



ĐỀ THI TN THPT NĂM HỌC 2021 – 2022

MÔN THI: TOÁN

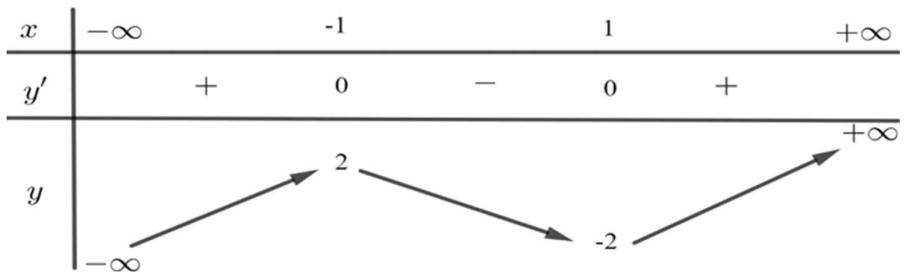
Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

- Câu 1.** Nếu $\int_0^2 f(x)dx = 4$ thì $\int_0^2 \left[\frac{1}{2}f(x) + 2 \right] dx$ bằng
A. 6. **B.** 8. **C.** 4. **D.** 2.
- Câu 2.** Cho khối lăng trụ có diện tích đáy là $3a^2$ và chiều cao $2a$. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng
A. a^3 . **B.** $6a^3$. **C.** $3a^3$. **D.** $2a^3$.
- Câu 3.** Nếu $\int_{-1}^5 f(x)dx = -3$ thì $\int_{-1}^{-1} f(x)dx$ bằng
A. 5. **B.** 6. **C.** 4. **D.** 3.
- Câu 4.** Cho $\int f(x)dx = -\cos x + C$. Khẳng định nào dưới đây đúng?
A. $f(x) = -\sin x$. **B.** $f(x) = -\cos x$. **C.** $f(x) = \sin x$. **D.** $f(x) = \cos x$.
- Câu 5.** Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	–	0	+	0	–
y	$+\infty$	0	3	0	$+\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A.** $(1; +\infty)$. **B.** $(0; 1)$. **C.** $(-1; 0)$. **D.** $(0; +\infty)$.
- Câu 6.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 6$. Đường kính của (S) bằng:
A. $R = \sqrt{6}$. **B.** 12. **C.** $R = 2\sqrt{6}$. **D.** 3.
- Câu 7.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; 2; -3)$. Hình chiếu vuông góc của A lên mặt phẳng (Oxy) có tọa độ là
A. $(0; 2; -3)$. **B.** $(1; 0; -3)$. **C.** $(1; 2; 0)$. **D.** $(1; 0; 0)$.
- Câu 8.** Cho khối chóp $S.ABC$ có chiều cao bằng 3, đáy ABC có diện tích bằng 10. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng
A. 2. **B.** 15. **C.** 10. **D.** 30.
- Câu 9.** Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 1$ và $u_2 = 2$. Công bội của cấp số nhân đã cho là:
A. $q = \frac{1}{2}$. **B.** $q = 2$. **C.** $q = -2$. **D.** $q = -\frac{1}{2}$.
- Câu 10.** Cho hình trụ có chiều cao $h = 1$ và bán kính $r = 2$. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng
A. 4π . **B.** 2π . **C.** 3π . **D.** 6π .
- Câu 11.** Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{2x+4}$ là đường thẳng có phương trình:
A. $x = -2$. **B.** $x = 1$. **C.** $y = 1$. **D.** $y = -2$.
- Câu 12.** Tập nghiệm của bất phương trình $\log_5(x+1) > 2$ là
A. $(9; +\infty)$. **B.** $(25; +\infty)$. **C.** $(31; +\infty)$. **D.** $(24; +\infty)$.
- Câu 13.** Hàm số nào dưới đây có bảng biến thiên như sau?

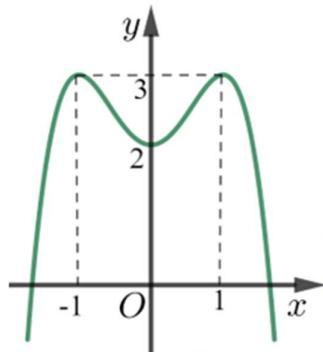


- A. $y = x^4 - 2x^2$. B. $y = -x^3 + 3x$. C. $y = -x^4 + 2x^2$. D. $y = x^3 - 3x$.

Câu 14. Môđun của số phức $z = 3 + 4i$ bằng

- A. 25. B. $\sqrt{7}$. C. 5. D. 7.

Câu 15. Cho hàm số $f(x) = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị là đường cong trong hình bên.



Số nghiệm thực của phương trình $f(x) = 1$ là

- A. 1. B. 2. C. 4. D. 3.

Câu 16. Tập xác định của hàm số $y = \log_3(x-4)$ là

- A. $(5; +\infty)$. B. $(-\infty; +\infty)$. C. $(4; +\infty)$. D. $(-\infty; 4)$.

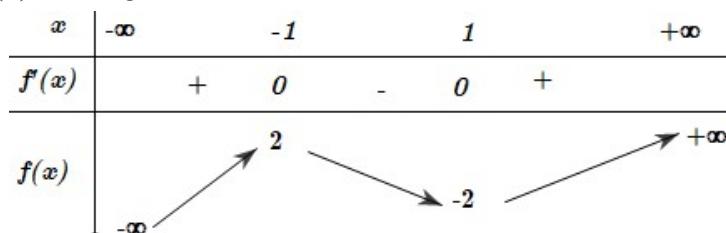
Câu 17. Với a là số thực dương tùy ý, $4 \log \sqrt{a}$ bằng

- A. $-2 \log a$. B. $2 \log a$. C. $-4 \log a$. D. $8 \log a$.

Câu 18. Số các tổ hợp chập 3 của 12 phần tử là

- A. 1320. B. 36. C. 220. D. 1728.

Câu 19. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Điểm cực tiểu của hàm số đã cho là:

- A. $x = -2$. B. $x = 2$. C. $x = -1$. D. $x = 1$.

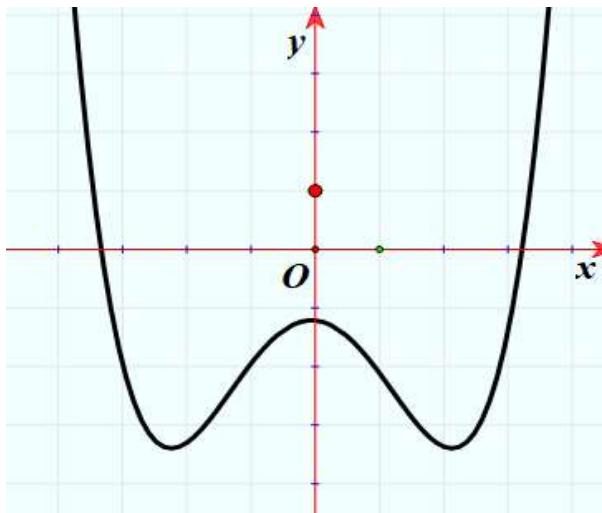
Câu 20. Trong không gian $Oxyz$, phương trình của mặt phẳng (Oyz) là:

- A. $z = 0$. B. $x = 0$. C. $x + y + z = 0$. D. $y = 0$.

Câu 21. Nghiệm của phương trình $3^{2x+1} = 3^{2-x}$ là:

- A. $x = \frac{1}{3}$. B. $x = 0$. C. $x = -1$. D. $x = 1$.

Câu 22. Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị như đường cong trong hình bên.



Số điểm cực trị của hàm số đã cho là:

A. 2.

B. 3.

C. 1.

D. 0.

- Câu 23.** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 2+t \\ y = 1-2t \\ z = -1+3t \end{cases}$. Vec-tor nào dưới đây là một véc-tor chỉ phương của d ?

A. $\vec{u}_1 = (2; 1; -1)$.

B. $\vec{u}_2 = (1; 2; 3)$.

C. $\vec{u}_3 = (1; -2; 3)$.

D. $\vec{u}_4 = (2; 1; 1)$.

- Câu 24.** Cho tam giác OIM vuông tại I có $OI = 3$ và $IM = 4$. Khi quay tam giác OIM quanh cạnh góc vuông OI thì đường gấp khúc OMI tạo thành hình nón có độ dài đường sinh bằng
A. 7. **B.** 3. **C.** 5. **D.** 4.

- Câu 25.** Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức $z = 2 - 7i$ có tọa độ là
A. $(2; 7)$. **B.** $(-2; 7)$. **C.** $(2; -7)$. **D.** $(-7; 2)$.

- Câu 26.** Cho hai số phức $z_1 = 2 + 3i$ và $z_2 = 1 - i$. Số phức $z_1 + z_2$ bằng
A. $5 + i$. **B.** $3 + 2i$. **C.** $1 + 4i$. **D.** $3 + 4i$.

- Câu 27.** Cho hàm số $f(x) = e^x + 2x$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int f(x) dx = e^x + x^2 + C$.

B. $\int f(x) dx = e^x + C$.

C. $\int f(x) dx = e^x - x^2 + C$.

D. $\int f(x) dx = e^x + 2x^2 + C$.

- Câu 28.** Đạo hàm của hàm số $y = x^{-3}$ là

A. $y' = -x^{-4}$.

B. $y' = -\frac{1}{2}x^{-2}$.

C. $y' = -\frac{1}{3}x^{-4}$.

D. $y' = -3x^{-4}$.

- Câu 29.** Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 2; -1)$, $B(3; 0; 1)$ và $C(2; 2; -2)$. Đường thẳng đi qua A và vuông góc với mặt phẳng (ABC) có phương trình là

A. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z+1}{3}$.

B. $\frac{x+1}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-1}{1}$.

C. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-1}{-1}$.

D. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+1}{1}$.

- Câu 30.** Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 10$ trên đoạn $[-2; 2]$ bằng

A. -12.

B. 10.

C. 15.

D. -1.

- Câu 31.** Có bao nhiêu giá trị nguyên thuộc tập xác định của hàm số $y = \log[(6-x)(x+2)]$?

A. 7.

B. 8.

C. 9.

D. Vô số.

Câu 32. Gọi z_1 và z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 + z + 6 = 0$. Khi đó $z_1 + z_2 + z_1 z_2$ bằng:

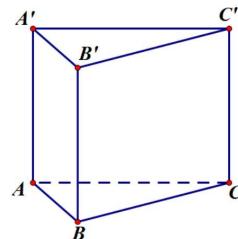
A. 7.

B. 5.

C. -7.

D. -5.

Câu 33. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , $AC=2$, $AB=\sqrt{3}$ và $AA'=1$ (tham khảo hình bên).



Góc giữa hai mặt phẳng (ABC') và (ABC) bằng

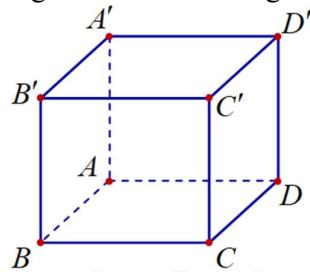
A. 30° .

B. 45° .

C. 90° .

D. 60° .

Câu 34. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB=a$, $BC=2a$ và $AA'=3a$ (tham khảo hình bên). Khoảng cách giữa hai đường thẳng BD và $A'C'$ bằng



A. a .

B. $\sqrt{2}a$.

C. $2a$.

D. $3a$.

Câu 36. Hàm số nào dưới đây đồng biến trên \mathbb{R} ?

A. $y=x^4-x^2$.

B. $y=x^3-x$.

C. $y=\frac{x-1}{x+2}$.

D. $y=x^3+x$.

Câu 37. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(0;-3;2)$ và mặt phẳng $(P): 2x-y+3z+5=0$. Mặt phẳng đi qua A và song song với (P) có phương trình là

A. $2x-y+3x+9=0$. B. $2x+y+3x-3=0$. C. $2x+y+3x+3=0$. D. $2x-y+3x-9=0$.

Câu 35. Cho hàm số $f(x)=1-\frac{1}{\cos^2 2x}$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int f(x) dx = x + \tan 2x + C$.

B. $\int f(x) dx = x + \frac{1}{2} \cot 2x + C$.

C. $\int f(x) dx = x - \frac{1}{2} \tan 2x + C$.

D. $\int f(x) dx = x + \frac{1}{2} \tan 2x + C$.

Câu 38. Chọn ngẫu nhiên một số từ tập hợp các số tự nhiên thuộc đoạn $[40;60]$. Xác suất để chọn được số có chữ số hàng đơn vị lớn hơn chữ số hàng chục bằng

A. $\frac{4}{7}$

B. $\frac{2}{5}$

C. $\frac{3}{5}$

D. $\frac{3}{7}$

Câu 39. Có bao nhiêu số nguyên dương a sao cho ứng với mỗi a có đúng ba số nguyên b thỏa mãn $(3^b - 3)(a \cdot 2^b - 18) < 0$?

A. 72

B. 73

C. 71

D. 74

Câu 40. Cho hàm số $f(x)=(m-1)x^4-2mx^2+1$ với m là tham số thực. Nếu $\min_{[0;3]} f(x) = f(2)$ thì

$\max_{[0;3]} f(x)$ bằng

A. $-\frac{13}{3}$.

B. 4.

C. $-\frac{14}{3}$.

D. 1.

- Câu 41.** Biết $F(x)$ và $G(x)$ là hai nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên \mathbb{R} và $\int_0^3 f(x)dx = F(3) - G(0) + a$ ($a > 0$). Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = F(x)$, $y = G(x)$, $x = 0$ và $x = 3$. Khi $S = 15$ thì a bằng:

A. 15.

B. 12.

C. 18.

D. 5.

- Câu 42.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; 2; -2)$. Gọi (P) là mặt phẳng chứa trục Ox sao cho khoảng cách từ A đến (P) lớn nhất. Phương trình của (P) là
- A. $2y + z = 0$. B. $2y - z = 0$. C. $y + z = 0$. D. $y - z = 0$.

- Câu 43.** Cho hình nón có góc ở đỉnh là 120° và chiều cao bằng 4. Gọi (S) là mặt cầu đi qua đỉnh và chứa đường tròn đáy của hình nón đã cho. Tính diện tích của (S) bằng:
- A. 64π . B. 256π . C. 192π . D. 96π .

- Câu 44.** Xét tất cả các số thực x, y sao cho $a^{4x-\log_5 a^2} \leq 25^{40-y^2}$ với mọi số thực dương a . Giá trị lớn nhất của biểu thức $P = x^2 + y^2 + x - 3y$ bằng
- A. $\frac{125}{2}$. B. 80. C. 60. D. 20.

- Câu 45.** Cho các số phức z_1, z_2, z_3 thỏa mãn $|z_1| = |z_2| = 2|z_3| = 2$ và $8(z_1 + z_2)z_3 = 3z_1z_2$. Gọi A, B, C lần lượt là các điểm biểu diễn của z_1, z_2, z_3 trên mặt phẳng tọa độ. Diện tích tam giác ABC bằng
- A. $\frac{\sqrt{55}}{32}$. B. $\frac{\sqrt{55}}{16}$. C. $\frac{\sqrt{55}}{44}$. D. $\frac{\sqrt{55}}{8}$.

- Câu 46.** Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A , $AB = 2a$. Góc giữa đường thẳng BC' và mặt phẳng $(ACC'A')$ bằng 30° . Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. $3a^3$.

B. a^3 .

C. $12\sqrt{2}a^3$.

D. $4\sqrt{2}a^3$.

- Câu 47.** Cho hàm số $y = f(x)$. Biết rằng hàm số $g(x) = \ln f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	x_1	x_2	x_3	$+\infty$
$g(x)$	$+\infty$	$\ln \frac{43}{8}$	$\ln 6$	$\ln 2$	$+\infty$

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f'(x)$ và $y = g'(x)$ thuộc khoảng nào dưới đây?

A. $(5; 6)$.

B. $(4; 5)$.

C. $(2; 3)$.

D. $(3; 4)$.

- Câu 48.** Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z^2| = 2|z - \bar{z}|$ và $|(z - 4)(\bar{z} - 4i)| = |z + 4i|^2$?

A. 3.

B. 1.

C. 2.

D. 4.

- Câu 49.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) tâm $I(1; 3; 9)$ bán kính bằng 3. Gọi M, N là hai điểm lần lượt thuộc hai trục Ox, Oz sao cho đường thẳng MN tiếp xúc với (S) , đồng thời mặt cầu

ngoại tiếp tú diện $OIMN$ có bán kính bằng $\frac{13}{2}$. Gọi A là tiếp điểm của MN và (S) , giá trị $AM \cdot AN$ bằng

- A.** 39. **B.** $12\sqrt{3}$. **C.** 18. **D.** $28\sqrt{3}$.

Câu 50. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $y = |x^4 - 2mx^2 + 64x|$ có đúng ba điểm cực trị

- A.** 5. **B.** 6. **C.** 12. **D.** 11.

----- Hết -----

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
A	B	D	C	B	C	C	C	B	A	C	D	D	C	B	C	B	C	D	B	A	B	C	C	C
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
B	A	D	D	C	A	B	B	D	C	D	D	D	B	B	D	D	B	C	B	D	D	B	C	

LỜI GIẢI CHI TIẾT

- Câu 1.** Nếu $\int_0^2 f(x)dx = 4$ thì $\int_0^2 \left[\frac{1}{2}f(x) + 2 \right] dx$ bằng
A. 6. **B.** 8. **C.** 4. **D.** 2.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có: } \int_0^2 \left[\frac{1}{2}f(x) + 2 \right] dx = \frac{1}{2} \int_0^2 f(x)dx + \int_0^2 2 dx = 2 + 4 = 6.$$

- Câu 2.** Cho khối lăng trụ có diện tích đáy là $3a^2$ và chiều cao $2a$. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng
A. a^3 . **B.** $6a^3$. **C.** $3a^3$. **D.** $2a^3$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có: } V = B.h = 3a^2 \cdot 2a = 6a^3.$$

- Câu 3.** Nếu $\int_{-1}^5 f(x)dx = -3$ thì $\int_5^{-1} f(x)dx$ bằng
A. 5. **B.** 6. **C.** 4. **D.** 3.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có: } \int_5^{-1} f(x)dx = - \int_{-1}^5 f(x)dx = -(-3) = 3.$$

- Câu 4.** Cho $\int f(x)dx = -\cos x + C$. Khẳng định nào dưới đây đúng?
A. $f(x) = -\sin x$. **B.** $f(x) = -\cos x$. **C.** $f(x) = \sin x$. **D.** $f(x) = \cos x$.

Lời giải

Chọn C

Áp dụng công thức $\int \sin x dx = -\cos x + C$. Suy ra $f(x) = \sin x$.

- Câu 5.** Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	-	0	+	0	-
y	$+\infty$	0	3	0	$+\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A.** $(1; +\infty)$. **B.** $(0; 1)$. **C.** $(-1; 0)$. **D.** $(0; +\infty)$.

Lời giải

Chọn B

- Câu 6.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 6$. Đường kính của (S) bằng:
A. $R = \sqrt{6}$. **B.** 12. **C.** $R = 2\sqrt{6}$. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C

Ta có bán kính mặt cầu $R = \sqrt{6}$. suy ra đường kính mặt cầu bằng $2R = 2\sqrt{6}$.

- Câu 7.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; 2; -3)$. Hình chiếu vuông góc của A lên mặt phẳng (Oxy) có tọa độ là
A. $(0; 2; -3)$. **B.** $(1; 0; -3)$. **C.** $(1; 2; 0)$. **D.** $(1; 0; 0)$.

Lời giải

Chọn C

Do điểm $A(1; 2; -3)$ nên hình chiếu vuông góc của A lên mặt phẳng (Oxy) có tọa độ là $(1; 2; 0)$.

- Câu 8.** Cho khối chóp $S.ABC$ có chiều cao bằng 3, đáy ABC có diện tích bằng 10. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng
A. 2. **B.** 15. **C.** 10. **D.** 30.

Lời giải

Chọn C

Thể tích khối chóp $S.ABC$ là $V = \frac{1}{3}B.h = \frac{1}{3}.10.3 = 10$.

- Câu 9.** Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 1$ và $u_2 = 2$. Công bội của cấp số nhân đã cho là:

- A.** $q = \frac{1}{2}$. **B.** $q = 2$. **C.** $q = -2$. **D.** $q = -\frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $u_2 = u_1.q \Rightarrow q = \frac{u_2}{u_1} = 2$.

- Câu 10.** Cho hình trụ có chiều cao $h = 1$ và bán kính $r = 2$. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng
A. 4π . **B.** 2π . **C.** 3π . **D.** 6π .

Lời giải

Chọn A

Ta có $S_{xq} = 2\pi r h = 4\pi$.

- Câu 11.** Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{2x+4}$ là đường thẳng có phương trình:

- A.** $x = -2$. **B.** $x = 1$. **C.** $y = 1$. **D.** $y = -2$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2x-1}{2x+4} = 1$ suy ra tiệm cận ngang của đồ thị là đường thẳng $y = 1$.

- Câu 12.** Tập nghiệm của bất phương trình $\log_5(x+1) > 2$ là

- A.** $(9; +\infty)$. **B.** $(25; +\infty)$. **C.** $(31; +\infty)$. **D.** $(24; +\infty)$.

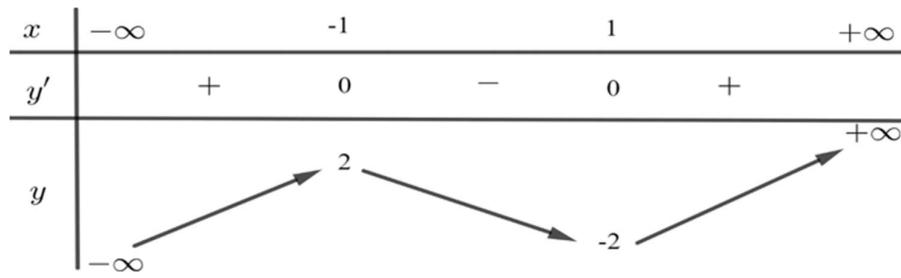
Lời giải

Chọn D

Đkxđ: $x > -1$

$$\log_5(x+1) > 2 \Leftrightarrow \log_5(x+1) > \log_5 25 \Leftrightarrow x+1 > 25 \Leftrightarrow x > 24$$

- Câu 13.** Hàm số nào dưới đây có bảng biến thiên như sau?



- A. $y = x^4 - 2x^2$. B. $y = -x^3 + 3x$. C. $y = -x^4 + 2x^2$. D. $y = x^3 - 3x$.

Lời giải

Chọn D

Từ BBT ta nhận thấy hàm số có hai điểm cực trị và đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$. Do đó hàm số là hàm đa thức bậc ba có hệ số $a > 0$.

Câu 14. Môđun của số phức $z = 3 + 4i$ bằng

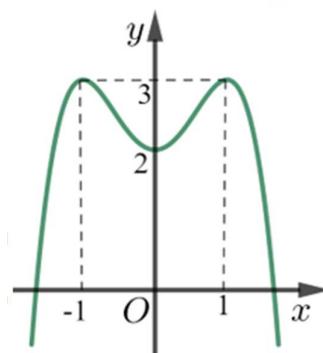
- A. 25. B. $\sqrt{7}$. C. 5. D. 7.

Lời giải

Chọn C

Ta có $|z| = \sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{25} = 5$

Câu 15. Cho hàm số $f(x) = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị là đường cong trong hình bên.



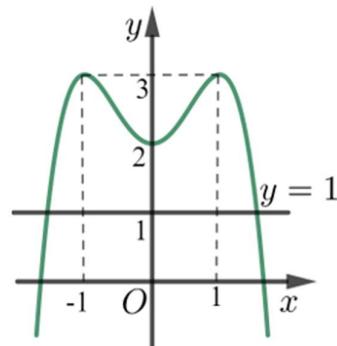
Số nghiệm thực của phương trình $f(x) = 1$ là

- A. 1. B. 2. C. 4. D. 3.

Lời giải

Chọn B

Đường thẳng (d) có phương trình $y = 1$ cắt đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại 2 điểm phân biệt.



Suy ra phương trình $f(x) = 1$ có 2 nghiệm thực phân biệt.

Câu 16. Tập xác định của hàm số $y = \log_3(x-4)$ là

- A. $(5; +\infty)$. B. $(-\infty; +\infty)$. C. $(4; +\infty)$. D. $(-\infty; 4)$.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện: $x - 4 > 0 \Leftrightarrow x > 4$.

Tập xác định: $D = (4; +\infty)$.

Câu 17. Với a là số thực dương tùy ý, $4 \log \sqrt{a}$ bằng

- A. $-2 \log a$. B. $2 \log a$. C. $-4 \log a$. D. $8 \log a$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Với } a > 0, \text{ ta có } 4 \log \sqrt{a} = 4 \log \left(a^{\frac{1}{2}} \right) = 4 \cdot \frac{1}{2} \log a = 2 \log a.$$

Câu 18. Số các tổ hợp chập 3 của 12 phần tử là

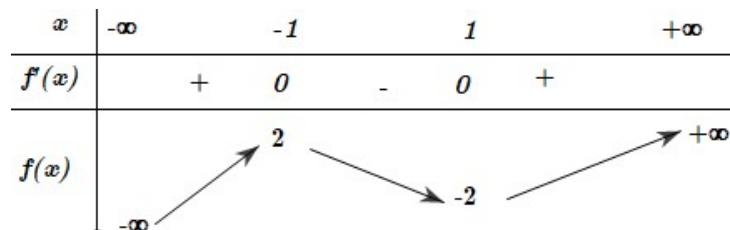
- A. 1320. B. 36. C. 220. D. 1728.

Lời giải

Chọn C

Số các tổ hợp chập 3 của 12 phần tử là $C_{12}^3 = 220$.

Câu 19. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Điểm cực tiểu của hàm số đã cho là:

- A. $x = -2$. B. $x = 2$. C. $x = -1$. D. $x = 1$.

Lời giải

Chọn D

Từ bảng biến thiên ta suy ra: điểm cực tiểu của hàm số đã cho là $x = 1$.

Câu 20. Trong không gian $Oxyz$, phương trình của mặt phẳng (Oyz) là:

- A. $z = 0$. B. $x = 0$. C. $x + y + z = 0$. D. $y = 0$.

Lời giải

Chọn B

Phương trình của mặt phẳng (Oyz) là: $x = 0$.

Câu 21. Nghiệm của phương trình $3^{2x+1} = 3^{2-x}$ là:

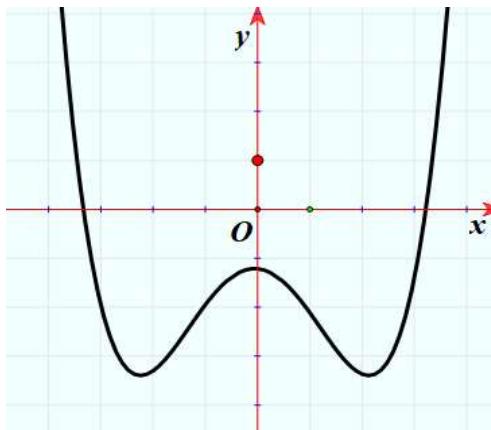
- A. $x = \frac{1}{3}$. B. $x = 0$. C. $x = -1$. D. $x = 1$.

Lời giải

Chọn A

$$3^{2x+1} = 3^{2-x} \Leftrightarrow 2x+1 = 2-x \Leftrightarrow 3x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{1}{3}.$$

Câu 22. Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị như đường cong trong hình bên.



Số điểm cực trị của hàm số đã cho là:

A. 2.

B. 3.

C. 1.

D. 0.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào hình dáng của đồ thị. Ta thấy hàm số đã cho có 3 cực trị.

- Câu 23.** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 - 2t \\ z = -1 + 3t \end{cases}$. Vec-tor nào dưới đây là một véc-tor chỉ phương của d ?

A. $\vec{u}_1 = (2; 1; -1)$.

B. $\vec{u}_2 = (1; 2; 3)$.

C. $\vec{u}_3 = (1; -2; 3)$.

D. $\vec{u}_4 = (2; 1; 1)$.

Lời giải

Chọn C

Theo định nghĩa phương trình đường thẳng. Ta có $\vec{u}_3 = (1; -2; 3)$ là một véc-tor chỉ phương của d .

- Câu 24.** Cho tam giác OIM vuông tại I có $OI = 3$ và $IM = 4$. Khi quay tam giác OIM quanh cạnh góc vuông OI thì đường gấp khúc OMI tạo thành hình nón có độ dài đường sinh bằng

A. 7.

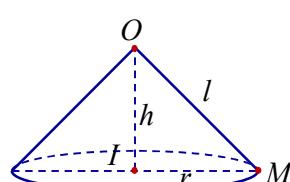
B. 3.

C. 5.

D. 4.

Lời giải

Chọn C



Ta có chiều cao hình nón $h = OI = 3$, bán kính đáy $r = IM = 4$ thì độ dài đường sinh là:

$$l = OM = \sqrt{IM^2 + OI^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5.$$

- Câu 25.** Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức $z = 2 - 7i$ có tọa độ là

A. $(2; 7)$.

B. $(-2; 7)$.

C. $(2; -7)$.

D. $(-7; 2)$.

Lời giải

Chọn C

Điểm biểu diễn số phức $z = 2 - 7i$ trên mặt phẳng tọa độ có tọa độ là $(2; -7)$.

- Câu 26.** Cho hai số phức $z_1 = 2 + 3i$ và $z_2 = 1 - i$. Số phức $z_1 + z_2$ bằng

A. $5 + i$.

B. $3 + 2i$.

C. $1 + 4i$.

D. $3 + 4i$.

Lời giải

Chọn B

Vì $z_1 = 2 + 3i$ và $z_2 = 1 - i$ nên $z_1 + z_2 = (2 + 3i) + (1 - i) = 3 + 2i$.

Câu 27. Cho hàm số $f(x) = e^x + 2x$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int f(x) dx = e^x + x^2 + C$.

C. $\int f(x) dx = e^x - x^2 + C$.

B. $\int f(x) dx = e^x + C$.

D. $\int f(x) dx = e^x + 2x^2 + C$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\int f(x) dx = \int (e^x + 2x) dx = e^x + x^2 + C$.

Câu 28. Đạo hàm của hàm số $y = x^{-3}$ là

A. $y' = -x^{-4}$.

B. $y' = -\frac{1}{2}x^{-2}$.

C. $y' = -\frac{1}{3}x^{-4}$.

D. $y' = -3x^{-4}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $y' = -3x^{-3-1} = -3x^{-4}$.

Câu 29. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 2; -1)$, $B(3; 0; 1)$ và $C(2; 2; -2)$. Đường thẳng đi qua A và vuông góc với mặt phẳng (ABC) có phương trình là

A. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z+1}{3}$.

B. $\frac{x+1}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-1}{1}$.

C. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-1}{-1}$.

D. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+1}{1}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\overrightarrow{AB}(2; -2; 2)$; $\overrightarrow{AC}(1; 0; -1)$.

Đường thẳng đi qua A và vuông góc với mặt phẳng (ABC) có véc-tor chỉ phương là

$$[\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC}] = (2; 4; 2) \nearrow \nearrow (1; 2; 1) \text{ nên có phương trình: } \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+1}{1}.$$

Câu 30. Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 10$ trên đoạn $[-2; 2]$ bằng

A. -12.

B. 10.

C. 15.

D. -1.

Lời giải

Chọn C

Xét hàm số $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 10$ trên đoạn $[-2; 2]$

$$\Rightarrow f'(x) = 3x^2 - 6x - 9.$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 6x - 9 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 & \in [-2; 2] \\ x = 3 & \notin [-2; 2] \end{cases}$$

Ta có:

$$f(-2) = 8; f(-1) = 15; f(2) = -12.$$

Vậy giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 10$ trên đoạn $[-2; 2]$ bằng 15.

Câu 31. Có bao nhiêu giá trị nguyên thuộc tập xác định của hàm số $y = \log[(6-x)(x+2)]$?

A. 7.

B. 8.

C. 9.

D. Vô số.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện xác định $(6-x)(x+2) > 0 \Leftrightarrow -x^2 + 4x + 12 > 0 \Leftrightarrow -2 < x < 6$.

Vậy có tất cả 7 giá trị nguyên thuộc tập xác định của hàm số $y = \log[(6-x)(x+2)]$.

Câu 32. Gọi z_1 và z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 + z + 6 = 0$. Khi đó $z_1 + z_2 + z_1 z_2$ bằng:

A. 7.

B. 5.

C. -7.

D. -5.

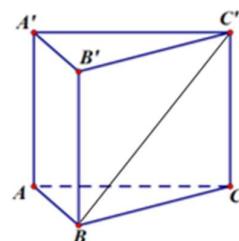
Lời giải

Chọn B

Vì phương trình $z^2 + z + 6 = 0$ có hai nghiệm z_1 và z_2 . Theo định lí Vi-et, ta có: $\begin{cases} z_1 + z_2 = -1 \\ z_1 z_2 = 6 \end{cases}$. Do

đó: $z_1 + z_2 + z_1 z_2 = -1 + 6 = 5$.

Câu 33. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , $AC=2$, $AB=\sqrt{3}$ và $AA'=1$ (tham khảo hình bên).



Góc giữa hai mặt phẳng $(ABC') và (ABC) bằng$

A. 30° .

B. 45° .

C. 90° .

D. 60° .

Lời giải

Chọn B

Tam giác ABC vuông tại B nên $BC = \sqrt{AC^2 - AB^2} = 1$.

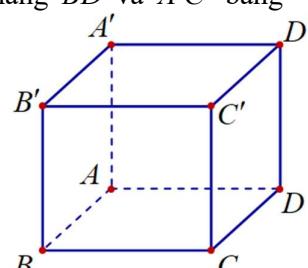
Ta có: $\begin{cases} (ABC') \cap (ABC) = AB \\ AB \perp BC \text{ tại } B, BC \subset (ABC) \quad (\text{Do } BC \perp (AA'B'B)) \\ AB \perp BC' \text{ tại } B, BC' \subset (ABC') \end{cases}$

Suy ra góc giữa hai mặt phẳng (ABC') và (ABC) là góc $\widehat{C'BC}$.

Xét $\Delta C'BC$ vuông tại C ta có: $\tan \widehat{C'BC} = \frac{CC'}{BC} = \frac{AA'}{BC} = 1 \Rightarrow \widehat{C'BC} = 45^\circ$.

Vậy góc giữa hai mặt phẳng (ABC') và (ABC) là 45° .

Câu 34. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB=a$, $BC=2a$ và $AA'=3a$ (tham khảo hình bên). Khoảng cách giữa hai đường thẳng BD và $A'C'$ bằng



A. a .

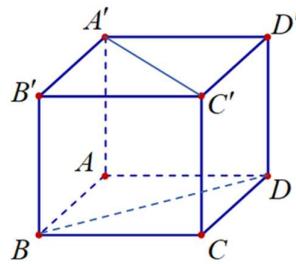
B. $\sqrt{2}a$.

