ĐỀ THI THỬ CHUẨN CẤU TRÚC ĐỀ THAM KHẢO
ĐỀ 7

KỲ THI TỐT NGHIỆP TRUNG HỌC PHỔ THÔNG NĂM 2021
Bài thi: TOÁN
Thời gian làm bài: 90 phút không kể thời gian phát đề

Họ, tên thí sinh: ………………………………………………….
Số báo danh: ……………………………………………………..

Câu 1: Có bao nhiêu số tự nhiên có ba chữ số đôi một khác nhau?

A. C_{10}^3. **B.** 3^{10}. **C.** A_{10}^3. **D.** $9.A_9^2$.

Câu 2: Cho cấp số cộng (u_n), biết $u_1 = 6$ và $u_3 = -2$. Giá trị của u_8 bằng

A. -8. **B.** 22. **C.** 34. **D.** -22.

Câu 3: Cho hàmsố $y = f(x)$ xác định và liên tục trên khoảng $(-\infty;+\infty)$, có bảng biến thiên như hình sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	4	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-1;0)$. . **B.** $(0;1)$.

C. $(-1;4)$. **D.** $(1;+\infty)$.

Câu 4: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		0		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	-	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	-5	$\nearrow$	$+\infty$

Hàmsố $f(x)$ đạt cực đại tại điểm

A. $x = 2$. **B.** $x = -5$. **C.** $x = 3$. **D.** $x = 0$.

Câu 5: Cho hàmsố $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu đạo hàm dưới đây

x	$-\infty$		-3		1		4		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$	

.

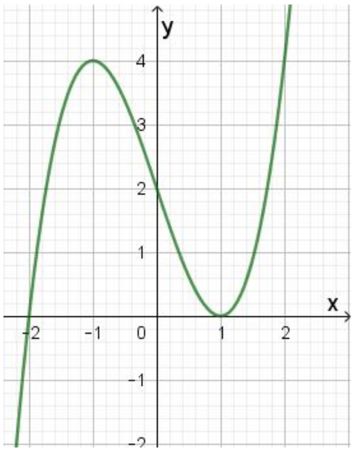
Số điểm cực trị của hàm số là

A. 1. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 6: Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\dfrac{5x+3}{2x-1}$ là

A. 3. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 7: Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên:



A. $y=-x^3+3x+2$. **B.** $y=x^4-x^2+2$. **C.** $y=-x^2+x-2$. **D.** $y=x^3-3x+2$.

Câu 8: Đồ thị của hàm số $y=\dfrac{x-3}{2x-1}$ cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng

A. -2. **B.** $\dfrac{1}{2}$. **C.** 3. **D.** -3.

Câu 9: Với a là số thực dương tùy ý, $\log_5\left(\dfrac{125}{a}\right)$ bằng

A. $3+\log_5 a$. **B.** $3\log_5 a$. **C.** $(\log_5 a)^3$. **D.** $3-\log_5 a$.

Câu 10: Với $x>0$, đạo hàm của hàm số $y=\log_2 x$ là

A. $\dfrac{x}{\ln 2}$. **B.** $\dfrac{1}{x.\ln 2}$. **C.** $x.\ln 2$. **D.** $2^x.\ln 2$.

Câu 11: Với a là số thực dương tùy ý, $\sqrt[4]{a^7}$ bằng

A. a^{28}. **B.** $a^{\frac{4}{7}}$. **C.** $a^{\frac{7}{4}}$. **D.** $a^{\frac{1}{28}}$.

Câu 12: Nghiệm dương của phương trình $7^{x^2+1}=16807$ là

A. $x=2$. **B.** $x=2;x=-2$. **C.** $x=-2$. **D.** $x=4$.

Câu 13: Nghiệm của phương trình $\log_2(x-3)=3$ là:

A. $x=11$. **B.** $x=12$. **C.** $x=3+\sqrt{3}$. **D.** $x=3+\sqrt[3]{2}$.

Câu 14: Nguyên hàm của hàm số $f(x)=5x^4-2$ là:

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=x^3+x+C$. **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x=x^5-x+C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x=x^5-2x+C$. **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x=x^5+2x+C$.

Câu 15: Cho hàm số $f(x)=\sin 2x$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **đúng?**

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=\dfrac{1}{2}\cos 2x+C$. **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x=-\dfrac{1}{2}\cos 2x+C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x=2\cos 2x+C$. **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x=-2\cos 2x+C$.

Câu 16: Nếu $\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x = -3$ và $\int_1^3 f(x)\mathrm{d}x = 1$ thì $\int_2^3 f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. 4. **B.** -4. **C.** -2. **D.** -3.

Câu 17: Tích phân $\int_1^2 x(x+2)\mathrm{d}x$ bằng

A. $\frac{15}{3}$. **B.** $\frac{16}{3}$. **C.** $\frac{7}{4}$. **D.** $\frac{15}{4}$.

Câu 18: Số phức liên hợp của số phức $z = 2-3i$ là:

A. $\overline{z} = 3-2i$. **B.** $\overline{z} = 2+3i$. **C.** $\overline{z} = 3+2i$. **D.** $\overline{z} = -2+3i$.

Câu 19: Cho hai số phức $z = 2+3i$ và $w = 5+i$. Số phức $z+iw$ bằng

A. $3+8i$ **B.** $1+8i$ **C.** $8+i$ **D.** $7+4i$

Câu 20: Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức liên hợp của số phức $9-5i$ có tọa độ là

A. $(5;-9)$. **B.** $(5;9)$. **C.** $(9;-5)$. **D.** $(9;5)$.

Câu 21: Một khối chóp có thể tích bằng 90 và diện tích đáy bằng 5. Chiều cao của khối chóp đó bằng

