A là

A. $(x+1)^2+(y+1)^2+(z+1)^2=29$. **B.** $(x-1)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=5$.

C. $(x-1)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=25$. **D.** $x+1^2+y+1^2+(z+1)^2=5$.

Câu 38 (TH) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình tham số của đường thẳng đi qua hai điểm $A(1;0;1)$ và $B(3;2;-1)$.

A. $\begin{cases}x=1+t\\y=1+t\\z=-1-t\end{cases},t\in R$. **B.** $\begin{cases}x=3+t\\y=2-t\\z=-1-t\end{cases},t\in R$.

C. $\begin{cases} x=1-t \\ y=-t \quad ,t\in R \\ z=1+t \end{cases}$.

D. $\begin{cases} x=2+t \\ y=2+t \quad ,t\in R \\ z=-2-t \end{cases}$.

Câu 39 (VD) Nếu hàm số $f(x)$ có đạo hàm là $f'(x)=x^2(x+2)(x^2+x-2)(x-1)^4$ thì điểm cực trị của hàm số $f(x)$ là

A. $x=0$. **B.** $x=2$. **C.** $x=1$. **D.** $x=-2$.

Câu 40 (VD) Số nghiệm nguyên của bất phương trình $\left(17-12\sqrt{2}\right)^x \geq \left(3+\sqrt{8}\right)^{x^2}$ là

A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 4.

Câu 41 (VD) Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có $\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x=2$, $\int_0^3 f(x)\mathrm{d}x=6$. Tính $I=\int_{-1}^1 f(|2x-1|)\mathrm{d}x$.

A. $I=8$. **B.** $I=16$. **C.** $I=\frac{3}{2}$. **D.** $I=4$.

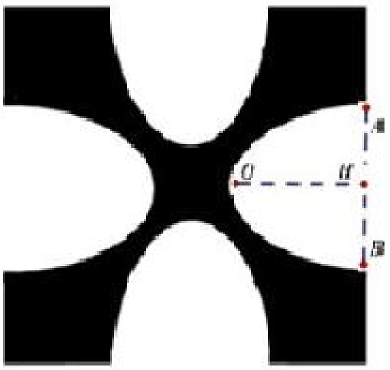
Câu 42 (VD) Cho số phức $z=a+bi$ (với $a,b\in\mathbb{R}$) thỏa $|z|(2+i)=z-1+i(2z+3)$. Tính $S=a+b$.

A. $S=-1$. **B.** $S=1$. **C.** $S=7$. **D.** $S=-5$.

Câu 43 (VD) Cho hình chóp $S.ABCD$ với $ABCD$ là hình vuông cạnh a. Mặt bên SAB là tam giác cân tại S và nằm trên mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Cạnh bên SC tạo với đáy một góc $60°$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

A. $\frac{a^3\sqrt{15}}{2}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{15}}{6}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Câu 44 (VD) Một hoa văn trang trí được tạo ra từ một miếng bìa mỏng hình vuông cạnh bằng 10 cm bằng cách khoét đi bốn phần bằng nhau có hình dạng parabol như hình bên. Biết $AB=5$ cm, $OH=4$ cm. Tính diện tích bề mặt hoa văn đó.

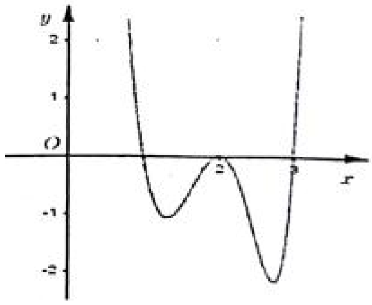


A. $\frac{160}{3}\text{cm}^2$ **B.** $\frac{140}{3}\text{cm}^2$ **C.** $\frac{14}{3}\text{cm}^2$ **D.** 50 cm^2

Câu 45 (VD) Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho đường thẳng Δ là giao tuyến của hai mặt phẳng $(P): z-1=0$ và $(Q): x+y+z-3=0$. Gọi d là đường thẳng nằm trong mặt phẳng (P), cắt đường thẳng $\frac{x-1}{1}=\frac{y-2}{-1}=\frac{z-3}{-1}$ và vuông góc với đường thẳng Δ. Phương trình của đường thẳng d là

A. $\begin{cases} x=3+t \\ y=t \\ z=1+t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=3-t \\ y=t \\ z=1 \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=3+t \\ y=t \\ z=1 \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=3+t \\ y=-t \\ z=1+t \end{cases}$.

Câu 46 (VDC) Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ. Hỏi hàm số $y=f(f(x))$ có bao nhiêu điểm cực trị?

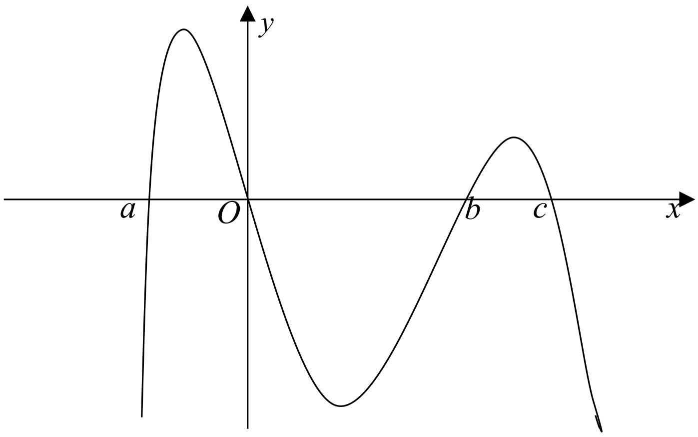


A. 6 **B.** 7 **C.** 8 **D.** 9

Câu 47 (VDC) Cho $\log_9 x = \log_{12} y = \log_{16}(x+y)$. Giá trị của tỷ số $\frac{x}{y}$ là.

A. 2 **B.** $\frac{1-\sqrt{5}}{2}$ **C.** 1 **D.** $\frac{-1+\sqrt{5}}{2}$

Câu 48 (VDC) Cho hàm số $y = f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Biết phương trình $f'(x) = 0$ có bốn nghiệm phân biệt $a, 0, b, c$ với $a < 0 < b < c$.



A. $f(b) > f(a) > f(c)$. **B.** $f(a) > f(b) > f(c)$.

C. $f(a) > f(c) > f(b)$. **D.** $f(c) > f(a) > f(b)$.

Câu 49 (VDC) Cho số phức z thỏa mãn $|z-1-i| = 1$, số phức w thỏa mãn $|\overline{w}-2-3i| = 2$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $|z-w|$.