C. $2a$.

D. $3a$.

Lời giải

Chọn D



$$A'C' \subset (A'B'C'D'),$$

$$BD/\!/ (A'B'C'D') \Rightarrow d(BD, A'C') = d(BD, (A'B'C'D')) = d(B, (A'B'C'D')) = BB' = 3a.$$

Câu 35. Cho hàm số $f(x) = 1 - \frac{1}{\cos^2 2x}$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int f(x) dx = x + \tan 2x + C$.

B. $\int f(x) dx = x + \frac{1}{2} \cot 2x + C$.

C. $\int f(x) dx = x - \frac{1}{2} \tan 2x + C$.

D. $\int f(x) dx = x + \frac{1}{2} \tan 2x + C$.

Lời giải

Chọn C

$$\int f(x) dx = \int \left(1 - \frac{1}{\cos^2 2x}\right) dx = \int dx - \frac{1}{2} \int \frac{d(2x)}{\cos^2 2x} = x - \frac{1}{2} \tan 2x + C.$$

Câu 36. Hàm số nào dưới đây đồng biến trên \mathbb{R} ?

A. $y = x^4 - x^2$.

B. $y = x^3 - x$.

C. $y = \frac{x-1}{x+2}$.

D. $y = x^3 + x$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $y = x^3 + x \Rightarrow y' = 3x^2 + 1 > 0 \forall x \in \mathbb{R}$.

Câu 37. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(0; -3; 2)$ và mặt phẳng $(P): 2x - y + 3z + 5 = 0$. Mặt phẳng đi qua A và song song với (P) có phương trình là

A. $2x - y + 3x + 9 = 0$. B. $2x + y + 3x - 3 = 0$. C. $2x + y + 3x + 3 = 0$. D. $2x - y + 3x - 9 = 0$.

Lời giải

Chọn D

Mặt phẳng đi qua A và song song với (P) có phương trình là

$$2x - (y + 3) + 3(z - 2) = 0 \Leftrightarrow 2x - y + 3z - 9 = 0.$$

Câu 38. Chọn ngẫu nhiên một số từ tập hợp các số tự nhiên thuộc đoạn $[40; 60]$. Xác suất để chọn được số có chữ số hàng đơn vị lớn hơn chữ số hàng chục bằng

A. $\frac{4}{7}$

B. $\frac{2}{5}$

C. $\frac{3}{5}$

D. $\frac{3}{7}$

Lời giải

Chọn D

Từ 40 đến 60 ta có 21 số nên $n(\Omega) = 21$

Các số thỏa mãn đề bài: 45; 46; 47; 48; 49; 56; 57; 58; 59 \Rightarrow Có 9 số.

$$\text{Xác suất để chọn được số thoả mãn đề bài: } P = \frac{9}{21} = \frac{3}{7}$$

Câu 39. Có bao nhiêu số nguyên dương a sao cho ứng với mỗi a có đúng ba số nguyên b thỏa mãn $(3^b - 3)(a \cdot 2^b - 18) < 0$?

A. 72

B. 73

C. 71

D. 74

Lời giải

Chọn B

$$\text{TH1: } \begin{cases} 3^b - 3 > 0 \\ a \cdot 2^b - 18 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3^b > 3 \\ 2^b < \frac{18}{a} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b > 1 \\ b < \log_2\left(\frac{18}{a}\right) \end{cases} \Leftrightarrow 1 < b < \log_2\left(\frac{18}{a}\right)$$

$$\text{Để có đúng ba số nguyên } b \text{ thì } 4 < \log_2\left(\frac{18}{a}\right) \leq 5 \Leftrightarrow 16 < \frac{18}{a} \leq 32 \Leftrightarrow \frac{9}{16} \leq a < \frac{9}{8}.$$

Trường hợp này có 1 giá trị $a = 1$ nguyên thỏa mãn.

$$\text{TH2: } \begin{cases} 3^b - 3 < 0 \\ a \cdot 2^b - 18 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3^b < 3 \\ 2^b > \frac{18}{a} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b < 1 \\ b > \log_2\left(\frac{18}{a}\right) \end{cases} \Leftrightarrow \log_2\left(\frac{18}{a}\right) < b < 1$$

$$\text{Để có đúng ba số nguyên } b \text{ thì } -3 \leq \log_2\left(\frac{18}{a}\right) < -2 \Leftrightarrow \frac{1}{8} \leq \frac{18}{a} < \frac{1}{4} \Leftrightarrow 72 < a \leq 144.$$

Trường hợp này có $144 - 72 = 72$ giá trị a nguyên thỏa mãn.

Vậy số giá trị nguyên của a là: $72 + 1 = 73$.

- Câu 40.** Cho hàm số $f(x) = (m-1)x^4 - 2mx^2 + 1$ với m là tham số thực. Nếu $\min_{[0;3]} f(x) = f(2)$ thì $\max_{[0;3]} f(x)$ bằng

A. $-\frac{13}{3}$.

B. 4.

C. $-\frac{14}{3}$.

D. 1.

Lời giải

Chọn B

Ta có:

$$f'(x) = 4(m-1)x^3 - 4mx = 4x((m-1)x^2 - m)$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 = \frac{m}{m-1} \end{cases} \quad (m=1 \text{ không thỏa yêu cầu bài toán})$$

Vì $\min_{[0;3]} f(x) = f(2) \Rightarrow x=2$ là nghiệm của $f'(x)=0$

$$\Rightarrow \frac{m}{m-1} = 4 \Rightarrow m = 4m - 4 \Rightarrow m = \frac{4}{3}$$

$$\Rightarrow f(x) = \frac{1}{3}x^4 - \frac{8}{3}x^2 + 1$$

$$f(0) = 1, f(3) = \frac{81}{3} - \frac{72}{3} + \frac{3}{3} = \frac{12}{3} = 4$$

$$\text{Vậy } \max_{[0;3]} f(x) = 4$$

- Câu 41.** Biết $F(x)$ và $G(x)$ là hai nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên \mathbb{R} và $\int_0^3 f(x)dx = F(3) - G(0) + a$ ($a > 0$). Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = F(x), y = G(x), x = 0$ và $x = 3$. Khi $S = 15$ thì a bằng:

A. 15.

B. 12.

C. 18.

D. 5.

Lời giải

Chọn D

Ta có:

$F(x), G(x)$ là nguyên hàm của $f(x) \Rightarrow F(x) = G(x) + C$

$$\Rightarrow S = \int_0^3 |F(x) - G(x)| dx = \int_0^3 |C| dx = \left| \int_0^3 C dx \right| = |3C| = 15 \Rightarrow |C| = 5 \Rightarrow C = \pm 5$$

$$\int_0^3 f(x) dx = F(3) - F(0) = F(3) - (G(0) + C) = F(3) - G(0) - C = F(3) - G(0) + a$$

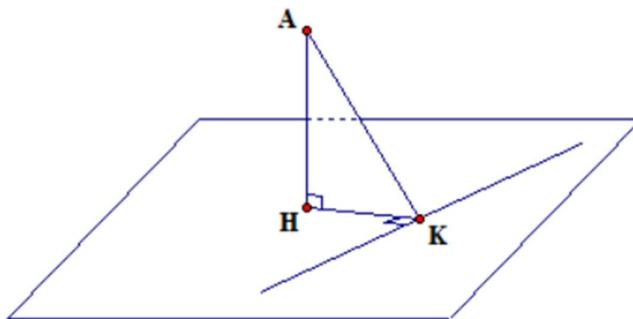
$$\Rightarrow a = -C = 5 \text{ (do } a > 0)$$

- Câu 42.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; 2; -2)$. Gọi (P) là mặt phẳng chứa trục Ox sao cho khoảng cách từ A đến (P) lớn nhất. Phương trình của (P) là

- A.** $2y + z = 0$. **B.** $2y - z = 0$. **C.** $y + z = 0$. **D.** $y - z = 0$.

Lời giải

Chọn D



Gọi H, K lần lượt là hình chiếu của A lên mặt phẳng (P) và trục Ox .

Ta có: $d(A; (P)) = AH \leq AK$.

Suy ra khoảng cách từ A đến (P) lớn nhất khi $H \equiv K$, hay mặt phẳng (P) nhận véc-tơ \overrightarrow{AK} làm véc-tơ pháp tuyến.

K là hình chiếu của A trên trục Ox suy ra: $K(1; 0; 0)$, $\overrightarrow{AK}(0; -2; 2)$.

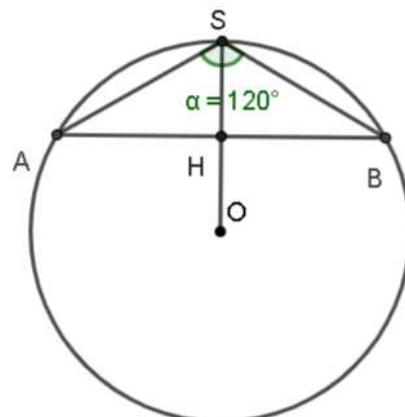
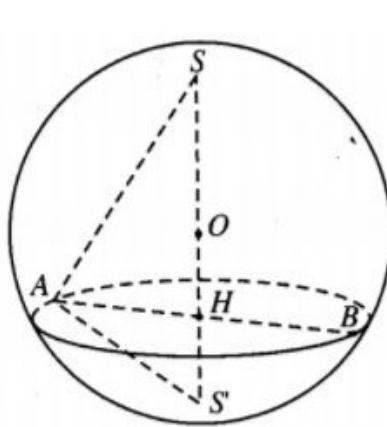
Mặt phẳng (P) đi qua K có phương trình: $-2(y - 0) + 2(z + 0) = 0 \Leftrightarrow y - z = 0$.

- Câu 43.** Cho hình nón có góc ở đỉnh là 120° và chiều cao bằng 4. Gọi (S) là mặt cầu đi qua đỉnh và chừa đường tròn đáy của hình nón đã cho. Tính diện tích của (S) bằng:

- A.** 64π . **B.** 256π . **C.** 192π . **D.** 96π .

Lời giải

Chọn B



Ta có $SH = 4$

$$AB = 2AH = 2.SH \cdot \tan \widehat{ASH} = 2.4 \cdot \tan 60^\circ = 8\sqrt{3}$$

Có OS là bán kính mặt cầu cũng là bán kính đường tròn ngoại tiếp ΔSAB

$$\text{Suy ra: } 2OS = \frac{AB}{\sin ASB} \Rightarrow OS = \frac{8\sqrt{3}}{2 \cdot \sin 120^\circ} = 8$$

Vậy diện tích mặt cầu: $S = 4\pi \cdot 8^2 = 256\pi$

- Câu 44.** Xét tất cả các số thực x, y sao cho $a^{4x-\log_5 a^2} \leq 25^{40-y^2}$ với mọi số thực dương a . Giá trị lớn nhất của biểu thức $P = x^2 + y^2 + x - 3y$ bằng

A. $\frac{125}{2}$.

B. 80.

C. 60.

D. 20.

Lời giải

Chọn C

$$\begin{aligned} \text{Ta có } a^{4x-\log_5 a^2} \leq 25^{40-y^2} &\Leftrightarrow \log_5 a^{4x-\log_5 a^2} \leq \log_5 25^{40-y^2} \Leftrightarrow (4x - 2\log_5 a)\log_5 a \leq 2(40 - y^2) \\ &\Leftrightarrow \log_5^2 a - 2x\log_5 a + 40 - y^2 \geq 0 \quad (*) \end{aligned}$$

Coi $(*)$ là bát phương trình bậc hai ẩn $\log_5 a$

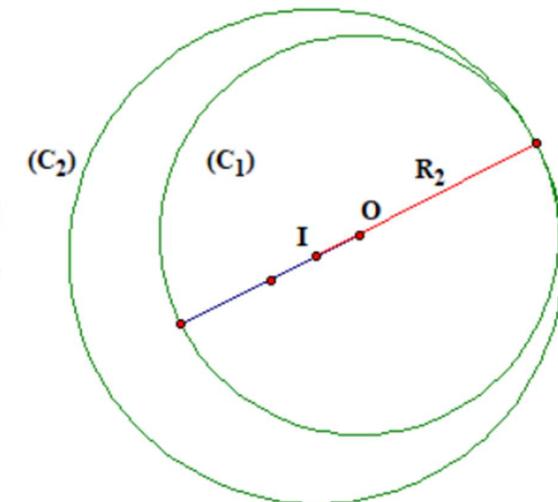
Để $(*)$ đúng với mọi số thực dương a thì

$$\Delta' \leq 0 \Leftrightarrow x^2 - (40 - y^2) \leq 0 \Leftrightarrow x^2 + y^2 - 40 \leq 0 \quad (1).$$

Ta có biểu thức (1) là hình tròn (C_1) tâm $O(0,0)$, bán kính $R_1 = 2\sqrt{10}$.

Mặt khác $P = x^2 + y^2 + x - 3y \Leftrightarrow x^2 + y^2 + x - 3y - P = 0$ là phuong trình đường tròn (C_2) tâm

$$I\left(-\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right), \text{ bán kính } R_2 = \frac{1}{2}\sqrt{10+4P}.$$



Để tồn tại điểm chung của đường tròn (C_2) với hình tròn (C_1) thì

$$R_2 \leq R_1 + OI \Leftrightarrow \frac{1}{2}\sqrt{10+4P} \leq 2\sqrt{10} + \frac{1}{2}\sqrt{10} \Leftrightarrow \sqrt{10+4P} \leq 5\sqrt{10} \Leftrightarrow P \leq 60.$$

Vậy $P_{\max} = 60$.

- Câu 45.** Cho các số phức z_1, z_2, z_3 thỏa mãn $|z_1| = |z_2| = 2|z_3| = 2$ và $8(z_1 + z_2)z_3 = 3z_1z_2$. Gọi A, B, C lần lượt là các điểm biểu diễn của z_1, z_2, z_3 trên mặt phẳng tọa độ. Diện tích tam giác ABC bằng

A. $\frac{\sqrt{55}}{32}$.

B. $\frac{\sqrt{55}}{16}$.

C. $\frac{\sqrt{55}}{44}$.

D. $\frac{\sqrt{55}}{8}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $|z_1| = |z_2| = 2 \Rightarrow OA = OB = 2$; $|z_3| = 1 \Rightarrow OC = 1$.

$$+) 8(z_1 + z_2)z_3 = 3z_1z_2 \Leftrightarrow 8(z_1 + z_2) = 3\frac{z_1z_2}{z_3} \Leftrightarrow 8|z_1 + z_2| = 3\left|\frac{z_1z_2}{z_3}\right| \Leftrightarrow |z_1 + z_2| = \frac{3}{2}.$$

Gọi H là trung điểm của AB , biểu diễn số phức $\frac{z_1 + z_2}{2}$, ta có: $OH = \left|\frac{z_1 + z_2}{2}\right| = \frac{3}{4}$

$$+) |z_1 + z_2|^2 + |z_1 - z_2|^2 = 2(|z_1|^2 + |z_2|^2) \Leftrightarrow |z_1 - z_2| = \frac{\sqrt{55}}{2} \Rightarrow AB = \frac{\sqrt{55}}{2}.$$

$$+) 8(z_1 + z_2)z_3 = 3z_1z_2 \Leftrightarrow 8z_1z_3 + 8z_2z_3 = 3z_1z_2 \Leftrightarrow z_1z_3 + z_2z_3 = \frac{3}{8}z_1z_2$$

$$\text{Đặt } 2a = \frac{3}{8}, \text{ suy ra: } z_1z_3 + z_2z_3 = 2az_1z_2 \Leftrightarrow z_1(z_3 - az_2) = (az_1 - z_3)z_2$$

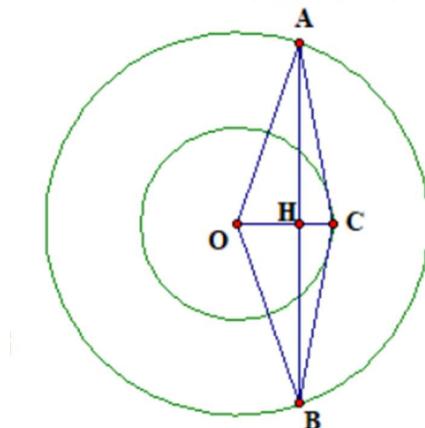
$$\Rightarrow |z_1||z_3 - az_2| = |az_1 - z_3||z_2|$$

$$\Leftrightarrow |z_3 - az_2|^2 = |az_1 - z_3|^2 \Leftrightarrow z_2\overline{z_3} + \overline{z_2}z_3 = z_1\overline{z_3} + \overline{z_1}z_3 = b$$

$$AC^2 = |z_3 - z_1|^2 = |z_3|^2 + |z_1|^2 - (z_1\overline{z_3} + \overline{z_1}z_3) = 5 - b.$$

$$BC^2 = |z_3 - z_2|^2 = |z_3|^2 + |z_2|^2 - (z_2\overline{z_3} + \overline{z_2}z_3) = 5 - b.$$

Suy ra: $AC^2 = BC^2 \Leftrightarrow AC = BC$ hay tam giác ABC cân tại C .



$$CH = OC - OH = 1 - \frac{3}{4} = \frac{1}{4}$$

$$\text{Vậy } S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2}AB \cdot CH = \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{55}}{2} \cdot \frac{1}{4} = \frac{\sqrt{55}}{16}.$$

- Câu 46.** Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A , $AB = 2a$. Góc giữa đường thẳng BC' và mặt phẳng $(ACC'A')$ bằng 30° . Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. $3a^3$.

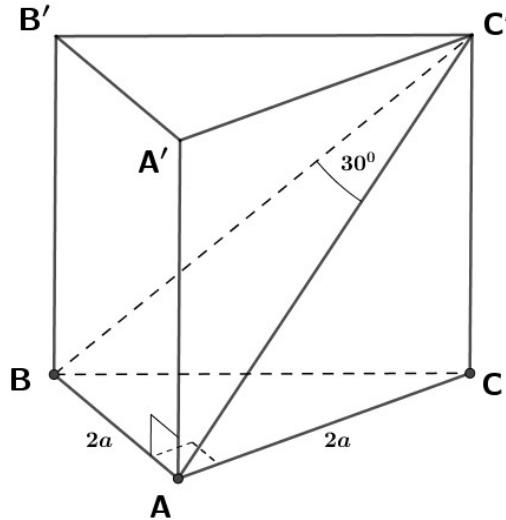
B. a^3 .

C. $12\sqrt{2}a^3$.

D. $4\sqrt{2}a^3$.

Lời giải

Chọn D



Ta có: $\begin{cases} AB \perp AC \\ AB \perp AA' \end{cases} \Rightarrow AB \perp (ACC'A') \Rightarrow AB \perp AC'$.

Vậy góc giữa đường thẳng BC' và mặt phẳng $(ACC'A')$ là góc $\widehat{BC'A}$.

Trong tam giác vuông $BC'A$ ta có $\widehat{BC'A} = 30^\circ$; $AB = 2a \Rightarrow AC' = AB \cdot \cot \widehat{BC'A} = 2a\sqrt{3}$.

Trong tam giác vuông ACC' ta có $CC' = \sqrt{AC'^2 - AC^2} = 2\sqrt{2}a$.

Vậy thể tích khối lăng trụ đã cho là:

$$V = CC' \cdot \frac{1}{2}AB^2 = 2\sqrt{2}a \cdot \frac{1}{2} \cdot 4a^2 = 4\sqrt{2}a^3.$$

Câu 47. Cho hàm số $y = f(x)$. Biết rằng hàm số $g(x) = \ln f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	x_1	x_2	x_3	$+\infty$
$g(x)$	$+\infty$	$\ln \frac{43}{8}$	$\ln 6$	$\ln 2$	$+\infty$

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f'(x)$ và $y = g'(x)$ thuộc khoảng nào dưới đây?

- A. $(5;6)$. B. $(4;5)$. C. $(2;3)$. D. $(3;4)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $f(x) = e^{g(x)}$.

Từ bảng biến thiên suy ra: $g(x) \geq \ln 2 \Rightarrow e^{g(x)} \geq e^{\ln 2} = 2$.

+) $f'(x) = g'(x)e^{g(x)}$.

Phương trình hoành độ giao điểm của $f'(x)$ và $g'(x)$:

$$f'(x) - g'(x) = 0 \Leftrightarrow g'(x)e^{g(x)} - g'(x) = 0 \Leftrightarrow g'(x)(e^{g(x)} - 1) = 0 \Leftrightarrow g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = x_1 \\ x = x_2 \\ x = x_3 \end{cases}$$

Mặt khác từ bảng biến thiên ta cũng có: $g'(x) > 0$, $\forall x \in (x_1; x_2)$; $g'(x) < 0$, $\forall x \in (x_2; x_3)$.

Suy ra:

$$\begin{aligned}
S &= \int_{x_1}^{x_3} |f'(x) - g'(x)| dx = \int_{x_1}^{x_3} |g'(x)e^{g(x)} - g'(x)| dx = \int_{x_1}^{x_3} |g'(x)(e^{g(x)} - 1)| dx \\
&= \int_{x_1}^{x_2} g'(x)(e^{g(x)} - 1) dx - \int_{x_2}^{x_3} g'(x)(e^{g(x)} - 1) dx \\
&= \int_{x_1}^{x_2} (e^{g(x)} - 1) d(g(x)) - \int_{x_2}^{x_3} (e^{g(x)} - 1) d(g(x)) \\
&= \left(e^{g(x)} - g(x) \right) \Big|_{x_1}^{x_2} - \left(e^{g(x)} - g(x) \right) \Big|_{x_2}^{x_3} \\
&= [e^{g(x_2)} - g(x_2) - e^{g(x_1)} + g(x_1)] - [e^{g(x_3)} - g(x_3) - e^{g(x_2)} + g(x_2)] \\
&= 2e^{g(x_2)} - e^{g(x_1)} - e^{g(x_3)} - 2g(x_2) + g(x_1) + g(x_3) \\
&= 2.6 - \frac{43}{8} - 2 - 2\ln 6 + \ln \frac{43}{8} + \ln 2 = \frac{37}{8} + \ln \frac{43}{144} \approx 3,416.
\end{aligned}$$

Câu 48. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z^2| = 2|z - \bar{z}|$ và $|(z - 4)(\bar{z} - 4i)| = |z + 4i|^2$?

A. 3.

B. 1.

C. 2.

D. 4.

Lời giải

Chọn D

Ta có $|z + 4i|^2 = |(z - 4)(\bar{z} - 4i)| = |(z - 4)(\overline{z + 4i})| = |z - 4||\overline{z + 4i}| = |z - 4||z + 4i|$.

Suy ra $|z + 4i| = 0$ hoặc $|z + 4i| = |z - 4|$.

Nếu $|z + 4i| = 0$ thì $z = -4i$: $\begin{cases} |z^2| = |4i|^2 = 16 \\ 2|z - \bar{z}| = 2|-8i| = 16 \end{cases}$ thỏa mãn.

Nếu $|z + 4i| = |z - 4|$ thì đặt $z = x + yi$ với $x, y \in \mathbb{R}$ ta được

$$\begin{cases} \sqrt{x^2 + (y+4)^2} = \sqrt{(x-4)^2 + y^2} \\ x^2 + y^2 = 4|y| \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -y \\ 2|y|^2 = 4|y| \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 0 \\ x = 0 \end{cases} \vee \begin{cases} y = 2 \\ x = -2 \end{cases} \vee \begin{cases} y = -2 \\ x = 2 \end{cases}.$$

Vậy có 4 số phức thỏa mãn là $0, 2 - 2i, -2 + 2i, -4i$.

Câu 49. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) tâm $I(1;3;9)$ bán kính bằng 3. Gọi M, N là hai điểm lần lượt thuộc hai trục Ox, Oz sao cho đường thẳng MN tiếp xúc với (S) , đồng thời mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $OIMN$ có bán kính bằng $\frac{13}{2}$. Gọi A là tiếp điểm của MN và (S) , giá trị $AM \cdot AN$ bằng

A. 39.

B. $12\sqrt{3}$.

C. 18.

D. $28\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $I(1;3;9)$ và $R = 3$. Suy ra $d(I, (OMN)) = 3$.

Vậy mặt cầu (S) tiếp xúc (OMN) tại $A(1;0;9)$.

Gọi tọa độ $M(m; 0; 0)$ và $N(0; 0; n)$.

Ta có $\vec{AM} = (m-1; 0; -9)$; $\vec{AN} = (-1; 0; n-9)$.

Do A, M, N thẳng hàng nên $(m-1)(n-9)=9$ (1).

Do $IA \perp (OMN)$ và H là trung điểm MN thì H là tâm đường tròn ngoại tiếp ΔOMN .

Suy ra K là tâm mặt cầu ngoại tiếp $IOMN \Rightarrow KH \subset (IMN)$

bán kính đường tròn ngoại tiếp ΔIMN bằng $\frac{13}{2}$ (đường tròn lớn)

$$\frac{1}{2} \cdot IH \cdot MN = \frac{IM \cdot IN \cdot MN}{4 \cdot \frac{13}{2}} \Leftrightarrow IM \cdot IN = 39 \Leftrightarrow ((m-1)^2 + 90)((n-9)^2 + 10) = 39 \quad (2).$$

Từ (1) và (2) suy ra $\begin{cases} (m-1)(n-9) = 9 \\ ((m-1)^2 + 90)((n-9)^2 + 10) = 39 \end{cases}$

Đặt $\begin{cases} u = (m-1)^2 \\ v = (n-9)^2 \end{cases}$, ta có hệ phương trình

$$\begin{aligned} & \begin{cases} uv = 81 \\ ((m-1)^2 + 90)((n-9)^2 + 10) = 39 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} uv = 81 \\ (u+90)(v+10) = 1521 \end{cases} \\ & \Leftrightarrow \begin{cases} uv = 81 \\ 90v + 10u = 540 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u = 27 \\ v = 3 \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy $AM \cdot AN = \sqrt{u+81} \sqrt{v+1} = 12\sqrt{3}$.

Câu 50. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $y = |x^4 - 2mx^2 + 64x|$ có đúng ba điểm cực trị

A. 5.

B. 6.

C. 12.

D. 11.

Lời giải

Chọn C

Xét hàm số $y = x^4 - 2mx^2 + 64x$.

Ta có: $y' = 4x^3 - 4mx + 64$. (*)

Phương trình hoành độ giao điểm: $x^4 - 2mx^2 + 64x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x^3 - 2mx + 64 = 0 \end{cases} \quad (1)$

Phương trình (1) luôn có một nghiệm $x \neq 0$ nên đồ thị hàm số $y = x^4 - 2mx^2 + 64x$ cắt Ox ít nhất hai điểm và $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} (x^4 - 2mx^2 + 64x) = +\infty$.

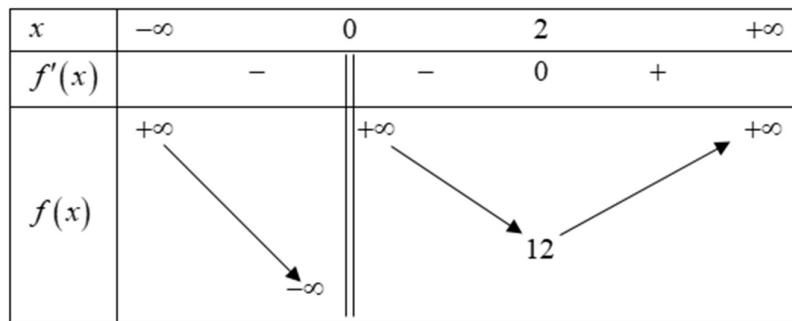
Suy ra để hàm số $y = |x^4 - 2mx^2 + 64x|$ có 3 điểm cực trị thì hàm số $y = x^4 - 2mx^2 + 64x$ có đúng một điểm cực trị \Leftrightarrow phương trình (*) có đúng một nghiệm đơn

$m = x^2 + \frac{16}{x}$ có đúng một nghiệm đơn.

Xét hàm số: $f(x) = x^2 + \frac{16}{x}$, $f'(x) = 2x - \frac{16}{x^2}$.

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow 2x - \frac{16}{x^2} = 0 \Leftrightarrow x = 2.$$

Bảng biến thiên:



Từ bảng biến thiên suy ra $m \leq 12$.

Suy ra: $\begin{cases} m \in \mathbb{Z}_+^* \\ m \leq 12 \end{cases} \Rightarrow m \in \{1; 2; 3; \dots; 11; 12\}$.

Vậy có 12 giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $y = |x^4 - 2mx^2 + 64x|$ có đúng ba điểm cực trị.

----- Hết -----



**TRAO ĐỔI & CHIA SẺ
KIẾN THỨC**

ĐỀ THI TN THPT MÔN TOÁN NĂM 2022

Mã đề 102

Môn: TOÁN – LỚP 12

Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

LINK NHÓM:

<https://www.facebook.com/groups/nhomwordvabiensoantailieutoan>

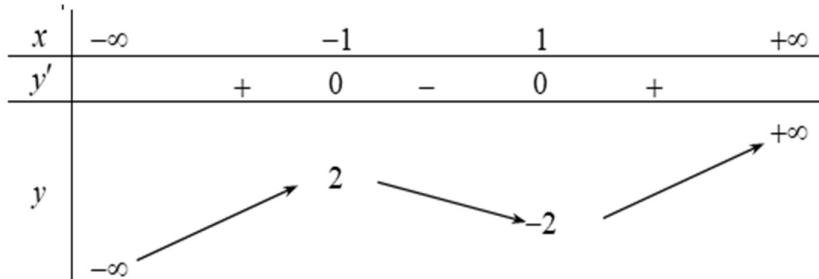
Câu 1. Cho hàm số $f(x) = e^x + 2x$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. $\int f(x) dx = e^x + 2x^2 + C$. B. $\int f(x) dx = e^x - x^2 + C$.
 C. $\int f(x) dx = e^x + C$. D. $\int f(x) dx = e^x + x^2 + C$.

Câu 2. Đạo hàm của hàm số $y = x^{-3}$ là

- A. $y' = -x^{-4}$. B. $y' = -3x^{-4}$. C. $y' = -\frac{1}{3}x^{-4}$. D. $y' = -\frac{1}{2}x^{-2}$.

Câu 3. Hàm số nào dưới đây có bảng biến thiên như sau?



- A. $y = -x^3 + 3x$. B. $y = x^3 - 3x$.
 C. $y = -x^4 + 2x^2$. D. $y = x^4 - 2x^2$.

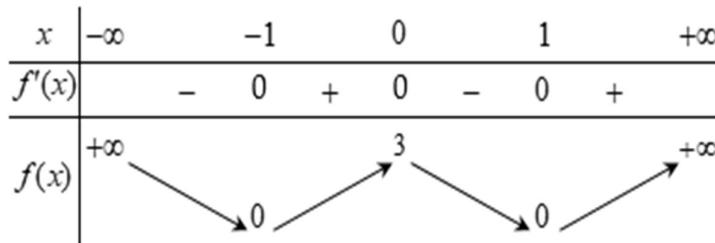
Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng (Oyz) là

- A. $x = 0$. B. $x + y + z = 0$. C. $z = 0$. D. $y = 0$.

Câu 5. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{2x+4}$ là đường thẳng có phương trình

- A. $y = -2$. B. $x = -2$. C. $x = 1$. D. $y = 1$.

Câu 6. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(0; +\infty)$. B. $(1; +\infty)$. C. $(-1; 0)$. D. $(0; 1)$.

Câu 7. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-	0

$f'(x)$	2	-2	$+\infty$
$-\infty$	↗	↘	↗

Điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

- A. $x = -2$. B. $x = 1$. C. $x = -1$. D. $x = 2$.

Câu 8. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức $z = 2 - 7i$ có tọa độ là

- A. $(2; 7)$. B. $(2; -7)$. C. $(-2; 7)$. D. $(-7; 2)$.

Câu 9. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 1$ và $u_2 = 2$. Công bội của cấp số nhân đã cho là

- A. $\frac{1}{2}$. B. 2 . C. -2 . D. $-\frac{1}{2}$.

Câu 10. Cho 2 số phức $z_1 = 2 + 3i$ và $z_2 = 1 - i$. Số phức $z_1 + z_2$ bằng

- A. $3 + 4i$. B. $1 + 4i$. C. $z = 5 + i$. D. $3 + 2i$.

Câu 11. Với a là số thực dương tùy ý, $4 \log \sqrt{a}$ bằng

- A. $-4 \log a$. B. $8 \log a$. C. $2 \log a$. D. $-2 \log a$.

Câu 12. Cho $\int f(x) dx = -\cos x + C$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. $f(x) = -\sin x$. B. $f(x) = \cos x$. C. $f(x) = \sin x$. D. $f(x) = -\cos x$.

Câu 13. Cho hình trụ có chiều cao $h = 1$ và bán kính đáy $r = 2$. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

- A. 3π . B. 4π . C. 2π . D. 6π .

Câu 14. Cho khối chóp $S.ABC$ có chiều cao bằng 3, đáy ABC có diện tích bằng 10. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

- A. 15 . B. 10. C. 2 . D. 30.

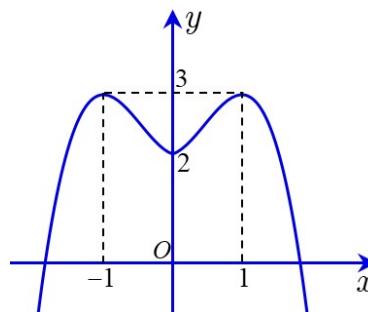
Câu 15. Mô đun của số phức $z = 3 + 4i$ bằng

- A. $\sqrt{7}$ B. 5 . C. 7 . D. 25 .

Câu 16. Nghiệm của phương trình $3^{2x+1} = 3^{2-x}$ là

- A. $x = \frac{1}{3}$. B. $x = 0$. C. $x = -1$. D. $x = 1$.

Câu 17. Cho hàm số $f(x) = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ sau



Số nghiệm thực của phương trình $f(x) = 1$ là

- A. 4 . B. 3 . C. 2 . D. 1 .

Câu 18. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_5(x+1) > 2$ là

- A. $(24; +\infty)$. B. $(9; +\infty)$. C. $(25; +\infty)$. D. $(31; +\infty)$.

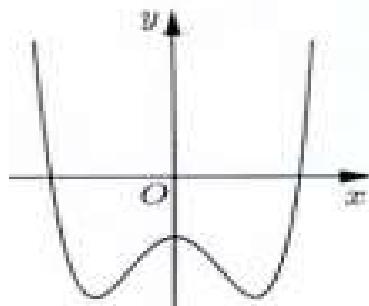
Câu 19. Nếu $\int_0^2 f(x)dx = 4$ thì $\int_0^2 \left[\frac{1}{2}f(x) + 2 \right] dx$ bằng

- A. 2. B. 6. C. 4. D. 8.