A. 54. **B.** 18. **C.** 15. **D.** 450.

Câu 22: Thể tích của khối hộp chữ nhật có ba kích thước 5; 7; 8 bằng

A. 35. **B.** 280. **C.** 40. **D.** 56.

Câu 23: Một khối nón tròn xoay có chiều cao $h = 6$ cm và bán kính đáy $r = 5$ cm. Khi đó thể tích khối nón là:

A. $V = 300\pi cm^3$. **B.** $V = 20\pi cm^3$. **C.** $V = \frac{325}{3}\pi cm^3$. **D.** $V = 50\pi cm^3$.

Câu 24: Cho một khối trụ có độ dài đường sinh là $l = 6$cm và bán kính đường tròn đáy là $r = 5$cm. Diện tích toàn phần của khối trụ là

A. $110\pi \mathrm{cm}^2$ **B.** $85\pi\ cm^2$. **C.** $55\pi \mathrm{cm}^2$ **D.** $30\pi \mathrm{cm}^2$

Câu 25: Trong không gian $Oxyz$ cho điểm A thỏa mãn $\overrightarrow{OA} = 2\vec{i}+\vec{j}$ với $\vec{i},\vec{j}$ là hai vectơ đơn vị trên hai trục Ox, Oy. Tọa độ điểm A là

A. $A(2;1;0)$. **B.** $A(0;2;1)$. **C.** $A(0;1;1)$. **D.** $A(1;1;1)$.

Câu 26: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình: $x^2+y^2+z^2-2x-4y+4z-7=0$. Xác định tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu (S).

A. $I(1;2;-2); R=4$. **B.** $I(1;2;-2); R=\sqrt{2}$.

C. $I(-1;-2;2); R=4$. **D.** $I(-1;-2;2); R=3$.

Câu 27: Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x+3y-z-3=0$. Mặt phẳng (P) đi qua điểm nào dưới đây?

A. $(1;1;0)$. **B.** $(0;1;-2)$. **C.** $(2;-1;3)$. **D.** $(1;1;1)$.

Câu 28: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x-2y+3z+2=0$ và đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng (P). Vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của d?

A. $\overrightarrow{u_2} = (1;-2;2)$. **B.** $\overrightarrow{u_4} = (1;2;3)$. **C.** $\overrightarrow{u_3} = (0;-2;3)$. **D.** $\overrightarrow{u_2} = (1;-2;3)$.

Câu 29: Hàm số $y = \frac{x-7}{x+4}$ đồng biến trên khoảng

A. $(-\infty;+\infty)$. **B.** $(-6;0)$. **C.** $(1;4)$. **D.** $(-5;1)$.

Câu 30: Trong một lớp học gồm 15 học sinh nam và 10 học sinh nữ. Giáo viên gọi ngẫu nhiên 4 học sinh lên giải bài tập. Tính xác suất để 4 học sinh được gọi đó có cả nam và nữ?

A. $\dfrac{219}{323}$. **B.** $\dfrac{219}{323}$. **C.** $\dfrac{442}{506}$. **D.** $\dfrac{443}{506}$.

Câu 31: Tìm giá trị lớn nhất M của hàm số $y=2x^3+3x^2-12x+2$ trên đoạn $[-1;2]$.

A. $M=10$. **B.** $M=6$. **C.** $M=11$. **D.** $M=15$.

Câu 32: Tập nghiệm của bất phương trình $\left(7+4\sqrt{3}\right)^{a-1}<7-4\sqrt{3}$ là

A. $(-\infty;0)$. **B.** $(-\infty;1]$. **C.** $(0;+\infty)$. **D.** $(1;+\infty)$.

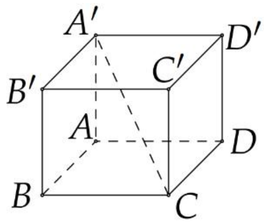
Câu 33: Cho $\int_2^4 f(x)dx=10$ và $\int_2^4 g(x)dx=5$. Tính $I=\int_2^4\left[3f(x)-5g(x)+2x\right]dx$

A. $I=17$. **B.** $I=15$. **C.** $I=-5$. **D.** $I=10$.

Câu 34: Cho số phức $z=2-3i$. Môđun của số phức $(1+i)\overline{z}$ bằng

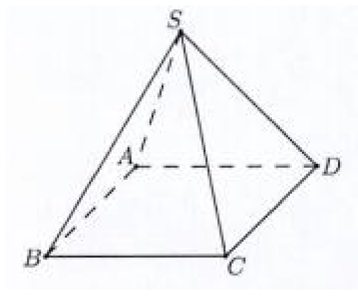
A. 26. **B.** 25. **C.** 5. **D.** $\sqrt{26}$.

Câu 35: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB=AD=2\sqrt{2}$ và $AA'=4\sqrt{3}$ (tham khảo hình bên). Góc giữa đường thẳng CA' và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng



A. 60^0. **B.** 90^0. **C.** 30^0. **D.** 45^0.

Câu 36: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có độ dài cạnh đáy bằng 4 và độ dài cạnh bên bằng 6 (tham khảo hình bên). Khoảng cách từ S đến mặt phẳng $(ABCD)$ bằng



A. $2\sqrt{5}$. **B.** $2\sqrt{7}$. **C.** 2. **D.** $\sqrt{7}$

Câu 37: Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu tâm là điểm $I(2;-3;1)$ và đi qua điểm $M(0;-1;2)$ có phương trình là:

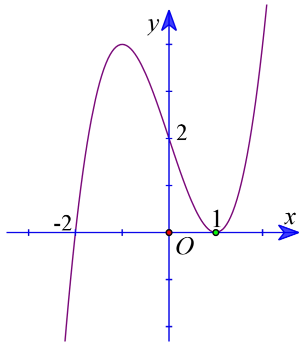
A. $(x-2)^2+(y+3)^2+(z-1)^2=3$. **B.** $x^2+(y+1)^2+(z-2)^2=3$.