A. $\sqrt{13}-3$ **B.** $\sqrt{17}-3$ **C.** $\sqrt{17}+3$ **D.** $\sqrt{13}+3$

Câu 50 (VDC) Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M\left(\frac{1}{2};\frac{\sqrt{3}}{2};0\right)$ và mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2 = 8$. Một đường thẳng đi qua điểm M và cắt (S) tại hai điểm phân biệt A, B. Diện tích lớn nhất của tam giác OAB bằng

A. 4. **B.** $2\sqrt{7}$. **C.** $2\sqrt{2}$. **D.** $\sqrt{7}$.

BẢNG ĐÁP ÁN

1.D	2.B	3.D	4.A	5.B	6.B	7.C	8.C	9.C	10.B
11.D	12.C	13.A	14.A	15.C	16.C	17.A	18.A	19.D	20.D
21.B	22.B	23.C	24.D	25.A	26.D	27.C	28.C	29.A	30.B
31.C	32.B	33.C	34.A	35.B	36.D	37.B	38.B	39.C	40.A
41.D	42.A	43.B	44.B	45.C	46.D	47.D	48.C	49.B	50.D

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1 (NB) Cần chọn 3 người đi công tác từ một tổ có 30 người, khi đó số cách chọn là:

A. A_{30}^{3} **B.** 3^{30} **C.** 10 **D.** C_{30}^{3}

Lời giải

Chọn D

Mỗi cách chọn thỏa đề bài là một tổ hợp chập 3 của 30

Do đó số cách chọn là C_{30}^{3} cách

Câu 2 (NB) Một cấp số cộng có 8 số hạng. Số hạng đầu là 5, số hạng thứ tám là 40. Khi đó công sai d của cấp số cộng đó là bao nhiêu?

A. $d=4$. **B.** $d=5$. **C.** $d=6$. **D.** $d=7$.

Lời giải

Chọn B

$$\begin{cases} u_1=5 \\ 40=u_8=u_1+7d \end{cases} \longrightarrow d=5$$

Vậy $d=5$

Câu 3 (NB) Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như hình bên dưới.Mệnh đề nào sau đây đúng?

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	||	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	-4	↘	$-\infty$ || $+\infty$	↘	0	↗	$+\infty$

A. Hàm số đồng biến trên khoảng $\left(0;+\infty\right)$. **B.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(-1;1\right)$.

C. Hàm số đồng biến trên khoảng $\left(-1;0\right)$. **D.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(0;1\right)$.

Lời giải

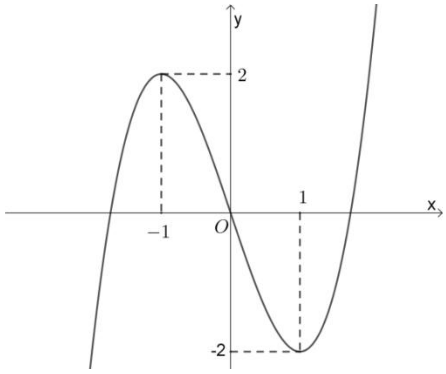
Chọn D

Dựa vào bảng biến thiên ta có:

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $\left(0;1\right)$.

Chú ý:Đáp án B sai vì hàm số không xác định tại $x=0$.

Câu 4 (NB) Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đồ thị



Hàm số đã cho đạt cực đại tại

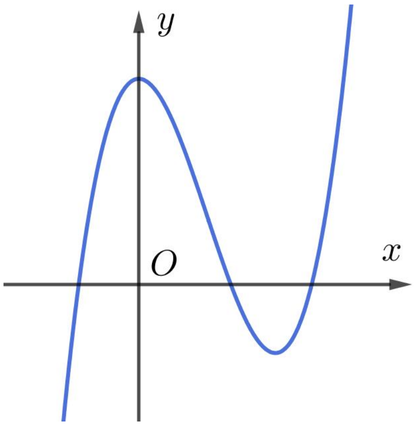
A. $x=-1$. **B.** $x=2$. **C.** $x=1$. **D.** $x=-2$.

Lời giải

Chọn A

Từ đồ thị hàm số suy ra hàm số đạt cực đại tại $x=-1$.

Câu 5 (TH) Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đồ thị trên một khoảng K như hình vẽ bên. Trên K, hàm số có bao nhiêu cực trị?



A. 3. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 1.

Lời giải

Chọn B

Trên K, hàm số có 2 cực trị.

Câu 6 (NB) Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-4}{x+2}$ là

A. $x=2$. **B.** $y=2$. **C.** $x=-2$. **D.** $y=-2$.

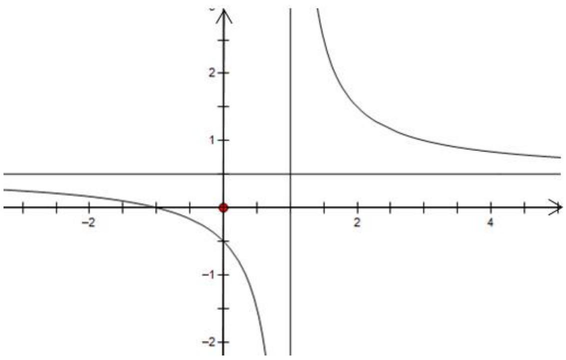
Lời giải

Chọn B

Ta có: $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2x-4}{x+2}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{2x-4}{x+2}=2$.

Vậy $y=2$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho.

Câu 7 (NB) Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A. $y=\dfrac{x+2}{2x-1}$. **B.** $y=\dfrac{2x}{3x-3}$. **C.** $y=\dfrac{x+1}{2x-2}$. **D.** $y=\dfrac{2x-4}{x-1}$.

Lời giải

Chọn C

Dựa vào hình vẽ ta thấy đồ thị có tiệm cận ngang $y=\dfrac{1}{2}$ và tiệm cận đứng $x=1$.

Phương án A: TCN: $y=\dfrac{1}{2}$ và TCĐ: $x=\dfrac{1}{2}$ (loại).

Phương án B: TCN: $y=\dfrac{2}{3}$ và TCĐ: $x=1$ (loại).

Phương án D: TCN: $y=2$ và TCĐ: $x=1$ (loại).

Phương án C: TCN: $y=\dfrac{1}{2}$ và TCĐ: $x=1$ (thỏa mãn).

Câu 8 (TH) Tìm tung độ giao điểm của đồ thị $(C): y=\dfrac{2x-3}{x+3}$ và đường thẳng $d: y=x-1$.

A. 1. **B.** -3. **C.** -1. **D.** 3 .

Lời giải

Chọn C

Phương trình hoành độ giao điểm của hai đường (C) và d là :

$\dfrac{2x-3}{x+3}=x-1\ (x\neq -3)\Rightarrow x^2=0\Leftrightarrow x=0\Rightarrow y=-1$.

Câu 9 (NB) Với $a,b>0$ tùy ý, mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\log(ab)=\log a.\log b$. **B.** $\log(ab^2)=2\log a+2\log b$.

C. $\log(ab^2)=\log a+2\log b$. **D.** $\log(ab)=\log a-\log b$.

Lời giải

Chọn C

Với $a,b>0$ ta có:

$\log(ab)=\log a+\log b$.

$\log(ab^2)=\log a+\log b^2=\log a+2\log b$.

Vậy C đúng.

Câu 10 (NB) Đạo hàm của hàm số $y=5^x+2021$ là :

A. $y'=\dfrac{5^x}{5\ln 5}$ **B.** $y'=5^x.\ln 5$ **C.** $y'=\dfrac{5^x}{\ln 5}$ **D.** $y'=5^x$

Lời giải

Chọn B

Do $\left(5^x\right)'=5^x.\ln 5$ là mệnh đề đúng.