Câu 20. Tập xác định của hàm số $y = \log_3(x-4)$ là

- A. $(-\infty; 4)$. B. $(4; +\infty)$. C. $(5; +\infty)$. D. $(-\infty; +\infty)$.

Câu 21. Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị như đường cong trong hình bên.



Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

- A. 1. B. 0. C. 2. D. 3.

Câu 22. Số các tổ hợp chập 3 của 12 phần tử là

- A. 1728. B. 220. C. 1320. D. 36.

Câu 23. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; 2; -3)$. Hình chiếu vuông góc của A lên mặt phẳng (Oxy) có tọa độ là

- A. $(1; 0; -3)$. B. $(1; 0; 0)$. C. $(1; 2; 0)$. D. $(0; 2; -3)$.

Câu 24. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 6$. Đường kính của (S) bằng

- A. 3. B. $\sqrt{6}$. C. $2\sqrt{6}$. D. 12.

Câu 25. Cho tam giác OIM vuông tại I có $OI = 3$ và $IM = 4$. Khi quay tam giác OIM quanh cạnh góc vuông OI thì đường gấp khúc OMI tạo thành hình nón có độ dài đường sinh bằng

- A. 4. B. 3. C. 5. D. 7.

Câu 26. Cho khối lăng trụ có diện tích đáy $3a^2$ và chiều cao $2a$. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

- A. $3a^3$. B. $6a^3$. C. $2a^3$. D. a^3 .

Câu 27. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 2+t \\ y = 1-2t \\ z = -1+3t \end{cases}$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ

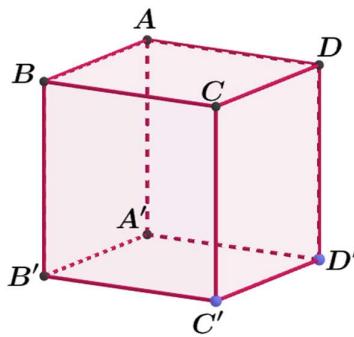
phương của d ?

- A. $\vec{u}_4 = (2; 1; 1)$. B. $\vec{u}_1 = (2; 1; -1)$.
 C. $\vec{u}_3 = (1; -2; 3)$. D. $\vec{u}_3 = (1; 2; 3)$.

Câu 28. Nếu $\int_{-1}^5 f(x)dx = -3$ thì $\int_5^{-1} f(x)dx$ bằng

- A. 3. B. 4. C. 6. D. 5.

Câu 29. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = a$, $BC = 2a$ và $AA' = 3a$ (tham khảo hình bên). Khoảng cách giữa hai đường thẳng BD và $A'C'$ bằng

A. $2a$.B. $\sqrt{2}a$.C. $3a$.D. a .**Câu 30.** Hàm số nào dưới đây đồng biến trên \mathbb{R} ?

A. $y = x^4 - x^2$.

B. $y = x^3 + x$.

C. $y = \frac{x-1}{x+2}$.

D. $y = x^3 - x$.

Câu 31. Giá trị trị lớn nhất của hàm số $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 10$ trên đoạn $[-2; 2]$ bằng

A. 15.

B. 10.

C. -1.

D. -12.

Câu 32. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 2; -1)$, $B(3; 0; 1)$ và $C(2; 2; -2)$. Đường thẳng đi qua A và vuông góc với mặt phẳng (ABC) có phương trình là

A. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-1}{-1}$.

B. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z+1}{3}$.

C. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+1}{1}$.

D. $\frac{x+1}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-1}{1}$.

Câu 33. Chọn ngẫu nhiên một số từ tập hợp các số tự nhiên thuộc đoạn $[40; 60]$. Xác suất để chọn được số có chữ số hàng đơn vị lớn hơn chữ số hàng chục bằng

A. $\frac{2}{5}$.

B. $\frac{4}{7}$.

C. $\frac{3}{7}$.

D. $\frac{3}{5}$.

Câu 34. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 2; -1)$, $B(3; 0; 1)$, $C(2; 2; -2)$. Đường thẳng đi qua A và vuông góc với mặt phẳng (ABC) có phương trình là:

A. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-1}{-1}$.

B. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z+1}{3}$.

C. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+1}{1}$.

D. $\frac{x+1}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-1}{1}$.

Câu 35. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 + z + 6 = 0$. Khi đó $z_1 + z_2 + z_1 \cdot z_2$ bằng

A. -5.

B. -7.

C. 7.

D. 5.

Câu 36. Cho hàm số $f(x) = 1 - \frac{1}{\cos^2 2x}$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int f(x) dx = x + \frac{1}{2} \cos 2x + C$.

B. $\int f(x) dx = x + \tan 2x + C$.

C. $\int f(x) dx = x + \frac{1}{2} \tan 2x + C$.

D. $\int f(x) dx = x - \frac{1}{2} \tan 2x + C$.

Câu 37. Có bao nhiêu số nguyên thuộc tập xác định của hàm số $y = \log[(6-x)(x+2)]$?

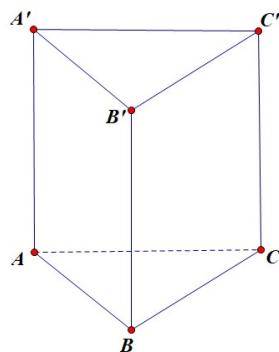
A. 7.

B. 8.

C. Vô số.

D. 9.

Câu 38. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , $AC = 2$, $AB = \sqrt{3}$ và $AA' = 1$ (tham khảo hình bên dưới).



Góc giữa hai mặt phẳng (ABC') và (ABC) bằng

- A.** 90° . **B.** 60° . **C.** 30° . **D.** 45° .

- Câu 39.** Cho hàm số $f(x) = mx^4 + 2(m-1)x^2$ với m là tham số thực. Nếu $\min_{[0;2]} f(x) = f(1)$ thì $\max_{[0;2]} f(x)$ bằng
A. 2. **B.** -1. **C.** 4. **D.** 0.

- Câu 40.** Có bao nhiêu số nguyên dương a sao cho ứng với mỗi a có đúng hai số nguyên b thỏa mãn $(5^b - 1)(a \cdot 2^b - 5) < 0$?
A. 20. **B.** 21. **C.** 22. **D.** 19.

- Câu 41.** Biết $F(x)$ và $G(x)$ là hai nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên \mathbb{R} và $\int_0^5 f(x) dx = F(5) - G(0) + a$, ($a > 0$). Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = F(x)$, $y = G(x)$, $x = 0$ và $x = 5$. Khi $S = 20$ thì a bằng?
A. 4. **B.** 15. **C.** 25. **D.** 20.

- Câu 42.** Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A , $AB = a$. Góc giữa đường thẳng BC' và mặt phẳng $(ACC'A')$ bằng 30° . Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

- A.** $\frac{1}{8}a^3$. **B.** $\frac{3}{8}a^3$. **C.** $\frac{3\sqrt{2}}{2}a^3$. **D.** $\frac{\sqrt{2}}{2}a^3$.

- Câu 43.** Cho hình nón có góc ở đỉnh bằng 120° và chiều cao bằng 1. Gọi (S) là mặt cầu đi qua đỉnh và chứa đường tròn đáy của hình nón đã cho. Diện tích của (S) bằng
A. 16π . **B.** 12π . **C.** 4π . **D.** 48π

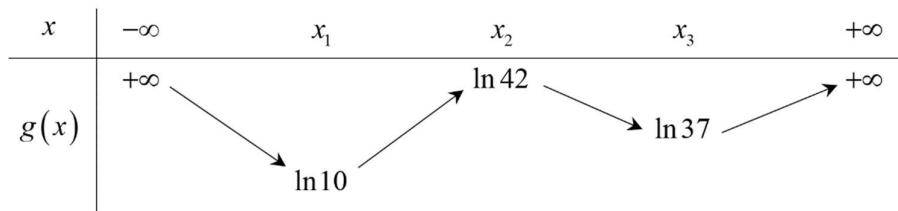
- Câu 44.** Xét các số thực x, y sao cho $49^{9-y^2} \geq a^{4x-\log_7 a^2}$ với mọi số thực dương a . Giá trị lớn nhất của biểu thức $P = x^2 + y^2 + 4x - 3y$ bằng:

- A.** $\frac{121}{4}$. **B.** $\frac{39}{4}$. **C.** 24. **D.** 39.

- Câu 45.** Cho các số phức z_1, z_2, z_3 thỏa mãn $|z_1| = |z_2| = 2|z_3| = 2$ và $3z_1z_2 = 4z_3(z_1 + z_2)$. Gọi A, B, C lần lượt là các điểm biểu diễn của z_1, z_2, z_3 trên mặt phẳng tọa độ. Diện tích tam giác ABC bằng
A. $\frac{\sqrt{7}}{4}$. **B.** $\frac{3\sqrt{7}}{4}$. **C.** $\frac{\sqrt{7}}{2}$. **D.** $\frac{3\sqrt{7}}{2}$.

- Câu 46.** Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z^2| = |z - \bar{z}|$ và $|(z+2)(\bar{z}+2i)| = |z - 2i|^2$?
A. 4. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

- Câu 47.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2;1;-1)$. Gọi (P) là mặt phẳng chứa trục Oy sao cho khoảng cách từ A đến (P) là lớn nhất. Phương trình của (P) là:
- A.** $2x-z=0$. **B.** $2x+z=0$. **C.** $x-z=0$. **D.** $x+z=0$.
- Câu 48.** Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$. Biết rằng hàm số $g(x)=\ln f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



- Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=f'(x)$ và $y=g'(x)$ thuộc khoảng nào dưới đây?
- A.** $(38;39)$. **B.** $(25;26)$. **C.** $(28;29)$. **D.** $(35;36)$.
- Câu 49.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) tâm $I(4;1;2)$ bán kính bằng 2. Gọi $M; N$ là hai điểm lần lượt thuộc hai trục $Ox; Oy$ sao cho đường thẳng MN tiếp xúc với (S) , đồng thời mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $OIMN$ có bán kính bằng $\frac{7}{2}$. Gọi A là tiếp điểm của MN và (S) , giá trị $AM \cdot AN$ bằng
- A.** $6\sqrt{2}$. **B.** 14. **C.** 8. **D.** $9\sqrt{2}$.
- Câu 50.** Có bao nhiêu giá trị nguyên âm của tham số a để hàm số $y=|x^4+2ax^2+8x|$ có đúng ba điểm cực trị?
- A.** 2. **B.** 6. **C.** 5. **D.** 3.

ĐÁP ÁN VÀ LỜI GIẢI CHI TIẾT

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
D	B	B	A	D	D	B	B	D	C	C	B	B	B	A	C	A	B	B	D	B	C	C	C	
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
B	C	A	C	B	A	C	B	C	D	D	A	D	C	B	A	D	A	C	A	A	D	A	D	

Câu 1. Cho hàm số $f(x) = e^x + 2x$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. $\int f(x)dx = e^x + 2x^2 + C$.
 B. $\int f(x)dx = e^x - x^2 + C$.
 C. $\int f(x)dx = e^x + C$.
 D. $\int f(x)dx = e^x + x^2 + C$.

Lời giải

GVSB: Trần Thành Thông/; GVPB1: Bùi Hà; GVPB2:

Chọn D

Ta có $\int f(x)dx = e^x + x^2 + C$.

Câu 2. Đạo hàm của hàm số $y = x^{-3}$ là

- A. $y' = -x^{-4}$.
 B. $y' = -3x^{-4}$.
 C. $y' = -\frac{1}{3}x^{-4}$.
 D. $y' = -\frac{1}{2}x^{-2}$.

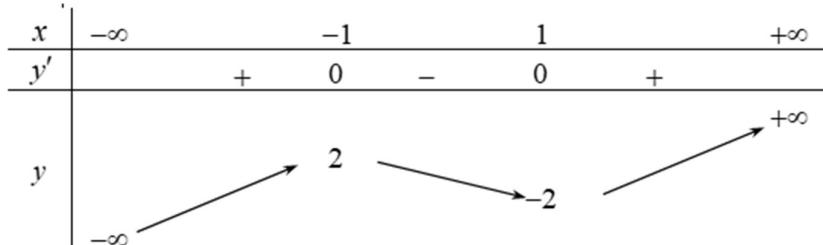
Lời giải

GVSB: Trần Thành Thông; GVPB1: Bùi Hà; GVPB2:

Chọn B

Ta có $y' = -3x^{-4}$.

Câu 3. Hàm số nào dưới đây có bảng biến thiên như sau?



- A. $y = -x^3 + 3x$.
 B. $y = x^3 - 3x$.
 C. $y = -x^4 + 2x^2$.
 D. $y = x^4 - 2x^2$.

Lời giải

GVSB: Trần Quang Nam; GVPB1: Bùi Hà; GVPB2:

Chọn B

Từ đồ thị ta có đây là đồ thị hàm số bậc 3 với hệ số $a > 0$.

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng (Oyz) là

- A. $x = 0$.
 B. $x + y + z = 0$.
 C. $z = 0$.
 D. $y = 0$.

Lời giải

GVSB: Trần Quang Nam; GVPB1: Bùi Hà; GVPB2:

Chọn A

Ta có một véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng Oyz là: $\vec{n}(1; 0; 0)$.

Mặt phẳng đi qua gốc tọa độ $O(0; 0; 0)$.

Phương trình mặt phẳng (Oyz) là: $1(x - 0) + 0(y - 0) + 0(z - 0) = 0$ hay $x = 0$.

Ta chọn đáp án#A.

- Câu 5.** Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{2x+4}$ là đường thẳng có phương trình

- A. $y = -2$. B. $x = -2$. C. $x = 1$. D. $y = 1$.

Lời giải

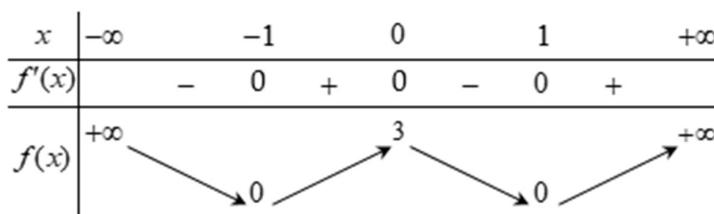
GVSB: Vũ Dụ; GVPB1: Bùi Hà; GVPB2: Kim Dung

Chọn D

Ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x-1}{2x+4} = 1$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x-1}{2x+4} = 1$.

Vậy đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là đường thẳng có phương trình $y = 1$.

- Câu 6.** Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

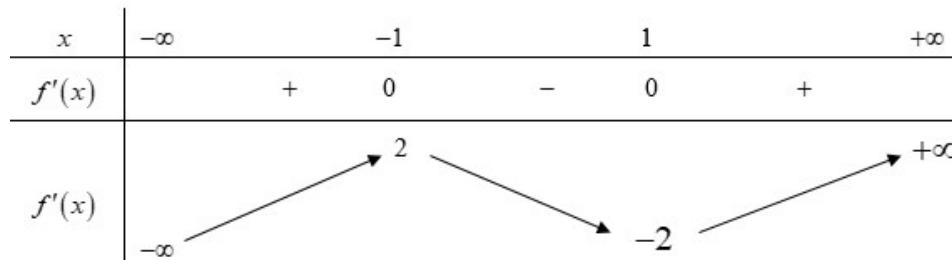
- A. $(0; +\infty)$. B. $(1; +\infty)$. C. $(-1; 0)$. D. $(0; 1)$.

Lời giải

GVSB: Vũ Dụ; GVPB1: Bùi Hà; GVPB2: Kim Dung

Chọn D

- Câu 7.** Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau



Điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

- A. $x = -2$. B. $x = 1$. C. $x = -1$. D. $x = 2$.

Lời giải

GVSB: Nguyễn Thị Nhụng; GVPB1:...; GVPB2:...

Chọn B

Từ bảng biến thiên suy ra điểm cực tiểu của hàm số đã cho là $x = 1$.

- Câu 8.** Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức $z = 2 - 7i$ có tọa độ là

- A. $(2; 7)$. B. $(2; -7)$. C. $(-2; 7)$. D. $(-7; 2)$.

Lời giải

GVSB: Nguyễn Thị Nhụng; GVPB1:...; GVPB2:...

Chọn B

Điểm biểu diễn số phức $z = 2 - 7i$ có tọa độ là $(2; -7)$

- Câu 9.** Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 1$ và $u_2 = 2$. Công bội của cấp số nhân đã cho là

- A. $\frac{1}{2}$. B. 2 . C. -2 . D. $-\frac{1}{2}$.

Lời giải**GVSB: Lê Mẫn ; GVPB1: Tuyet Trinh; GVPB2: Thuy Nguyen****Chọn B**

$$\text{Công bội của cấp số nhân là } q = \frac{u_2}{u_1} = \frac{2}{1} = 2.$$

- Câu 10.** Cho 2 số phức $z_1 = 2 + 3i$ và $z_2 = 1 - i$. Số phức $z_1 + z_2$ bằng

- A. $3 + 4i$. B. $1 + 4i$. C. $z = 5 + i$. D. $3 + 2i$.

Lời giải**GVSB: Lê Mẫn ; GVPB1: Tuyet Trinh; GVPB2: Thuy Nguyen****Chọn D**

Ta có: $z_1 + z_2 = 2 + 3i + 1 - i = 3 + 2i$.

- Câu 11.** Với a là số thực dương tùy ý, $4 \log \sqrt{a}$ bằng

- A. $-4 \log a$. B. $8 \log a$. C. $2 \log a$. D. $-2 \log a$.

Lời giải**GVSB: Thảo Nguyễn; GVPB1: Tuyet Trinh; GVPB2: Kim Dung****Chọn C**

$$\text{Ta có: } 4 \log \sqrt{a} = 4 \log a^{\frac{1}{2}} = 2 \log a.$$

- Câu 12.** Cho $\int f(x) dx = -\cos x + C$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. $f(x) = -\sin x$. B. $f(x) = \cos x$. C. $f(x) = \sin x$. D. $f(x) = -\cos x$.

Lời giải**GVSB: Dương Quá; GVPB1: Tuyet Trinh; GVPB2: Kim Dung****Chọn C**

$$\text{Ta có: } f(x) = (-\cos x + C)' = \sin x.$$

- Câu 13.** Cho hình trụ có chiều cao $h = 1$ và bán kính đáy $r = 2$. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

- A. 3π . B. 4π . C. 2π . D. 6π .

Lời giải**GVSB: Nguyễn Thị Thu ; GVPB1: Thuy Nguyen ; GVPB2:****Chọn B**

$$\text{Diện tích xung quanh } S_{xq} = 2\pi rl = 4\pi.$$

- Câu 14.** Cho khối chóp $S.ABC$ có chiều cao bằng 3, đáy ABC có diện tích bằng 10. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

- A. 15. B. 10. C. 2. D. 30.

Lời giải**GVSB: Nguyễn Thị Thu ; GVPB1: Thuy Nguyen ; GVPB2:****Chọn B**

$$V_{S.ABC} = \frac{1}{3} hB = \frac{1}{3} \cdot 3 \cdot 10 = 10.$$

- Câu 15.** Mô đun của số phức $z = 3 + 4i$ bằng

- A. $\sqrt{7}$ B. 5. C. 7. D. 25.

Lời giải**GVSB: Chau Nguyen Minh; GVPB1: Thuy Nguyen ; GVPB2:****Chọn B**

Ta có $|z| = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$.

Câu 16. Nghiệm của phương trình $3^{2x+1} = 3^{2-x}$ là

- A. $x = \frac{1}{3}$. B. $x = 0$. C. $x = -1$. D. $x = 1$.

Lời giải

GVS: Chau Nguyen Minh; GVPB1:Thuy Nguyen ; GVPB2:

Chọn A

Ta có

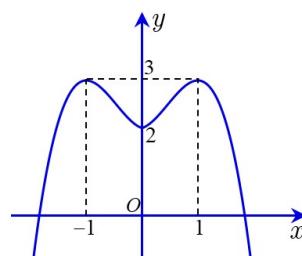
$$3^{2x+1} = 3^{2-x}$$

$$\Leftrightarrow 2x+1 = 2-x$$

$$\Leftrightarrow 3x = 1$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{1}{3}.$$

Câu 17. Cho hàm số $f(x) = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ sau



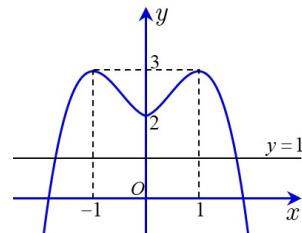
Số nghiệm thực của phương trình $f(x) = 1$ là

- A. 4 . B. 3 . C. 2 . D. 1 .

Lời giải

GVS: Lưu Anh Bảo; GVPB1:Thuy Nguyen ; GVPB2:

Chọn C



Số nghiệm thực của phương trình $f(x) = 1$ bằng với số giao điểm của đường thẳng (d): $y = 1$ và đồ thị (C) của hàm số $y = f(x)$. Dựa vào hình vẽ, ta thấy (d) và (C) cắt nhau tại hai điểm phân biệt nên phương trình đã cho có hai nghiệm thực phân biệt.

Câu 18. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_5(x+1) > 2$ là

- A. $(24; +\infty)$. B. $(9; +\infty)$. C. $(25; +\infty)$. D. $(31; +\infty)$.

Lời giải

GVS: Lưu Anh Bảo; GVPB1:Thuy Nguyen ; GVPB2:

Chọn A

Ta có $\log_5(x+1) > 2 \Leftrightarrow x+1 > 5^2 \Leftrightarrow x > 24$.

Vậy tập hợp nghiệm của bất phương trình là $S = (24; +\infty)$.

Câu 19. Nếu $\int_0^2 f(x)dx = 4$ thì $\int_0^2 \left[\frac{1}{2}f(x) + 2 \right] dx$ bằng

- A. 2 . B. 6 . C. 4 . D. 8 .

Lời giải

GVSB: Hồng Hà Nguyễn ; GVPB1: Vũ Khiêm; GVPB2:

Chọn B

$$\int_0^2 \left[\frac{1}{2}f(x) + 2 \right] dx = \frac{1}{2} \int_0^2 f(x)dx + \int_0^2 2dx = 2 + 4 = 6 .$$

Câu 20. Tập xác định của hàm số $y = \log_3(x-4)$ là.

- A. $(-\infty; 4)$. B. $(4; +\infty)$. C. $(5; +\infty)$. D. $(-\infty; +\infty)$.

Lời giải

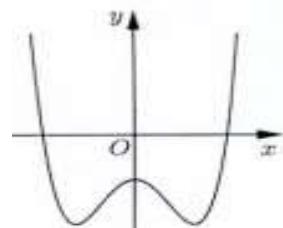
GVSB: Hồng Hà Nguyễn ; GVPB1: Vũ Khiêm; GVPB2:

Chọn B

$$\text{ĐKXĐ } x-4 > 0 \Leftrightarrow x > 4 .$$

Vậy tập xác định của hàm số $y = \log_3(x-4)$ là $(4; +\infty)$.

Câu 21. Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị như đường cong trong hình bên.



Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

- A. 1 . B. 0 . C. 2 . D. 3 .

Lời giải

GVSB: Tuoi Nguyenthihong; GVPB1: Vũ Khiêm; GVPB2:

Chọn D

Dựa vào đồ thị hàm số suy ra hàm số có 3 điểm cực trị.

Câu 22. Số các tổ hợp chập 3 của 12 phần tử là

- A. 1728 . B. 220 . C. 1320 . D. 36 .

Lời giải

GVSB: Tuoi Nguyenthihong; GVPB1: Vũ Khiêm; GVPB2:

Chọn B

Số các tổ hợp chập 3 của 12 phần tử là $C_{12}^3 = 220$.

Câu 23. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; 2; -3)$. Hình chiếu vuông góc của A lên mặt phẳng (Oxy) có tọa độ là

- A. $(1; 0; -3)$. B. $(1; 0; 0)$. C. $(1; 2; 0)$. D. $(0; 2; -3)$.

Lời giải

GVSB: Đức Huy; GVPB1: Vũ Khiêm; GVPB2: Kim Dung

Chọn C

Hình chiếu vuông góc của $A(1; 2; -3)$ lên mặt phẳng (Oxy) có tọa độ là $(1; 2; 0)$.

Câu 24. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 6$. Đường kính của (S) bằng

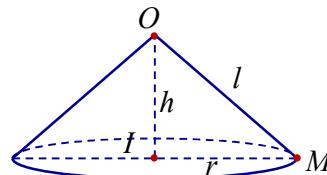
- A. 3 . B. $\sqrt{6}$. C. $2\sqrt{6}$. D. 12 .

Lời giải**GVSБ: Đức Huy; GVPB1: Vũ Khiêm; GVPB2: Kim Dung****Chọn C**

Đường kính của (S) bằng $2R = 2\sqrt{6}$.

- Câu 25.** Cho tam giác OIM vuông tại I có $OI = 3$ và $IM = 4$. Khi quay tam giác OIM quanh cạnh góc vuông OI thì đường gấp khúc OMI tạo thành hình nón có độ dài đường sinh bằng

- A. 4. B. 3. C. 5. D. 7.

Lời giải**GVSБ: Nguyễn Anh Tuấn; GVPB1: Linh Nguyen; GVPB2:****Chọn C**

Ta có chiều cao hình nón $h = OI = 3$, bán kính đáy $r = IM = 4$ thì độ dài đường sinh $l = OM = \sqrt{IM^2 + OI^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$.

- Câu 26.** Cho khối lăng trụ có diện tích đáy $3a^2$ và chiều cao $2a$. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

- A. $3a^3$. B. $6a^3$. C. $2a^3$. D. a^3 .

Lời giải**GVSБ: Nguyễn Anh Tuấn; GVPB1: Linh Nguyen; GVPB2:****Chọn B**

Ta có thể tích khối lăng trụ bằng $V = B.h = 3a^2.2a = 6a^3$.

- Câu 27.** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d : \begin{cases} x = 2+t \\ y = 1-2t \\ z = -1+3t \end{cases}$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ

phương của d ?

- A. $\vec{u}_4 = (2; 1; 1)$. B. $\vec{u}_1 = (2; 1; -1)$. C. $\vec{u}_3 = (1; -2; 3)$. D. $\vec{u}_3 = (1; 2; 3)$.

Lời giải**GVSБ: Dương Chiến; GVPB1: Linh Nguyen; GVPB2:****Chọn C**

Một vectơ chỉ phương của đường thẳng d là $\vec{u}_3 = (1; -2; 3)$.

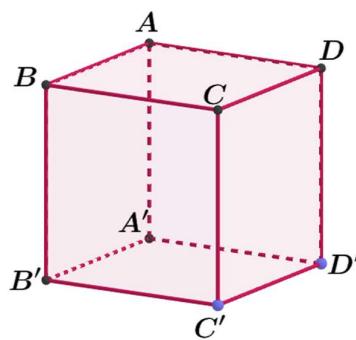
- Câu 28.** Nếu $\int_{-1}^5 f(x)dx = -3$ thì $\int_5^{-1} f(x)dx$ bằng

- A. 3. B. 4. C. 6. D. 5.

Lời giải**GVSБ: Dương Chiến; GVPB1: Linh Nguyen; GVPB2:****Chọn A**

$$\int_5^{-1} f(x)dx = -\int_{-1}^5 f(x)dx = 3.$$

- Câu 29.** Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = a$, $BC = 2a$ và $AA' = 3a$ (tham khảo hình bên). Khoảng cách giữa hai đường thẳng BD và $A'C'$ bằng



- A. $2a$. B. $\sqrt{2}a$. C. $3a$. D. a .

Lời giải

GVSB: Tai Pham Anh; GVPB: Hồ Đức Bân; GVPB2: Nguyễn Thị Nhung

Chọn C

$$d(BD, A'C') = d(BD, (A'B'C'D')) = d(B, (A'B'C'D')) = BB' = 3a.$$

Câu 30. Hàm số nào dưới đây đồng biến trên \mathbb{R} ?

- A. $y = x^4 - x^2$. B. $y = x^3 + x$. C. $y = \frac{x-1}{x+2}$. D. $y = x^3 - x$.

Lời giải

GVSB: Tai Pham Anh; GVPB: Hồ Đức Bân; GVPB2: Nguyễn Thị Nhung

Chọn B

Hàm số $y = x^3 + x \Rightarrow y' = 3x^2 + 1 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$. Do đó hàm số đồng biến trên \mathbb{R} .

Câu 31. Giá trị trị lớn nhất của hàm số $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 10$ trên đoạn $[-2; 2]$ bằng

- A. 15. B. 10. C. -1. D. -12.

Lời giải

GVSB: Nguyễn Đức Tài; GVPB1: Hồ Đức Bân; GVPB2: Kim Dung

Chọn A

Ta có $f'(x) = 3x^2 - 6x - 9$.

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 3 \end{cases} \quad (\text{lỗi})$$

Do đó $f(-2) = 8$, $f(-1) = 15$, $f(2) = -12$.

Vậy $\max_{[-2; 2]} f(x) = f(-1) = 15$.

Câu 32. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 2; -1)$, $B(3; 0; 1)$ và $C(2; 2; -2)$. Đường thẳng đi qua A và vuông góc với mặt phẳng (ABC) có phương trình là

- | | |
|-------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------|
| A. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-1}{-1}$. | B. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z+1}{3}$. |
| C. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+1}{1}$. | D. $\frac{x+1}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-1}{1}$. |

Lời giải

GVSB: Nguyễn Đức Tài; GVPB1: Hồ Đức Bân; GVPB2: Kim Dung

Chọn C

Gọi Δ là đường thẳng cần tìm.

Ta có $[\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC}] = (2; 4; 2)$

Đường thẳng Δ đi qua $A(1;2;-1)$ và có VTCP $\vec{u} = \vec{n}_\Delta = (1;2;1)$ có phương trình

$$\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+1}{1}.$$

- Câu 33.** Chọn ngẫu nhiên một số từ tập hợp các số tự nhiên thuộc đoạn $[40;60]$. Xác suất để chọn được số có chữ số hàng đơn vị lớn hơn chữ số hàng chục bằng

A. $\frac{2}{5}$.

B. $\frac{4}{7}$.

C. $\frac{3}{7}$.

D. $\frac{3}{5}$.

Lời giải

GVSB: Hoàng Văn Quảng; GVPB1: Cham Tran ; GVPB2:

Chọn B

Số cách chọn 1 số thuộc đoạn $[40;60]$ có 21 cách chọn.

Số có chữ số hàng đơn vị lớn hơn chữ số hàng chục:

- Đoạn $[40;49]$ gồm $\{45;46;\dots;49\} \Rightarrow$ có 5 số.
- Đoạn $[50;59]$ gồm $\{56;57;\dots;59\} \Rightarrow$ có 4 số.
- Đoạn $[60;69]$ gồm $\{67;68;69\} \Rightarrow$ có 3 số.

Vậy có $3+4+5=12$ số.

Xác suất để chọn được số có chữ số hàng đơn vị lớn hơn chữ số hàng chục là $P = \frac{12}{21} = \frac{4}{7}$.

- Câu 34.** Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;2;-1)$, $B(3;0;1)$, $C(2;2;-2)$. Đường thẳng đi qua A và vuông góc với mặt phẳng (ABC) có phương trình là:

A. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-1}{-1}$.

B. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z+1}{3}$.

C. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+1}{1}$.

D. $\frac{x+1}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-1}{1}$.

Lời giải

GVSB: Hoàng Văn Quảng; GVPB1: Cham Tran; GVPB2:

Chọn C

$$\overrightarrow{AB} = (2;-2;2), \overrightarrow{AC} = (1;0;-1).$$

$$[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (2;4;2) = 2(1;2;1)$$

Vì đường thẳng cần tìm vuông góc với mặt phẳng (ABC) nên đường thẳng cần tìm có véctơ chỉ phương là $\vec{u} = (1;2;1)$ và đi qua $A(1;2;-1)$. Suy ra phương trình đường thẳng cần tìm là:

$$\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+1}{1}.$$

- Câu 35.** Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 + z + 6 = 0$. Khi đó $z_1 + z_2 + z_1 \cdot z_2$ bằng

A. -5.

B. -7.

C. 7.

D. 5.

Lời giải

GVSB: Trần Thị Vân; GVPB1: Cham Tran; GVPB2:

Chọn D

$$z_1 + z_2 + z_1 \cdot z_2 = (z_1 + z_2) + (z_1 \cdot z_2) = \frac{-1}{1} + \frac{6}{1} = 5 \text{ (áp dụng định lý Vi-et).}$$

- Câu 36.** Cho hàm số $f(x) = 1 - \frac{1}{\cos^2 2x}$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int f(x)dx = x + \frac{1}{2}\cos 2x + C.$

B. $\int f(x)dx = x + \tan 2x + C.$

C. $\int f(x)dx = x + \frac{1}{2}\tan 2x + C.$

D. $\int f(x)dx = x - \frac{1}{2}\tan 2x + C.$

Lời giải

GVS_B: Trần Thị Vân; GVPB1: Bích Vân Bùi Thị; GVPB2: Minh Bùi

Chọn D

$$\int f(x)dx = \int \left(1 - \frac{1}{\cos^2 2x}\right) dx = x - \frac{1}{2}\tan 2x + C.$$

Câu 37. Có bao nhiêu số nguyên thuộc tập xác định của hàm số $y = \log[(6-x)(x+2)]$?

A. 7.

B. 8.

C. Vô số.

D. 9.

Lời giải

GVS_B: Phương Lan; GVPB1: Bích Vân Bùi Thị; GVPB2:

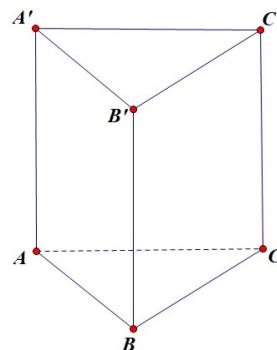
Chọn A

$$\text{ĐKXĐ: } (6-x)(x+2) > 0 \Leftrightarrow -2 < x < 6.$$

$$\text{Mà } x \in \mathbb{Z} \Rightarrow x \in \{-1; 0; 1; 2; 3; 4; 5\}$$

Vậy có 7 số nguyên thuộc tập xác định của hàm số $y = \log[(6-x)(x+2)]$.

Câu 38. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , $AC = 2$, $AB = \sqrt{3}$ và $AA' = 1$ (tham khảo hình bên dưới).



Góc giữa hai mặt phẳng (ABC') và (ABC) bằng

A. 90° .

B. 60° .

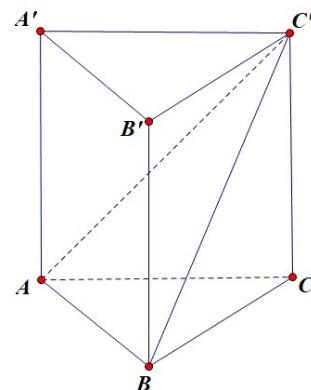
C. 30° .