C. $x^2+(y+1)^2+(z-2)^2=9$. **D.** $(x-2)^2+(y+3)^2+(z-1)^2=9$.

Câu 38: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua điểm $A(-4;1;-3)$ và $B(0;-1;1)$ có phương trình tham số là:

A. $\begin{cases} x=-4+2t \\ y=-1-t \\ z=-3+2t \end{cases}$.   **B.** $\begin{cases} x=4t \\ y=-1+2t \\ z=1+4t \end{cases}$.   **C.** $\begin{cases} x=2t \\ y=-1-t \\ z=1+2t \end{cases}$.   **D.** $\begin{cases} x=-4+4t \\ y=-1-2t \\ z=-3+4t \end{cases}$.

Câu 39: Cho hàm số $f(x)$, đồ thị hàm số $y=f'(x)$ là đường cong trong hình bên. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $g(x)=f\left(\frac{x}{2}\right)$ trên đoạn $[-5;3]$ bằng



A. $f(-2)$.   **B.** $f(1)$.   **C.** $f(-4)$.   **D.** $f(2)$.

Câu 40: Có bao nhiêu số tự nhiên y sao cho ứng với mỗi y có không quá 148 số nguyên x thỏa mãn $\dfrac{3^{x+2}-\frac{1}{3}}{y-\ln x} \geq 0$?

A. 4   **B.** 5   **C.** 6   **D.** 7

Câu 41: Cho hàm số $f(x)=\begin{cases} x^2-4x-1 & ,x\geq 5 \\ 2x-6 & ,x<5 \end{cases}$. Tích phân $\int_0^{\ln 2} f(3e^x+1).e^x\mathrm{d}x$ bằng

A. $\frac{77}{3}$.   **B.** $\frac{77}{9}$.   **C.** $\frac{68}{3}$.   **D.** $\frac{77}{6}$.

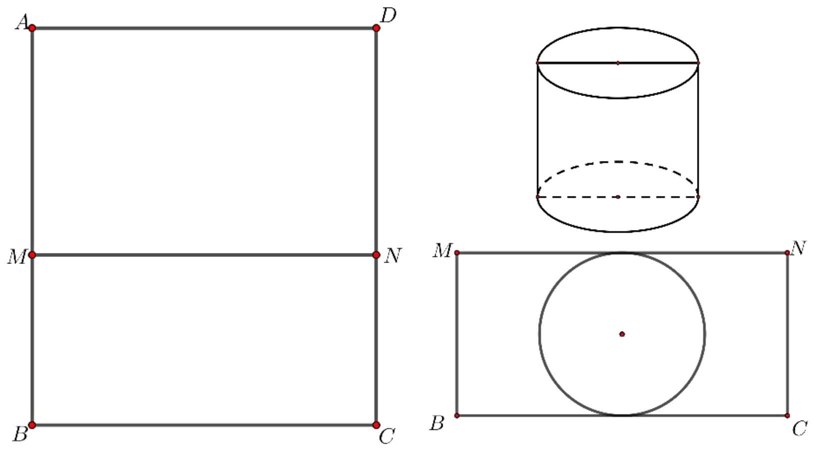
Câu 42: Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z|=|z+\bar{z}|=1$?

A. 0.   **B.** 1.   **C.** 4.   **D.** 3.

Câu 43: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB=\sqrt{6}$, $AD=\sqrt{3}$, tam giác SAC nhọn và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Biết hai mặt phẳng (SAB), (SAC) tạo với nhau góc α thỏa mãn $\tan\alpha=\frac{3}{4}$ và cạnh $SC=3$. Thể tích khối $S.ABCD$ bằng:

A. $\frac{4}{3}$.   **B.** $\frac{8}{3}$.   **C.** $3\sqrt{3}$.   **D.** $\frac{5\sqrt{3}}{3}$.

Câu 44: Sử dụng mảnh inox hình chữ nhật $ABCD$ có diện tích bằng $1\,\text{m}^2$ và cạnh $BC=x\,(\text{m})$ để làm một thùng đựng nước có đáy, không có nắp theo quy trình như sau: Chia hình chữ nhật $ABCD$ thành 2 hình chữ nhật $ADNM$ và $BCNM$, trong đó phần hình chữ nhật $ADNM$ được gò thành phần xung quanh hình trụ có chiều cao bằng AM; phần hình chữ nhật $BCNM$ được cắt ra một hình tròn để làm đáy của hình trụ trên (phần inox thừa được bỏ đi) Tính gần đúng giá trị x để thùng nước trên có thể tích lớn nhất (coi như các mép nối không đáng kể).



A. $0,97m$.　　**B.** $1,37m$.　　**C.** $1,12m$.　　**D.** $1,02m$.

Câu 45: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(3;3;1)$, $B(0;2;1)$ và mặt phẳng $(P): x+y+z-7=0$. Đường thẳng d nằm trong (P) sao cho mọi điểm của d cách đều hai điểm A, B có phương trình làcác mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. $\begin{cases} x=t \\ y=7+3t \\ z=2t \end{cases}$.　　**B.** $\begin{cases} x=2t \\ y=7-3t \\ z=t \end{cases}$.　　**C.** $\begin{cases} x=t \\ y=7-3t \\ z=2t \end{cases}$.　　**D.** $\begin{cases} x=-t \\ y=7-3t \\ z=2t \end{cases}$.