Câu 11 (TH) Cho a là số thực dương. Giá trị của biểu thức $P=a^{\frac{2}{3}}\sqrt{a}$ bằng

A. $a^{\frac{5}{6}}$ **B.** a^5 **C.** $a^{\frac{2}{3}}$ **D.** $a^{\frac{7}{6}}$

Lời giải

Chọn D

Với $a>0$, ta có $P=a^{\frac{2}{3}}\sqrt{a}=a^{\frac{2}{3}}a^{\frac{1}{2}}=a^{\frac{7}{6}}$.

Câu 12 (NB) Tổng lập phương các nghiệm thực của phương trình $3^{x^2-4x+5}=9$ là

A. 26. **B.** 27. **C.** 28. **D.** 25.

Lời giải

Chọn C

Ta có phương trình: $3^{x^2-4x+5}=9 \Leftrightarrow 3^{x^2-4x+5}=3^2 \Leftrightarrow x^2-4x+5=2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=3 \end{array}\right.$.

Tổng lập phương các nghiệm thực của phương trình là: $1^3+3^3=28$.

Câu 13(TH) Tìm số nghiệm của phương trình $\log_3(2x-1)=2$.

A. 1. **B.** 5. **C.** 2. **D.** 0.

Lời giải

Chọn A

$\log_3(2x-1)=2 \Leftrightarrow 2x-1=3^2 \Leftrightarrow x=5$.

Vậy phương trình có 1 nghiệm.

Câu 14 (NB) Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=x^2$ là

A. $\int x^2dx=\frac{x^3}{3}+C$. **B.** $\int x^2dx=\frac{x^2}{2}+C$. **C.** $\int x^2dx=\frac{x^3}{3}$. **D.** $\int x^2dx=2x+C$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\int x^2dx=\frac{x^3}{3}+C$.

Câu 15 (TH) Một nguyên hàm của hàm số $f(x)=(x+1)^3$ là

A. $F(x)=3(x+1)^2$. **B.** $F(x)=\frac{1}{3}(x+1)^2$. **C.** $F(x)=\frac{1}{4}(x+1)^4$. **D.** $F(x)=4(x+1)^4$.

Lời giải

Chọn C

Áp dụng hệ quả chọn đáp án C.

Câu 16 (NB) Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[-1;1]$ thỏa mãn $\int_{-1}^{1} f'(x)\mathrm{d}x=5$ và $f(-1)=4$. Tìm $f(1)$.

A. $f(1)=-1$. **B.** $f(1)=1$. **C.** $f(1)=9$. **D.** $f(1)=-9$.

Lời giải

Chọn C

$\int_{-1}^{1} f'(x)\mathrm{d}x=5 \Rightarrow f(1)-f(-1)=5 \Rightarrow f(1)-4=5 \Rightarrow f(1)=9$.

Câu 17 (TH) Tích phân $I=\int_1^2\left(\frac{1}{x}+2\right)\mathrm{d}x$ bằng

A. $I=\ln 2+2$. **B.** $I=\ln 2+1$. **C.** $I=\ln 2-1$. **D.** $I=\ln 2+3$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $I=\int_1^2\left(\frac{1}{x}+2\right)\mathrm{d}x=\left(\ln|x|+2x\right)\Big|_1^2=\ln 2+4-2=\ln 2+2$.

Câu 18 (NB) Cho a, b là hai số thực thỏa mãn $a+6i=2-2bi$, với i là đơn vị ảo. Giá trị của $a+b$ bằng

A. -1. **B.** 1. **C.** -4. **D.** 5.

Lời giải

Chọn A

Ta có $a+6i=2-2bi \Leftrightarrow \begin{cases} a=2 \\ 6=-2b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=2 \\ b=-3 \end{cases} \Rightarrow a+b=-1$.

Câu 19 (NB) Cho số phức $z_1=3+2i$, $z_2=6+5i$. Tìm số phức liên hợp của số phức $z=6z_1+5z_2$

A. $\overline{z}=51+40i$. **B.** $\overline{z}=51-40i$. **C.** $\overline{z}=48+37i$. **D.** $\overline{z}=48-37i$.

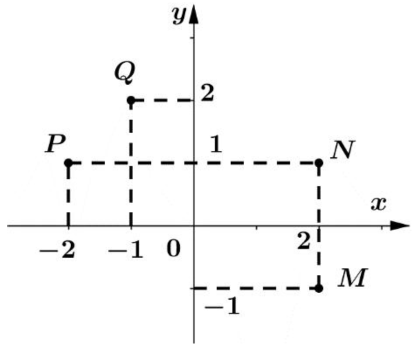
Lời giải

Chọn D

Ta có: $z=6z_1+5z_2=6(3+2i)+5(6+5i)=48+37i$.

Suy ra $\overline{z}=48-37i$.

Câu 20 (NB) Điểm nào trong hình vẽ bên là điểm biểu diễn của số phức $z=-1+2i$?



A. N. **B.** P. **C.** M. **D.** Q.

Lời giải

Chọn D

Vì $z=-1+2i$ nên điểm biểu diễn số phức z có tọa độ $(-1;2)$, đối chiếu hình vẽ ta thấy đó là điểm Q.

Câu 21 (NB) Thể tích của khối lập phương cạnh $2a$ bằng

A. $8a$. **B.** $8a^3$. **C.** a^3. **D.** $6a^3$.

Lời giải

Chọn B

Thể tích khối lập phương cạnh $2a$ là $V=(2a)^3=8a^3$.

Câu 22 (TH) Cho khối chóp có diện tích đáy bằng $6cm^2$ và có chiều cao là $2cm$. Thể tích của khối chóp đó là:

A. $6cm^3$. **B.** $4cm^3$. **C.** $3cm^3$. **D.** $12cm^3$.

Lời giải

Chọn B

Thể tích của khối chóp là: $V=\frac{1}{3}h.S_{day}=\frac{1}{3}.2.6=4\left(cm^3\right)$.

Câu 23 (NB) Cho khối nón có bán kính đáy $r=\sqrt{3}$ và chiều cao $h=4$. Tính thể tích V của khối nón đã cho.

A. $V=16\pi\sqrt{3}$. **B.** $V=12\pi$. **C.** $V=4\pi$. **D.** $V=4$.

Lời giải

Chọn C

$V=\frac{1}{3}.\pi.r^2.h=4\pi$.

Câu 24 (NB) Tính thể tích V của khối trụ có bán kính đáy $r=10\,\text{cm}$ và chiều cao $h=6\,\text{cm}$.

A. $V=120\pi\,\text{cm}^3$. **B.** $V=360\pi\,\text{cm}^3$. **C.** $V=200\pi\,\text{cm}^3$. **D.** $V=600\pi\,\text{cm}^3$.

Lời giải

Chọn D

Thể tích khối trụ là: $V=\pi r^2h=\pi.10^2.6=600\pi\,\text{cm}^3$.