D. 45° .

Lời giải

GVS_B: Lê Huỳnh Cùng; GVPB1: Minh Bùi; GVPB2:

Chọn D



Ta có $\begin{cases} AB \perp CC' (CC' \perp (ABC)) \\ AB \perp BC \end{cases} \Rightarrow AB \perp (C'CB) \Rightarrow AB \perp C'B.$

$$\begin{cases} (C'AB) \cap (ABC) = AB \\ C'B \perp AB \\ CB \perp AB \end{cases} \Rightarrow \widehat{(C'AB);(ABC)} = \widehat{(C'B;BC)} = \widehat{C'BC}.$$

ΔABC vuông tại B nên $BC = AC^2 - AB^2 = 2^2 - (\sqrt{3})^2 = 1$.

Trong tam giác vuông $C'BC$, $\tan \widehat{C'BC} = \frac{C'C}{BC} = \frac{1}{1} = 1$.

Do đó $\widehat{C'BC} = 45^\circ$. Vậy $\widehat{(C'AB);(ABC)} = 45^\circ$.

- Câu 39.** Cho hàm số $f(x) = mx^4 + 2(m-1)x^2$ với m là tham số thực. Nếu $\min_{[0;2]} f(x) = f(1)$ thì $\max_{[0;2]} f(x)$ bằng

A. 2.

B. -1.

C. 4.

D. 0.

GVS: Đào Văn Tiến/ Văn Thắng Định; GVPB1:...; GVPB2:...

Lời giải

Chọn C

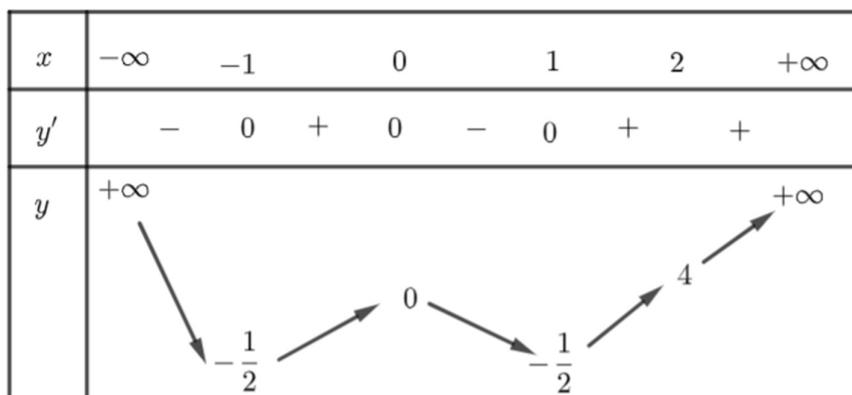
$$f'(x) = 4mx^3 + 4(m-1)x.$$

Do $f(x)$ là hàm đa thức và $\min_{[0;2]} f(x) = f(1) \Rightarrow f'(1) = 0 \Leftrightarrow 4m + 4(m-1) = 0 \Rightarrow m = \frac{1}{2}$.

Thay $m = \frac{1}{2}$ vào hàm số ban đầu ta được

$$y = \frac{1}{2}x^4 + 2\left(\frac{1}{2}-1\right)x^2 = \frac{1}{2}x^4 - x^2 \Rightarrow y' = 2x^3 - 2x = 2x(x-1)(x+1).$$

Ta có BBT:



Vậy với $m = \frac{1}{2}$, thì $\min_{[0;2]} f(x) = f(1) (TM)$.

Dựa vào BBT ta có $\max_{[0;2]} f(x) = f(2) = 4$.

- Câu 40.** Có bao nhiêu số nguyên dương a sao cho ứng với mỗi a có đúng hai số nguyên b thỏa mãn $(5^b - 1)(a \cdot 2^b - 5) < 0$?

A. 20.

B. 21.

C. 22.

D. 19.

Lời giải

GVS: Tô Lê Diễm Hằng/ Đinh Văn Thư; GVPB1:...; GVPB2: Doãn Hoàng Anh

Chọn B

$$(5^b - 1)(a \cdot 2^b - 5) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 5^b - 1 = 0 \\ a \cdot 2^b - 5 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 0 \\ b = \log_2 \frac{5}{a} \end{cases}$$

$$\text{TH1: } \begin{cases} \log_2 \frac{5}{a} < 0 \\ a > 0 \end{cases} \Leftrightarrow a > 5.$$

Vì hàm số $y = a^x$ ($a > 1$) là hàm đồng biến nên $(5^b - 1)(a \cdot 2^b - 5) < 0 \Leftrightarrow \log_2 \frac{5}{a} < b < 0$.

Yêu cầu của bài toán suy ra $-3 \leq \log_2 \frac{5}{a} < -2 \Leftrightarrow \frac{1}{8} \leq \frac{5}{a} < \frac{1}{4} \Leftrightarrow \begin{cases} a \leq 40 \\ a > 20 \end{cases} \xrightarrow{a \in \mathbb{N}^*} a \in \{21, 22, \dots, 40\}$

$$\text{TH1: } \begin{cases} \log_2 \frac{5}{a} > 0 \\ a > 0 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < a < 5$$

Vì hàm số $y = a^x$ ($a > 1$) là hàm đồng biến nên $(5^b - 1)(a \cdot 2^b - 5) < 0 \Leftrightarrow 0 < b < \log_2 \frac{5}{a}$.

Yêu cầu của bài toán suy ra $2 \leq \log_2 \frac{5}{a} < 3 \Leftrightarrow 4 \leq \frac{5}{a} < 8 \Leftrightarrow \begin{cases} a \leq \frac{5}{4} \\ a > \frac{5}{8} \end{cases} \xrightarrow{a \in \mathbb{N}^*} a = 1$.

Vậy có 21 số nguyên a thỏa mãn yêu cầu của bài toán.

- Câu 41.** Biết $F(x)$ và $G(x)$ là hai nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên \mathbb{R} và $\int_0^5 f(x) dx = F(5) - G(0) + a$, ($a > 0$). Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = F(x)$, $y = G(x)$, $x = 0$ và $x = 5$. Khi $S = 20$ thì a bằng?
- A. 4. B. 15. C. 25. D. 20.

Lời giải

GVSB: Nguyễn Anh Tuấn/Nguyễn Thị Nhung; GVPB1:...; GVPB2: Doãn Hoàng Anh

Chọn A

Đặt $G(x) = F(x) + C$ (C là hằng số).

$$\int_0^5 f(x) dx = F(5) - F(0) = F(5) - (G(0) - C) = F(5) - G(0) + C$$

Suy ra $C = a$.

$$S = \int_0^5 |F(x) - G(x)| dx = \int_0^5 |a| dx = \int_0^5 adx = 5a.$$

Theo giả thiết $5a = 20 \Leftrightarrow a = 4$

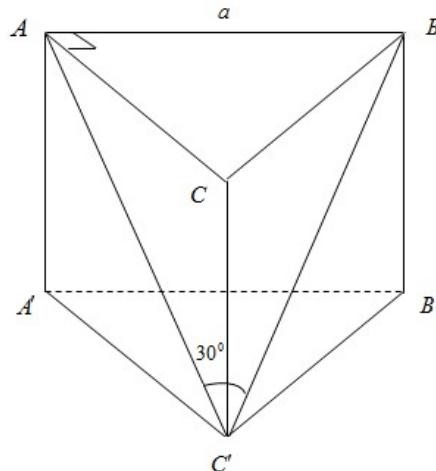
- Câu 42.** Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A , $AB = a$. Góc giữa đường thẳng BC' và mặt phẳng $(ACC'A')$ bằng 30° . Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

- A. $\frac{1}{8}a^3$. B. $\frac{3}{8}a^3$. C. $\frac{3\sqrt{2}}{2}a^3$. D. $\frac{\sqrt{2}}{2}a^3$.

Lời giải

GVSB: Lại Thị Quỳnh/ Dương Thùy; GVPB1: Doãn Hoàng Anh; GVPB2:...

Chọn D



$$\text{Diện tích đáy: } S_{ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC = \frac{a^2}{2}.$$

$$\text{Ta có: } \begin{cases} AB \perp AC \\ AB \perp AA' \end{cases} \Rightarrow AB \perp (ACC'A') \Rightarrow \widehat{(BC', (ACC'A'))} = \widehat{BC'A} = 30^\circ.$$

$$\text{Khi đó } AC' = AB \cdot \cot 30^\circ = a\sqrt{3} \Rightarrow AA' = \sqrt{AC'^2 - A'C'^2} = \sqrt{(a\sqrt{3})^2 - a^2} = a\sqrt{2}.$$

$$\text{Vậy, thể tích khối lăng trụ đã cho là: } V = S_{ABC} \cdot AA' = \frac{a^2}{2} \cdot a\sqrt{2} = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot a^3.$$

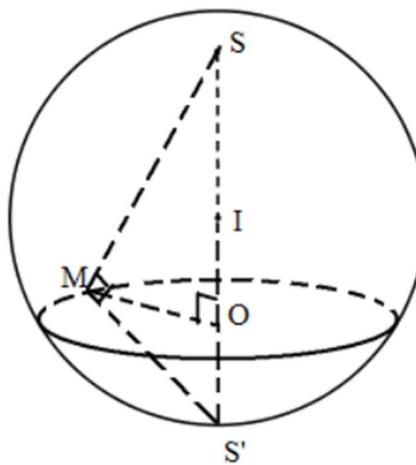
- Câu 43.** Cho hình nón có góc ở đỉnh bằng 120° và chiều cao bằng 1. Gọi (S) là mặt cầu đi qua đỉnh và chứa đường tròn đáy của hình nón đã cho. Diện tích của (S) bằng

- A. 16π . B. 12π . C. 4π . D. 48π

Lời giải

GVSB: Đỗ Ngọc Nam/ Phạm Quốc Toàn; GVPB1: Doãn Hoàng Anh; GVPB2: Minhhai Bui

Chọn A



$$\text{Xét tam giác vuông } SMO \text{ có } \tan \widehat{MSO} = \frac{OM}{OS} \Rightarrow \tan 60^\circ = \frac{OM}{1} \Rightarrow OM = \sqrt{3}$$

Ké đường kính SS' của mặt cầu ngoại tiếp hình nón.Tam giác SMS' vuông tại M có $MO \perp SS'$

$$\Rightarrow MO^2 = OS \cdot OS' \Rightarrow (\sqrt{3})^2 = 1 \cdot OS' \Rightarrow OS' = 3$$

Vậy bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình nón là $R = \frac{OS + OS'}{2} = \frac{1+3}{2} = 2$

Diện tích (S) là $S = 4\pi R^2 = 4\pi \cdot 2^2 = 16\pi$.

- Câu 44.** Xét các số thực x, y sao cho $49^{9-y^2} \geq a^{4x-\log_7 a^2}$ với mọi số thực dương a . Giá trị lớn nhất của biểu thức $P = x^2 + y^2 + 4x - 3y$ bằng:

- A. $\frac{121}{4}$. B. $\frac{39}{4}$. C. 24. D. 39.

GVSB: Nguyễn Thị Kim Cúc/ Quy Tín; GVPB: Nguyễn Duy Nam

Lời giải

Chọn C

• Ta có $49^{9-y^2} \geq a^{4x-\log_7 a^2} \Leftrightarrow \log_7 (49^{9-y^2}) \geq \log_7 (a^{4x-\log_7 a^2})$.

$$\Leftrightarrow (9-y^2) \log_7 (49) \geq (4x-\log_7 a^2) \log_7 (a) \Leftrightarrow 2(9-y^2) \geq 2(2x-\log_7 a) \log_7 a. \quad (1)$$

Đặt $t = \log_7 a$, khi $a > 0$ thì $t \in \mathbb{R}$, (1) trở thành $t^2 - 2x \cdot t + 9 - y^2 \geq 0$. (2)

(1) đúng với mọi $a > 0 \Leftrightarrow$ (2) đúng với mọi $t \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \Delta' = x^2 - 9 + y^2 \leq 0 \Leftrightarrow x^2 + y^2 \leq 9$.

• Xét $(4x-3y)^2 \leq (16+9)(x^2+y^2) \Rightarrow (4x-3y)^2 \leq 225 \Rightarrow 4x-3y \leq 15$

• Suy ra $P = x^2 + y^2 + 4x - 3y \leq 9 + 15 = 24$, đẳng thức xảy ra khi

$$\begin{cases} \frac{x}{4} = \frac{y}{-3} \\ x^2 + y^2 = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{12}{5}; y = -\frac{9}{5} \\ x = -\frac{12}{5}; y = \frac{9}{5} \end{cases}$$

Vậy GTLN của P bằng 24.

- Câu 45.** Cho các số phức z_1, z_2, z_3 thỏa mãn $|z_1| = |z_2| = 2|z_3| = 2$ và $3z_1z_2 = 4z_3(z_1 + z_2)$. Gọi A, B, C lần lượt là các điểm biểu diễn của z_1, z_2, z_3 trên mặt phẳng tọa độ. Diện tích tam giác ABC bằng

- A. $\frac{\sqrt{7}}{4}$. B. $\frac{3\sqrt{7}}{4}$. C. $\frac{\sqrt{7}}{2}$. D. $\frac{3\sqrt{7}}{2}$.

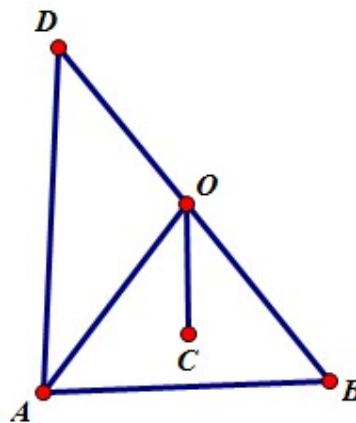
GVSB: Trần Nhung/ Lê Trần Bảo An; GVPB1: Tô Lan ; GVPB2: Thanh bùi

Lời giải

Chọn A

Ta có $3z_1z_2 = 4z_3(z_1 + z_2) \Rightarrow |3z_1z_2| = |4z_3(z_1 + z_2)| \Leftrightarrow |3z_1z_2| = |4z_3(z_1 - (-z_2))|$

$$\Leftrightarrow |z_1 - (-z_2)| = 3.$$



Lấy D đối xứng với B qua O , suy ra D biểu diễn $(-z_2)$.

Ta có $|z_1 - (-z_2)| = 3 \Leftrightarrow AD = 3$.

$$\Delta ABD \text{ có trung tuyén } AO = \frac{1}{2}BD \text{ nên } \Delta ABD \text{ vuông tại } A \Rightarrow AB = \sqrt{BD^2 - AD^2} = \sqrt{7}.$$

$$+ 3z_1 z_2 = 4z_3(z_1 + z_2) \Leftrightarrow z_1(3z_2 - 4z_3) = 4z_2 z_3$$

$$\Rightarrow |z_1||3z_2 - 4z_3| = |4z_2 z_3|$$

$$\Rightarrow |3z_2 - 4z_3| = 4 \Leftrightarrow |\overrightarrow{OB} - 4\overrightarrow{OC}| = 4 \Leftrightarrow 9OB^2 + 16OC^2 - 24OB \cdot OC \cdot \cos \widehat{BOC} = 16$$

$$\Leftrightarrow \cos \widehat{BOC} = \frac{3}{4}.$$

Áp dụng định lí cosin cho ΔBOC ta có:

$$BC = \sqrt{OB^2 + OC^2 - 2OB \cdot OC \cdot \cos \widehat{BOC}} = \sqrt{4 + 1 - 4 \cdot \frac{3}{4}} = \sqrt{2}.$$

Tương tự ta tính được $AC = \sqrt{2}$.

$$\text{Vậy } S_{\Delta ABC} = \frac{\sqrt{7}}{4}.$$

Câu 46. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z^2| = |z - \bar{z}|$ và $|(z+2)(\bar{z}+2i)| = |z - 2i|^2$?

A. 4.

B. 2.

C. 3.

D. 1.

Lời giải

GVSB: Phạm Văn Bình; GVPB1: Tô Lan ; GVPB2: Thanh bùi

Chọn A

Gọi $z = a + bi$ với $a, b \in \mathbb{R}$

Ta có: $|z^2| = |z - \bar{z}| \Leftrightarrow a^2 + b^2 = 2|b| (*)$

Mặt khác $|(z+2)(\bar{z}+2i)| = |z - 2i|^2 (**)$

Vì $\overline{z+2i} = z - 2i$ nên $|\bar{z}+2i| = |z-2i|$.

Nên từ $(**)$ $\Leftrightarrow \begin{cases} |z-2i|=0 \Rightarrow z=2i \\ |z+2|=|z-2i| \end{cases}$.

Với $|z-2i|=0 \Rightarrow z=2i$ (thỏa mãn $(*)$)

Với $|z+2|=|z-2i|\Rightarrow(a+2)^2+b^2=a^2+(b-2)^2\Leftrightarrow a=-b$ thay vào (*) ta được:

$$b^2+b^2=2|b|\Leftrightarrow b^2=|b|\Leftrightarrow \begin{cases} b=0 \\ b=1 \\ b=-1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=0 \\ a=-1 \\ a=1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} z=0 \\ z=-1+i \\ z=1-i \end{cases}$$

Vậy có tất cả 4 số phức thỏa mãn yêu cầu bài toán.

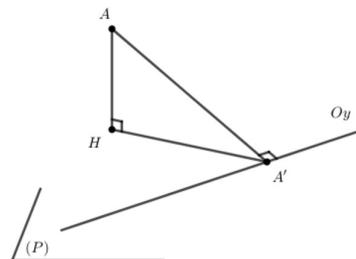
- Câu 47.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2;1;-1)$. Gọi (P) là mặt phẳng chứa trục Oy sao cho khoảng cách từ A đến (P) là lớn nhất. Phương trình của (P) là:

- A.** $2x-z=0$. **B.** $2x+z=0$. **C.** $x-z=0$. **D.** $x+z=0$.

Lời giải

GVSB: Hải Quan/Hoàng Diệp Phạm; GVPB1: Thanh bụi; GVPB2:

Chọn A



Gọi H là hình chiếu vuông góc của điểm A lên mặt phẳng (P) , A' là hình chiếu vuông góc của điểm A lên trục Oy suy ra $A'(0;1;0)$. Khi đó khoảng cách từ A đến (P) là đoạn thẳng $AH \leq AA'$. Độ dài đoạn thẳng AH dài nhất khi H và A' trùng nhau. Khi đó mặt phẳng (P) nhận $\overrightarrow{AA'}=(2;0;-1)$ làm vec tơ pháp tuyến. Suy ra phương trình mặt phẳng (P) đi qua $A'(0;1;0)$ có VTPT: $\overrightarrow{AA'}=(2;0;-1)$ là: $2(x-0)+0(y-1)+(-1)(z-0)=0\Leftrightarrow 2x-z=0$.

- Câu 48.** Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$. Biết rằng hàm số $g(x)=\ln f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	x_1	x_2	x_3	$+\infty$
$g(x)$	$+\infty$	↓	↑	↓	↑
		$\ln 10$	$\ln 42$	$\ln 37$	

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=f'(x)$ và $y=g'(x)$ thuộc khoảng nào dưới đây?

- A.** $(38;39)$. **B.** $(25;26)$. **C.** $(28;29)$. **D.** $(35;36)$.

GVSB: Phí Mạnh Tiến; GVPB1:... ; GVPB2:...

Lời giải

Chọn D

+ Ta có: $g'(x)=\frac{f'(x)}{f(x)}$.

+ Từ bảng biến thiên ta thấy $g(x)>0$, $\forall x \in \mathbb{R}$ suy ra $f(x)=e^{g(x)}>1$, $\forall x \in \mathbb{R}$.

+ Phương trình $f'(x) = g'(x) \Leftrightarrow g'(x) \cdot f(x) = g'(x) \Leftrightarrow g'(x) \cdot [f(x) - 1] = 0 \Leftrightarrow g'(x) = 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = x_1 \\ x = x_2 \\ x = x_3 \end{cases}$$

+ Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f'(x)$ và $y = g'(x)$ là

$$S = \int_{x_1}^{x_3} \left| f'(x) - g'(x) \right| dx = \left| \int_{x_1}^{x_2} \left[f'(x) - \frac{f'(x)}{f(x)} \right] dx + \int_{x_2}^{x_3} \left[f'(x) - \frac{f'(x)}{f(x)} \right] dx \right|$$

$$= \left| \int_{10}^{42} \left(1 - \frac{1}{t} \right) dt + \int_{42}^{37} \left(1 - \frac{1}{t} \right) dt \right| \approx 35,438 \in (35; 36).$$

- Câu 49.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) tâm $I(4;1;2)$ bán kính bằng 2. Gọi $M; N$ là hai điểm lần lượt thuộc hai trục $Ox; Oy$ sao cho đường thẳng MN tiếp xúc với (S) , đồng thời mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $OIMN$ có bán kính bằng $\frac{7}{2}$. Gọi A là tiếp điểm của MN và (S) , giá trị $AM \cdot AN$ bằng

A. $6\sqrt{2}$.

B. 14.

C. 8.

D. $9\sqrt{2}$.

Lời giải

GVSB: Minh Phạm/ Bùi Thành Sơn; GVPB1: ; GVPB2:

Chọn A

Cách 1:

Ta có: $d(I, (Oxy)) = 2$ nên mặt cầu (S) tiếp xúc với mặt phẳng (Oxy) tại điểm $A(4;1;0)$, đồng thời đường thẳng MN tiếp xúc với (S) cũng tại điểm $A(4;1;0)$ do $MN \subset (Oxy)$

Gọi $M(m;0;0); N(0;n;0), m,n > 0$

$$\text{Do } A \in MN \text{ nên } \overrightarrow{AM} = k \overrightarrow{AN} \Rightarrow \begin{cases} m-4=-4k \\ -1=k(n-1) \end{cases} \Rightarrow (m-4)(n-1)=4 \Leftrightarrow m=\frac{4n}{n-1}, n-1 \neq 0.$$

Phương trình mặt phẳng trung trực đoạn $OI: 4x + y + 2z - \frac{21}{2} = 0$

Phương trình mặt phẳng trung trực đoạn $OM: x = \frac{m}{2}$

Phương trình mặt phẳng trung trực đoạn $ON: y = \frac{n}{2}$

Do đó tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $OIMN$ là $J\left(\frac{m}{2}; \frac{n}{2}; \frac{-n^2 + 6n - 21}{4n - 4}\right)$

Theo giả thuyết cầu ngoại tiếp tứ diện $OIMN$ có bán kính bằng $\frac{7}{2}$ nên $OJ = \frac{7}{2}$

$$\Leftrightarrow OJ^2 = \frac{49}{4}$$

$$\Leftrightarrow \frac{4n^2}{(n-1)^2} + \frac{n^2}{4} + \frac{(n^2 - 6n + 21)^2}{16(n-1)^2} = \frac{49}{4}$$

$$\Leftrightarrow n^4 - 4n^3 - 10n^2 + 28n + 49 = 0$$

$$\Leftrightarrow n = 1 \pm 2\sqrt{2}$$

Vì $n > 0$ nên chọn $n = 1 + 2\sqrt{2}$, suy ra $m = 4 + \sqrt{2}$

Khi đó $AM \cdot AN = 6\sqrt{2}$.

Cách 2:

Dễ thấy mặt cầu (S) tiếp xúc với mặt phẳng (Oxy) tại điểm $A(4;1;0)$, đồng thời đường thẳng MN tiếp xúc với (S) cũng tại điểm $A(1;4;0)$ do $MN \subset (Oxy)$

Gọi $M(a;0;0)$; $N(0;b;0)$.

$$\text{Do } A \in MN \text{ nên } \overrightarrow{AM} = k \overrightarrow{AN} \Rightarrow \begin{cases} a-4=-4k \\ -1=k(b-1) \end{cases} \Rightarrow \frac{1}{b} + \frac{4}{a} = 1.$$

Gọi J là trung điểm $MN \Rightarrow J\left(\frac{a}{2}; \frac{b}{2}; 0\right)$ và $I(4;1;2)$ thuộc đường thẳng Δ vuông góc với

$$(Oxy) \text{ tại điểm } J. \text{ Phương trình } \Delta \text{ là } \begin{cases} x = \frac{a}{2} \\ y = \frac{b}{2} \\ z = t \end{cases}$$

\Rightarrow Tâm của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $OIMN$ là điểm $K\left(\frac{a}{2}; \frac{b}{2}; t\right)$.

$$\text{Theo giả thiết ta có hệ: } \begin{cases} \frac{1}{b} + \frac{4}{a} = 1 \\ OK = \frac{7}{2} \\ IK = \frac{7}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{b} + \frac{4}{a} = 1 \\ \frac{a^2}{4} + \frac{b^2}{4} + t^2 = \frac{49}{4} \\ \left(\frac{a}{2} - 4\right)^2 + \left(\frac{b}{2} - 1\right)^2 + (t - 2)^2 = \frac{49}{4} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{4b}{b-1} \\ 4a + b + 4t - 21 = 0 \\ \frac{a^2}{4} + \frac{b^2}{4} + t^2 = \frac{49}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{4b}{b-1} \\ t = \frac{b^2 - 6b + 21}{4(b-1)} \\ \frac{a^2}{4} + \frac{b^2}{4} + t^2 = \frac{49}{4} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{b^2}{4} + \frac{4b^2}{(b-1)^2} + \frac{(b^2 - 6b + 21)^2}{16(b-1)^2} = \frac{49}{4} \Leftrightarrow 4b^2 + 64\left(1 + \frac{1}{b-1}\right)^2 + \left(b - 5 + \frac{16}{b-1}\right)^2 = 196$$

$$\Leftrightarrow 4b^2 + 64 + \frac{128}{b-1} + \frac{64}{(b-1)^2} + (b-5)^2 + 32(b-5) \cdot \frac{1}{b-1} + \frac{256}{(b-1)^2} = 196$$

$$\Leftrightarrow 5b^2 - 10b + 25 + \frac{320}{(b-1)^2} + 32(b-5+4) \cdot \frac{1}{b-1} = 132 \Leftrightarrow (b-1)^2 + \frac{64}{(b-1)^2} = 16$$

$$\Leftrightarrow [(b-1)^2 - 8]^2 = 0 \Leftrightarrow (b-1)^2 = 8 \Leftrightarrow \begin{cases} b = 1 - 2\sqrt{2} \\ b = 1 + 2\sqrt{2} \end{cases}$$

Với $b = 1 - 2\sqrt{2}$ ta được $a = 4 - \sqrt{2} \Rightarrow AM \cdot AN = 6\sqrt{2}$.

Với $b = 1 + 2\sqrt{2}$ ta được $a = 4 + \sqrt{2} \Rightarrow AM \cdot AN = 6\sqrt{2}$.

- Câu 50.** Có bao nhiêu giá trị nguyên âm của tham số a để hàm số $y = |x^4 + 2ax^2 + 8x|$ có đúng ba điểm cực trị?

A. 2.**B.** 6.**C.** 5.**D.** 3.**Lời giải****GVSB: Bùi Thành Sơn/Kieu Hung ; GVPB1: Lê Văn Tùng ; GVPB2:****Chọn D**

Xét hàm số $f(x) = x^4 + 2ax^2 + 8x$ trên \mathbb{R} .

$$f'(x) = 4x^3 + 4ax + 8.$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow 4x^3 + 4ax + 8 = 0 \Leftrightarrow a = -x^2 - \frac{2}{x} \text{ (Do } x=0 \text{ không thỏa mãn nên } x \neq 0).$$

Xét hàm số $g(x) = -x^2 - \frac{2}{x}$ trên $\mathbb{R} \setminus \{0\}$.

$$g'(x) = -2x + \frac{2}{x^2}.$$

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow -2x + \frac{2}{x^2} = 0 \Leftrightarrow x = 1.$$

Bảng biến thiên của hàm số $g(x)$:

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
$g'(x)$	+	+	0	-
$g(x)$	$-\infty$	$+\infty$	-3	$-\infty$

Để thấy phương trình $f(x) = 0$ có ít nhất hai nghiệm phân biệt, trong đó có ít nhất một nghiệm đơn $x = 0$ nên yêu cầu bài toán \Leftrightarrow Hàm số $f(x)$ có đúng một điểm cực trị \Leftrightarrow Phương trình $a = g(x)$ có một nghiệm đơn duy nhất $\Leftrightarrow a \geq -3$.

Do a nguyên âm nên $a \in \{-3; -2; -1\}$.

Vậy có 3 giá trị nguyên âm của tham số a thỏa mãn yêu cầu bài toán.



BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

ĐỀ CHÍNH THỨC

(Đề thi gồm 07 trang)

KỲ THI TỐT NGHIỆP TRUNG HỌC PHỔ THÔNG NĂM 2022

Bài thi: TOÁN

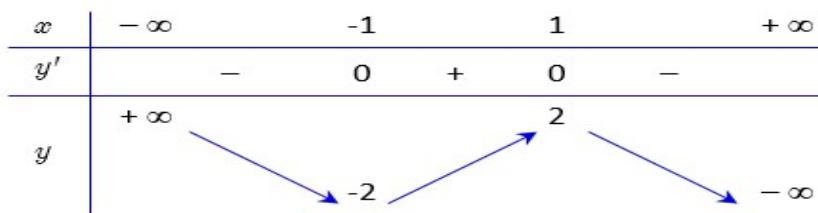
Ngày thi: 07/7/2022

Thời gian làm bài: 90 phút
(không kể thời gian chép đề)

Mã đề thi 103

ĐỀ BÀI

Câu 1. Hàm số nào dưới đây có bảng biến thiên như sau



- A. $y = x^3 - 3x$. B. $y = -x^3 + 3x$. C. $y = x^2 - 2x$. D. $y = -x^2 + 2x$.

Câu 2. Nếu $\int_0^3 f(x)dx = 6$ thì $\int_0^3 \left[\frac{1}{3}f(x) + 2 \right] dx$ bằng?

- A. 8 . B. 5 . C. 9 . D. 6 .

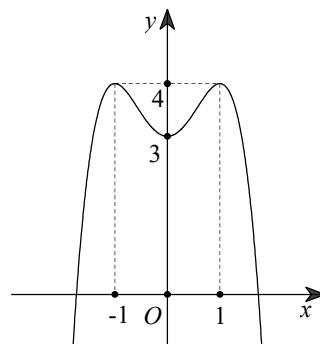
Câu 3. Phần ảo của số phức $z = (2-i)(1+i)$ bằng

- A. 3 . B. 1. C. -1 . D. -3 .

Câu 4. Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. $\int e^x dx = xe^x + C$. B. $\int e^x dx = e^{x+1} + C$. C. $\int e^x dx = -e^{x+1} + C$. D. $\int e^x dx = e^x + C$.

Câu 5. Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị là đường cong trong hình dưới. Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng



- A. 1. B. 4 . C. -1 . D. 3 .

Câu 6. Cho $a = 3^{\sqrt{5}}$, $b = 3^2$ và $c = 3^{\sqrt{6}}$ mệnh đề nào dưới đây đúng

- A. $a < c < b$. B. $a < b < c$. C. $b < a < c$. D. $c < a < b$.

Câu 7. Nếu $\int_{-1}^2 f(x) dx = 2$ và $\int_2^5 f(x) dx = -5$ thì $\int_{-1}^5 f(x) dx$ bằng

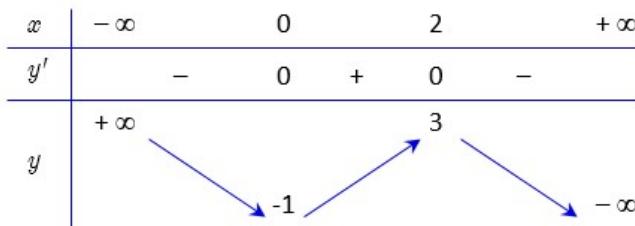
A. -7 .

B. -3 .

C. 4 .

D. 7 .

Câu 8. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau



Số giao điểm của đồ thị hàm số đã cho và đường thẳng $y=1$ là

A. 1.

B. 0 .

C. 2 .

D. 3 .

Câu 9. Từ các chữ số 1,2,3,4,5 lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm năm chữ số đôi một khác nhau?

A. 120 .

B. 5 .

C. 3125 .

D. 1.

Câu 10. Cho khối nón có diện tích đáy bằng $3a^2$ và chiều cao $2a$. Thể tích của khối nón đã cho bằng?

A. $3a^3$.

B. $6a^3$.

C. $2a^3$.

D. $\frac{2}{3}a^3$.

Câu 11. Số nghiệm thực của phương trình $2^{x^2+1}=4$ là

A. 1.

B. 2 .

C. 3 .

D. 0 .

Câu 12. Với a là số thực dương tùy ý, $\log(100a)$ bằng

A. $1-\log a$.

B. $2+\log a$.

C. $2-\log a$.

D. $1+\log a$.

Câu 13. Cho khối chóp $S.ABC$ có chiều cao bằng 5, đáy ABC có diện tích bằng 6. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

A. 11.

B. 10.

C. 15.

D. 30 .

Câu 14. Hàm số $F(x) = \cot x$ là một nguyên hàm của hàm số nào dưới đây trên khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$

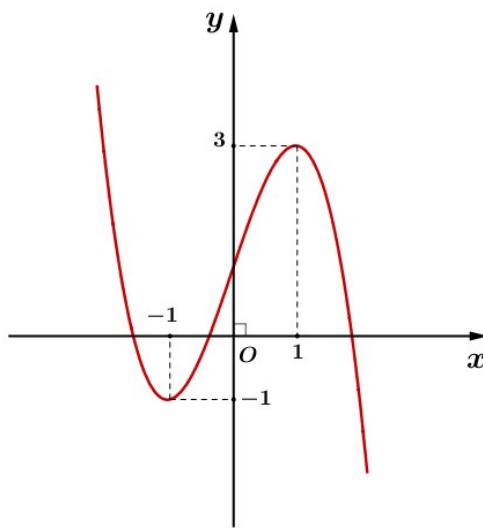
$$\mathbf{A.} \quad f_2(x) = \frac{1}{\sin^2 x}.$$

$$\mathbf{B.} \quad f_1(x) = -\frac{1}{\cos^2 x}.$$

$$\mathbf{C.} \quad f_4(x) = \frac{1}{\cos^2 x}.$$

$$\mathbf{D.} \quad f_3(x) = -\frac{1}{\sin^2 x}.$$

Câu 15. Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong hình bên.



Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số đã cho có tọa độ

- A. $(1; -1)$. B. $(3; 1)$. C. $(1; 3)$. D. $(-1; -1)$.

Câu 16. Số phức nào dưới đây có phần ảo bằng phần ảo của số phức $w = 1 - 4i$

- A. $z_2 = 3 + 4i$. B. $z_1 = 5 - 4i$. C. $z_3 = 1 - 5i$. D. $z_4 = 1 + 4i$.

Câu 17. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 3$ và công bội $q = 2$. Số hạng tổng quát u_n ($n \geq 2$) bằng

- A. $3 \cdot 2^{n-1}$. B. $3 \cdot 2^{n+2}$. C. $3 \cdot 2^n$. D. $3 \cdot 2^{n+1}$.