Câu 46: Cho hàm số $y=f(x)$ là hàm số bậc bốn thỏa mãn $f(0)=0$. Hàm số $y=f'(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		m		0		$+\infty$
$f'(x)$	$-\infty$	↗	-1	↘		↗	$+\infty$

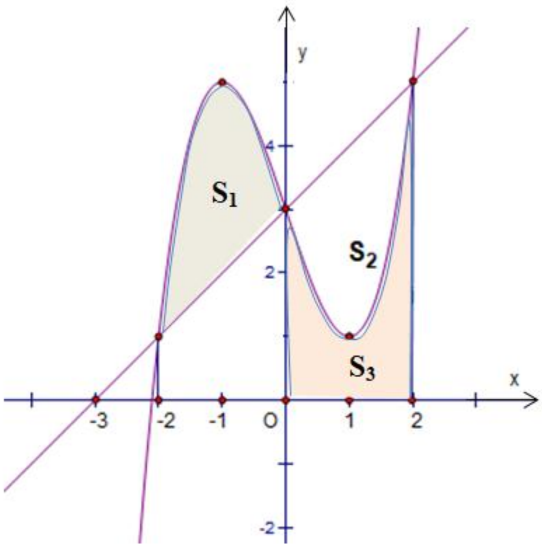
Hàm số $g(x)=\left|f(x^2)-x^2\right|$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 1.　　**B.** 3.　　**C.** 5.　　**D.** 7

Câu 47: Có bao nhiêu giá trị nguyên của m với $m>1$ sao cho tồn tại số thực x thỏa mãn: $\left(m^{\log_5 x}+3\right)^{\log_5 m}=x-3 \quad (1)$.

A. 4.　　**B.** 3.　　**C.** 5.　　**D.** 8.

Câu 48: Cho hàm số bậc ba $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ và đường thẳng $d: g(x)=mx+n$ có đồ thị như hình vẽ. Gọi S_1, S_2, S_3 lần lượt là diện tích của các phần giới hạn như hình bên. Nếu $S_1=4$ thì tỷ số $\dfrac{S_2}{S_3}$ bằng.



A. $\frac{3}{2}$.

B. 1.

C. 2.

D. $\frac{1}{2}$.

Câu 49: Xét hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1| = 2, |(1-i)z_2| = \sqrt{6}$ và $|z_1 - z_2| = \sqrt{5}$. Giá trị lớn nhất $|2z_1 + z_2 - 2021|$ bằng

A. 2044.

B. $-\sqrt{23} + 2021$.

C. $\sqrt{23} + 2021$.

D. $2\sqrt{23} + 2021$.

Câu 50: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $C(-1;2;11), H(-1;2;-1)$, hình nón (N) có đường cao $CH = h$ và bán kính đáy là $R = 3\sqrt{2}$. Gọi M là điểm trên đoạn CH, (C) là thiết diện của mặt phẳng (P) vuông góc với trục CH tại M của hình nón (N). Gọi (N') là khối nón có đỉnh H đáy là (C). Khi thể tích khối nón (N') lớn nhất thì mặt cầu ngoại tiếp nón (N') có tọa độ tâm $I(a;b,c)$, bán kính là d. Giá trị $a+b+c+d$ bằng

A. 1.

B. 3.

C. 6.

D. -6.

BẢNG ĐÁP ÁN

1.D	2.D	3.B	4.D	5.C	6.C	7.D	8.C	9.D	10.B
11.C	12.A	13.A	14.C	15.B	16.A	17.B	18.B	19.B	20.D
21.A	22.B	23.D	24.A	25.A	26.A	27.D	28.D	29.C	30.D
31.D	32.A	33.A	34.D	35.A	36.B	37.D	38.C	39.A	40.C
41.B	42.C	43.B	44.D	45.C	46.C	47.B	48.B	49.C	50.C

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Có bao nhiêu số tự nhiên có ba chữ số đôi một khác nhau?

A. C_{10}^3. **B.** 3^{10}. **C.** A_{10}^3. **D.** $9.A_9^2$.

Lờigiải

Chọn D

Giả sử số tự nhiên cần tìm có dạng $\overline{abc}$.

Do $a \neq 0$ nên có 9 cách chọn chữ số a . Hai chữ số b và c có A_9^2 cách chọn.

Vậy có $9.A_9^2$ số tự nhiên có ba chữ số đôi một khác nhau.

Câu 2: Cho cấp số cộng (u_n), biết $u_1 = 6$ và $u_3 = -2$. Giá trị của u_8 bằng

A. -8. **B.** 22. **C.** 34. **D.** -22.

Lờigiải

Chọn D

Từ giả thiết $u_1 = 6$ và $u_3 = -2$ suy ra ta có: $u_2 = \dfrac{u_1 + u_3}{2} = 2 \Rightarrow d = u_2 - u_1 = 2 - 6 = -4$.

Vậy $u_8 = u_1 + 7d = -22$.

Câu 3: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên khoảng $(-\infty; +\infty)$, có bảng biến thiên như hình sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	-1	↗	4	↘	-1	↗	$+\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-1;0)$. **B.** $(0;1)$.

C. $(-1;4)$. **D.** $(1;+\infty)$.

Lờigiải

ChọnB

Từ bảng biến thiên ta thấy hàmsố nghịch biến trên khoảng $(0;1)$.

Câu 4: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	0	3	$+\infty$

$f'(x)$		+	0	-	0	+	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	-5	$\nearrow$	$+\infty$

Hàmsố $f\left(x\right)$ đạt cực đại tại điểm

A. $x=2$. **B.** $x=-5$. **C.** $x=3$. **D.** $x=0$.

Lờigiải

Chọn D

Căn cứ vào bảng biến thiên ta có

$f'\left(x\right)<0$, $\forall x\in\left(0;3\right)$ và $f'\left(x\right)>0$, $\forall x\in\left(3;+\infty\right)$ suy ra hàmsốđạtcựctiểutại $x=3$.

$f'\left(x\right)>0$, $\forall x\in\left(-\infty;0\right)$ và $f'\left(x\right)<0$, $\forall x\in\left(0;3\right)$ suy ra hàmsốđạtcựcđạitại $x=0$.

Câu 5: Cho hàmsố $y=f\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu đạo hàm dưới đây

x	$-\infty$		-3		1		4		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	+	0	+	0	$-$	

Số điểm cực trị của hàm số là

A. 1. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 3.

Lờigiải

ChọnC

Hàm số có hai điểm cực trị.