Câu 25 (NB) Trong không gian với trục hệ tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a}=-\vec{i}+2\vec{j}-3\vec{k}$. Tọa độ của vectơ $\vec{a}$ là:

A. $\vec{a}(-1;2;-3)$. **B.** $\vec{a}(2;-3;-1)$. **C.** $\vec{a}(-3;2;-1)$. **D.** $\vec{a}(2;-1;-3)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\vec{a}=x\vec{i}+y\vec{j}+z\vec{k}\Leftrightarrow\vec{a}(x;y;z)$ nên $\vec{a}(-1;2;-3)$.Do đó Chọn A

Câu 26 (NB) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình $x^2+y^2+z^2+4x-2y-4=0$.Tính bán kính R của (S).

A. 1. **B.** 9. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn D

Giả sử phương trình mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-2ax-2by-2cz+d=0$ $(a^2+b^2+c^2-d>0)$

Ta có: $a=-2, b=1, c=0, d=-4\Rightarrow$ Bán kính $R=\sqrt{a^2+b^2+c^2-d}=3$.

Câu 27 (TH) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho các điểm $A(0;1;2)$, $B(2;-2;1)$, $C(-2;0;1)$. Phương trình mặt phẳng đi qua A và vuông góc với BC là

A. $2x-y-1=0$. **B.** $-y+2z-3=0$. **C.** $2x-y+1=0$. **D.** $y+2z-5=0$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\vec{n}=\overrightarrow{BC}=(-2;1;0)$.

Vậy phương trình mặt phẳng đi qua A và vuông góc với BC có dạng:

$-2(x-0)+1(y-1)=0\Leftrightarrow -2x+y-1=0\Leftrightarrow 2x-y+1=0$.

Câu 28 (NB) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;-2;1)$; $B(2;1;-1)$, véc tơ chỉ phương của đường thẳng AB là:

A. $\vec{u}=(1;-1;-2)$. **B.** $\vec{u}=(3;-1;0)$. **C.** $\vec{u}=(1;3;-2)$. **D.** $\vec{u}=(1;3;0)$.

Lời giải

Chọn C

Véctơ chỉ phương của đường thẳng AB là: $\vec{u}=\overrightarrow{AB}=(1;3;-2)$

Câu 29 (TH) Chọn ngẫu nhiên hai số khác nhau từ 27 số nguyên dương đầu tiên. Xác suất để chọn được hai số có tổng là một số chẵn bằng:

A. $\frac{13}{27}$. **B.** $\frac{14}{27}$. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** $\frac{365}{729}$.

Lời giải

Chọn A

$n(\Omega)=C_{27}^2=351$

* Trường hợp 1: hai số được chọn đều là số chẵn: $n_1=C_{13}^2=78$

* Trường hợp 2: hai số được chọn đều là số lẻ: $n_2=C_{14}^2=91$

$n(A)=n_1+n_2=78+91=169$

$P(A)=\frac{n(A)}{n(\Omega)}=\frac{169}{351}=\frac{13}{27}$

Câu 30 (TH) Cho hàm số $y=\frac{2x-1}{x+1}$. Mệnh đề nào dưới đây là đúng.

A. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;-1)$ và $(1;+\infty)$.

B. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty;-1)$ và $(-1;+\infty)$.

C. Hàm số luôn nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

D. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Lời giải

Chọn B

TXĐ: $D=\mathbb{R}\setminus\{-1\}$.

$y'=\dfrac{3}{(x+1)^2}>0,\ \forall x\neq -1$.

Suy ra hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty;-1)$ và $(1;+\infty)$.

Câu 31 (TH) Gọi M,m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\dfrac{3x-1}{x-3}$ trên đoạn $[0;2]$. Tính $2M-m$.

A. $2M-m=\dfrac{-14}{3}$. **B.** $2M-m=\dfrac{-13}{3}$. **C.** $2M-m=\dfrac{17}{3}$. **D.** $2M-m=\dfrac{16}{3}$.

Lời giải

Chọn C

Hàm số đã cho xác định trên $[0;2]$.

Ta có: $y'=\dfrac{-8}{(x-3)^2}<0,\forall x\in[0;2]$.

$y(0)=\dfrac{1}{3},\ y(2)=-5$

Giá trị lớn nhất của hàm số đã cho là $M=\dfrac{1}{3}$

Giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho là $m=-5$

Vậy $2M-m=\dfrac{17}{3}$

Câu 32 (TH) Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(x-1)\geq -1$.

A. $\left[\dfrac{-1}{2};+\infty\right)$. **B.** $\left(-1;-\dfrac{1}{2}\right]$. **C.** $\left(-\infty;-\dfrac{1}{2}\right]$. **D.** $[1;+\infty)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\log_2(x+1)\geq -1 \Leftrightarrow \begin{cases} x>-1 \\ x+1\geq \dfrac{1}{2}\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>-1 \\ x\geq \dfrac{-1}{2}\end{cases} \Leftrightarrow x\geq \dfrac{-1}{2}$.

Vậy tập nghiệm bất phương trình là $\left[\dfrac{-1}{2};+\infty\right)$.

Câu 33 (VD) Cho $\int_0^1 [f(x)-2g(x)]\,dx=12$ và $\int_0^1 g(x)\,dx=5$, khi đó $\int_0^1 f(x)\,dx$ bằng

A. -2. **B.** 12. **C.** 22. **D.** 2.

Lời giải

Chọn C

Ta có:

$$\int_0^1 \left[f(x)-2g(x)\right]\mathrm{d}x=\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x-2\int_0^1 g(x)\mathrm{d}x$$

$$\Rightarrow \int_0^1 f(x)\mathrm{d}x=\int_0^1 \left[f(x)-2g(x)\right]\mathrm{d}x+2\int_0^1 g(x)\mathrm{d}x=12+2.5=22.$$

Câu 34 (TH) Cho hai số phức $z_1=2+i$ và $z_2=-3+i$. Phần ảo của số phức $z_1\overline{z_2}$ bằng

A. -5. **B.** $-5i$. **C.** 5. **D.** $5i$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $z_1\overline{z_2}=(2+i)(-3-i)=-5-5i$.

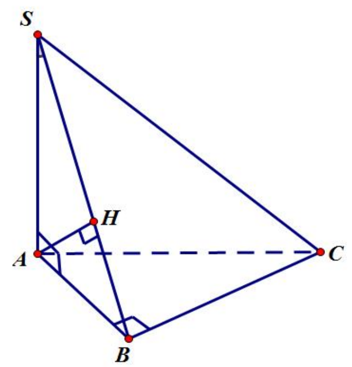
Vậy phần ảo của số phức $z_1 z_2$ bằng -5.

Câu 35 (VD) Cho khối chóp $S.ABC$ có $SA\perp(ABC)$, tam giác ABC vuông tại B, $AC=2a$, $BC=a$, $SB=2a\sqrt{3}$. Tính góc giữa SA và mặt phẳng (SBC).