Câu 18. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-3)^2 = 4$. Tâm của (S) có tọa độ là

- A. $(-4; 2; -6)$. B. $(4; -2; 6)$. C. $(2; -1; 3)$. D. $(-2; 1; -3)$.

Câu 19. Cho khối chóp và khối lăng trụ có diện tích đáy, chiều cao tương ứng bằng nhau và có thể tích lần

lượt là V_1, V_2 . Tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$ bằng

- A. $\frac{2}{3}$. B. 3. C. $\frac{3}{2}$. D. $\frac{1}{3}$.

Câu 20. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z+1}{3}$. Điểm nào dưới đây thuộc d ?

- A. $Q(2; 1; 1)$. B. $M(1; 2; 3)$. C. $P(2; 1; -1)$. D. $N(1; -2; 3)$.

Câu 21. Trong không gian $Oxyz$, phương trình của mặt phẳng (Oxy) là:

- A. $z = 0$. B. $x = 0$. C. $y = 0$. D. $x + y = 0$.

Câu 22. Cho điểm M nằm ngoài mặt cầu $S(O; R)$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. $OM \leq R$. B. $OM > R$. C. $OM = R$. D. $OM < R$.

Câu 23. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức $z = 2 + 7i$ có tọa độ là

- A. $(2; -7)$. B. $(2; 7)$. C. $(7; 2)$. D. $(-2; -7)$.

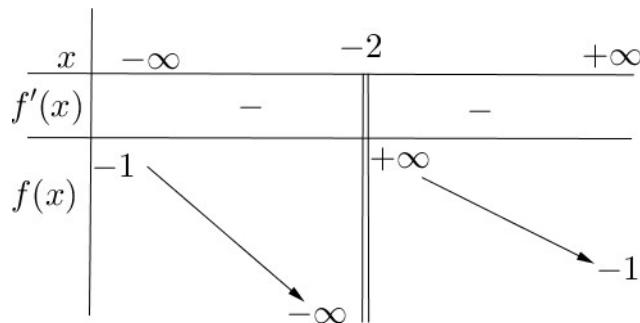
Câu 24. Nghiệm của phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(2x-1)=0$ là

- A. $x = \frac{3}{4}$. B. $x = 1$. C. $x = \frac{1}{2}$. D. $x = \frac{2}{3}$.

Câu 25. Tập xác định của hàm số $y = \log_2(x-1)$ là

- A. $(2; +\infty)$. B. $(-\infty; +\infty)$. C. $(1; +\infty)$. D. $(-\infty; 1)$.

Câu 26. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



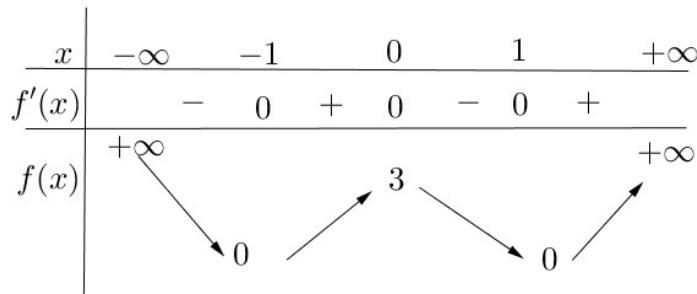
Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là đường thẳng có phương trình:

- A. $x = -1$. B. $y = -1$. C. $y = -2$. D. $x = -2$.

Câu 27. Trong không gian $Oxyz$. Cho hai vectơ $\vec{u} = (1; -4; 0)$ và $\vec{v} = (-1; -2; 1)$. Vectơ $\vec{u} + 3\vec{v}$ có tọa độ là

- A. $(-2; -6; 3)$. B. $(-4; -8; 4)$. C. $(-2; -10; -3)$. D. $(-2; -10; 3)$.

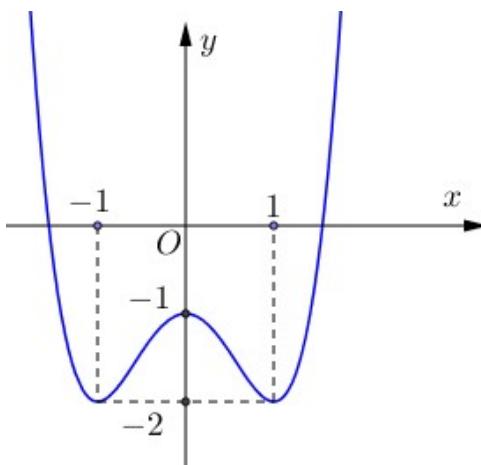
Câu 28. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(0; 3)$. B. $(0; +\infty)$. C. $(-1; 0)$. D. $(-\infty; -1)$.

Câu 29. Cho hàm số $f(x) = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Có bao nhiêu giá trị nguyên thuộc đoạn $[-2; 5]$ của tham số m để phương trình $f(x) = m$ có đúng 2 nghiệm thực phân biệt?



A. 1.

B. 6.

C. 7.

D. 5.

Câu 30. Cho hàm số $f(x) = 1 + e^{2x}$. Khẳng định nào dưới đây là đúng?

A. $\int f(x)dx = x + \frac{1}{2}e^x + C$.

B. $\int f(x)dx = x + 2e^{2x} + C$.

C. $\int f(x)dx = x + \frac{1}{2}e^{2x} + C$.

D. $\int f(x)dx = x + e^{2x} + C$.

Câu 31. Gọi z_1 và z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - 2z + 5 = 0$. Khi đó $z_1^2 + z_2^2$ bằng

A. 6.

B. $8i$.

C. $-8i$.

D. -6.

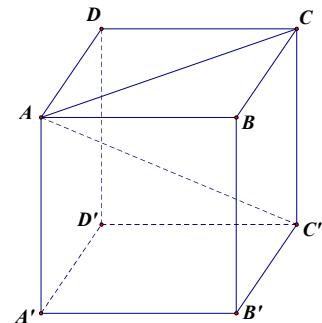
Câu 32. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ (tham khảo hình bên). Giá trị sin của góc giữa đường thẳng AC' và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng

A. $\frac{\sqrt{3}}{3}$.

B. $\frac{\sqrt{6}}{3}$.

C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$.



Câu 33. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; 2; 3)$. Phương trình của mặt cầu

tâm A và tiếp xúc với mặt phẳng $x - 2y + 2x + 3 = 0$ là

A. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z+3)^2 = 2$.

B. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 2$.

C. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z+3)^2 = 4$.

D. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 4$.

Câu 34. Với a, b là các số thực dương tùy ý và $a \neq 1$, $\log_{\frac{1}{a}} \frac{1}{b^3}$ bằng

A. $3\log_a b$.

B. $\log_a b$.

C. $-3\log_a b$.

D. $\frac{1}{3}\log_a b$.

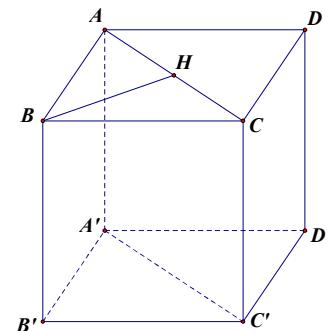
Câu 35. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng 3 (tham khảo hình bên). Khoảng cách từ B đến mặt phẳng $(ACC'A')$ bằng

A. $\frac{3\sqrt{2}}{2}$.

B. $\frac{3}{2}$.

C. $3\sqrt{2}$.

D. 3.



Câu 36. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x + 1$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-1; +\infty)$.

B. $(1; +\infty)$.

C. $(-\infty; -1)$.

D. $(-\infty; 1)$.

Câu 37. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2; -2; 1)$ và mặt phẳng $(P): 2x - 3y - z + 1 = 0$. Đường thẳng đi qua M và vuông với (P) có phương trình là:

A. $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = 2 - 3t \\ z = 1 - t \end{cases}$

B. $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -2 - 3t \\ z = 1 - t \end{cases}$

C. $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -2 + 3t \\ z = 1 + t \end{cases}$

D. $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -3 - 2t \\ z = -1 + t \end{cases}$

Câu 38. Chọn ngẫu nhiên một số từ tập hợp các số tự nhiên thuộc đoạn $[30; 50]$. Xác suất để chọn được số có chữ số hàng đơn vị lớn hơn chữ số hàng chục bằng

A. $\frac{11}{21}$.

B. $\frac{8}{21}$.

C. $\frac{13}{21}$.

D. $\frac{10}{21}$.

Câu 39. Biết $F(x); G(x)$ là hai nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên \mathbb{R} và

$$\int_0^4 f(x) dx = F(4) - G(0) + a \quad (a > 0).$$

Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường

$$y = F(x); y = G(x); x = 0; x = 4.$$

Khi $S = 8$ thì a bằng

A. 8

B. 4

C. 12

D. 2

Câu 40. Cho hàm số $f(x) = ax^4 + 2(a+4)x^2 - 1$ với a là tham số thực. Nếu $\max_{[0;2]} f(x) = f(1)$

thì $\min_{[0;2]} f(x)$ bằng

A. -17

B. -16

C. -1

D. 3

Câu 41. Có bao nhiêu số nguyên dương a sao cho ứng với mỗi a có đúng hai số nguyên b thỏa mãn

$$(4^b - 1)(a \cdot 3^b - 10) < 0 ?$$

A. 182.

B. 179.

C. 180.

D. 181.

Câu 42. Cho hình nón có góc ở đỉnh bằng 120° và chiều cao bằng 3. Gọi (S) là mặt cầu đi qua đỉnh và chứa đường tròn đáy của hình nón đã cho. Diện tích của (S) bằng

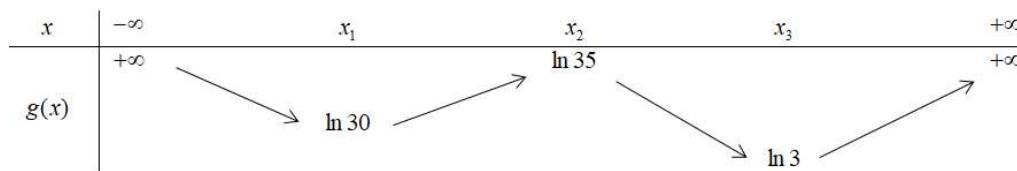
A. 144π .

B. 108π .

C. 48π .

D. 96π .

Câu 43. Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$. Biết rằng hàm số $g(x) = \ln f(x)$ có bảng biến thiên



Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f'(x)$ và $y = g'(x)$ thuộc khoảng nào dưới đây?

A. $(33;35)$.

B. $(37;40)$.

C. $(29;32)$.

D. $(24;26)$.

Câu 44. Xét tất cả số thực x, y sao cho $27^{5-y^2} \geq a^{6x-\log_3 a^3}$ với mọi số thực dương a . Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = x^2 + y^2 - 4x + 8y$ bằng

A. -15 .

B. 25 .

C. -5 .

D. -20 .

Lời giải

Câu 45. Cho các số phức z_1, z_2, z_3 thỏa mãn $2|z_1| = 2|z_2| = |z_3| = 2$ và $(z_1 + z_2)z_3 = 3z_1z_2$. Gọi A, B, C lần lượt là các điểm biểu diễn của z_1, z_2, z_3 trên mặt phẳng tọa độ. Diện tích tam giác ABC bằng

A. $\frac{5\sqrt{7}}{8}$.

B. $\frac{5\sqrt{7}}{16}$.

C. $\frac{5\sqrt{7}}{24}$.

D. $\frac{5\sqrt{7}}{32}$.

Câu 46. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; 2; 2)$. Gọi (P) là mặt phẳng chứa trục Ox sao cho khoảng cách từ A đến (P) lớn nhất. Phương trình của (P) là:

A. $2y - z = 0$.

B. $2y + z = 0$.

C. $y - z = 0$.

D. $y + z = 0$.

Câu 47. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z^2| = |z - \bar{z}|$ và $|(z - 2)(\bar{z} - 2i)| = |z + 2i|^2$?

A. 2.

B. 3.

C. 1.

D. 4.

Câu 48. Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A , cạnh bên $AA' = 2a$, góc giữa hai mặt phẳng $(A'B'C)$ và (ABC) bằng 30° . Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. $24a^3$.

B. $\frac{8}{3}a^3$.

C. $8a^3$.

D. $\frac{8}{9}a^3$.

Câu 49. Có bao nhiêu giá trị nguyên âm của tham số a để hàm số $y = |x^4 + ax^2 - 8x|$ có đúng 3 điểm cực trị?

A. 5.

B. 6.

C. 11.

D. 10.

Câu 50. Trong không gian $Oxyz$ cho mặt cầu (S) tâm $I(9;3;1)$ bán kính bằng 3. Gọi M, N là hai điểm lần lượt thuộc 2 trục Ox, Oz sao cho đường thẳng MN tiếp xúc với (S) , đồng thời mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $OIMN$ có bán kính bằng $\frac{13}{2}$. Gọi A là tiếp điểm của MN và (S) , giá trị $AM \cdot AN$ bằng

A. $12\sqrt{3}$.

B. 18.

C. $28\sqrt{3}$.

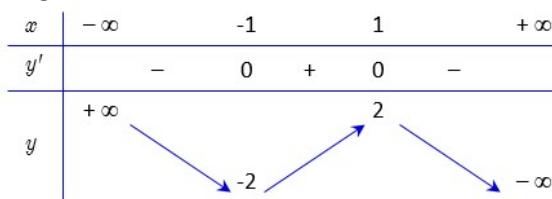
D. 39.

BẢNG ĐÁP ÁN

1.B	2.A	3.B	4.D	5.D	6.C	7.B	8.D	9.A	10.C	11.B	12.B	13.B	14.D	15.D
16.B	17.A	18.C	19.D	20.C	21.A	22.B	23.B	24.B	25.C	26.D	27.D	28.C	29.C	30.C
31.D	32.A	33.D	34.A	35.A	36.C	37.B	38.A	39.A	40.B	41.D	42.A	43.A	44.A	45.B
46.D	47.D	48.A	49.B	50.A										

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. Hàm số nào dưới đây có bảng biến thiên như sau



- A.** $y = x^3 - 3x$. **B.** $y = -x^3 + 3x$. **C.** $y = x^2 - 2x$. **D.** $y = -x^2 + 2x$.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào bảng biến thiên ta nhận thấy:

- Đây là hàm $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a \neq 0$).
- $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = -\infty \Rightarrow a < 0$.

Do đó hàm số thỏa mãn là $y = -x^3 + 3x$.

Câu 2. Nếu $\int_0^3 f(x)dx = 6$ thì $\int_0^3 \left[\frac{1}{3}f(x) + 2 \right] dx$ bằng?

- A.** 8 . **B.** 5 . **C.** 9 . **D.** 6 .

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } \int_0^3 \left[\frac{1}{3}f(x) + 2 \right] dx = \frac{1}{3} \int_0^3 f(x)dx + \int_0^3 2dx = \frac{1}{3} \cdot 6 + 6 = 8.$$

Câu 3. Phần ảo của số phức $z = (2-i)(1+i)$ bằng

- A.** 3 . **B.** 1. **C.** -1 . **D.** -3 .

Lời giải

Chọn B

Ta có $z = (2-i)(1+i) = 3+i$. Vậy phần ảo là 1.

Câu 4. Khẳng định nào dưới đây đúng?

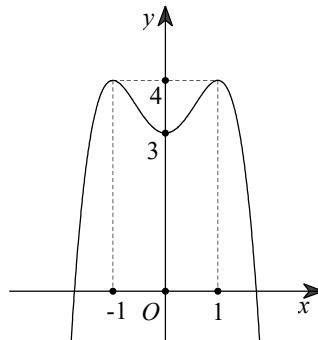
- A.** $\int e^x dx = xe^x + C$. **B.** $\int e^x dx = e^{x+1} + C$. **C.** $\int e^x dx = -e^{x+1} + C$. **D.** $\int e^x dx = e^x + C$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\int e^x dx = e^x + C$.

- Câu 5.** Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị là đường cong trong hình dưới. Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng



A. 1.

B. 4 .

C. -1 .

D. 3 .

Lời giải

Chọn D

Dựa vào đồ thị hàm số ta thấy giá trị cực tiểu bằng 3 .

- Câu 6.** Cho $a = 3^{\sqrt{5}}, b = 3^2, c = 3^{\sqrt{6}}$ mệnh đề nào dưới đây đúng

A. $a < c < b$.

B. $a < b < c$.

C. $b < a < c$.

D. $c < a < b$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $a = 3^{\sqrt{5}}, b = 3^2 = 3^{\sqrt{4}}, c = 3^{\sqrt{6}}$ và $\begin{cases} \sqrt{4} < \sqrt{5} < \sqrt{6} \\ 3 > 1 \end{cases} \Rightarrow b < a < c$.

- Câu 7.** Nếu $\int_{-1}^2 f(x) dx = 2$ và $\int_2^5 f(x) dx = -5$ thì $\int_{-1}^5 f(x) dx$ bằng

A. -7 .

B. -3 .

C. 4 .

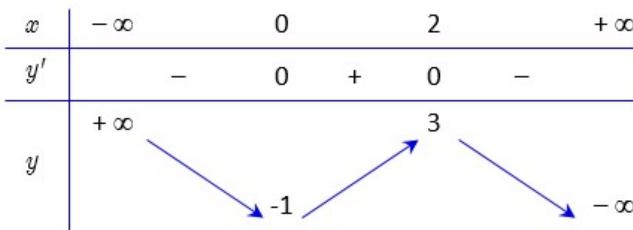
D. 7 .

Lời giải

Chọn B

Ta có $\int_{-1}^5 f(x) dx = \int_{-1}^2 f(x) dx + \int_2^5 f(x) dx = 2 - 5 = -3$.

- Câu 8.** Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

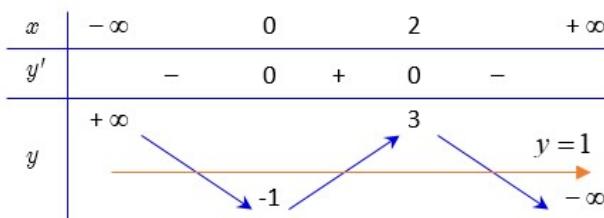


Số giao điểm của đồ thị hàm số đã cho và đường thẳng $y=1$ là

- A. 1. B. 0. C. 2. D. 3.

Lời giải

Chọn D



Dựa vào bảng biến thiên ta thấy đường thẳng $y=1$ cắt đồ thị hàm số tại 3 điểm.

- Câu 9. Từ các chữ số 1,2,3,4,5 lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm năm chữ số đôi một khác nhau?

- A. 120. B. 5. C. 3125. D. 1.

Lời giải

Chọn A

Số các số tự nhiên gồm năm chữ số khác nhau lập từ các số 1,2,3,4,5 là $5! = 120$.

- Câu 10. Cho khối nón có diện tích đáy bằng $3a^2$ và chiều cao $2a$. Thể tích của khối nón đã cho bằng?

- A. $3a^3$. B. $6a^3$. C. $2a^3$. D. $\frac{2}{3}a^3$.

Lời giải

Chọn C

Thể tích của khối nón đã cho bằng $V = \frac{1}{3} \cdot 3a^2 \cdot 2a = 2a^3$.

- Câu 11. Số nghiệm thực của phương trình $2^{x^2+1} = 4$ là

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 0.

Lời giải

Chọn B

$$2^{x^2+1} = 2^2 \Leftrightarrow x^2 + 1 = 2 \Leftrightarrow x^2 = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \end{cases}$$

- Câu 12. Với a là số thực dương tùy ý, $\log(100a)$ bằng

- A. $1 - \log a$. B. $2 + \log a$. C. $2 - \log a$. D. $1 + \log a$.

Lời giải

Chọn B

$$\log(100a) = \log(100) + \log a = 2 + \log a$$

- Câu 13.** Cho khối chóp $S.ABC$ có chiều cao bằng 5, đáy ABC có diện tích bằng 6. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

A. 11.

B. 10.

C. 15.

D. 30.

Lời giải

Chọn B

$$V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot S \cdot h = \frac{1}{3} \cdot 6 \cdot 5 = 10$$

- Câu 14.** Hàm số $F(x) = \cot x$ là một nguyên hàm của hàm số nào dưới đây trên khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$

A. $f_2(x) = \frac{1}{\sin^2 x}$.

B. $f_1(x) = -\frac{1}{\cos^2 x}$.

C. $f_4(x) = \frac{1}{\cos^2 x}$.

D. $f_3(x) = -\frac{1}{\sin^2 x}$.

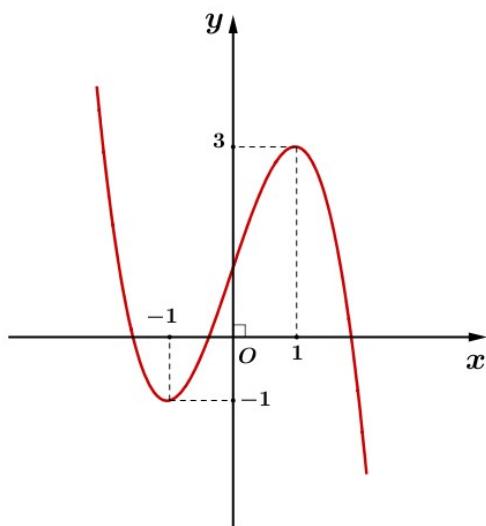
Lời giải

Chọn D

Có $\int \frac{1}{\sin^2 x} dx = -\cot x + C$ suy ra $F(x) = \cot x$ trên khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ là một nguyên hàm của hàm

số $f_3(x) = -\frac{1}{\sin^2 x}$.

- Câu 15.** Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong hình bên.



Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số đã cho có tọa độ

- A. $(1; -1)$. B. $(3; 1)$. C. $(1; 3)$. D. $(-1; -1)$.

Lời giải

Chọn D

Dựa vào đồ thị, điểm cực tiểu của đồ thị hàm số đã cho là $(-1; -1)$

Câu 16. Số phức nào dưới đây có phần ảo bằng phần ảo của số phức $w = 1 - 4i$

- A. $z_2 = 3 + 4i$. B. $z_1 = 5 - 4i$. C. $z_3 = 1 - 5i$. D. $z_4 = 1 + 4i$.

Lời giải

Chọn B

Cả hai số phức $w = 1 - 4i$ và $z_1 = 5 - 4i$ đều có phần ảo bằng -4 nên ta chọn B.

Câu 17. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 3$ và công bội $q = 2$. Số hạng tổng quát $u_n (n \geq 2)$ bằng

- A. $3 \cdot 2^{n-1}$. B. $3 \cdot 2^{n+2}$. C. $3 \cdot 2^n$. D. $3 \cdot 2^{n+1}$.

Lời giải

Chọn A

Cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 3$ và công bội $q = 2$ có số hạng tổng quát $u_n = 3 \cdot 2^{n-1}$.

Câu 18. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-3)^2 = 4$. Tâm của (S) có tọa độ là

- A. $(-4; 2; -6)$. B. $(4; -2; 6)$. C. $(2; -1; 3)$. D. $(-2; 1; -3)$.

Lời giải

Chọn C

Mặt cầu $(S): (x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-3)^2 = 4$ có tâm là $(2; -1; 3)$.

Câu 19. Cho khối chóp và khối lăng trụ có diện tích đáy, chiều cao tương ứng bằng nhau và có thể tích lần lượt là V_1, V_2 . Tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$ bằng

- A. $\frac{2}{3}$. B. 3 . C. $\frac{3}{2}$. D. $\frac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn D

Gọi diện tích đáy và chiều cao tương ứng của khối chóp và khối lăng trụ là B và h .

$$\text{Ta có } \begin{cases} V_1 = \frac{1}{3} Bh \\ V_2 = Bh \end{cases} \Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{3}.$$

Câu 20. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z+1}{3}$. Điểm nào dưới đây thuộc d ?

- A. $Q(2;1;1)$. B. $M(1;2;3)$. C. $P(2;1;-1)$. D. $N(1;-2;3)$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Cho } \begin{cases} x-2=0 \\ y-1=0 \\ z+1=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=1 \\ z=-1 \end{cases} \text{ vậy } P(2;1;-1) \in d.$$

Câu 21. Trong không gian $Oxyz$, phương trình của mặt phẳng (Oxy) là:

- A. $z = 0$. B. $x = 0$. C. $y = 0$. D. $x + y = 0$.

Lời giải

Chọn A

Câu 22. Cho điểm M nằm ngoài mặt cầu $S(O; R)$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. $OM \leq R$. B. $OM > R$. C. $OM = R$. D. $OM < R$.

Lời giải

Chọn B

Câu 23. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức $z = 2 + 7i$ có tọa độ là

- A. $(2;-7)$. B. $(2;7)$. C. $(7;2)$. D. $(-2;-7)$.

Lời giải

Chọn B

Câu 24. Nghiệm của phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(2x-1)=0$ là

- A. $x = \frac{3}{4}$. B. $x = 1$. C. $x = \frac{1}{2}$. D. $x = \frac{2}{3}$.

Lời giải

Chọn B

$$\log_{\frac{1}{2}}(2x-1)=0 \Leftrightarrow 2x-1=1 \Leftrightarrow x=1.$$

Vậy nghiệm của phương trình là $x=1$.

Câu 25. Tập xác định của hàm số $y = \log_2(x-1)$ là

- A. $(2;+\infty)$. B. $(-\infty;+\infty)$. C. $(1;+\infty)$. D. $(-\infty;1)$.

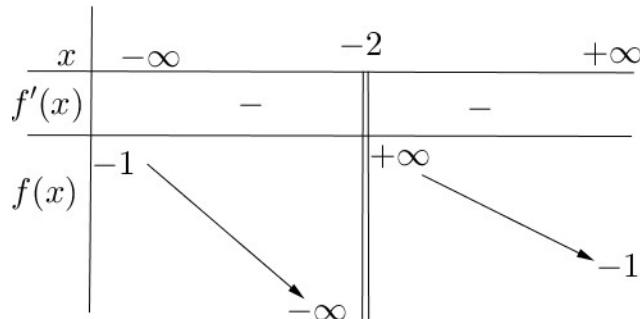
Lời giải

Chọn C

Hàm số xác định khi $x - 1 > 0 \Leftrightarrow x > 1$.

Tập xác định của hàm số là $D = (1; +\infty)$.

Câu 26. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là đường thẳng có phương trình:

- A. $x = -1$. B. $y = -1$. C. $y = -2$. D. $x = -2$.

Lời giải

Chọn D

Ta thấy: $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = +\infty$ và $\lim_{x \rightarrow -2^-} f(x) = -\infty$.

Vậy tiệm cận đứng của hàm số đã cho là $x = -2$.

Câu 27. Trong không gian $Oxyz$. Cho hai vectơ $\vec{u} = (1; -4; 0)$ và $\vec{v} = (-1; -2; 1)$. Vectơ $\vec{u} + 3\vec{v}$ có tọa độ là

- A. $(-2; -6; 3)$. B. $(-4; -8; 4)$. C. $(-2; -10; -3)$. D. $(-2; -10; 3)$.

Lời giải

Chọn D

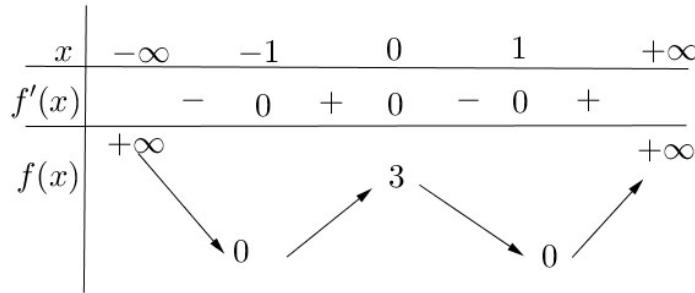
Ta có:

$$\vec{u} = (1; -4; 0)$$

$$3\vec{v} = (-3; -6; 3)$$

Vậy: $\vec{u} + 3\vec{v} = (-2; -10; 3)$

Câu 28. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



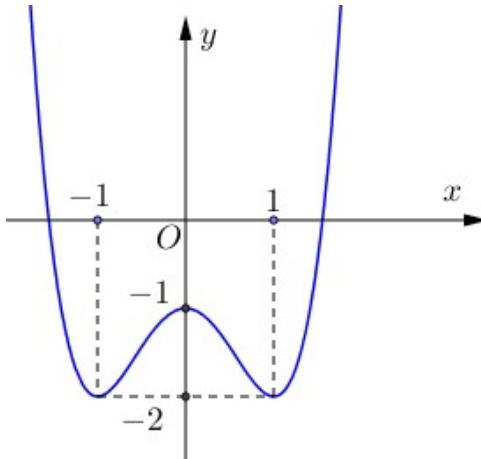
Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(0; 3)$. B. $(0; +\infty)$. C. $(-1; 0)$. D. $(-\infty; -1)$.

Lời giải

Chọn C

- Câu 29.** Cho hàm số $f(x) = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Có bao nhiêu giá trị nguyên thuộc đoạn $[-2; 5]$ của tham số m để phương trình $f(x) = m$ có đúng 2 nghiệm thực phân biệt?



A. 1

B. 6.

C. 7.

D. 5.

Lời giải

Chọn C

Dựa vào đồ thị ta thấy phương trình $f(x) = m$ có đúng hai nghiệm thực phân biệt khi $m = -2$. Hoặc $m > -1$. Vậy $m \in \{-2; 0; 1; 2; 3; 4; 5\}$. Vậy có 7 giá trị m thỏa mãn.

- Câu 30.** Cho hàm số $f(x) = 1 + e^{2x}$. Khẳng định nào dưới đây là đúng?

A. $\int f(x)dx = x + \frac{1}{2}e^x + C.$

B. $\int f(x)dx = x + 2e^{2x} + C.$

C. $\int f(x)dx = x + \frac{1}{2}e^{2x} + C.$

D. $\int f(x)dx = x + e^{2x} + C.$

Lời giải

Chọn C

Ta có $\int (1 + e^{2x})dx = x + \frac{1}{2}e^{2x} + C.$

- Câu 31.** Gọi z_1 và z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - 2z + 5 = 0$. Khi đó $z_1^2 + z_2^2$ bằng

A. 6 .

B. 8i .

C. -8i .

D. -6 .

Lời giải

Chọn D

Phương trình $z^2 - 2z + 5 = 0$ có nghiệm là $z_1 = 1 - 2i$ và $z_2 = 1 + 2i$ nên ta có:

$$z_1^2 + z_2^2 = (1+2i)^2 + (1-2i)^2 = -6.$$

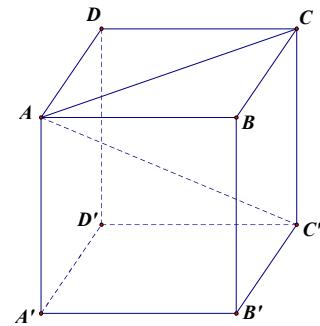
Câu 32. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ (tham khảo hình bên). Giá trị sin của góc giữa đường thẳng AC' và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng

A. $\frac{\sqrt{3}}{3}$.

B. $\frac{\sqrt{6}}{3}$.

C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$.



Lời giải

Chọn A

Ta có $AC = CC'\sqrt{2}$

$$\Rightarrow AC' = \sqrt{AC^2 + CC'^2} = CC'\sqrt{3}$$

Ta có $\widehat{(AC';(ABCD))} = \widehat{(AC';AC)} = \widehat{CAC'}$

$$\sin \widehat{CAC'} = \frac{CC'}{AC'} = \frac{CC'}{CC'\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}.$$

Câu 33. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; 2; 3)$. Phương trình của mặt cầu tâm A và tiếp xúc với mặt phẳng $x - 2y + 2x + 3 = 0$ là

A. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z+3)^2 = 2$.

B. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 2$.

C. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z+3)^2 = 4$.

D. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 4$.

Lời giải

Chọn D

Bán kính mặt cầu $R = \frac{|1-2.2+2.3+3|}{\sqrt{1+(-2)^2+2^2}} = \frac{6}{3} = 2$

Do đó phương trình của mặt cầu

$$(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 2^2 = 4$$

Câu 34. Với a, b là các số thực dương tùy ý và $a \neq 1$, $\log_{\frac{1}{a}} \frac{1}{b^3}$ bằng

A. $3 \log_a b$.

B. $\log_a b$.

C. $-3 \log_a b$.

D. $\frac{1}{3} \log_a b$.

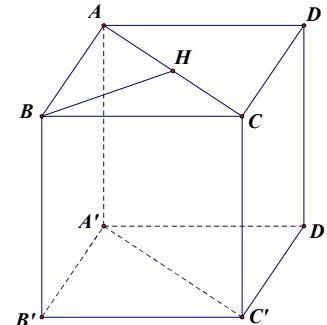
Lời giải

Chọn A

$$\log_{\frac{1}{a}} \frac{1}{b^3} = -\log_a b^{-3} = 3 \log_a b$$

Câu 35. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng 3 (tham khảo hình bên). Khoảng cách từ B đến mặt phẳng $(ACC'A')$ bằng

- A. $\frac{3\sqrt{2}}{2}$.
- B. $\frac{3}{2}$.
- C. $3\sqrt{2}$.
- D. 3 .



Lời giải

Chọn A

Gọi H là trung điểm của AC .

Vì $ABCD.A'B'C'D'$ là hình lập phương nên $BH \perp (ACC'A')$

$$\Rightarrow (B; (ACC'A')) = BH = \frac{1}{2} AC$$

Mà $ABCD$ là hình vuông cạnh 3 nên $AC = 3\sqrt{2}$

$$\Rightarrow (B; (ACC'A')) = \frac{3\sqrt{2}}{2}$$

Câu 36. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x + 1$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-1; +\infty)$.
- B. $(1; +\infty)$.
- C. $(-\infty; -1)$.
- D. $(-\infty; 1)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x + 1 = 0 \Leftrightarrow x = -1$.

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
$f'(x)$	-	0	+

Vậy hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -1)$.

Câu 37. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2; -2; 1)$ và mặt phẳng $(P): 2x - 3y - z + 1 = 0$. Đường thẳng đi qua M và vuông góc với (P) có phương trình là:

- A. $\begin{cases} x=2+2t \\ y=2-3t \\ z=1-t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x=2+2t \\ y=-2-3t \\ z=1-t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x=2+2t \\ y=-2+3t \\ z=1+t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x=2+2t \\ y=-3-2t \\ z=-1+t \end{cases}$

Lời giải

Chọn B

Gọi d là đường thẳng đi qua M và vuông góc với (P) .

Do d vuông góc với (P) nên d có một vectơ chỉ phương là $\vec{u} = (2; -3; -1)$.

Vậy phương trình của đường thẳng d là: $\begin{cases} x=2+2t \\ y=-2-3t \\ z=1-t \end{cases}$

Câu 38. Chọn ngẫu nhiên một số từ tập hợp các số tự nhiên thuộc đoạn $[30; 50]$. Xác suất để chọn được số có chữ số hàng đơn vị lớn hơn chữ số hàng chục bằng

- A. $\frac{11}{21}$. B. $\frac{8}{21}$. C. $\frac{13}{21}$. D. $\frac{10}{21}$.