Câu 6: Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\dfrac{5x+3}{2x-1}$ là

A. 3. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 1.

Lờigiải

ChọnC

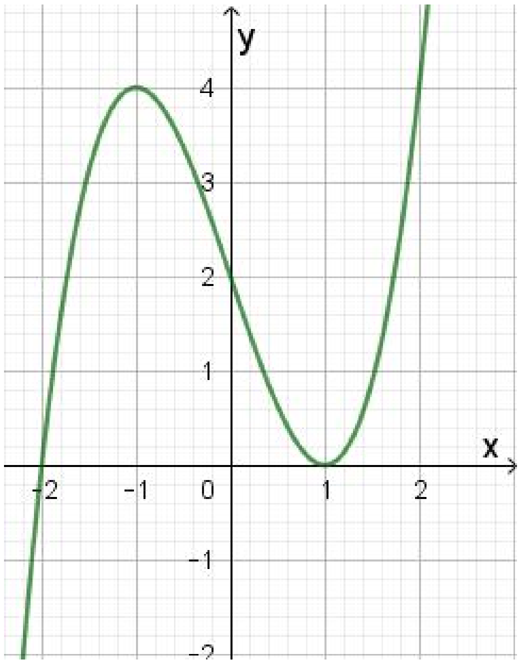
Ta có :

Vì $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{5x+3}{2x-1}=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{5+\frac{3}{x}}{2-\frac{1}{x}}=\dfrac{5}{2}$ nên đường thẳng $y=\dfrac{5}{2}$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số

Vì $\lim\limits_{x\to\frac{1}{2}^{+}}\dfrac{5x+3}{2x-1}=+\infty$, $\lim\limits_{x\to\frac{1}{2}^{-}}\dfrac{5x+3}{2x-1}=-\infty$ nên đườngthẳng $x=\dfrac{1}{2}$ là tiệm cân đứng của đồ thị hàm số.

Vậy độ thị hàm số đã cho có tất cả 2 đường tiệm cận.

Câu 7: Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên:



A. $y = -x^3 + 3x + 2$. **B.** $y = x^4 - x^2 + 2$. **C.** $y = -x^2 + x - 2$. **D.** $y = x^3 - 3x + 2$.

Lời giải

Chọn D

Đồ thị đã cho có hình dạng của đồ thị hàm số bậc ba $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ nên loại phương án **B** và **C.**

Dựa vào đồ thị, ta có $\lim\limits_{x\to+\infty} y = +\infty \Rightarrow a > 0$ nên loại phương án **A.**

Câu 8: Đồ thị của hàm số $y = \dfrac{x-3}{2x-1}$ cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng

A. -2. **B.** $\dfrac{1}{2}$. **C.** 3. **D.** -3.

Lời giải

Chọn C

Để tìm tọa độ của giao điểm với trục hoành, ta cho $y = 0 \Leftrightarrow \dfrac{x-3}{2x-1} = 0 \Rightarrow x - 3 = 0 \Leftrightarrow x = 3$.

Câu 9: Với a là số thực dương tùy ý, $\log_5\left(\dfrac{125}{a}\right)$ bằng

A. $3 + \log_5 a$. **B.** $3\log_5 a$. **C.** $(\log_5 a)^3$. **D.** $3 - \log_5 a$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\log_5\left(\dfrac{125}{a}\right) = \log_5 125 - \log_5 a = 3 - \log_5 a$.

Câu 10: Với $x > 0$, đạo hàm của hàm số $y = \log_2 x$ là

A. $\dfrac{x}{\ln 2}$. **B.** $\dfrac{1}{x.\ln 2}$. **C.** $x.\ln 2$. **D.** $2^x.\ln 2$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $y' = (\log_2 x)' = \dfrac{1}{x.\ln 2}$.

Câu 11: Với a là số thực dương tùy ý , $\sqrt[4]{a^7}$ bằng

A. a^{28}. **B.** $a^{\frac{4}{7}}$. **C.** $a^{\frac{7}{4}}$. **D.** $a^{\frac{1}{28}}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\sqrt[m]{a^n} = a^{\frac{n}{m}}$ với mọi $a > 0$ và $m, n \in \mathbb{Z}^+$.

Câu 12: Nghiệm dương của phương trình $7^{x^2+1} = 16807$ là

A. $x = 2$. **B.** $x = 2; x = -2$. **C.** $x = -2$. **D.** $x = 4$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $7^{x^2+1} = 16807 \Leftrightarrow 7^{x^2+1} = 7^5 \Leftrightarrow x^2 - 4 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 2 \\ x = -2 \end{array}\right.$.

Câu 13: Nghiệm của phương trình $\log_2(x-3) = 3$ là:

A. $x = 11$. **B.** $x = 12$. **C.** $x = 3 + \sqrt{3}$. **D.** $x = 3 + \sqrt[3]{2}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\log_2(x-3) = 3 \Leftrightarrow \log_2(x-3) = \log_2 2^3 \Leftrightarrow x - 3 = 2^3 \Leftrightarrow x = 11$.

Câu 14: Nguyên hàm của hàm số $f(x) = 5x^4 - 2$ là:

A. $\int f(x)\,\mathrm{d}x = x^3 + x + C$. **B.** $\int f(x)\,\mathrm{d}x = x^5 - x + C$.

C. $\int f(x)\,\mathrm{d}x = x^5 - 2x + C$. **D.** $\int f(x)\,\mathrm{d}x = x^5 + 2x + C$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\int f(x)\,\mathrm{d}x = \int (5x^4 - 2)\,\mathrm{d}x = x^5 - 2x + C$.

Câu 15: Cho hàm số $f(x) = \sin 2x$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **đúng?**

A. $\int f(x)\,\mathrm{d}x = \frac{1}{2}\cos 2x + C$. **B.** $\int f(x)\,\mathrm{d}x = -\frac{1}{2}\cos 2x + C$.

C. $\int f(x)\,\mathrm{d}x = 2\cos 2x + C$. **D.** $\int f(x)\,\mathrm{d}x = -2\cos 2x + C$.

Lời giải

Chọn C

Áp dụng công thức: $\int \sin(ax+b)\,\mathrm{d}x = -\frac{1}{a}\cos(ax+b) + C$.