A. 45°. **B.** 30°. **C.** 60°. **D.** 90°.

Lời giải

Chọn B



Kẻ $AH\perp SB$ ($H\in SB$) (1). Theo giả thiết ta có $\begin{cases} BC\perp SA \\ BC\perp AB \end{cases}\Rightarrow BC\perp(SAB)\Rightarrow BC\perp AH$ (2). Từ (1) và (2) suy ra, $AH\perp(SBC)$. Do đó góc giữa SA và mặt phẳng (SBC) bằng góc giữa SA và SH bằng góc $\widehat{ASH}$

Ta có $AB=\sqrt{AC^2-BC^2}=a\sqrt{3}$. Trong vuông ΔSAB ta có $\sin ASB=\dfrac{AB}{SB}=\dfrac{a\sqrt{3}}{2a\sqrt{3}}=\dfrac{1}{2}$. Vậy $\widehat{ASB}=\widehat{ASH}=30^\circ$.

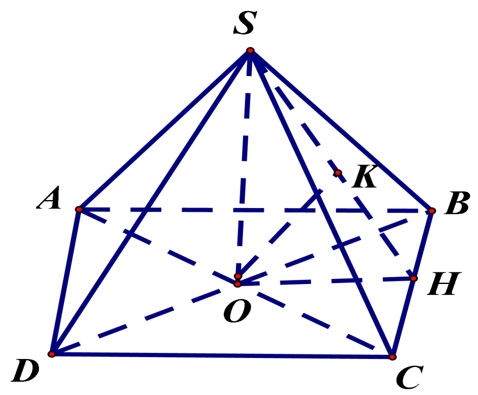
Do đó góc giữa SA và mặt phẳng (SBC) bằng 30°.

Câu 36 (VD) Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a và chiều cao bằng $a\sqrt{2}$. Tính khoảng cách d từ tâm O của đáy $ABCD$ đến một mặt bên theo a.

A. $d=\dfrac{a\sqrt{5}}{2}$. **B.** $d=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$. **C.** $d=\dfrac{2a\sqrt{5}}{3}$. **D.** $d=\dfrac{a\sqrt{2}}{3}$.

Lời giải

Chọn D



Kẻ $OH \perp BC, OK \perp SH$

Ta có: $\begin{cases} OH \perp BC \\ SO \perp BC \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SOH) \Rightarrow \begin{cases} OK \perp BC \\ OK \perp SH \end{cases} \Rightarrow OK \perp (SBC) \Rightarrow d(O;(SBC)) = OK$

Vì $OH = \dfrac{a}{2}; SO = a\sqrt{2} \Rightarrow \dfrac{1}{OK^2} = \dfrac{1}{SO^2} + \dfrac{1}{OH^2} \Rightarrow OK^2 = \dfrac{2a^2}{9} \Rightarrow OK = \dfrac{a\sqrt{2}}{3}$

Câu 37 (TH) Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $I(1;1;1)$ và $A(1;2;3)$. Phương trình của mặt cầu có tâm I và đi qua A là

A. $(x+1)^2 + (y+1)^2 + (z+1)^2 = 29$.
B. $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 5$.
C. $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 25$.
D. $x+1^2 + y+1^2 + (z+1)^2 = 5$.

Lời giải

Chọn B

Vì mặt cầu (S) có tâm $I(1;1;1)$ và đi qua $A(1;2;3)$ nên mặt cầu (S) có tâm $I(1;1;1)$ và có bán kính là $R = IA = \sqrt{5}$.

Suy ra phương trình mặt cầu (S) là: $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 5$.

Câu 38 (TH) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình tham số của đường thẳng đi qua hai điểm $A(1;0;1)$ và $B(3;2;-1)$.

A. $\begin{cases} x = 1+t \\ y = 1+t \\ z = -1-t \end{cases}, t \in R$.
B. $\begin{cases} x = 3+t \\ y = 2-t \\ z = -1-t \end{cases}, t \in R$.
C. $\begin{cases} x = 1-t \\ y = -t \\ z = 1+t \end{cases}, t \in R$.
D. $\begin{cases} x = 2+t \\ y = 2+t \\ z = -2-t \end{cases}, t \in R$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\overrightarrow{AB} = (2;2;-2) \Rightarrow \vec{u} = (-1;-1;1)$ là một VTCP của đường thẳng đi qua hai điểm $A(1;0;1)$ và $B(3;2;-1)$.

Vậy đường thẳng $AB: \begin{cases} \text{đi qua } A(1;0;1) \\ \text{VTCP } \vec{u} = (-1;-1;1) \end{cases}$ có phương trình là $\begin{cases} x = 1-t \\ y = -t \\ z = 1+t \end{cases}, t \in R$.

Câu 39 (VD) Nếu hàm số $f(x)$ có đạo hàm là $f'(x)=x^2(x+2)(x^2+x-2)(x-1)^4$ thì điểm cực trị của hàm số $f(x)$ là

A. $x=0$. **B.** $x=2$. **C.** $x=1$. **D.** $x=-2$.

Lời giải

Chọn C

$f'(x)=x^2(x+2)(x^2+x-2)(x-1)^4=x^2(x+2)^2(x-1)^5$

$f'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=-2 \\ x=1 \end{array}\right.$

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$		-2		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	

Vậy hàm số đạt cực trị tại $x=1$.

Câu 40 (VD) Số nghiệm nguyên của bất phương trình $\left(17-12\sqrt{2}\right)^x \geq \left(3+\sqrt{8}\right)^{x^2}$ là

A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 4.

Lời giải

Chọn A

Ta có

$\left(3+\sqrt{8}\right)=\left(3-\sqrt{8}\right)^{-1}, \left(17-12\sqrt{2}\right)=\left(3-\sqrt{8}\right)^2$.

Do đó $\left(17-12\sqrt{2}\right)^x \geq \left(3+\sqrt{8}\right)^{x^2} \Leftrightarrow \left(3-\sqrt{8}\right)^{2x} \geq \left(3+\sqrt{8}\right)^{x^2} \Leftrightarrow \left(3+\sqrt{8}\right)^{-2x} \geq \left(3+\sqrt{8}\right)^{x^2}$

$\Leftrightarrow -2x \geq x^2 \Leftrightarrow -2 \leq x \leq 0$. Vì x nhận giá trị nguyên nên $x \in \{-2;-1;0\}$.

Câu 41 (VD) Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có $\int\limits_0^1 f(x)\mathrm{d}x=2$, $\int\limits_0^3 f(x)\mathrm{d}x=6$. Tính $I=\int\limits_{-1}^1 f(|2x-1|)\mathrm{d}x$.

A. $I=8$. **B.** $I=16$. **C.** $I=\frac{3}{2}$. **D.** $I=4$.

Lời giải

Chọn D

Đặt $t=2x-1 \Rightarrow \mathrm{d}t=2\mathrm{d}x$.

Đổi cận: $\begin{cases} x=-1 \Rightarrow t=-3 \\ x=1 \Rightarrow t=1 \end{cases}$

Ta có: $I=\frac{1}{2}\int\limits_{-3}^1 f(|t|)\mathrm{d}t=\frac{1}{2}\left(\int\limits_{-3}^0 f(-t)\mathrm{d}t+\int\limits_0^1 f(t)\mathrm{d}t\right)$ (1).