Lời giải

Chọn A

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = 21$.

Gọi A là biến cố: "chọn được số có chữ số hàng đơn vị lớn hơn chữ số hàng chục".

Khi đó $A = \{34; 35; 36; 37; 38; 39; 45; 46; 47; 48; 49\} \Rightarrow n(A) = 11$.

Vậy $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{11}{21}$.

Câu 39. Biết $F(x); G(x)$ là hai nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên \mathbb{R} và

$$\int_0^4 f(x)dx = F(4) - G(0) + a (a > 0). \text{ Gọi } S \text{ là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường}$$

$y = F(x); y = G(x); x = 0; x = 4$. Khi $S = 8$ thì a bằng

- A. 8 B. 4 C. 12 D. 2

Lời giải

Chọn D

Đặt $F(x) = G(x) + c$

$$S = \int_0^4 |F(x) - G(x)| dx \Rightarrow |F(x) - G(x)| = 2 \text{ hay } |c| = 2$$

$$\int_0^4 f(x) dx = F(4) - G(0) + a$$

$$\Leftrightarrow F(4) - F(0) = F(4) - G(0) + a$$

$$\Leftrightarrow -G(0) - c = -G(0) + a$$

$$\Leftrightarrow a = -c$$

$$\Rightarrow a = \pm 2$$

Mà $a > 0 \Rightarrow a = 2$

Câu 40. Cho hàm số $f(x) = ax^4 + 2(a+4)x^2 - 1$ với a là tham số thực. Nếu $\max_{[0;2]} f(x) = f(1)$

thì $\min_{[0;2]} f(x)$ bằng

A. -17

B. -16

C. -1

D. 3

Lời giải

Chọn A

Từ giả thiết ta có $f'(1) = 0$

$$\Rightarrow 4a + 4(a+4) = 0 \Leftrightarrow a = -2 \text{ và } f(x) = -2x^4 + 4x^2 - 1$$

Ta có $f(0) = -1$, $f(1) = 1$, $f(2) = -17$

Vậy $\min_{[0;2]} f(x) = f(2) = -17$

Câu 41. Có bao nhiêu số nguyên dương a sao cho ứng với mỗi a có đúng hai số nguyên b thỏa mãn $(4^b - 1)(a3^b - 10) < 0$?

A. 182.

B. 179.

C. 180.

D. 181.

Lời giải

Chọn D

Theo đề bài $a \in \mathbb{Z}; a \geq 1$ và $b \in \mathbb{Z}$.

Trường hợp 1:

$$\begin{cases} 4^b - 1 < 0 \\ a3^b - 10 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b < 0 \\ b > \log_3 \frac{10}{a} \end{cases}$$

Vì có đúng hai số nguyên b thỏa mãn nên $b \in \{-2; -1\}$.

Do đó $-2 > \log_3 \frac{10}{a} \geq -3 \Leftrightarrow 270 \geq a > 90$ nên $a \in \{91; 92; \dots; 270\}$. Có 180 giá trị của a thoả mãn trường hợp 1.

Trường hợp 2:

$$\begin{cases} 4^b - 1 > 0 \\ a3^b - 10 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b > 0 \\ b < \log_3 \frac{10}{a} \end{cases}$$

Vì có đúng hai số nguyên b thoả mãn nên $b \in \{1; 2\}$.

Do đó $3 \geq \log_3 \frac{10}{a} > 2 \Leftrightarrow \frac{10}{9} > a \geq \frac{10}{27}$ nên $a = 1$. Có 1 giá trị của a thoả mãn trường hợp 2.

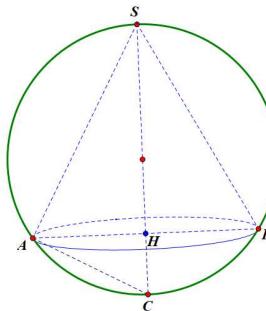
Vậy có $180 + 1 = 181$ giá trị của a thoả mãn yêu cầu bài toán.

- Câu 42.** Cho hình nón có góc ở đỉnh bằng 120° và chiều cao bằng 3. Gọi (S) là mặt cầu đi qua đỉnh và chừa đường tròn đáy của hình nón đã cho. Diện tích của (S) bằng

- A. 144π . B. 108π . C. 48π . D. 96π .

Lời giải

Chọn A



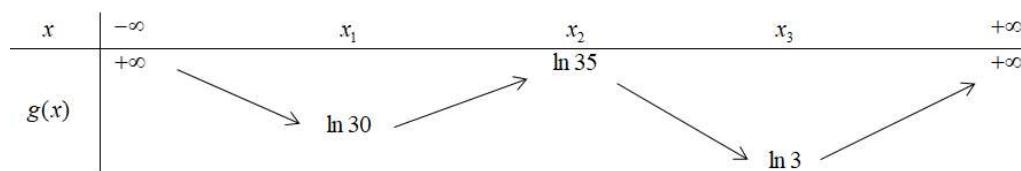
Gọi H là tâm đáy, AB là đường kính của đáy hình nón và SC là đường kính của mặt cầu (S) . Khi đó $SH = 3$ và $\widehat{ASC} = 60^\circ$.

$$SA = \frac{SH}{\cos 60^\circ} = 6 \text{ (đvdd)}$$

$$SA^2 = SH \cdot SC \Leftrightarrow 6^2 = 3 \cdot SC \Leftrightarrow SC = 12$$

Bán kính của mặt cầu (S) là $R = 6$ nên diện tích của (S) là $S = 4\pi R^2 = 144\pi$ (đvdt).

- Câu 43.** Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$. Biết rằng hàm số $g(x) = \ln f(x)$ có bảng biến thiên



Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f'(x)$ và $y = g'(x)$ thuộc khoảng nào dưới đây?

- A. $(33;35)$. B. $(37;40)$. C. $(29;32)$. D. $(24;26)$.

Lời giải

Chọn A

Từ bảng biến thiên hàm số $g(x) = \ln f(x)$ ta có $\ln f(x) \geq \ln 3, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow f(x) \geq 3, \forall x \in \mathbb{R}$.

$$\text{Ta có } g'(x) = \frac{f'(x)}{f(x)}.$$

Từ bảng biến thiên ta có đồ thị hàm số $y = g(x)$ có 3 điểm cực trị là $A(x_1; \ln 30), B(x_2; \ln 35), C(x_3; \ln 3)$ nên $f'(x_1) = f'(x_2) = f'(x_3) = 0$ và $f(x_1) = 30, f(x_2) = 35, f(x_3) = 3$.

Do $y = f'(x)$ là hàm số bậc 3 nên phương trình $f'(x) = 0$ chỉ có 3 nghiệm x_1, x_2, x_3 .

Xét phương trình hoành độ giao điểm của $f'(x)$ và $g'(x)$ ta có

$$f'(x) = g'(x) \Leftrightarrow f'(x) = \frac{f'(x)}{f(x)} \Leftrightarrow \begin{cases} f'(x) = 0 \\ f(x) = 1 \text{ (VN)} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = x_1 \\ x = x_2 \\ x = x_3 \end{cases}.$$

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f'(x)$ và $y = g'(x)$ là:

$$\begin{aligned} S &= \int_{x_1}^{x_3} |g'(x) - f'(x)| dx = \int_{x_1}^{x_3} \left| \frac{f'(x)}{f(x)} - f'(x) \right| dx = \int_{x_1}^{x_3} \left| f'(x) \cdot \left(\frac{1}{f(x)} - 1 \right) \right| dx \\ &= \int_{x_1}^{x_2} \left| f'(x) \cdot \left(\frac{1}{f(x)} - 1 \right) \right| dx + \int_{x_2}^{x_3} \left| f'(x) \cdot \left(\frac{1}{f(x)} - 1 \right) \right| dx \\ &+ \text{Tính } I_1 = \int_{x_1}^{x_2} \left| f'(x) \cdot \left(\frac{1}{f(x)} - 1 \right) \right| dx = \int_{x_1}^{x_2} f'(x) \cdot \left(1 - \frac{1}{f(x)} \right) dx \text{ (do } f'(x) \geq 0, \forall x \in (x_1; x_2)) \end{aligned}$$

Đặt $t = f(x) \Rightarrow dt = f'(x) dx$.

Đổi cận:

$$x = x_1 \Rightarrow t = f(x_1) = 30.$$

$$x = x_2 \Rightarrow t = f(x_2) = 35.$$

$$\text{Suy ra } I_1 = \int_{30}^{35} \left(1 - \frac{1}{t} \right) dt = \left(t - \ln|t| \right) \Big|_{30}^{35} = 35 - \ln 35 - 30 + \ln 30 = 5 + \ln \frac{6}{7}.$$

$$+ \text{Tính } I_2 = \int_{x_2}^{x_3} \left| f'(x) \cdot \left(\frac{1}{f(x)} - 1 \right) \right| dx = - \int_{x_2}^{x_3} f'(x) \cdot \left(1 - \frac{1}{f(x)} \right) dx \text{ (do } f'(x) \leq 0, \forall x \in (x_2; x_3)).$$

Đặt $t = f(x) \Rightarrow dt = f'(x) dx$.

Đổi cận:

$$x = x_2 \Rightarrow t = f(x_2) = 35.$$

$$x = x_3 \Rightarrow t = f(x_3) = 3.$$

$$\text{Suy ra } I_2 = -\int_{35}^3 \left(1 - \frac{1}{t}\right) dt = -\left(t - \ln|t|\right) \Big|_{35}^3 = -(3 - \ln 3 - 35 + \ln 35) = 32 - \ln \frac{35}{3}.$$

$$\text{Vậy } S = 5 + \ln \frac{6}{7} + \left(32 - \ln \frac{35}{3}\right) = 37 + \ln \frac{18}{245} \approx 34,39 \in (33;35).$$

- Câu 44.** Xét tất cả số thực x, y sao cho $27^{5-y^2} \geq a^{6x-\log_3 a^3}$ với mọi số thực dương a . Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = x^2 + y^2 - 4x + 8y$ bằng

A. -15.

B. 25.

C. -5.

D. -20.

Lời giải

Chọn A

Giả sử x, y thỏa $27^{5-y^2} \geq a^{6x-\log_3 a^3}$ với mọi số thực dương a .

Ta có $P = x^2 + y^2 - 4x + 8y \Leftrightarrow x^2 + y^2 - 4x + 8y - P = 0$

Suy ra điểm $M(x; y)$ thuộc đường tròn tâm $I(2; -4)$ và bán kính $R_1 = \sqrt{2^2 + (-4)^2 + P} = \sqrt{20 + P}$.

$$27^{5-y^2} \geq a^{6x-\log_3 a^3} \Leftrightarrow (5-y^2).3 \geq (6x-\log_3 a^3)\log_3 a \Leftrightarrow (5-y^2).3 \geq (6x-3\log_3 a)\log_3 a$$

Đặt $t = \log_3 a$, $t \in \mathbb{R}$.

$$\text{Suy ra } (5-y^2).3 \geq (6x-3t) \Leftrightarrow -3t^2 + 6xt - 15 + 3y^2 \leq 0$$

Theo đề bài ta có $27^{5-y^2} \geq a^{6x-\log_3 a^3}$ đúng với mọi số thực dương a nên $-3t^2 + 6xt - 15 + 3y^2 \leq 0$ đúng với mọi $t \in \mathbb{R}$.

$$\text{Do đó } \begin{cases} -3 < 0 \\ (3x)^2 + 3(-15 + 3y^2) \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow 9x^2 + 9y^2 - 45 \leq 0 \Leftrightarrow x^2 + y^2 \leq 5.$$

Suy ra tập hợp các điểm $M(x; y)$ là hình tròn tâm $O(0; 0)$ và bán kính $R_2 = \sqrt{5}$.

Vậy để tồn tại cặp $(x; y)$ thì đường tròn $(I; R_1)$ và hình tròn $(O; \sqrt{5})$ phải có điểm chung

$$\text{Do đó } IO \leq R_1 + \sqrt{5} \Leftrightarrow \sqrt{2^2 + (-4)^2} \leq \sqrt{20 + P} + \sqrt{5} \Leftrightarrow \sqrt{5} \leq \sqrt{20 + P} \Leftrightarrow P \geq -15.$$

Vậy giá trị nhỏ nhất của P là -15

- Câu 45.** Cho các số phức z_1, z_2, z_3 thỏa mãn $2|z_1| = 2|z_2| = |z_3| = 2$ và $(z_1 + z_2)z_3 = 3z_1z_2$. Gọi A, B, C lần lượt là các điểm biểu diễn của z_1, z_2, z_3 trên mặt phẳng tọa độ. Diện tích tam giác ABC bằng

A. $\frac{5\sqrt{7}}{8}$.

B. $\frac{5\sqrt{7}}{16}$.

C. $\frac{5\sqrt{7}}{24}$.

D. $\frac{5\sqrt{7}}{32}$.

Lời giải

Chọn B

Không mất tính tổng quát, giả sử $z_3 = 2$.

$$\text{Khi đó } (z_1 + z_2)z_3 = 3z_1z_2 \text{ trở thành } 2(z_1 + z_2) = 3z_1z_2 \Leftrightarrow \frac{1}{z_1} + \frac{1}{z_2} = \frac{3}{2}.$$

$$\text{Đặt } \frac{1}{z_1} = x + yi \quad (x, y \in \mathbb{R}) \Rightarrow \frac{1}{z_2} = \left(\frac{3}{2} - x \right) - yi.$$

$$\text{Ta có } z_3 = 2 \text{ và } 2|z_1| = 2|z_2| = |z_3| = 2 \text{ nên } |z_1| = |z_2| = 1 \Leftrightarrow \left| \frac{1}{z_1} \right| = \left| \frac{1}{z_2} \right| = 1.$$

$$\text{Suy ra } \begin{cases} x^2 + y^2 = 1 \\ \left(\frac{3}{2} - x \right)^2 + y^2 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{3}{4} \\ y = \frac{\sqrt{7}}{4} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{3}{2} - x = \frac{3}{4} \\ -y = -\frac{\sqrt{7}}{4} \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = -\frac{\sqrt{7}}{4} \\ -y = +\frac{\sqrt{7}}{4} \end{cases}$$

$$\text{Do đó } z_1 = \frac{3}{4} + \frac{\sqrt{7}}{4}i; z_2 = \frac{3}{4} - \frac{\sqrt{7}}{4}i.$$

$$\text{Nên tọa độ các điểm là } A\left(\frac{3}{4}; \frac{\sqrt{7}}{4}\right); B\left(\frac{3}{4}; -\frac{\sqrt{7}}{4}\right); C(2; 0).$$

$$\text{Diện tích tam giác } ABC \text{ là } S_{ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot d(C; AB) = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot \frac{\sqrt{7}}{4} \cdot \left(2 - \frac{3}{4}\right) = \frac{5\sqrt{7}}{16}.$$

- Câu 46.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; 2; 2)$. Gọi (P) là mặt phẳng chứa trục Ox sao cho khoảng cách từ A đến (P) lớn nhất. Phương trình của (P) là:

- A.** $2y - z = 0$. **B.** $2y + z = 0$. **C.** $y - z = 0$. **D.** $y + z = 0$.

Lời giải

Chọn D

Gọi hình chiếu vuông góc của điểm $A(1; 2; 2)$ lên trục Ox là $M(1; 0; 0)$.

Khoảng cách từ A đến (P) lớn nhất nên mặt phẳng (P) có vecto pháp tuyến là $\overrightarrow{MA} = (0; 2; 2)$.

Fương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(1; 0; 0)$ và có vecto pháp tuyến là $\overrightarrow{MA} = (0; 2; 2)$ nên $0(x - 1) + 2(y - 0) + 2(z - 0) = 0 \Leftrightarrow y + z = 0$.

- Câu 47.** Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z^2| = |z - \bar{z}|$ và $|(z - 2)(\bar{z} - 2i)| = |z + 2i|^2$?

- A.** 2 . **B.** 3 . **C.** 1. **D.** 4 .

Lời giải

Chọn D

$$\begin{aligned}|(z-2)(\bar{z}-2i)| &= |z+2i|^2 \Leftrightarrow |z-2||\bar{z}-2i| = |z+2i||\bar{z}-2i| \\&\Leftrightarrow |\bar{z}-2i| \cdot (|z-2|-|z+2i|)\end{aligned}$$

Trường hợp 1.

$$|\bar{z}-2i|=0 \Leftrightarrow \bar{z}=2i \Leftrightarrow z=-2i$$

Trường hợp 2.

$$|z-2|-|z+2i|=0 \Leftrightarrow |z-2|=|z+2i|=0$$

Đặt $z=x+y \cdot i$ ta có $|z-2|=x-2+y \cdot i$ và $|z+2i|=x+(y+2) \cdot i$.

Khi đó

$$\begin{aligned}|z-2|=|z+2i| &\Leftrightarrow (x-2)^2+y^2=x^2+(y+2)^2 \\&\Leftrightarrow x^2-4x+4+y^2=x^2+y^2+4y+4 \\&\Leftrightarrow -4x=4y \Leftrightarrow x=-y\end{aligned}$$

Lại có

$$\begin{aligned}|z^2|=|z-\bar{z}| &\Leftrightarrow x^2+y^2=2|y| \Leftrightarrow 2y^2=2|y| \Leftrightarrow 2|y| \cdot (|y|-1)=0 \\&\Leftrightarrow y=0 \text{ hoặc } y=\pm 1.\end{aligned}$$

Do đó ta có các số $z \in \{0; 1-i; -1+i; -2i\}$ thỏa mãn.

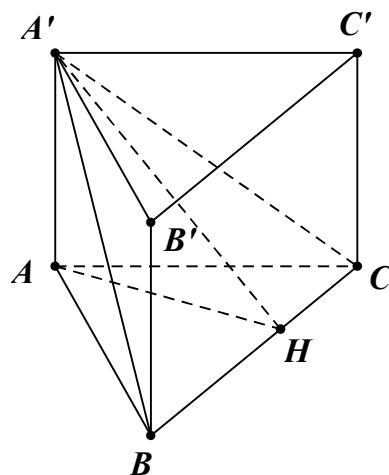
Vậy có 4 số phức thỏa mãn yêu cầu bài toán.

- Câu 48.** Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A , cạnh bên $AA'=2a$, góc giữa hai mặt phẳng $(A'BC)$ và (ABC) bằng 30° . Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

- A.** $24a^3$. **B.** $\frac{8}{3}a^3$. **C.** $8a^3$. **D.** $\frac{8}{9}a^3$.

Lời giải

Chọn A



Ké $AH \perp BC$, ta có $AA' \perp (ABC)$ nên $AA' \perp BC$.

$AH \perp BC$ và $AA' \perp BC$ suy ra $BC \perp (AA'H) \Rightarrow A'H \perp BC$.

Suy ra góc giữa $(A'BC)$ và (ABC) là $\widehat{A'HA} \Rightarrow \widehat{A'HA} = 30^\circ$.

$\Delta A'AH$ vuông tại A có

$$\tan \widehat{A'HA} = \frac{AA'}{AH} \Rightarrow \tan 30^\circ = \frac{2a}{AH} \Leftrightarrow AH = \frac{2a}{\tan 30^\circ} = 2a\sqrt{3}.$$

ΔABC vuông cân tại A nên $BC = 2AH = 4a\sqrt{3}$.

$$\Rightarrow S_{ABC} = \frac{1}{2} AH \cdot BC = \frac{1}{2} 2a\sqrt{3} \cdot 4a\sqrt{3} = 12a^2.$$

Vậy thể tích của khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ là

Câu 49. Có bao nhiêu giá trị nguyên âm của tham số a để hàm số $y = |x^4 + ax^2 - 8x|$ có đúng 3 điểm cực trị?

A. 5.

B. 6.

C. 11.

D. 10.

Lời giải

Chọn B

Xét $g(x) = x^4 + ax^2 - 8x$

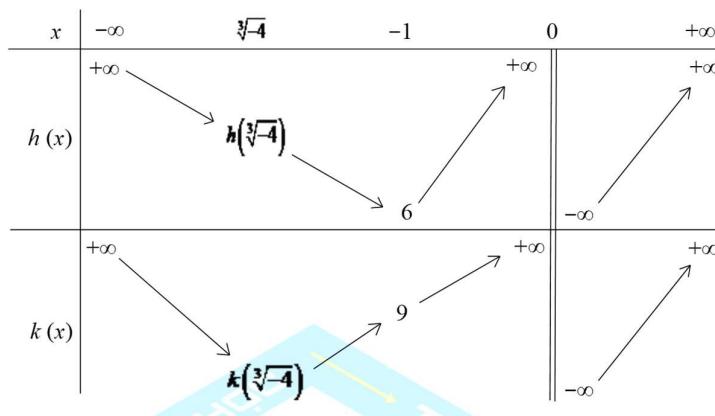
$$g'(x) = 4x^3 + 2ax - 8$$

Xét $g'(x) = 0 \Leftrightarrow 4x^3 + 2ax - 8 = 0 \Leftrightarrow -a = \frac{2x^3 - 4}{x} = 2x^2 - \frac{4}{x} = h(x)$ (do $x = 0$ không là nghiệm)

$$g(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^3 + ax - 8 = 0 \Leftrightarrow -a = \frac{x^3 - 8}{x} = x^2 - \frac{8}{x} = k(x) \end{cases}$$

$$h'(x) = 4x + \frac{4}{x^2} = 0 \Leftrightarrow x = -1.$$

$$k'(x) = 2x + \frac{8}{x^2} = 0 \Leftrightarrow x = \sqrt[3]{-4}.$$



Để hàm số $y = |g(x)|$ có đúng 3 cực trị $\Leftrightarrow -a \leq 6 \Leftrightarrow a \geq -6$.

Mà a là số nguyên âm nên $a \in \{-6; -5; -4; -3; -2; -1\}$.

- Câu 50.** Trong không gian $Oxyz$ cho mặt cầu (S) tâm $I(9; 3; 1)$ bán kính bằng 3. Gọi M, N là hai điểm lần lượt thuộc 2 trục Ox, Oz sao cho đường thẳng MN tiếp xúc với (S) , đồng thời mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $OIMN$ có bán kính bằng $\frac{13}{2}$. Gọi A là tiếp điểm của MN và (S) , giá trị $AM \cdot AN$ bằng

- A.** $12\sqrt{3}$. **B.** 18. **C.** $28\sqrt{3}$. **D.** 39.

Lời giải

Chọn A

$$I(9; 3; 1) \Rightarrow d(I(Oxz)) = 3 = R \Rightarrow (S) \text{ tiếp xúc với } (Oxz).$$

Gọi $M(a; 0; 0) \in Ox$

$N(0; 0; b) \in Oz$

MN tiếp xúc với (S) tại A nên A là hình chiếu của I lên (Oxz) .

Suy ra $A(9; 0; 1)$.

Gọi K là trung điểm $MN \Rightarrow K\left(\frac{a}{2}; 0; \frac{b}{2}\right)$.

Gọi H là tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $OIMN \Rightarrow OH = \frac{13}{2} \Rightarrow HK \perp MN$.

Gọi T là trung điểm $OM \Rightarrow \begin{cases} OM \perp KT \\ OM \perp HT \end{cases} \Rightarrow OM \perp (KHT) \Rightarrow OM \perp HK \Rightarrow HK \perp (OMN)$

Mà $IA \perp (OMN) \Rightarrow HK // IA$.

Ta có $\overrightarrow{AI} = (0; 3; 0)$

$$\overrightarrow{KH} = \left(x_H - \frac{a}{2}; y_H - 0; z_H - \frac{b}{2} \right).$$

$$\overrightarrow{AI} \text{ cùng phương } \overrightarrow{KH} \text{ nên } \begin{cases} x_H = \frac{a}{2} \\ y_H = c \ (c \neq 0) \\ z_H = \frac{b}{2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow H\left(\frac{a}{2}; c; \frac{b}{2}\right)$$

$$OH = \frac{13}{2} \Rightarrow \frac{a^2}{4} + c^2 + \frac{b^2}{4} = \frac{169}{4} \quad (1)$$

$$HI = OH = \frac{13}{2} \Rightarrow \left(\frac{a}{2} - 9\right)^2 + (c - 3)^2 + \left(\frac{b}{2} - 1\right)^2 = \frac{169}{4} \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2) suy ra } \frac{a^2}{4} + c^2 + \frac{b^2}{4} = \left(\frac{a}{2} - 9\right)^2 + (c - 3)^2 + \left(\frac{b}{2} - 1\right)^2$$

$$\Rightarrow 9a + b + 6c = 91 \quad (3)$$

$$\overrightarrow{AM} = (a - 9; 0; -1)$$

$$\overrightarrow{AN} = (-9; 0; b - 1)$$

$$A, M, N \text{ thẳng hàng} \Rightarrow \frac{a - 9}{-9} = \frac{-1}{b - 1}$$

$$\Leftrightarrow (a - 2)(b - 1) = 9$$

$$\Leftrightarrow ab - a - 9b + 9 = 9$$

$$\Leftrightarrow ab - a - 9b = 0$$

$$\Leftrightarrow a(b - 1) = ab$$

$$\Leftrightarrow a = \frac{9b}{b - 1}$$

$$\text{Từ (3)} \Rightarrow 9 \cdot \frac{9b}{b - 1} + b + 6c = 91$$

$$\frac{81b}{b - 1} + b + 6c = 91$$

$$\Leftrightarrow \frac{b^2 + 80b}{b - 1} + 6c = 91 \Leftrightarrow 6c = 91 - \frac{b^2 + 80b}{b - 1} = \frac{-b^2 + 11b - 91}{b - 1}$$

$$\Leftrightarrow c = \frac{-b^2 + 11b - 91}{6(b - 1)}$$

$$\text{Ta có } a^2 + 4c^2 + b^2 = 169$$

$$\begin{aligned}
 &\Leftrightarrow \left(\frac{9b}{b-1} \right)^2 + 4 \left(\frac{-b^2 + 11b - 91}{6(b-1)} \right)^2 + b^2 = 169 \\
 &\Leftrightarrow 9.81b^2 + (b^4 + 121b^2 + 8281 - 22b^3 + 182b^2 - 2002b) + 9b^2(b-1)^2 = 169.9.(b-1)^2 \\
 &\Leftrightarrow 729b^2 + b^4 + 121b^2 + 8281 - 22b^3 + 182b^2 - 2002b + 9b^4 - 18b^3 + 9b^2 = 1521b^2 - 3042b + 1521 \\
 &\Leftrightarrow 10b^4 - 40b^3 - 480b^2 + 1040b + 6760 = 0 \\
 &\Leftrightarrow \begin{cases} b = 1 + 3\sqrt{3} \Rightarrow a = \frac{9(1+3\sqrt{3})}{3\sqrt{3}} = 9 + \sqrt{3} \\ b = 1 - 3\sqrt{3} \Rightarrow a = \frac{9(1-3\sqrt{3})}{-3\sqrt{3}} = 9 - \sqrt{3} \end{cases} \\
 &+ \text{Trường hợp 1: } a = 9 + \sqrt{3}; b = 1 + 3\sqrt{3} \Rightarrow \overrightarrow{AM} = (\sqrt{3}; 0; -1) \Rightarrow AM = 2. \\
 &\Rightarrow \overrightarrow{AN} = (-9; 0; 3\sqrt{3}) \Rightarrow AN = \sqrt{108}. \\
 &AM \cdot AN = 2 \cdot \sqrt{108} = 12\sqrt{3}. \\
 &+ \text{Trường hợp 2: } a = 9 - \sqrt{3}; b = 1 - 3\sqrt{3} \Rightarrow \overrightarrow{AM} = (-\sqrt{3}; 0; -1) \Rightarrow AM = 2. \\
 &\Rightarrow \overrightarrow{AN} = (-9; 0; -3\sqrt{3}) \Rightarrow AN = \sqrt{108}. \\
 &AM \cdot AN = 2 \cdot \sqrt{108} = 12\sqrt{3}.
 \end{aligned}$$

☞ HẾT ☞

LỜI GIẢI ĐƯỢC THỰC HIỆN BỞI

Tập Thể Giáo Viên Nhóm Toán “Tiểu Học – THCS – THPT VIỆT NAM”



Tạ Thị Huyền Trang	Nguyễn Trí Chính	Phạm Thụ
Trần Hùng Quân	Le Hoop	Việt Dũng
Lê Hường	Nguyễn Đông	Ngonnguyen Quocman
Phạm Thái Ly	Trần Lệnh Ánh	Võ Tự Lực
Tran Tran Do	Lan Anh Nguyen	Lê Cảnh Hoài
Người Dạy Toán	Phạm Thu Hà	Kien Cao
Vũ Đình Thắng	Duy Dang	Đường Ngọc Lan
Lê Minh Đức	Ngọc Diệp	Nguyễn Huy Hoàng
Phạm Hoài	Phạm Hồng Nhung	Thế Long
Thông Trần	Hoàng Diệp Phạm	Xu Ka
Trần Tuấn Tú		



HỌC HỎI - CHIA SẺ KIẾN THỨC

KỲ THI TN THPT QUỐC GIA

NĂM HỌC 2021 - 2022

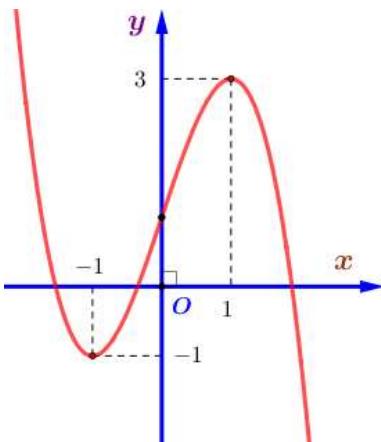
Môn: TOÁN – Mã đề: 104

Thời gian: 90 phút (không kể thời gian phát đề)

LINK NHÓM: <https://www.facebook.com/groups/1916660125164699>

- Câu 1.** Số phức nào dưới đây có phần ảo bằng phần ảo của số phức $w = 1 - 4i$?
- A. $z_1 = 5 - 4i$. B. $z_4 = 1 + 4i$. C. $z_3 = 1 - 5i$. D. $z_2 = 3 + 4i$.

- Câu 2.** Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên dưới.



Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số đã cho có tọa độ là

- A. $(1; 3)$. B. $(3; 1)$. C. $(-1; -1)$. D. $(1; -1)$.

- Câu 3.** Phần ảo của số phức $z = (2-i)(1+i)$ bằng

- A. -3 . B. 1 . C. 3 . D. -1 .

- Câu 4.** Nếu $\int_{-1}^2 f(x) dx = 2$ và $\int_2^5 f(x) dx = -5$ thì $\int_{-1}^5 f(x) dx$ bằng

- A. 7 . B. -3 . C. -7 . D. 4 .

- Câu 5.** Cho khối chóp $S.ABC$ có chiều cao bằng 5 , đáy ABC có diện tích bằng 6 . Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

- A. 30 . B. 10 . C. 15 . D. 11 .

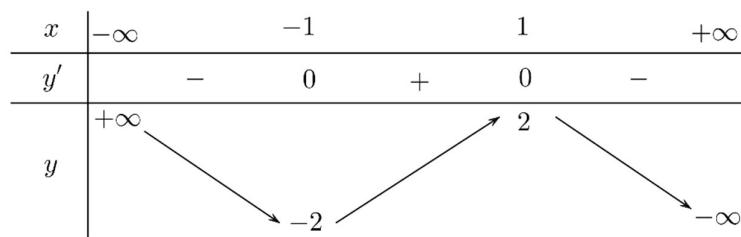
- Câu 6.** Cho khối chóp và khối lăng trụ có diện tích đáy, chiều cao tương ứng bằng nhau và có thể tích lần lượt là V_1, V_2 . Tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$ bằng

- A. $\frac{2}{3}$. B. $\frac{3}{2}$. C. 3 . D. $\frac{1}{3}$.

- Câu 7.** Với a là số thực dương tùy ý, $\log(100a)$ bằng

- A. $2 - \log a$. B. $2 + \log a$. C. $1 - \log a$. D. $1 + \log a$.

Câu 8. Hàm số nào dưới đây có bảng biến thiên như sau?



- A. $y = x^3 - 3x$. B. $y = x^2 - 2x$. C. $y = -x^3 + 3x$. D. $y = -x^2 + 2x$.

Câu 9. Số nghiệm thực của phương trình $2^{x^2+1} = 4$ là

- A. 1. B. 2. C. 0. D. 3.

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, phương trình của mặt phẳng (Oxy) là

- A. $y = 0$. B. $x = 0$.
C. $x + y = 0$. D. $z = 0$.

Câu 11. Hàm số $F(x) = \cot x$ là một nguyên hàm của hàm số nào dưới đây trên khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$?

- A. $f_2(x) = \frac{1}{\sin^2 x}$. B. $f_1(x) = -\frac{1}{\cos^2 x}$. C. $f_3(x) = -\frac{1}{\sin^2 x}$. D. $f_4(x) = \frac{1}{\cos^2 x}$.

Câu 12. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	-\$\infty\$	-1	0	1	+\$\infty\$
$f'(x)$	-	0	+	0	- 0 +
$f(x)$	+\$\infty\$	↓ 0	↑ 3	↓ 0	↑ +\$\infty\$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-\infty; -1)$. B. $(0; 3)$. C. $(0; +\infty)$. D. $(-1; 0)$.

Câu 13. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z+1}{3}$. Điểm nào dưới đây thuộc d ?

- A. $P(2; 1; -1)$. B. $M(1; 2; 3)$. C. $Q(2; 1; 1)$. D. $N(1; -2; 3)$.

Câu 14. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức $z = 2 + 7i$ có tọa độ là

- A. $(2; -7)$. B. $(-2; -7)$. C. $(7; 2)$. D. $(2; 7)$.

Câu 15: Cho điểm M nằm ngoài mặt cầu $S(O; R)$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. $OM < R$. B. $OM = R$. C. $OM > R$. D. $OM \leq R$.

Câu 16: Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $\int e^x dx = e^x + C$. B. $\int e^x dx = xe^x + C$. C. $\int e^x dx = -e^{x+1} + C$. D. $\int e^x dx = e^{x+1} + C$.

Câu 17. Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{u} = (1; -4; 0)$ và $\vec{v} = (-1; -2; 1)$. Vectơ $\vec{u} + 3\vec{v}$ có tọa độ là

- A. $(-2;-10;3)$. B. $(-2;-6;3)$. C. $(-4;-8;4)$. D. $(-2;-10;-3)$.

Câu 18. Cho cấp số nhân (u_n) $u_1 = 3$ và công bội $q = 2$. Số hạng tổng quát u_n ($n \geq 2$) bằng

- A. $3 \cdot 2^n$. B. $3 \cdot 2^{n+2}$. C. $3 \cdot 2^{n+1}$. D. $3 \cdot 2^{n-1}$.

Câu 19. Cho $a = 3^{\sqrt{5}}$, $b = 3^2$ và $c = 3^{\sqrt{6}}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $a < b < c$. B. $a < c < b$. C. $c < a < b$. D. $b < a < c$.