Ta có: $\int f(x)\,\mathrm{d}x = \int \sin 2x\,\mathrm{d}x = -\frac{1}{2}\cos 2x + C$.

Câu 16: Nếu $\int_1^2 f(x)\,\mathrm{d}x = -3$ và $\int_1^3 f(x)\,\mathrm{d}x = 1$ thì $\int_2^3 f(x)\,\mathrm{d}x$ bằng

A. 4. **B.** -4. **C.** -2. **D.** -3.

Lời giải

Chọn A

Ta có:

$\int_1^3 f(x)\mathrm{d}x = \int_1^2 f(x)\mathrm{d}x + \int_2^3 f(x)\mathrm{d}x$

$\Leftrightarrow \int_2^3 f(x)\mathrm{d}x = \int_1^3 f(x)\mathrm{d}x - \int_1^2 f(x)\mathrm{d}x$

$\Leftrightarrow \int_2^3 f(x)\mathrm{d}x = 1-(-3) = 4$.

Câu 17: Tích phân $\int_1^2 x(x+2)\mathrm{d}x$ bằng

A. $\frac{15}{3}$. **B.** $\frac{16}{3}$. **C.** $\frac{7}{4}$. **D.** $\frac{15}{4}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\int_1^2 x(x+2)\mathrm{d}x = \int_1^2 (x^2+2x)\mathrm{d}x = \left(\frac{x^3}{3}+x^2\right)\Big|_1^2 = \frac{16}{3}$.

Câu 18: Số phức liên hợp của số phức $z=2-3i$ là:

A. $\overline{z}=3-2i$. **B.** $\overline{z}=2+3i$. **C.** $\overline{z}=3+2i$. **D.** $\overline{z}=-2+3i$.

Lời giải

Chọn B

Phương pháp: Cho số phức $z=a+bi$ $(a,b\in\mathbb{R})$. Số phức liên hợp của số phức z là $\overline{z}=a-bi$.

Ta có: Số phức liên hợp $\overline{z}$ của số phức $z=2-3i$ là $\overline{z}=2+3i$.

Câu 19: Cho hai số phức $z=2+3i$ và $w=5+i$. Số phức $z+iw$ bằng

A. $3+8i$ **B.** $1+8i$ **C.** $8+i$ **D.** $7+4i$

Lời giải

Chọn B

Ta có $z+iw=(2+3i)+i(5+i)=1+8i$.

Câu 20: Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức liên hợp của số phức $9-5i$ có tọa độ là

A. $(5;-9)$. **B.** $(5;9)$. **C.** $(9;-5)$. **D.** $(9;5)$.

Lời giải

Chọn D

Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức liên hợp của số phức $9-5i$ có tọa độ là $(9;5)$.

Câu 21: Một khối chóp có thể tích bằng 90 và diện tích đáy bằng 5. Chiều cao của khối chóp đó bằng

A. 54. **B.** 18. **C.** 15. **D.** 450.

Lời giải

Chọn A.

Chiều cao đáy của khối chóp có thể tích bằng 90 và diện tích đáy bằng 5 là $h=\frac{3V}{B}=54$.

Câu 22: Thể tích của khối hộp chữ nhật có ba kích thước 5; 7; 8 bằng

A. 35. **B.** 280. **C.** 40. **D.** 56.

Lời giải

Chọn B

Thể tích của khối hộp chữ nhật có ba kích thước 5; 7; 8 bằng $V=a.b.c=280$.

Câu 23: Một khối nón tròn xoay có chiều cao $h = 6$ cm và bán kính đáy $r = 5$ cm . Khi đó thể tích khối nón là:

A. $V = 300\pi cm^3$. **B.** $V = 20\pi cm^3$. **C.** $V = \frac{325}{3}\pi cm^3$. **D.** $V = 50\pi cm^3$.

Lời giải

Chọn D

Thể tích khối nón: $V = \frac{1}{3}\pi.5^2.6 = 50\pi cm^3$.

Câu 24: Cho một khối trụ có độ dài đường sinh là $l = 6$cm và bán kính đường tròn đáy là $r = 5$cm . Diện tích toàn phần của khối trụ là

A. $110\pi \text{cm}^2$ **B.** $85\pi\ cm^2$. **C.** $55\pi \text{cm}^2$ **D.** $30\pi \text{cm}^2$

Lời giải

Chọn A

$$S_{tp} = 2S_{Đáy} + S_{Xq} = 2\pi r^2 + 2\pi rl = 2\pi r(r+l) = 110\pi \text{cm}^2$$

$$S_{tp} = 2S_{Đáy} + S_{Xq} = 2\pi r^2 + 2\pi rl = 2\pi r(r+l) = 30\pi \text{cm}^2$$

Câu 25: Trong không gian Oxyz cho điểm A thỏa mãn $\overrightarrow{OA} = 2\vec{i} + \vec{j}$ với $\vec{i}, \vec{j}$ là hai vectơ đơn vị trên hai trục Ox , Oy . Tọa độ điểm A là

A. $A(2;1;0)$. **B.** $A(0;2;1)$. **C.** $A(0;1;1)$. **D.** $A(1;1;1)$.

Lời giải

Chọn A

Vì $\overrightarrow{OA} = 2\vec{i} + \vec{j} \Rightarrow \overrightarrow{OA} = (2;1;0) \Rightarrow A(2;1;0)$.

Câu 26: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình: $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y + 4z - 7 = 0$. Xác định tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu (S).