$+\int\limits_0^1 f(t)\mathrm{d}t=\int\limits_0^1 f(x)\mathrm{d}x=2$.

$+$ Tính $\int\limits_{-3}^0 f(-t)\mathrm{d}t$: Đặt $z=-t \Rightarrow \mathrm{d}z=-\mathrm{d}t \Rightarrow \int\limits_{-3}^0 f(-t)\mathrm{d}t=-\int\limits_3^0 f(z)\mathrm{d}z=\int\limits_0^3 f(z)\mathrm{d}z=6$.

Thay vào (1) ta được $I=4$.

Câu 42 (VD) Cho số phức $z=a+bi$ (với $a,b \in \mathbb{R}$) thỏa $|z|(2+i)=z-1+i(2z+3)$. Tính $S=a+b$.

A. $S=-1$. **B.** $S=1$. **C.** $S=7$. **D.** $S=-5$.

Lời giải

Chọn A

$|z|(2+i)=z-1+i(2z+3)\Leftrightarrow |z|(2+i)+1-3i=z(1+2i)\Leftrightarrow (1+2|z|)+(|z|-3)i=z(1+2i)$

Suy ra: $(1+2|z|)^2+(|z|-3)^2=5|z|^2\Leftrightarrow |z|=5$

Khi đó, ta có: $5(2+i)=z-1+i(2z+3)\Leftrightarrow z(1+2i)=11+2i\Leftrightarrow z=\dfrac{11+2i}{1+2i}=3-4i$

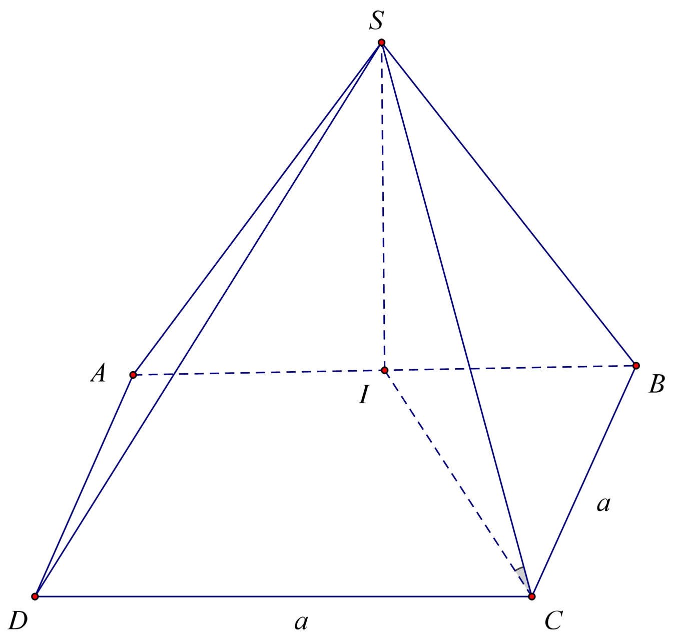
Vậy $S=a+b=3-4=-1$.

Câu 43 (VD) Cho hình chóp $S.ABCD$ với $ABCD$ là hình vuông cạnh a. Mặt bên SAB là tam giác cân tại S và nằm trên mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Cạnh bên SC tạo với đáy một góc $60°$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

A. $\dfrac{a^3\sqrt{15}}{2}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{15}}{6}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{6}}{3}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Lời giải

Chọn B



Gọi I là trung điểm của AB.

Ta có: ΔSAB cân tại S $\Rightarrow SI\perp AB$ (1)

Mặt khác: $\begin{cases}(SAB)\perp(ABCD)\\(SAB)\cap(ABCD)=AB\end{cases}$ (2)

Từ (1) và (2), suy ra: $SI\perp(ABCD)$

$\Rightarrow SI$ là chiều cao của hình chóp $S.ABCD$

$\Rightarrow IC$ là hình chiếu của SC lên mặt phẳng $(ABCD)$

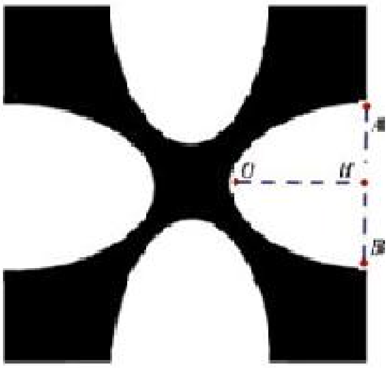
$\Rightarrow \widehat{(SC,(ABCD))}=\widehat{(SC,IC)}=\widehat{SCI}=60°$

Xét ΔIBC vuông tại B, ta có: $IC=\sqrt{IB^2+BC^2}=\sqrt{\left(\dfrac{a}{2}\right)^2+a^2}=\dfrac{a\sqrt{5}}{2}$

Xét ΔSIC vuông tại I, ta có: $SI=IC.\tan 60°=\dfrac{a\sqrt{5}}{2}.\sqrt{3}=\dfrac{a\sqrt{15}}{2}$

Vậy thể tích khối chóp $S.ABCD$ là: $V=\frac{1}{3}.S_{ABCD}.SI=\frac{1}{3}.a^2.\frac{a\sqrt{15}}{2}=\frac{a^3\sqrt{15}}{6}$.

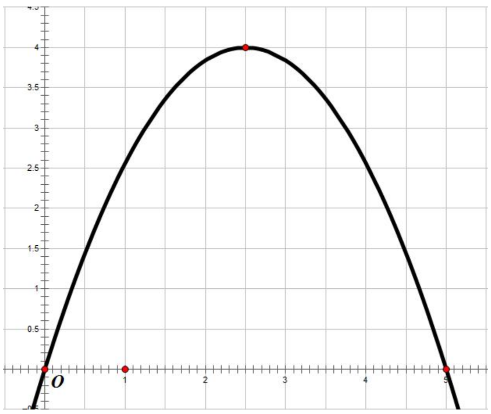
Câu 44 (VD) Một hoa văn trang trí được tạo ra từ một miếng bìa mỏng hình vuông cạnh bằng 10 cm bằng cách khoét đi bốn phần bằng nhau có hình dạng parabol như hình bên. Biết $AB=5$ cm, $OH=4$ cm. Tính diện tích bề mặt hoa văn đó.



A. $\frac{160}{3}\text{cm}^2$ **B.** $\frac{140}{3}\text{cm}^2$ **C.** $\frac{14}{3}\text{cm}^2$ **D.** $50\ \text{cm}^2$

Lời giải

Chọn B



Đưa parabol vào hệ trục Oxy ta tìm được phương trình là: $(P): y=-\frac{16}{25}x^2+\frac{16}{5}x$.

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi $(P): y=-\frac{16}{25}x^2+\frac{16}{5}x$, trục hoành và các đường thẳng $x=0$, $x=5$ là: $S=\int_0^5\left(-\frac{16}{25}x^2+\frac{16}{5}x\right)\mathrm{d}x=\frac{40}{3}$.