Câu 20. Cho khối nón có diện tích đáy $3a^2$ và chiều cao $2a$. Thể tích của khối nón đã cho là

- A. $3a^3$. B. $6a^3$. C. $2a^3$. D. $\frac{2}{3}a^3$.

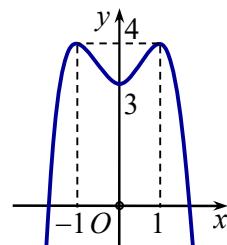
Câu 21. Nếu $\int_0^3 f(x) dx = 6$ thì $\int_0^3 \left[\frac{1}{3}f(x) + 2 \right] dx$ bằng

- A. 6. B. 5. C. 9. D. 8.

Câu 22. Tập xác định của hàm số $y = \log_2(x-1)$ là

- A. $(2;+\infty)$. B. $(-\infty;+\infty)$. C. $(-\infty;1)$. D. $(1;+\infty)$.

Câu 23. Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng



- A. 3. B. 4. C. -1. D. 1.

Câu 24. Nghiệm của phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(2x-1) = 0$ là

- A. $x=1$. B. $x=\frac{3}{4}$. C. $x=\frac{2}{3}$. D. $x=\frac{1}{2}$.

Câu 25. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	- ∞	- 2	+ ∞
$f'(x)$	-	-	-
$f(x)$	- 1	$+\infty$	- 1

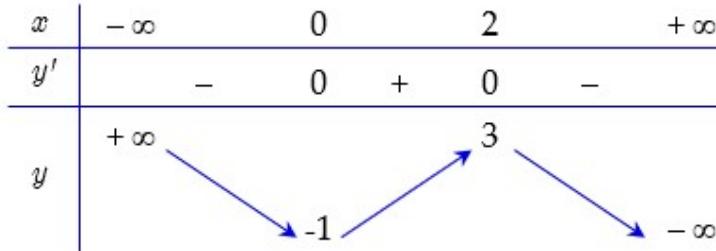
Tiệm cận đúng của đồ thị đã cho là đường thẳng có phương trình:

- A. $y = -1$. B. $y = -2$. C. $x = -2$. D. $x = -1$.

- Câu 26.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-3)^2 = 4$. Tâm của (S) có tọa độ là
A. $(-2;1;-3)$. **B.** $(-4;2;-6)$. **C.** $(4;-2;6)$. **D.** $(2;-1;3)$.

- Câu 27.** Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5 lập được bao nhiêu số tự nhiên có năm chữ số đôi một khác nhau?
A. 3125. **B.** 1. **C.** 120. **D.** 5.

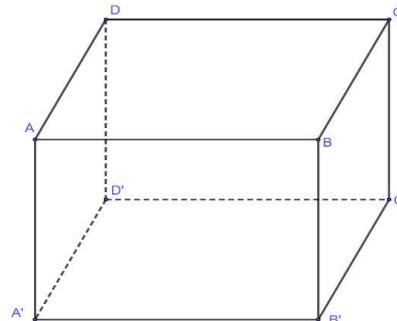
- Câu 28.** Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Số giao điểm của đồ thị hàm số đã cho và đường thẳng $y = 1$ là

- A.** 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 0.

- Câu 29.** Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ (tham khảo hình vẽ bên dưới).



Giá trị sin của góc giữa đường thẳng AC' và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng

- A.** $\frac{\sqrt{3}}{3}$. **B.** $\frac{\sqrt{2}}{2}$. **C.** $\frac{\sqrt{3}}{2}$. **D.** $\frac{\sqrt{6}}{3}$.

- Câu 30.** Chọn ngẫu nhiên một số từ tập hợp các số tự nhiên thuộc đoạn $[30;50]$. Xác suất để chọn được số có chữ số hàng đơn vị lớn hơn chữ số hàng chục bằng

- A.** $\frac{11}{21}$. **B.** $\frac{13}{21}$. **C.** $\frac{10}{21}$. **D.** $\frac{8}{21}$.

- Câu 31.** Với a, b là các số thực dương tùy ý và $a \neq 1$, $\log_{\frac{1}{a}} b^3$ bằng

- A.** $\log_a b$. **B.** $-3\log_a b$. **C.** $\frac{1}{3}\log_a b$. **D.** $3\log_a b$.

- Câu 32.** Cho hàm số $f(x) = 1 + e^{2x}$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A.** $\int f(x)dx = x + \frac{1}{2}e^x + C$. **B.** $\int f(x)dx = x + 2e^{2x} + C$.
C. $\int f(x)dx = x + e^{2x} + C$. **D.** $\int f(x)dx = x + \frac{1}{2}e^{2x} + C$.

Câu 33. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - 2z + 5 = 0$. Khi đó $z_1^2 + z_2^2$ bằng

- A. 6. B. $-8i$. C. $8i$. D. -6 .

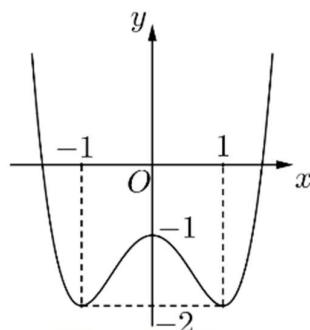
Câu 34. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x + 1$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-\infty; -1)$. B. $(-\infty; 1)$. C. $(-1; +\infty)$. D. $(1; +\infty)$.

Câu 35. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; 2; 3)$. Phương trình của mặt cầu tâm A và tiếp xúc với mặt phẳng $x - 2y + 2z + 3 = 0$ là

- A. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 2$. B. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z+3)^2 = 2$.
 C. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z+3)^2 = 4$. D. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 4$.

Câu 36. Cho hàm số $f(x) = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị là đường cong trong hình bên dưới.



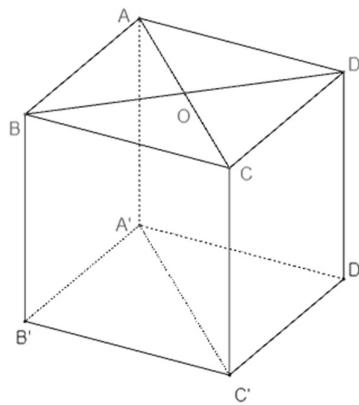
Có bao nhiêu giá trị nguyên thuộc đoạn $[-2; 5]$ của tham số m để phương trình $f(x) = m$ có đúng 2 nghiệm thực phân biệt?

- A. 7. B. 6. C. 5. D. 1.

Câu 37. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2; -2; 1)$ và mặt phẳng β . Đường thẳng đi qua M và vuông góc với mặt phẳng (P) có phương trình là

- A. $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -2 + 3t \\ z = 1 + t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = 2 - 3t \\ z = 1 - t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -2 - 3t \\ z = 1 - t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -3 - 2t \\ z = -1 + t \end{cases}$

Câu 38. Cho hình lập phương $(P): 2x - 3y - z + 1 = 0$ giao $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng 3 (tham khảo hình bên dưới).



Khoảng cách từ B đến mặt phẳng $(ACC'A')$ bằng

- A. 3. B. $3\sqrt{2}$. C. $\frac{3\sqrt{2}}{2}$. D. $\frac{3}{2}$.

Câu 39. Có bao nhiêu số nguyên dương a sao cho với mỗi a có đúng hai số nguyên b thỏa mãn $(3^b - 3)(a \cdot 2^b - 16) < 0$

- A. 34. B. 32. C. 31. D. 33.

Câu 40. Cho hàm số $f(x) = (a+3)x^4 - 2ax^2 + 1$ với a là tham số thực. Nếu $\max_{[0; 3]} f(x) = f(2)$ thì

$\min_{[0; 3]} f(x)$ bằng

- A. -9. B. 4. C. 1. D. -8.

Câu 41. Biết $F(x)$ và $G(x)$ là hai nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên \mathbb{R} và $\int_0^2 f(x) dx = F(2) - G(0) + a$ ($a > 0$). Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = F(x)$, $y = G(x)$, $x = 0$ và $x = 2$, Khi $S = 6$ thì a bằng

- A. 4. B. 6. C. 3. D. 8.

Câu 42. Cho các số phức z_1, z_2, z_3 thỏa mãn $2|z_1| = 2|z_2| = |z_3| = 2$ và $(z_1 + z_2)z_3 = 2z_1z_2$. Gọi A, B, C lần lượt là các điểm biểu diễn của z_1, z_2, z_3 trên mặt phẳng tọa độ. Diện tích tam giác ABC bằng

- A. $\frac{3\sqrt{3}}{4}$. B. $\frac{3}{8}$. C. $\frac{3\sqrt{3}}{8}$. D. $\frac{3}{4}$.

Câu 43. Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A , cạnh bên $AA' = 2a$, góc giữa hai mặt phẳng $(A'BC)$ và (ABC) bằng 60° . Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

- A. $\frac{8}{9}a^3$. B. $8a^3$. C. $\frac{8}{3}a^3$. D. $24a^3$.

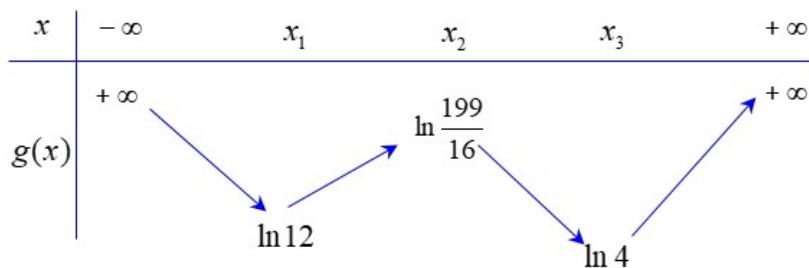
Câu 44. Cho hình nón có góc ở đỉnh bằng 120° và chiều cao bằng 2. Gọi (S) là mặt cầu đi qua đỉnh và chừa đường tròn đáy của hình nón đã cho. Diện tích của (S) bằng

- A. $\frac{16\pi}{3}$. B. $\frac{64\pi}{3}$. C. 64π . D. 48π .

Câu 45: Xét tất cả các số thực x, y sao cho $8^{9-y^2} \geq a^{6x-\log_2 d^3}$ với mọi số thực dương a . Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = x^2 + y^2 - 6x - 8y$ bằng

- A. -21. B. -6. C. -25. D. 39.

Câu 46. Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$. Biết rằng hàm số $g(x) = \ln f(x)$ có bảng biến thiên như sau



Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f'(x)$ và $y = g'(x)$ thuộc khoảng nào dưới đây?

- A. $(7;8)$. B. $(6;7)$. C. $(8;9)$. D. $(10;11)$.

Câu 47. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2;1;1)$. Gọi (P) là mặt phẳng chứa trục Oy sao cho khoảng cách từ A đến (P) lớn nhất. Phương trình của (P) là

- A. $x+z=0$. B. $x-z=0$. C. $2x+z=0$. D. $2x-z=0$.

Câu 48. Có bao nhiêu số phức z thỏa $|z^2|=2|z-\bar{z}|$ và $\left|(z+4)(\bar{z}+4i)\right|=|z-4i|^2$.

- A. 4. B. 2. C. 1 D. 3.

Câu 49. Có bao nhiêu số nguyên dương của tham số m để hàm số $y=|x^4-mx^2-64x|$ có đúng 3 điểm cực trị?

- A. 23. B. 12. C. 24. D. 11.

Câu 50. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) tâm $I(1;4;2)$, bán kính bằng 2. Gọi M, N là hai điểm lần lượt thuộc hai trục Ox, Oy sao cho đường thẳng MN tiếp xúc với (S) , đồng thời mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $OIMN$ có bán kính bằng $\frac{7}{2}$. Gọi A là tiếp điểm của MN và (S) , giá trị $AM \cdot AN$ bằng

- A. $9\sqrt{2}$. B. 14. C. $6\sqrt{2}$. D. 8.

ĐÁP ÁN VÀ LỜI GIẢI CHI TIẾT

BẢNG ĐÁP ÁN

1.A	2.C	3.B	4.B	5.B	6.D	7.B	8.C	9.B	10.D
11.C	12.D	13.A	14.D	15.C	16.A	17.A	18.D	19.D	20.C
21.D	22.D	23.A	24.A	25.C	26.D	27.C	28.C	29.A	30.A
31.D	32.D	33.D	34.A	35.D	36.A	37.C	38.C	39.D	40.D
41.C	42.A	43.C	44.C	45.A	46.A	47.C	48.A	49.C	50.C

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. Số phức nào dưới đây có phần ảo bằng phần ảo của số phức $w = 1 - 4i$?

- A. $z_1 = 5 - 4i$. B. $z_4 = 1 + 4i$. C. $z_3 = 1 - 5i$. D. $z_2 = 3 + 4i$.

Lời giải

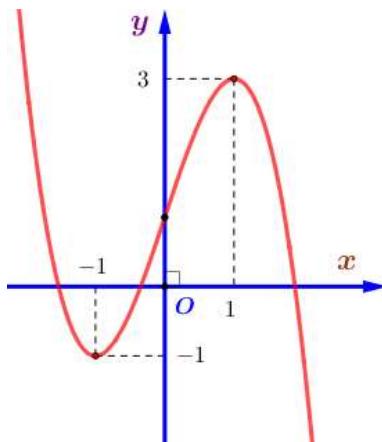
GVSB: Vân Anh Đào Nguyễn; GVPB1: Nguyen Ly; GVPB2: Bùi Kim Thoa

Chọn A

Số phức $w = 1 - 4i$ có phần ảo bằng -4 .

Trong các số phức đã cho, số phức $z_1 = 5 - 4i$ cũng có phần ảo bằng -4 .

Câu 2. Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên dưới.



Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số đã cho có tọa độ là

- A. $(1; 3)$. B. $(3; 1)$. C. $(-1; -1)$. D. $(1; -1)$.

Lời giải

GVSB: Vân Anh Đào Nguyễn; GVPB1: Nguyen Ly; GVPB2: Bùi Kim Thoa

Chọn C

Từ đồ thị hàm số bậc ba $y = f(x)$, ta có điểm cực tiểu của đồ thị hàm số có tọa độ là $(-1; -1)$.

Câu 3. Phần ảo của số phức $z = (2-i)(1+i)$ bằng

- A. -3 . B. 1 . C. 3 . D. -1 .

Lời giải

GVSB: Nguyễn Bình; GVPB1: Bông Thôi; GVPB2: Bùi Kim Thoa

Chọn B

Ta có: $z = (2-i)(1+i) = 3+i$.

Vậy phần ảo của số phức z bằng 1.

Câu 4. Nếu $\int_{-1}^2 f(x) dx = 2$ và $\int_2^5 f(x) dx = -5$ thì $\int_{-1}^5 f(x) dx$ bằng

A. 7.

B. -3.

C. -7.

D. 4.

Lời giải

GVSB: Nguyễn Bình; GVPB1: Bông Thôi; GVPB2: Bùi Kim Thoa

Chọn B

$$\text{Ta có: } \int_{-1}^5 f(x) dx = \int_{-1}^2 f(x) dx + \int_2^5 f(x) dx = 2 + (-5) = -3.$$

Câu 5. Cho khối chón $S.ABC$ có chiều cao bằng 5, đáy ABC có diện tích bằng 6. Thể tích khối chón $S.ABC$ bằng

A. 30.

B. 10.

C. 15.

D. 11.

Lời giải

GVSB: Vũ Ngọc Thành; GVPB1: Suol Nguyen; GVPB2: Thuỷ Dung

Chọn B

$$\text{Thể tích khối chón } S.ABC \text{ là } V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot 5 \cdot 6 = 10.$$

Câu 6. Cho khối chón và khối lăng trụ có diện tích đáy, chiều cao tương ứng bằng nhau và có thể tích lần lượt là V_1, V_2 . Tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$ bằng

A. $\frac{2}{3}$.

B. $\frac{3}{2}$.

C. 3.

D. $\frac{1}{3}$.

Lời giải

GVSB: Vũ Ngọc Thành; GVPB1: Suol Nguyen; GVPB2: Thuỷ Dung

Chọn D

Gọi đường cao, diện tích đáy lần lượt là h, B .

Khi đó áp dụng công thức thể tích khối chón, khối lăng trụ ta được $V_1 = \frac{1}{3} B.h$ và $V_2 = B.h$.

$$\text{Suy ra: } \frac{V_1}{V_2} = \frac{\frac{1}{3} B.h}{B.h} = \frac{1}{3}.$$

Câu 7. Với a là số thực dương tùy ý, $\log(100a)$ bằng

A. $2 - \log a$.

B. $2 + \log a$.

C. $1 - \log a$.

D. $1 + \log a$.

Lời giải

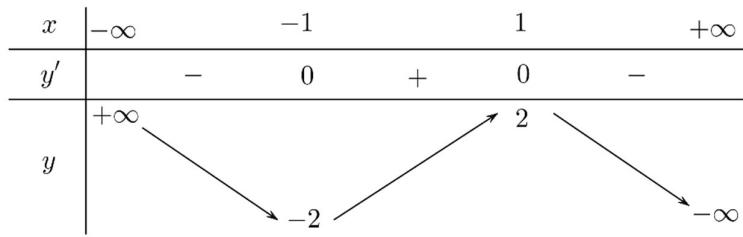
GVSB: Võ Thành Tài; GVPB1: Phạm Trung Khuê; GVPB2: Thuỷ Dung

Chọn B

Với $a > 0$, ta có

$$\log(100a) = \log 100 + \log a = \log 10^2 + \log a = 2 + \log a.$$

Câu 8. Hàm số nào dưới đây có bảng biến thiên như sau?



- A. $y = x^3 - 3x$. B. $y = x^2 - 2x$. C. $y = -x^3 + 3x$. D. $y = -x^2 + 2x$.

Lời giải

GVS_B: Võ Thành Tài; GVPB1: Phạm Trung Khuê; GVPB2: Thuỷ Dũng

Chọn C

Dựa vào bảng biến thiên trên, ta nhận thấy đây là hàm số bậc ba có dạng $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ với $a \neq 0$.

Mà $\lim_{x \rightarrow +\infty} (ax^3 + bx^2 + cx + d) = -\infty \Rightarrow a < 0$.

Do đó có duy nhất hàm số $y = -x^3 + 3x$ thoả mãn.

Câu 9. Số nghiệm thực của phương trình $2^{x^2+1} = 4$ là

- A. 1. B. 2. C. 0. D. 3.

Lời giải

GVS_B: Trần Hương Trà; GVPB1: Trần Hương Trà; GVPB2: Đỗ Ngọc Đức

Chọn B

Ta có $2^{x^2+1} = 4 \Leftrightarrow x^2 + 1 = 2 \Leftrightarrow x^2 = 1 \Leftrightarrow x = \pm 1$.

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, phương trình của mặt phẳng (Oxy) là

- A. $y = 0$. B. $x = 0$.
C. $x + y = 0$. D. $z = 0$.

Lời giải

GVS_B: Trần Hương Trà; GVPB1: Trần Hương Trà; GVPB2: Đỗ Ngọc Đức

Chọn D

Phương trình của mặt phẳng (Oxy) là $z = 0$.

Câu 11. Hàm số $F(x) = \cot x$ là một nguyên hàm của hàm số nào dưới đây trên khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$?

- A. $f_2(x) = \frac{1}{\sin^2 x}$. B. $f_1(x) = -\frac{1}{\cos^2 x}$. C. $f_3(x) = -\frac{1}{\sin^2 x}$. D. $f_4(x) = \frac{1}{\cos^2 x}$.

Lời giải

GVS_B: Vũ Ngọc Anh; GVPB1: Thiên Minh Nguyễn; GVPB2: Đỗ Ngọc Đức

Chọn C

Ta có: $\int -\frac{1}{\sin^2 x} dx = \cot x + C$.

Câu 12. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	-	0	+	0	-
$f(x)$	$+\infty$	0	3	0	$+\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-\infty; -1)$. B. $(0; 3)$. C. $(0; +\infty)$. D. $(-1; 0)$.

Lời giải

GVSB: Vu Ngoc Anh; GVPB1: ThienMinh Nguyen; GVPB2: Do Ngoc Duc

Chọn D

Ta có đồ thị tăng trên khoảng $(-1; 0)$, nên đó là đáp án đúng.

- Câu 13. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z+1}{3}$. Điểm nào dưới đây thuộc d ?

- A. $P(2; 1; -1)$. B. $M(1; 2; 3)$. C. $Q(2; 1; 1)$. D. $N(1; -2; 3)$.

Lời giải

GVSB: Pham Quang Linh; GVPB1: Phan Huy; GVPB2: Tuan Pham;

Chọn A

Thay tọa độ điểm $P(2; 1; -1)$ vào phương trình đường thẳng (d) ta có :

$$\frac{2-2}{1} = \frac{1-1}{-2} = \frac{-1+1}{3} \Leftrightarrow \frac{0}{1} = \frac{0}{-2} = \frac{0}{3} = 0 \text{ (thỏa mãn).}$$

Thay tọa độ điểm $M(1; 2; 3)$ vào phương trình đường thẳng (d) ta có :

$$\frac{1-2}{1} = \frac{2-1}{-2} = \frac{3+1}{3} \Leftrightarrow \frac{-1}{1} = \frac{1}{-2} = \frac{4}{3} \text{ (vô lí).}$$

Thay tọa độ điểm $Q(2; 1; 1)$ vào phương trình đường thẳng (d) ta có :

$$\frac{2-2}{1} = \frac{1-1}{-2} = \frac{1+1}{3} \Leftrightarrow \frac{0}{1} = \frac{0}{-2} = \frac{2}{3} \text{ (vô lí).}$$

Thay tọa độ điểm $N(1; -2; 3)$ vào phương trình đường thẳng (d) ta có :

$$\frac{1-2}{1} = \frac{-2-1}{-2} = \frac{3+1}{3} \Leftrightarrow \frac{-1}{1} = \frac{-3}{-2} = \frac{4}{3} \text{ (vô lí).}$$

Vậy điểm $P(2; 1; -1)$ thuộc đường thẳng (d) .

- Câu 14. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức $z = 2 + 7i$ có tọa độ là

- A. $(2; -7)$. B. $(-2; -7)$. C. $(7; 2)$. D. $(2; 7)$.

Lời giải

GVSB: Pham Quang Linh; GVPB1: Phan Huy; GVPB2: Tuan Pham;

Chọn D

Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức $z = 2 + 7i$ có tọa độ là $(2; 7)$.

- Câu 15: Cho điểm M nằm ngoài mặt cầu $S(O; R)$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. $OM < R$. B. $OM = R$. C. $OM > R$. D. $OM \leq R$.

Lời giải**GVSB: Minh Hiếu; GVPB2: Tuan Pham;****Chọn C**

M nằm ngoài mặt cầu $S(O; R) \Leftrightarrow OM > R$.

Câu 16: Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.** $\int e^x dx = e^x + C$. **B.** $\int e^x dx = xe^x + C$. **C.** $\int e^x dx = -e^{x+1} + C$. **D.** $\int e^x dx = e^{x+1} + C$.

Lời giải**GVSB: Minh Hiếu; GVPB2: Tuan Pham;****Chọn A**

$$\int e^x dx = e^x + C$$

Câu 17. Trong không gian $Oxyz$, cho hai vecto $\vec{u} = (1; -4; 0)$ và $\vec{v} = (-1; -2; 1)$. Vecto $\vec{u} + 3\vec{v}$ có tọa độ là

- A.** $(-2; -10; 3)$. **B.** $(-2; -6; 3)$. **C.** $(-4; -8; 4)$. **D.** $(-2; -10; -3)$.

Lời giải**GVSB: Nguyễn Đức Tài; GVPB1: Nguyễn Minh Luận; GVPB2:****Chọn A**

Ta có $3\vec{v} = (-3; -6; 3)$.

Do đó $\vec{u} + 3\vec{v} = (-2; -10; 3)$.

Câu 18. Cho cấp số nhân (u_n) $u_1 = 3$ và công bội $q = 2$. Số hạng tổng quát u_n ($n \geq 2$) bằng

- A.** $3 \cdot 2^n$. **B.** $3 \cdot 2^{n+2}$. **C.** $3 \cdot 2^{n+1}$. **D.** $3 \cdot 2^{n-1}$.

Lời giải**GVSB: Nguyễn Đức Tài; GVPB1: Nguyễn Minh Luận; GVPB2:****Chọn D**

Ta có $u_n = u_1 \cdot q^{n-1} = 3 \cdot 2^{n-1}$.

Câu 19. Cho $a = 3^{\sqrt{5}}$, $b = 3^2$ và $c = 3^{\sqrt{6}}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A.** $a < b < c$. **B.** $a < c < b$. **C.** $c < a < b$. **D.** $b < a < c$.

Lời giải**GVSB: Nguyễn Minh Luận; GVPB1: Nguyễn Thắng; GVPB2:****Chọn D**

Ta có $2 < \sqrt{5} < \sqrt{6}$ mà cơ số $3 > 1$ nên $3^2 < 3^{\sqrt{5}} < 3^{\sqrt{6}}$ hay $b < a < c$.

Câu 20. Cho khối nón có diện tích đáy $3a^2$ và chiều cao $2a$. Thể tích của khối nón đã cho là

- A.** $3a^3$. **B.** $6a^3$. **C.** $2a^3$. **D.** $\frac{2}{3}a^3$.

Lời giải**GVSB: Nguyễn Minh Luận ; GVPB1: Nguyễn Thắng; GVPB2:****Chọn C**

Thể tích của khối nón đã cho là $V = \frac{1}{3} \cdot B \cdot h = \frac{1}{3} \cdot 3a^2 \cdot 2a = 2a^3$.

Câu 21. Nếu $\int_0^3 f(x) dx = 6$ thì $\int_0^3 \left[\frac{1}{3}f(x) + 2 \right] dx$ bằng

A. 6.

B. 5.

C. 9.

D. 8.

Lời giải

GVSB: Hoàng Dương; GVPB1: Hoàng Dương; GVPB2: Hoàng Dương

Chọn D

$$\text{Ta có } \int_0^3 \left[\frac{1}{3}f(x) + 2 \right] dx = \frac{1}{3} \int_0^3 f(x) dx + \int_0^3 2 dx = 2 + 6 = 8.$$

Câu 22. Tập xác định của hàm số $y = \log_2(x-1)$ là

A. $(2; +\infty)$.

B. $(-\infty; +\infty)$.

C. $(-\infty; 1)$.

D. $(1; +\infty)$.

Lời giải

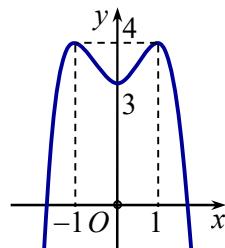
GVSB: Hoàng Dương; GVPB1: Hoàng Dương; GVPB2: Hoàng Dương

Chọn D

Điều kiện: $x-1 > 0 \Leftrightarrow x > 1$.

Vậy tập xác định của hàm số đã cho là $D = (1; +\infty)$.

Câu 23. Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng



A. 3.

B. 4.

C. -1.

D. 1.

Lời giải

GVSB: Nguyễn Loan; GVPB1: Nguyễn Loan; GVPB2: Hoàng Dương

Chọn A

Dựa vào đồ thị hàm số đã cho ta dễ dàng thấy giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng 3.

Câu 24. Nghiệm của phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(2x-1) = 0$ là

A. $x=1$.

B. $x=\frac{3}{4}$.

C. $x=\frac{2}{3}$.

D. $x=\frac{1}{2}$.

Lời giải

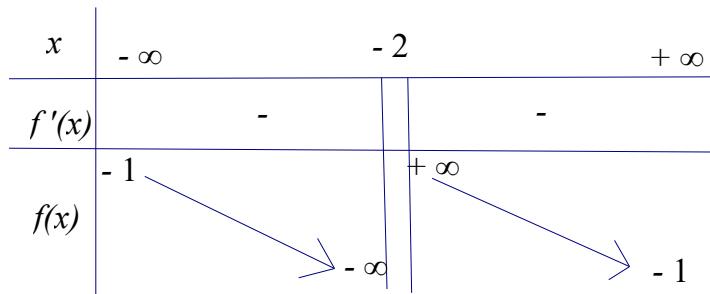
GVSB: Nguyễn Loan; GVPB1: Nguyễn Loan; GVPB2: Hoàng Dương

Chọn A

$$\text{Có } \log_{\frac{1}{2}}(2x-1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x-1=1 \\ 2x-1>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x>\frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow x=1.$$

Vậy nghiệm phương trình đã cho là $x=1$.

Câu 25. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Tiệm cận đứng của đồ thị đã cho là đường thẳng có phương trình:

- A. $y = -1$. B. $y = -2$. C. $x = -2$. D. $x = -1$.

Lời giải

GVSB: Kim Anh; GVPB1: Kim Anh; GVPB2: Nguyễn Ngọc Minh Châu

Chọn C

Từ bảng biến thiên ta có $\lim_{x \rightarrow (-2)^-} f(x) = -\infty$ và $\lim_{x \rightarrow (-2)^+} f(x) = +\infty$, suy ra đồ thị hàm số đã cho có tiệm cận đứng là đường thẳng $x = -2$.

- Câu 26. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-3)^2 = 4$. Tâm của (S) có tọa độ là
 A. $(-2; 1; -3)$. B. $(-4; 2; -6)$. C. $(4; -2; 6)$. D. $(2; -1; 3)$.

Lời giải

GVSB: Kim Anh; GVPB1: Kim Anh; GVPB2: Nguyễn Ngọc Minh Châu

Chọn D

Mặt cầu $(S): (x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-3)^2 = 4$ có tâm $I(2; -1; 3)$.

- Câu 27. Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5 lập được bao nhiêu số tự nhiên có năm chữ số đôi một khác nhau?
 A. 3125. B. 1. C. 120. D. 5.

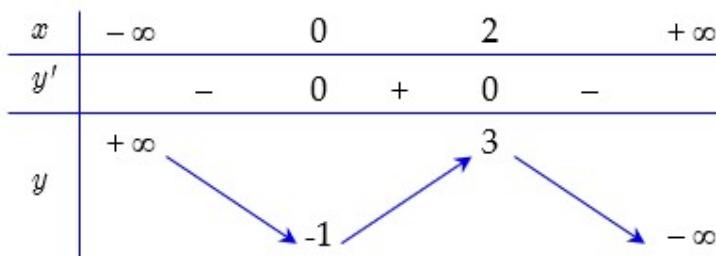
Lời giải

GVSB: Nguyễn Thị Kiên; GVPB1: Trần Đại Nghĩa; GVPB2: Nguyễn Ngọc Minh Châu

Chọn C

Số các số tự nhiên có năm chữ số đôi một khác nhau được lập từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5 là hoán vị của 5 phần tử nên có $5! = 120$ (số).

- Câu 28. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Số giao điểm của đồ thị hàm số đã cho và đường thẳng $y = 1$ là

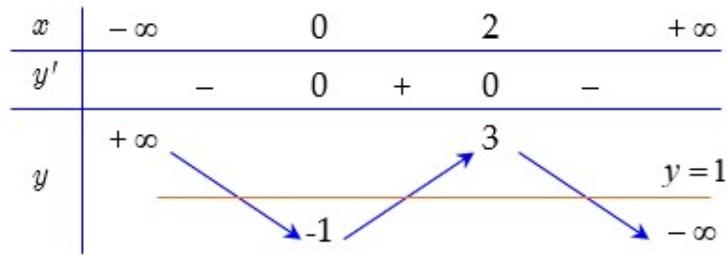
- A. 2. B. 1. C. 3. D. 0.

Lời giải

GVSB: Nguyễn Thị Kiên; GVPB1: Trần Đại Nghĩa; GVPB2: Nguyễn Ngọc Minh Châu

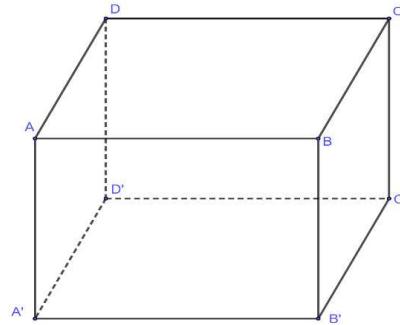
Chọn C

Ta vẽ đường thẳng $y = 1$



Đường thẳng $y = 1$ cắt đồ thị hàm số tại 3 giao điểm.

Câu 29. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ (tham khảo hình vẽ bên dưới).



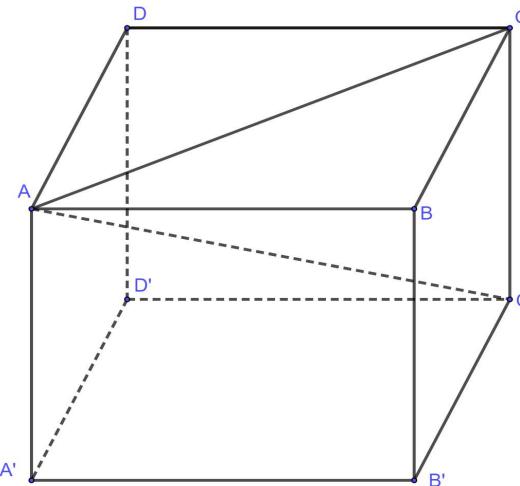
Giá trị sin của góc giữa đường thẳng AC' và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng

- A. $\frac{\sqrt{3}}{3}$. B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$. C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$. D. $\frac{\sqrt{6}}{3}$.

Lời giải

GVSB: Thànhặng; GVPB1: Hoang Ha

Chọn A



Hình chiếu của đường thẳng AC' lên mặt phẳng $(ABCD)$ là đường thẳng AC suy ra góc giữa đường thẳng AC' và mặt phẳng $(ABCD)$, suy ra $\widehat{(CA', (ACBCD))} = \widehat{(CA, CA')} = \widehat{CAC'}$.

Gọi cạnh hình lập phương bằng 1, suy ra $AC = \sqrt{2}$.

Xét tam giác vuông CAC' vuông tại C ta có: $AC' = \sqrt{CC'^2 + AC'^2} = \sqrt{(\sqrt{2})^2 + 1} = \sqrt{3}$.

Suy ra: $\sin(\widehat{CA', (ACBCD)}) = \sin \widehat{CAC'} = \frac{CC'}{AC'} = \frac{\sqrt{3}}{3}$.

- Câu 30.** Chọn ngẫu nhiên một số từ tập hợp các số tự nhiên thuộc đoạn $[30; 50]$. Xác suất để chọn được số có chữ số hàng đơn vị lớn hơn chữ số hàng chục bằng

A. $\frac{11}{21}$.

B. $\frac{13}{21}$.

C. $\frac{10}{21}$.

D. $\frac{8}{21}$.

Lời giải**GVSB: Thành Đặng; GVPB1: Hoang Ha****Chọn A**

Chọn ngẫu nhiên một số từ tập hợp các số tự nhiên thuộc đoạn $[30; 50]$, nên ta có số phần tử của không gian mẫu: $n(\Omega) = 50 - 30 + 1 = 21$.