A. $I(1;2;-2); R = 4$. **B.** $I(1;2;-2); R = \sqrt{2}$.

C. $I(-1;-2;2); R = 4$. **D.** $I(-1;-2;2); R = 3$.

Lời giải

Chọn A

$(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y + 4z - 7 = 0 \Rightarrow a = 1;\ b = 2;\ c = -2;\ d = -7$.

$\Rightarrow$ Mặt cầu (S) có bán kính $R = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 - d} = 4$ và có tâm $I(1;2;-2)$.

Câu 27: Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + 3y - z - 3 = 0$. Mặt phẳng (P) đi qua điểm nào dưới đây?

A. $(1;1;0)$. **B.** $(0;1;-2)$. **C.** $(2;-1;3)$. **D.** $(1;1;1)$.

Lời giải

Chọn D

Thay tọa độ từng điểm vào phương trình mặt phẳng (P) ta thấy chỉ $(1;1;1)$ thỏa mãn

Câu 28: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 2y + 3z + 2 = 0$ và đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng (P). Vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của d ?

A. $\overrightarrow{u_2} = (1;-2;2)$. **B.** $\overrightarrow{u_4} = (1;2;3)$. **C.** $\overrightarrow{u_3} = (0;-2;3)$. **D.** $\overrightarrow{u_2} = (1;-2;3)$.

Lời giải

Chọn D

Vì $d \perp (P)$ nên $\Rightarrow \overrightarrow{u_d}$ cùng phương $\overrightarrow{n_{(P)}}$ hay $\overrightarrow{n_{(P)}} = (1;-2;3)$ là một vectơ chỉ phương của d

Câu 29: Hàm số $y = \dfrac{x-7}{x+4}$ đồng biến trên khoảng

A. $(-\infty;+\infty)$. **B.** $(-6;0)$. **C.** $(1;4)$. **D.** $(-5;1)$.

Lời giải

Chọn C

Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{-4\}$.

Ta có $y' = \dfrac{11}{(x+4)^2} > 0, \forall x \in D$.

Vậy hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty;-4)$ và $(-4;+\infty)$.

$\Rightarrow$ Hàm số đồng biến trên $(1;4)$.

Câu 30: Trong một lớp học gồm 15 học sinh nam và 10 học sinh nữ. Giáo viên gọi ngẫu nhiên 4 học sinh lên giải bài tập. Tính xác suất để 4 học sinh được gọi đó có cả nam và nữ?

A. $\dfrac{219}{323}$. **B.** $\dfrac{219}{323}$. **C.** $\dfrac{442}{506}$. **D.** $\dfrac{443}{506}$.

Lời giải

Chọn D

Gọi A là biến cố "4 học sinh được gọi có cả nam và nữ", suy ra $\overline{A}$ là biến cố "4 học sinh được gọi toàn là nam hoặc toàn là nữ"

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = C_{25}^4 = 12650$.

Ta có $n(\overline{A}) = C_{15}^4 + C_{10}^4 = 1575 \Rightarrow P(\overline{A}) = \dfrac{n(\overline{A})}{n(\Omega)} = \dfrac{63}{506}$.

Vậy xác suất của biến cố A là $P(A) = 1 - P(\overline{A}) = 1 - \dfrac{63}{506} = \dfrac{443}{506}$.

Câu 31: Tìm giá trị lớn nhất M của hàm số $y = 2x^3 + 3x^2 - 12x + 2$ trên đoạn $[-1;2]$.

A. $M = 10$. **B.** $M = 6$. **C.** $M = 11$. **D.** $M = 15$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $y' = 6x^2 + 6x - 12 = 6(x^2 + x - 2)$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \in [-1;2] \\ x = -2 \notin [-1;2] \end{array}\right.$$

Ngoài ra $y(-1) = 15; y(1) = -5; y(2) = 6$ nên $M = 15$.

Câu 32: Tập nghiệm của bất phương trình $\left(7+4\sqrt{3}\right)^{a-1} < 7 - 4\sqrt{3}$ là

A. $(-\infty;0)$. **B.** $(-\infty;1]$. **C.** $(0;+\infty)$. **D.** $(1;+\infty)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\left(7+4\sqrt{3}\right)\left(7-4\sqrt{3}\right) = 1$ nên $\left(7+4\sqrt{3}\right)^{a-1} < 7 - 4\sqrt{3} \Leftrightarrow \left(7+4\sqrt{3}\right)^{a-1} < \left(7+4\sqrt{3}\right)^{-1}$

$\Leftrightarrow a - 1 < -1 \Leftrightarrow a < 0$ (do $7 + 4\sqrt{3} > 1$).

Câu 33: Cho $\int_2^4 f(x)dx = 10$ và $\int_2^4 g(x)dx = 5$. Tính $I = \int_2^4 \left[3f(x) - 5g(x) + 2x\right]dx$

A. $I = 17$. **B.** $I = 15$. **C.** $I = -5$. **D.** $I = 10$.

Lời giải

Chọn A

$I = 3\int_2^4 f(x)dx - 5\int_2^4 g(x)dx + \int_2^4 2xdx = 3.10 - 5.5 + 12 = 17$.

Câu 34: Cho số phức $z = 2 - 3i$. Môđun của số phức $(1+i)\overline{z}$ bằng

A. 26. **B.** 25. **C.** 5. **D.** $\sqrt{26}$.

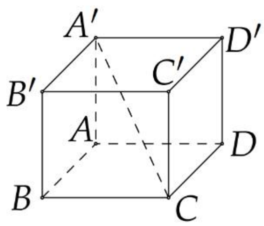
Lời giải

Chọn D

Ta có $(1+i)\overline{z} = (1+i)(2+3i) = -1 + 5i$

Do đó $(1+i)\overline{z} = \sqrt{(-1)^2 + 5^2} = \sqrt{26}.$

Câu 35: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = AD = 2\sqrt{2}$ và $AA' = 4\sqrt{3}$ (tham khảo hình bên). Góc giữa đường thẳng CA' và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng

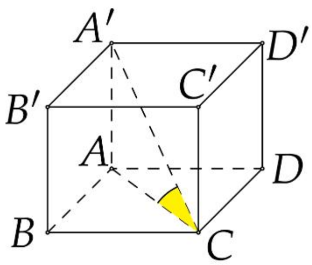


A. 60^0. **B.** 90^0. **C.** 30^0. **D.** 45^0.

Lời giải

Chọn A

Vì $ABCD.A'B'C'D'$ là hình hộp chữ nhật nên $AA' \perp (ABCD)$. Do đó góc giữa đường thẳng CA' và mặt phẳng $(ABCD)$ là $\widehat{ACA'}$.