Tổng diện tích phần bị khoét đi: $S_1=4S=\frac{160}{3}\ \text{cm}^2$.

Diện tích của hình vuông là: $S_{hv}=100\ \text{cm}^2$.

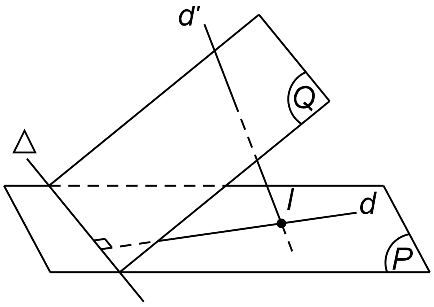
Vậy diện tích bề mặt hoa văn là: $S_2=S_{hv}-S_1=100-\frac{160}{3}=\frac{140}{3}\ \text{cm}^2$.

Câu 45 (VD) Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho đường thẳng Δ là giao tuyến của hai mặt phẳng $(P): z-1=0$ và $(Q): x+y+z-3=0$. Gọi d là đường thẳng nằm trong mặt phẳng (P), cắt đường thẳng $\frac{x-1}{1}=\frac{y-2}{-1}=\frac{z-3}{-1}$ và vuông góc với đường thẳng Δ. Phương trình của đường thẳng d là

A. $\begin{cases}x=3+t\\y=t\\z=1+t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=3-t\\y=t\\z=1\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=3+t\\y=t\\z=1\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=3+t\\y=-t\\z=1+t\end{cases}$.

Lời giải

Chọn C



Đặt $\vec{n}_P=(0;0;1)$ và $\vec{n}_Q=(1;1;1)$ lần lượt là véctơ pháp tuyến của (P) và (Q).

Do $\Delta=(P)\cap(Q)$ nên Δ có một véctơ chỉ phương $\vec{u}_\Delta=\left[\vec{n}_P,\vec{n}_Q\right]=(-1;1;0)$.

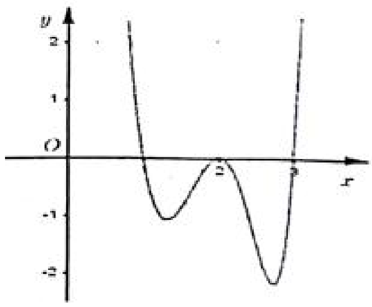
Đường thẳng d nằm trong (P) và $d\perp\Delta$ nên d có một véctơ chỉ phương là $\vec{u}_d=\left[\vec{n}_P,u'_\Delta\right]$ $=(-1;-1;0)$.

Gọi $d':\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z-3}{-1}$ và $A=d'\cap d\Rightarrow A=d'\cap(P)$

Xét hệ phương trình $\begin{cases} z-1=0 \\ \dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z-3}{-1} \end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} z=1 \\ y=0 \\ x=3 \end{cases}\Rightarrow A(3;0;1)$.

Do đó phương trình đường thẳng $d:\begin{cases} x=3+t \\ y=t \\ z=1 \end{cases}$.

Câu 46 (VDC) Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ. Hỏi hàm số $y=f(f(x))$ có bao nhiêu điểm cực trị?



A. 6 **B.** 7 **C.** 8 **D.** 9

Lời giải

Chọn D

* Từ đồ thị hàm số $y=f(x)$ nhận thấy

+) $f'(x)=0\Leftrightarrow\begin{cases} x=a \\ x=2 \\ x=b \end{cases}$ với $0<x_0<a<2<b<3$.

+) $f'(x)>0\Leftrightarrow a<x<2$ hoặc $x>b$.

+) $f'(x)<0\Leftrightarrow x<a$ hoặc $2<x<b$.

* Ta có : $y=f(f(x))\Rightarrow y'=f'(f(x)).f'(x)$.

$$y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f'\left(f\left(x\right)\right) = 0 \\ f'\left(x\right) = 0 \end{array}\right.$$

* Phương trình $f'\left(f\left(x\right)\right) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f\left(x\right) = a \\ f\left(x\right) = 2 \\ f\left(x\right) = b \end{array}\right.$ với $0 < x_0 < a < 2 < b < 3$.

Mỗi đường thẳng $y = b$, $y = 2$, $y = a$ đều cắt đồ thị hàm số đã cho tại 2 điểm phân biệt lần lượt tính từ trái qua phải có hoành độ là x_1 và x_6; x_2 và x_5; x_3 và x_4 nên:

$$\begin{cases} x_1 < x_2 < x_3 < x_0 < 3 < x_4 < x_5 < x_6 \\ f\left(x_1\right) = f\left(x_6\right) = b \\ f\left(x_2\right) = f\left(x_5\right) = 2 \\ f\left(x_3\right) = f\left(x_4\right) = a \end{cases}$$

* Cũng từ đồ thị hàm số đã cho suy ra:

Do đó: $f'\left(f\left(x\right)\right) > 0 \Leftrightarrow a < f\left(x\right) < 2$ hoặc $f\left(x\right) > b$.

Ta có BBT:

x	$-\infty$ x_1 x_2 x_3 a 2 b x_4 x_5 x_6 $+\infty$
$f'\left(x\right)$	$-$ $-$ $-$ $-$ 0 $+$ 0 $-$ 0 $+$ $+$ $+$ $+$
$f'\left(f\left(x\right)\right)$	$+$ 0 $-$ 0 $+$ 0 $-$ $-$ $-$ $-$ 0 $+$ 0 $-$ 0 $+$
$\left[f\left(f\left(x\right)\right)\right]'$	$-$ 0 $+$ 0 $-$ 0 $+$ 0 $-$ 0 $+$ 0 $-$ 0 $+$ 0 $-$ 0 $+$

Vậy hàm số có 9 điểm cực trị.

Câu 47 (VDC) Cho $\log_9 x = \log_{12} y = \log_{16}\left(x + y\right)$. Giá trị của tỷ số $\dfrac{x}{y}$ là.

A. 2 **B.** $\dfrac{1-\sqrt{5}}{2}$ **C.** 1 **D.** $\dfrac{-1+\sqrt{5}}{2}$

Lời giải

Chọn D

$\log_9 x = \log_{12} y = \log_{16}\left(x + y\right)$.