Gọi A “Biến cố để chọn được số có chữ số hàng đơn vị lớn hơn chữ số hàng chục”.

TH1: Chữ số hàng chục là 3, có 6 cách chọn số tự nhiên có chữ số hàng đơn vị lớn hơn chữ số hàng chục $\{34, 35, 36, 37, 38, 39\}$.

TH2: Chữ số hàng chục là 4, có 5 cách chọn số tự nhiên có chữ số hàng đơn vị lớn hơn chữ số hàng chục $\{45, 46, 47, 48, 49\}$.

Suy ra $n(A) = 6 + 5 = 11$.

Xác suất của biến cố A : $P(A) = \frac{11}{21}$.

- Câu 31.** Với a, b là các số thực dương tùy ý và $a \neq 1$, $\log_{\frac{1}{a}} b^3$ bằng

A. $\log_a b$.

B. $-3 \log_a b$.

C. $\frac{1}{3} \log_a b$.

D. $3 \log_a b$.

Lời giải**GVSB: Nguyễn Linh Trang; GVPB1: Nguyễn Thị Hường; GVPB2: Minh Văn Nguyễn****Chọn D**

Ta có: $\log_{\frac{1}{a}} b^3 = \log_{a^{-1}} b^{-3} = 3 \log_a b$.

- Câu 32.** Cho hàm số $f(x) = 1 + e^{2x}$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int f(x) dx = x + \frac{1}{2} e^x + C$.

B. $\int f(x) dx = x + 2e^{2x} + C$.

C. $\int f(x) dx = x + e^{2x} + C$.

D. $\int f(x) dx = x + \frac{1}{2} e^{2x} + C$.

Lời giải**GVSB: Nguyễn Linh Trang; GVPB1: Nguyễn Thị Hường; GVPB2: Minh Văn Nguyễn****Chọn D**

Ta có: $\int f(x) dx = \int (1 + e^{2x}) dx = x + \frac{1}{2} e^{2x} + C$.

- Câu 33.** Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - 2z + 5 = 0$. Khi đó $z_1^2 + z_2^2$ bằng

A. 6.

B. $-8i$.

C. $8i$.

D. -6.

Lời giải**GVSB: Văn Vũ; GVPB2: Bùi Văn Huấn****Chọn D**

Vì z_1, z_2 là hai nghiệm của phương trình $z^2 - 2z + 5 = 0$ nên ta có: $\begin{cases} z_1 + z_2 = -\frac{b}{a} = 2 \\ z_1 \cdot z_2 = \frac{c}{a} = 5 \end{cases}$.

Ta có: $z_1^2 + z_2^2 = (z_1 + z_2)^2 - 2 \cdot z_1 \cdot z_2 = 2^2 - 2 \cdot 5 = -6$.

Câu 34. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x + 1$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-\infty; -1)$. B. $(-\infty; 1)$. C. $(-1; +\infty)$. D. $(1; +\infty)$.

Lời giải

GVSB: Vân Vũ; GVPB2: Bùi Văn Huân

Chọn A

Ta có: $f'(x) < 0 \Leftrightarrow x + 1 < 0 \Leftrightarrow x < -1$.

Vậy hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -1)$.

Câu 35. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; 2; 3)$. Phương trình của mặt cầu tâm A và tiếp xúc với mặt phẳng $x - 2y + 2z + 3 = 0$ là

- A. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 2$. B. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z+3)^2 = 2$.
 C. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z+3)^2 = 4$. D. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 4$.

Lời giải

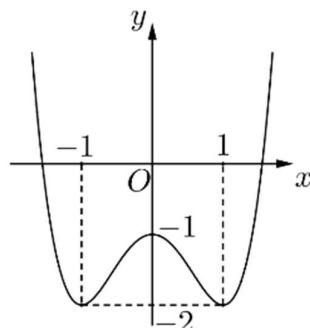
GVSB: Lê Minh; GVPB1: Dương Ju-i; GVPB2: Bùi Văn Huân

Chọn D

Mặt cầu tâm A tiếp xúc với mặt phẳng đã cho có bán kính $R = \frac{|1-2.2+2.3+3|}{\sqrt{1+4+4}} = 2$

Vậy phương trình mặt cầu cần tìm là: $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 4$.

Câu 36. Cho hàm số $f(x) = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị là đường cong trong hình bên dưới.



Có bao nhiêu giá trị nguyên thuộc đoạn $[-2; 5]$ của tham số m để phương trình $f(x) = m$ có đúng 2 nghiệm thực phân biệt?

- A. 7. B. 6. C. 5. D. 1.

Lời giải

GVSB: Trần Ba; GVPB1: Dương Ju-i; GVPB2: Bùi Văn Huân

Chọn A

Ta có yêu cầu bài toán tương đương với $\begin{cases} m = -2 \\ m > -1 \end{cases}$.

Do $m \in [-2; 5]$ và m nguyên nên có 7 giá trị m cần tìm là $-2, 0, 1, 2, 3, 4, 5$.

- Câu 37.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2; -2; 1)$ và mặt phẳng $(P): 2x - 3y - z + 1 = 0$. Đường thẳng đi qua M và vuông góc với mặt phẳng (P) có phương trình là

A. $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -2 + 3t \\ z = 1 + t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = 2 - 3t \\ z = 1 - t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -2 - 3t \\ z = 1 - t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -3 - 2t \\ z = -1 + t \end{cases}$

Lời giải

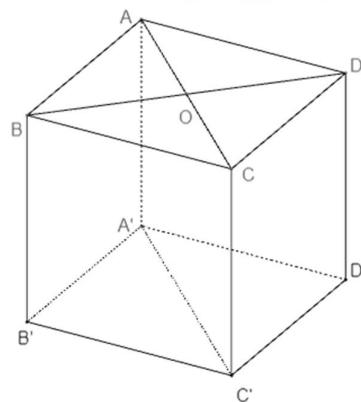
GVSB: Trần Thông; GVPB1: Thanh Huyền; GVPB2: Bùi Thành Sơn

Chọn C

Đường thẳng vuông góc với mặt phẳng (P) có véc tơ chỉ phương là $\vec{u} = \overrightarrow{n_{(P)}} = (2; -3; -1)$.

Đường thẳng đi qua M và vuông góc với mặt phẳng (P) có phương trình là $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -2 - 3t \\ z = 1 - t \end{cases}$

- Câu 38.** Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng 3 (tham khảo hình bên dưới).



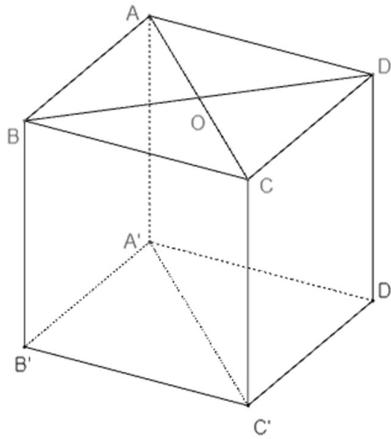
Khoảng cách từ B đến mặt phẳng $(ACC'A')$ bằng

A. 3. B. $3\sqrt{2}$. C. $\frac{3\sqrt{2}}{2}$. D. $\frac{3}{2}$.

Lời giải

GVSB: Trần Bảo Nghĩa; GVPB1: Thanh Huyền; GVPB2: Bùi Thành Sơn

Chọn C



Gọi O là tâm hình vuông $ABCD$.

Do $ABCD$ là hình vuông nên $BD \perp AC$ tại O .

Do $ABCD.A'B'C'D'$ là hình lập phương nên $AA' \perp (ABCD) \Rightarrow AA' \perp BD$.

$$\Rightarrow BO \perp (ACC'A') \text{ tại } O \Rightarrow d(B; (ACC'A')) = BO = \frac{1}{2}BD = \frac{3\sqrt{2}}{2}.$$

- Câu 39.** Có bao nhiêu số nguyên dương a sao cho với mỗi a có đúng hai số nguyên b thỏa mãn $(3^b - 3)(a \cdot 2^b - 16) < 0$

A. 34 .

B. 32.

C. 31.

D. 33.

Lời giải

GVSB: Đoàn Văn Định; GVPB1: Trịnh Đàm; GVPB2: ...

Chọn D

$$\text{TH1: } a = 1 \Rightarrow (3^b - 3)(2^b - 16) < 0.$$

Nếu $b \leq 1$ hoặc $b \geq 4$ không thỏa mãn bpt và $b \in \{2; 3\}$ thỏa mãn.

Vậy $a = 1$ thỏa mãn.

$$\text{TH2: } a = 2 \Rightarrow (3^b - 3)(2 \cdot 2^b - 16) < 0 \Leftrightarrow (3^b - 3)(2^{b+1} - 16) < 0.$$

Nếu $b \leq 1$ hoặc $b \geq 3$ không thỏa mãn bpt và $b = 2$ thỏa mãn.

Vậy $a = 2$ không thỏa mãn.

$$\text{TH3: } a = 3 \Rightarrow (3^b - 3)(3 \cdot 2^b - 16) < 0.$$

Nếu $b \leq 1$ hoặc $b \geq 3$ không thỏa mãn bpt và $b = 2$ thỏa mãn.

Vậy $a = 3$ không thỏa mãn.

TH4: $a > 3$.

Ta cần tìm a để bpt $(3^b - 3)(a \cdot 2^b - 16) < 0$ có 2 nghiệm b .

✓ Nếu $b \geq 3 \Rightarrow (3^b - 3)(a \cdot 2^b - 16) \geq 24.(3.8 - 16) > 0$ không thỏa mãn bpt.

✓ Nếu $b = 2 \Rightarrow (3^b - 3)(a \cdot 2^b - 16) \geq 6(4.4 - 16) \geq 0$ không thỏa mãn bpt.

✓ Nếu $b = 1$ không thỏa mãn.

✓ Nếu $b < 1 \Rightarrow (3^b - 3) < 0$. BPT tương đương $a \cdot 2^b - 16 > 0$.

Hay $a > \frac{16}{2^b}$ có hai nghiệm b suy ra $33 \leq a \leq 64$.

Kết hợp lại suy ra có tất cả 33 số nguyên dương a thỏa mãn.

Cách 2:

$$\text{Xét } (3^b - 3)(a \cdot 2^b - 16) = 0. \text{ Do } a \in \mathbb{N}^* \text{ nên } \begin{cases} b = 1 \\ b = \log_2 \frac{16}{a} \end{cases}$$

$$\text{TH1: } \log_2 \frac{16}{a} > 1 \Leftrightarrow a < 8.$$

$$\text{BPT có đúng 2 nghiệm nguyên } b \Leftrightarrow 3 < \log_2 \frac{16}{a} \leq 4 \Leftrightarrow 1 \leq a < 2 \Rightarrow a = 1 \text{ (thỏa mãn).}$$

$$\text{TH2: } \log_2 \frac{16}{a} < 1 \Leftrightarrow a > 8.$$

$$\text{BPT có đúng 2 nghiệm nguyên } b \Leftrightarrow -2 \leq \log_2 \frac{16}{a} < -14 \Leftrightarrow 32 < a \leq 64 \Rightarrow \text{có } 32 \text{ giá trị } a.$$

Vậy có 33 giá trị của a thỏa mãn.

Câu 40. Cho hàm số $f(x) = (a+3)x^4 - 2ax^2 + 1$ với a là tham số thực. Nếu $\max_{[0;3]} f(x) = f(2)$ thì

$$\min_{[0;3]} f(x) \text{ bằng}$$

A. -9.

B. 4.

C. 1.

D. -8.

Lời giải

GVSB: Đoàn Văn Định; GVPB1: Trịnh Đàm...; GVPB2: ...

Chọn D

$$\text{Xét hàm } f(x) = (a+3)x^4 - 2ax^2 + 1 \Rightarrow f'(x) = 4(a+3)x^3 - 4ax.$$

Hàm số đạt GTLN tại $x = 2$ và liên tục trên đoạn $[0;3]$.

$$\Rightarrow f'(2) = 0 \Leftrightarrow 32(a+3) - 8a = 0 \Leftrightarrow a = -4.$$

Với $a = -4$ ta có $f(x) = -x^4 + 8x^2 + 1$ với $x \in [0;3]$.

$$f'(x) = -4x^3 + 16x.$$

$$\text{Cho } f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \text{ (TM)} \\ x = 2 \text{ (TM)} \\ x = -2 \text{ (L)} \end{cases}$$

Khi đó $f(0) = 1$, $f(2) = 17$, $f(3) = -8$.

Suy ra $\max_{[0;3]} f(x) = f(2) = 17$ (thỏa mãn giả thiết).

Vậy $\min_{[0;3]} f(x) = f(3) = -8$.

Câu 41. Biết $F(x)$ và $G(x)$ là hai nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên \mathbb{R} và

$$\int_0^2 f(x) dx = F(2) - G(0) + a \quad (a > 0). \text{ Gọi } S \text{ là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường}$$

$y = F(x)$, $y = G(x)$, $x = 0$ và $x = 2$, Khi $S = 6$ thì a bằng

A. 4.

B. 6.

C. 3.

D. 8.

Lời giải

Chọn C

$F(x)$ và $G(x)$ là hai nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên \mathbb{R} nên ta có
 $\forall x \in \mathbb{R}: F(x) = G(x) + C$ (với C là hằng số).

Do đó $F(0) = G(0) + C$ (1).

Lại có $\int_0^2 f(x) dx = F(2) - F(0)$
 $\Leftrightarrow F(2) - G(0) + a = F(2) - F(0) \Leftrightarrow F(0) = G(0) - a$ (2).

Từ (1) và (2) suy ra $C = -a$.

Khi đó $F(x) = G(x) - a$, $\forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow |F(x) - G(x)| = a$, $\forall x \in \mathbb{R}$.

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = F(x)$, $y = G(x)$, $x = 0$ và $x = 2$ là

$$S = \int_0^2 |F(x) - G(x)| dx = \int_0^2 a dx = 2a = 6 \Rightarrow a = 3.$$

- Câu 42.** Cho các số phức z_1, z_2, z_3 thỏa mãn $2|z_1| = 2|z_2| = |z_3| = 2$ và $(z_1 + z_2)z_3 = 2z_1z_2$. Gọi A, B, C lần lượt là các điểm biểu diễn của z_1, z_2, z_3 trên mặt phẳng tọa độ. Diện tích tam giác ABC bằng

- A.** $\frac{3\sqrt{3}}{4}$. **B.** $\frac{3}{8}$. **C.** $\frac{3\sqrt{3}}{8}$. **D.** $\frac{3}{4}$.

Lời giải**Chọn A**

- Từ giả thiết ta được $|z_1| = |z_2| = 1$ và $|z_3| = 2$.
- Theo giả thiết $(z_1 + z_2)z_3 = 2z_1z_2 \Rightarrow |z_1 + z_2||z_3| = 2|z_1||z_2| \Rightarrow |z_1 + z_2| = 1$.
- Từ đẳng thức $|z_1 + z_2|^2 + |z_1 - z_2|^2 = 2(|z_1|^2 + |z_2|^2) \Rightarrow |z_1 - z_2| = \sqrt{3} \Rightarrow AB = \sqrt{3}$.
- Theo giả thiết $(z_1 + z_2)z_3 = 2z_1z_2 \Leftrightarrow (z_1 - z_2)z_3 = 2(z_1 - z_3)z_2$
 $\Rightarrow |z_1 - z_2||z_3| = 2|z_1 - z_3||z_2|$
 $\Rightarrow |z_1 - z_3| = \sqrt{3} \Rightarrow AC = \sqrt{3}$.
- Theo giả thiết $(z_1 + z_2)z_3 = 2z_1z_2 \Leftrightarrow (z_3 - z_2)z_1 = (z_1 - z_3)z_2$
 $\Rightarrow |z_3 - z_2||z_1| = |z_1 - z_3||z_2|$
 $\Rightarrow |z_3 - z_2| = \sqrt{3} \Rightarrow BC = \sqrt{3}$.

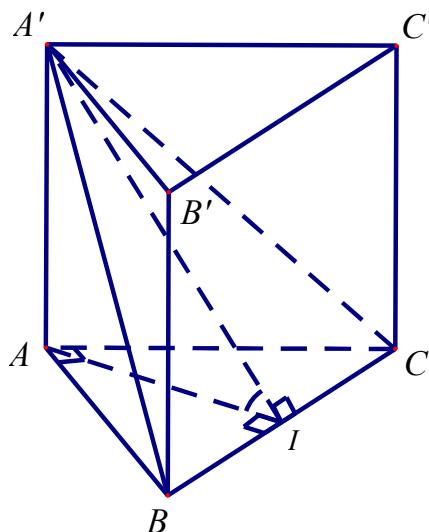
Suy ra tam giác ABC đều cạnh $\sqrt{3}$. Suy ra $S_{\Delta ABC} = \frac{3\sqrt{3}}{4}$.

- Câu 43.** Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A , cạnh bên $AA' = 2a$, góc giữa hai mặt phẳng $(A'BC)$ và (ABC) bằng 60° . Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

- A.** $\frac{8}{9}a^3$. **B.** $8a^3$. **C.** $\frac{8}{3}a^3$. **D.** $24a^3$.

Lời giải

GVSB: Phan Thị Thúy Hà; GVPB1: Tuyet Trinh; GVPB2: Nguyễn Thị Hồng Gâm

Chọn CGọi I là trung điểm của BC .

Ta có:
 + ABC là tam giác vuông cân tại A nên $AI \perp BC$
 + $ABC.A'B'C'$ là khối lăng trụ đứng nên $AA' \perp BC$
 suy ra $BC \perp (AA'I) \Rightarrow BC \perp A'I$.

Do đó, góc giữa hai mặt phẳng $(A'BC)$ và (ABC) bằng góc giữa $A'I$ và AI , mà tam giác $AA'I$ vuông tại A nên ta có $\widehat{AIA'}$ là góc nhọn. Suy ra góc giữa hai mặt phẳng $(A'BC)$ và (ABC) bằng $\widehat{AIA'} = 60^\circ$.

Trong tam giác vuông $AA'I$, ta có $AI = \frac{AA'}{\tan 60^\circ} = \frac{2a}{\sqrt{3}}$.

ABC là tam giác vuông cân tại A nên $BC = 2AI = \frac{4a}{\sqrt{3}}$, $AB = AC = \frac{BC}{\sqrt{2}} = \frac{2a\sqrt{6}}{3}$.

Vậy thể tích khối lăng trụ đã cho là $V = AA'.S_{\triangle ABC} = AA'.\frac{1}{2}AB.AC = \frac{1}{2}.2a.\left(\frac{2a\sqrt{6}}{3}\right)^2 = \frac{8a^3}{3}$.

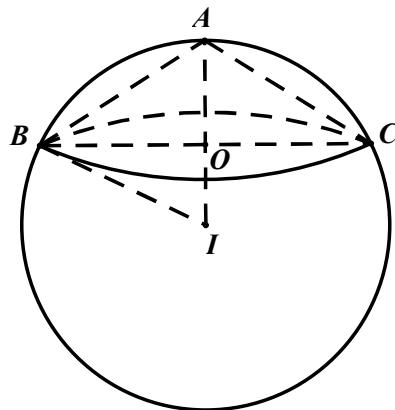
Câu 44. Cho hình nón có góc ở đỉnh bằng 120° và chiều cao bằng 2. Gọi (S) là mặt cầu đi qua đỉnh và chứa đường tròn đáy của hình nón đã cho. Diện tích của (S) bằng

- A. $\frac{16\pi}{3}$. B. $\frac{64\pi}{3}$. C. 64π . D. 48π .

Lời giải

GVSB: ...; GVPB1: ...; GVPB2: Lê Duy

Chọn CGọi hình nón đỉnh A , đường kính đáy hình nón là BC .Gọi I là tâm mặt cầu (S) .



Ta có ΔABC cân tại A có $\widehat{BAC} = 120^\circ$ và $AI \perp BC$ tại O nên $\widehat{BAI} = 60^\circ$ suy ra ΔIAB đều.

Tam giác IAB đều và $OB \perp IA$ tại O suy ra OB là đường trung tuyến của ΔIAB .

Mà $OA = 2$ suy ra $AI = 2OA = 4$.

Vậy diện tích mặt cầu (S) là: $S = 4\pi AI^2 = 64\pi$.

- Câu 45:** Xét tất cả các số thực x, y sao cho $8^{9-y^2} \geq a^{6x-\log_2 a^3}$ với mọi số thực dương a . Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = x^2 + y^2 - 6x - 8y$ bằng

A. -21.

B. -6.

C. -25.

D. 39.

Lời giải

GVSB: Tu Duy; GVPB: Thien Pro

Chọn A

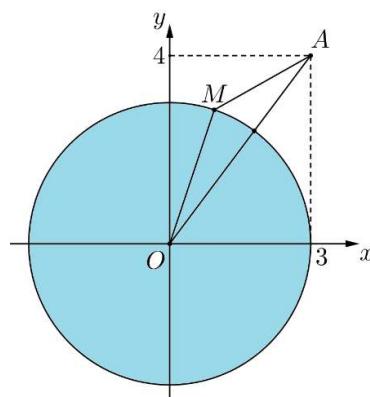
Ta có: $8^{9-y^2} \geq a^{6x-\log_2 a^3}, \forall a > 0$

$$\Leftrightarrow 3(9-y^2) \geq (6x-3\log_2 a)\log_2 a, \forall a > 0$$

$$\Leftrightarrow \log_2 a - 2x\log_2 a + 9 - y^2 \geq 0, \forall a > 0$$

$$\Leftrightarrow \Delta' = x^2 + y^2 - 9 \leq 0.$$

Gọi $M(x; y)$ thuộc hình tròn (C) tâm O , bán kính $R = 3$.

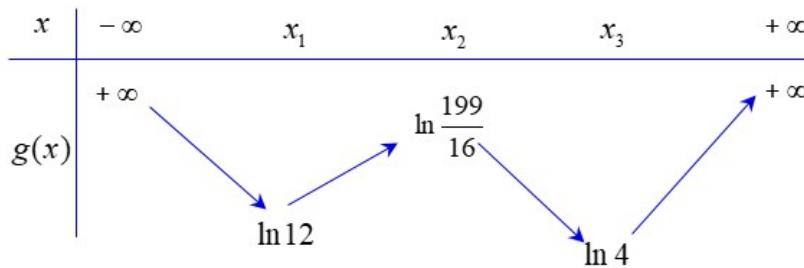


Gọi $A(3; 4)$, ta có: $OA = 5 > R$. Do đó A nằm ngoài hình tròn (C).

$$\text{Khi đó: } P = (x-3)^2 + (y-4)^2 - 25 = MA^2 - 25 \geq (OA - R)^2 - 25 = -21.$$

Vậy $\min P = -21$ khi O, M, A theo thứ tự thẳng hàng.

- Câu 46.** Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$. Biết rằng hàm số $g(x) = \ln f(x)$ có bảng biến thiên như sau



Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f'(x)$ và $y = g'(x)$ thuộc khoảng nào dưới đây?

- A.** $(7;8)$. **B.** $(6;7)$. **C.** $(8;9)$. **D.** $(10;11)$.

Lời giải

GVS_B: GVPB1: Hoàng Ngọc Hùng; GVPB2: Nam Bui

Chọn A

Từ BBT của $g(x)$ ta có $\ln f(x) \geq \ln 4 \Leftrightarrow f(x) \geq 4; \forall x \in R$.

$$\text{Ta có } g'(x) = \frac{f'(x)}{f(x)}.$$

$$\text{Xét phương trình } f'(x) = g'(x) \Leftrightarrow \begin{cases} f'(x) = 0 & (*) \\ f(x) = 1 & (**) \end{cases}$$

Do $f(x) \geq 4; \forall x \in R$ suy ra phương trình $(**)$ vô nghiệm.

$$\text{Từ đó suy ra } f'(x) = 0 \Leftrightarrow g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = x_1 \\ x = x_2 \\ x = x_3 \end{cases}.$$

$$\text{Mặt khác } f'(x) - g'(x) = f'(x) \cdot \left[1 - \frac{1}{f(x)} \right].$$

Ta có bảng xét dấu

x	$-\infty$	x_1	x_2	x_3	$+\infty$
$f'(x) - g'(x)$	-	0	+	0	+

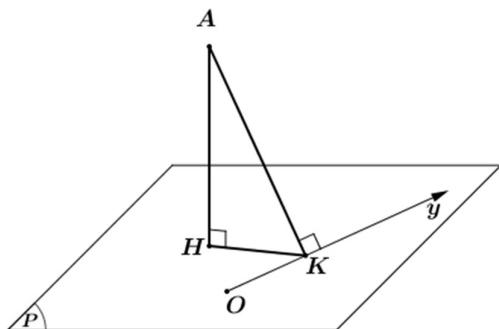
$$\begin{aligned} \text{Vậy } S &= \int_{x_1}^{x_3} |f'(x) - g'(x)| dx = \int_{x_1}^{x_2} [f'(x) - g'(x)] dx - \int_{x_2}^{x_3} [f'(x) - g'(x)] dx \\ &= [f(x) - g(x)] \Big|_{x_1}^{x_2} - [f(x) - g(x)] \Big|_{x_2}^{x_3} \\ &= 2f(x_2) - f(x_1) - f(x_3) - 2\ln f(x_2) + \ln f(x_1) + \ln f(x_3) \\ &= 2\frac{199}{16} - 12 - 4 - 2\ln \frac{199}{16} + \ln 12 + \ln 4 \approx 7,704 \in (7;8). \end{aligned}$$

- Câu 47.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2;1;1)$. Gọi (P) là mặt phẳng chứa trục Oy sao cho khoảng cách từ A đến (P) lớn nhất. Phương trình của (P) là

- A.** $x+z=0$. **B.** $x-z=0$. **C.** $2x+z=0$. **D.** $2x-z=0$.

Lời giải

GVSB: ...; GVPB1: ...; GVPB2: Vũ Hồng Toàn

Chọn C

Gọi H và K lần lượt là hình chiếu của A trên (P) và trục Oy .

Ta có $d(A, (P)) = AH \leq AK$. Do đó khoảng cách từ A đến (P) lớn nhất khi $H \equiv K(0;1;0)$.

Khi đó (P) đi qua $K(0;1;0)$ và có một vectơ pháp tuyến là $\vec{AK} = (-2;0;-1) = -(2;0;1)$ nên có phương trình là $2x + z = 0$.

- Câu 48.** Có bao nhiêu số phức z thỏa $|z^2| = 2|z - \bar{z}|$ và $|(z+4)(\bar{z}+4i)| = |z-4i|^2$.

A. 4.**B. 2.****C. 1****D. 3.****Lời giải**

GVSB: Trần Phúc; GVPB1: Trần Phúc; GVPB2: Ngô Trí Thụ

Chọn A

Gọi $z = a + bi$, $a, b \in \mathbb{R}$.

Ta có: $|z^2| = 2|z - \bar{z}| \Leftrightarrow a^2 + b^2 = 4|b|$ (1).

$$\begin{aligned} |(z+4)(\bar{z}+4i)| &= |z-4i|^2 \Leftrightarrow |z+4| \cdot |\bar{z}+4i| = |z-4i|^2 \\ &\Leftrightarrow \sqrt{(a+4)^2 + b^2} \cdot \sqrt{a^2 + (b-4)^2} = a^2 + (b-4)^2 \\ &\Leftrightarrow \sqrt{a^2 + (b-4)^2} \cdot \left(\sqrt{(a+4)^2 + b^2} - \sqrt{a^2 + (b-4)^2} \right) = 0. \\ + \text{TH-1: } \sqrt{a^2 + (b-4)^2} &= 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ b = 4 \end{cases} \text{ thỏa (1).} \end{aligned}$$

Vậy $z = 4i$.

$$+ \text{TH-2: } \sqrt{(a+4)^2 + b^2} - \sqrt{a^2 + (b-4)^2} = 0 \Leftrightarrow a = -b.$$

Thay vào ta được (1):

$$2b^2 - 4|b| = 0 \Leftrightarrow |b| = 0 \vee |b| = 2.$$

$$\text{Với } |b| = 0 \Leftrightarrow b = 0 \Rightarrow \begin{cases} b = 0 \\ a = 0 \end{cases} \Rightarrow z = 0.$$

$$\text{Với } |b| = 2 \Leftrightarrow b = \pm 2 \Rightarrow \begin{cases} b = 2 \\ a = -2 \end{cases} \vee \begin{cases} b = -2 \\ a = 2 \end{cases} \Rightarrow z = -2 + 2i \vee z = 2 - 2i.$$

Kết luận: có 4 số phức z .

- Câu 49.** Có bao nhiêu số nguyên dương của tham số m để hàm số $y = |x^4 - mx^2 - 64x|$ có đúng 3 điểm cực trị?

A. 23.

B. 12.

C. 24.

D. 11.

Lời giải

GVSB: Lê Năng; GVPB1: ...; GVPB2: Nguyễn Ninh

Chọn C

Xét hàm số $g(x) = x^4 - mx^2 - 64x$; $g'(x) = 4x^3 - 2mx - 64$; có $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = +\infty$.

$$g(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x^3 - mx - 64 = 0 \end{cases} \Rightarrow g(x) = 0 \text{ có ít nhất 2 nghiệm phân biệt.}$$

Do đó hàm số $y = |g(x)|$ có đúng 3 điểm cực trị \Leftrightarrow hàm số $y = g(x)$ có đúng 1 cực trị $\Leftrightarrow g'(x)$ đổi dấu đúng 1 lần (*).

Nhận xét nếu $x = 0 \Rightarrow g'(0) = -64 < 0 \Rightarrow g(x)$ không có cực trị (hay $x = 0$ không thỏa mãn).

Nên $g'(x) = 0 \Leftrightarrow m = 2x^2 - \frac{32}{x}$. Đặt $h(x) = 2x^2 - \frac{32}{x}$.

$$\text{Có } h'(x) = 4x + \frac{32}{x^2} = \frac{4(x^3 + 8)}{x^2}; h'(x) = 0 \Leftrightarrow x = -2.$$

Bảng biến thiên

x	- ∞	-2	0	+ ∞
$h'(x)$	-	0	+	+
$h(x)$	$+\infty$	24	$+\infty$	$-\infty$

Từ bảng biến thiên suy ra (*) $\Leftrightarrow m \leq 24$.

Kết hợp với điều kiện m nguyên dương suy ra $m \in \{1; 2; 3; \dots; 24\}$.

- Câu 50.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) tâm $I(1; 4; 2)$, bán kính bằng 2. Gọi M, N là hai điểm lần lượt thuộc hai trục Ox, Oy sao cho đường thẳng MN tiếp xúc với (S) , đồng thời mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $OIMN$ có bán kính bằng $\frac{7}{2}$. Gọi A là tiếp điểm của MN và (S) , giá trị $AM \cdot AN$ bằng

A. $9\sqrt{2}$.

B. 14.

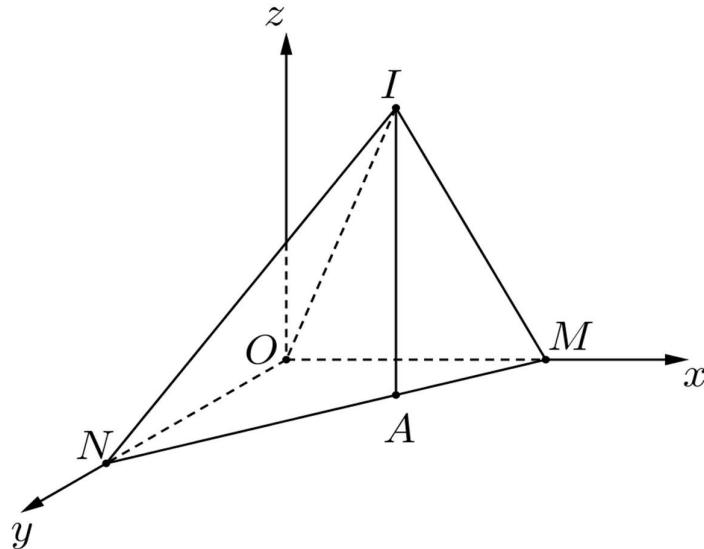
C. $6\sqrt{2}$.

D. 8.

Lời giải

GVSB: Tuấn Anh; GVPB1: Anh Tuấn; GVPB2: Anh Tuấn

Chọn C



Gọi $M(a;0;0) \in Ox$, $N(0;b;0) \in Oy$.

Ta có $d(I;(Oxy)) = 2 = R$ nên (S) tiệp xúc với mặt phẳng (Oxy) tại điểm $A(1;4;0)$ và MN cũng đi qua A .

Lại có $\overrightarrow{AM} = (a-1;-4;0)$, $\overrightarrow{AN} = (-1;b-4;0)$ và 3 điểm A, M, N thẳng hàng nên ta được:

$$\frac{a-1}{-1} = \frac{-4}{b-4} \Leftrightarrow (a-1)(b-4) = 4 \quad (1).$$

Tú diện $OIMN$ có $IA \perp (OMN)$ và ΔOMN vuông tại O nên nếu gọi J là tâm mặt cầu ngoại tiệp tú diện $OIMN$ thì $J \in (IMN)$.

Suy ra bán kính mặt cầu ngoại tiệp tú diện $OIMN$ bằng bán kính đường tròn ngoại tiệp ΔIMN .

Ta có $S_{\Delta IMN} = \frac{IM \cdot IN \cdot MN}{4r}$ (với $r = \frac{7}{2}$ bán kính đường tròn ngoại tiệp ΔIMN).

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2} IA \cdot MN = \frac{IM \cdot IN \cdot MN}{4 \cdot \frac{7}{2}} \Leftrightarrow IM \cdot IN = 7IA \Leftrightarrow IM \cdot IN = 14$$

$$\Leftrightarrow [(a-1)^2 + 20][(b-4)^2 + 5] = 196 \quad (2).$$

$$\text{Đặt } \begin{cases} m = a-1 \\ n = b-4 \end{cases}.$$

$$\text{Từ (1) và (2) ta có hệ } \begin{cases} mn = 4 \\ (m^2 + 20)(n^2 + 5) = 196 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} n = \frac{4}{m} \\ (m^2 + 20)\left(\frac{16}{m^2} + 5\right) = 196 \end{cases}. \quad (3) \quad (4)$$

$$\text{Từ (4) ta được: } (m^2 + 20)(16 + 5m^2) = 196m^2$$

$$\Leftrightarrow 5m^4 - 80m^2 + 320 = 0 \Leftrightarrow m^2 = 8 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 2\sqrt{2} \\ m = -2\sqrt{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} n = \sqrt{2} \\ n = -\sqrt{2} \end{cases}.$$

$$\text{Suy ra } \begin{cases} a = 1+2\sqrt{2}, b = 4+\sqrt{2} \\ a = 1-2\sqrt{2}, b = 4-\sqrt{2} \end{cases}. \text{ Vậy } AM \cdot AN = 6\sqrt{2}.$$