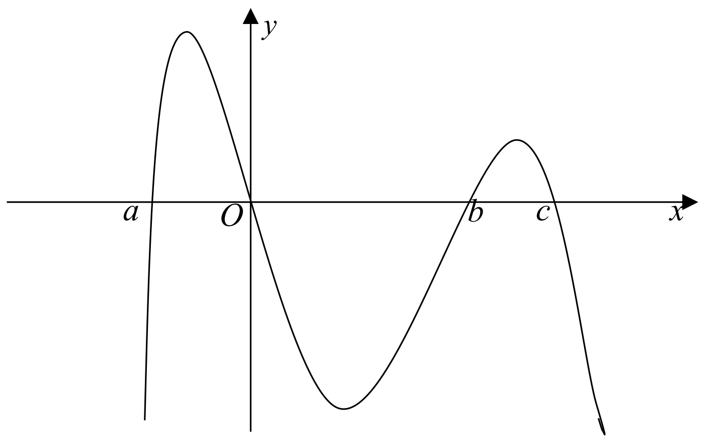
Đặt $t = \log_9 x \Leftrightarrow x = 9^t$. Ta được :

$t = \log_{12} y = \log_{16}\left(x + y\right)$.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = 12^t \\ x + y = 16^t \end{cases} \text{ hay } 9^t + 12^t = 16^t \Leftrightarrow \left(\frac{3}{4}\right)^{2t} + \left(\frac{3}{4}\right)^t - 1 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \left(\frac{3}{4}\right)^t = \frac{-1+\sqrt{5}}{2} \\ \left(\frac{3}{4}\right)^t = \frac{-1-\sqrt{5}}{2}\left(loai\right) \end{array}\right..$$

Khi đó: $\dfrac{x}{y} = \left(\dfrac{3}{4}\right)^t = \dfrac{-1+\sqrt{5}}{2}$.

Câu 48 (VDC) Cho hàm số $y = f\left(x\right)$. Hàm số $y = f'\left(x\right)$ có đồ thị như hình vẽ. Biết phương trình $f'\left(x\right) = 0$ có bốn nghiệm phân biệt $a, 0, b, c$ với $a < 0 < b < c$.



A. $f(b) > f(a) > f(c)$. **B.** $f(a) > f(b) > f(c)$.

C. $f(a) > f(c) > f(b)$. **D.** $f(c) > f(a) > f(b)$.

Lời giải

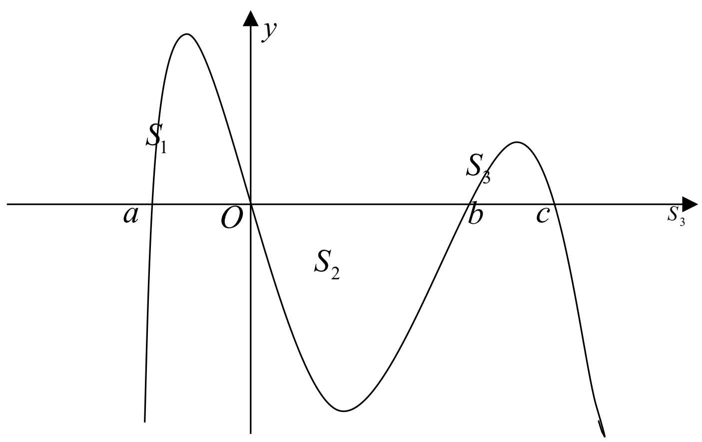
Chọn C

Bảng biến thiên của b :

x	$-\infty$		a		0		b		c		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	$f(a)$	$\nearrow$	$f(0)$	$\searrow$	$f(b)$	$\nearrow$	$f(c)$	$\searrow$	$-\infty$

Do đó ta có $f(c) > f(b)$ (1)

Ta gọi S_1, S_2, S_3 lần lượt là các phần diện tích giới hạn bởi đồ thị hàm số b và trục hoành như hình bên.



$$S_2 > S_1 + S_3 \Leftrightarrow -\int_0^b f'(x)\,\mathrm{d}x > \int_a^0 f'(x)\,\mathrm{d}x + \int_b^c f'(x)\,\mathrm{d}x \Leftrightarrow -f(x)\Big|_0^b > f(x)\Big|_a^0 + f(x)\Big|_b^c$$

$$\Leftrightarrow f(0) - f(b) > f(0) - f(a) + f(c) - f(b)$$

$$\Rightarrow f(a) > f(c) \text{ (2)}$$

Từ (1) và (2) suy ra $f(a) > f(c) > f(b)$.

Câu 49 (VDC) Cho số phức z thỏa mãn $|z-1-i| = 1$, số phức w thỏa mãn $|\overline{w}-2-3i| = 2$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $|z-w|$.

A. $\sqrt{13}-3$ **B.** $\sqrt{17}-3$ **C.** $\sqrt{17}+3$ **D.** $\sqrt{13}+3$

Lời giải

Chọn B

Gọi $M(x;y)$ biểu diễn số phức $z=x+iy$ thì M thuộc đường tròn (C_1) có tâm $I_1(1;1)$, bán kính $R_1=1$.

$N(x';y')$ biểu diễn số phức $w=x'+iy'$ thì N thuộc đường tròn (C_2) có tâm $I_2(2;-3)$, bán kính $R_2=2$. Giá trị nhỏ nhất của $|z-w|$ chính là giá trị nhỏ nhất của đoạn MN.

Ta có $\overrightarrow{I_1I_2}=(1;-4)\Rightarrow I_1I_2=\sqrt{17}>R_1+R_2\Rightarrow(C_1)$ và (C_2) ở ngoài nhau.

$\Rightarrow MN_{\min}=I_1I_2-R_1-R_2=\sqrt{17}-3$

Câu 50 (VDC) Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M\left(\frac{1}{2};\frac{\sqrt{3}}{2};0\right)$ và mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2=8$. Một đường thẳng đi qua điểm M và cắt (S) tại hai điểm phân biệt A, B. Diện tích lớn nhất của tam giác OAB bằng

A. 4. **B.** $2\sqrt{7}$. **C.** $2\sqrt{2}$. **D.** $\sqrt{7}$.

Lời giải

Chọn D

Mặt cầu (S) có tâm $O(0;0;0)$ và bán kính $R=2\sqrt{2}$.

Ta có: $\overrightarrow{OM}=\left(\frac{1}{2};\frac{\sqrt{3}}{2};0\right)\Rightarrow OM=1<R\Rightarrow$ điểm M nằm trong mặt cầu (S).

Gọi H là trung điểm $AB\Rightarrow OH\le OM$.

Đặt $OH=x\Rightarrow 0\le x\le 1$.

Đặt $\widehat{AOH}=\alpha\Rightarrow\sin\alpha=\frac{AH}{OA}=\frac{\sqrt{OA^2-OH^2}}{OA}=\frac{\sqrt{8-x^2}}{2\sqrt{2}}$; $\cos\alpha=\frac{OH}{OA}=\frac{x}{2\sqrt{2}}$.

Suy ra $\sin\widehat{AOB}=2\sin\alpha\cos\alpha=\frac{x\sqrt{8-x^2}}{4}$.

Ta có: $S_{\Delta OAB}=\frac{1}{2}OA.OB.\sin\widehat{AOB}=x\sqrt{8-x^2}$ với $0\le x\le 1$.

Xét hàm số $f(x)=x\sqrt{8-x^2}$ trên đoạn $[0;1]$

$f'(x)=\sqrt{8-x^2}-\frac{x^2}{\sqrt{8-x^2}}=\frac{8-2x^2}{\sqrt{8-x^2}}>0,\forall x\in[0;1]\Rightarrow\max\limits_{[0;1]}f(x)=f(1)=\sqrt{7}$

Vậy diện tích lớn nhất của tam giác OAB bằng $\sqrt{7}$.