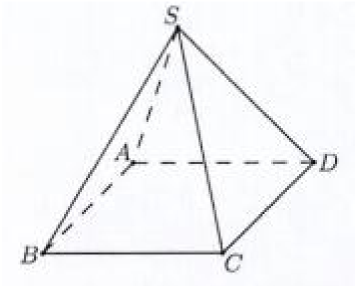


Vì $AB = AD = 2\sqrt{2}$ nên $ABCD$ là hình vuông có đường chéo $AC = AB\sqrt{2} = 2\sqrt{2}.\sqrt{2} = 4$.

Tam giác ACA' vuông tại A và có $AA' = 4\sqrt{3}$, $AC = 4$ nên $\tan\widehat{ACA'} = \frac{AA'}{AC} = \frac{4\sqrt{3}}{4} = \sqrt{3}$.

Suy ra $\widehat{ACA'} = 60^0$. Vậy góc giữa đường thẳng CA' và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng 60^0.

Câu 36: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có độ dài cạnh đáy bằng 4 và độ dài cạnh bên bằng 6 (tham khảo hình bên). Khoảng cách từ S đến mặt phẳng $(ABCD)$ bằng



A. $2\sqrt{5}$. **B.** $2\sqrt{7}$. **C.** 2. **D.** $\sqrt{7}$

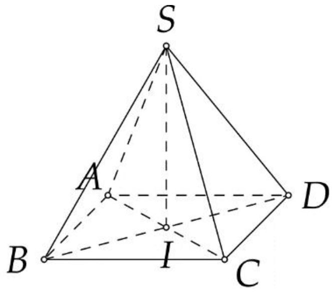
Lời giải

Chọn B

Gọi $I = AC \cap BD$.

Vì $S.ABCD$ là hình chóp tứ giác đều có độ dài cạnh đáy bằng 4 nên đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $AB = 4$ và hình chiếu vuông góc của S trên $(ABCD)$ là tâm I của hình vuông $ABCD$.

Do đó, khoảng cách từ S đến mặt phẳng $(ABCD)$ bằng SI



Ta có $AC = AB\sqrt{2} = 4\sqrt{2} \Rightarrow IA = \frac{1}{2}AC = 2\sqrt{2}$

Cạnh bên $SA = 6$ và tam giác SAI vuông tại I nên

$SI = \sqrt{SA^2 - AI^2} = \sqrt{6^2 - (2\sqrt{2})^2} = \sqrt{36-8} = \sqrt{28} = 2\sqrt{7}$

Vậy khoảng cách từ S đến mặt phẳng $(ABCD)$ bằng $2\sqrt{7}$.

Câu 37: Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu tâm là điểm $I(2;-3;1)$ và đi qua điểm $M(0;-1;2)$ có phương trình là:

A. $(x-2)^2 + (y+3)^2 + (z-1)^2 = 3$. **B.** $x^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 3$.

C. $x^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 9$. **D.** $(x-2)^2 + (y+3)^2 + (z-1)^2 = 9$.

Lời giải

Chọn D

Mặt cầu tâm là điểm $I(2;-3;1)$ và đi qua điểm $M(0;-1;2)$ có bán kính là IM.

Ta có $\overrightarrow{IM} = (-2;2;1) \Rightarrow r = IM = \sqrt{(-2)^2 + 2^2 + 1^2} = \sqrt{9} = 3$

Phương trình mặt cầu là: $(x-2)^2 + (y+3)^2 + (z-1)^2 = 9$.

Câu 38: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua điểm $A(-4;1;-3)$ và $B(0;-1;1)$ có phương trình tham số là:

A. $\begin{cases} x = -4 + 2t \\ y = -1 - t \\ z = -3 + 2t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x = 4t \\ y = -1 + 2t \\ z = 1 + 4t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x = 2t \\ y = -1 - t \\ z = 1 + 2t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x = -4 + 4t \\ y = -1 - 2t \\ z = -3 + 4t \end{cases}$.

Lời giải

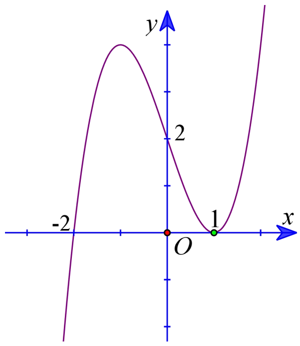
Chọn C

Đường thẳng đi qua điểm $A(-4;1;-3)$ và $B(0;-1;1)$ có vectơ chỉ phương là

$$\overrightarrow{AB}=(4;-2;4)=2(2;-1;2)$$

Phương trình tham số của đường thẳng (AB) đi qua điểm $B(0;-1;1)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}=\frac{1}{2}(4;-2;4)=(2;-1;2)$ là $\begin{cases}x=2t\\y=-1-t\\z=1+2t\end{cases}$.

Câu 39: Cho hàm số $f(x)$, đồ thị hàm số $y=f'(x)$ là đường cong trong hình bên. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $g(x)=f\left(\frac{x}{2}\right)$ trên đoạn $[-5;3]$ bằng



A. $f(-2)$. **B.** $f(1)$. **C.** $f(-4)$. **D.** $f(2)$.

Lời giải

Chọn A

$g'(x)=0\Leftrightarrow \frac{1}{2}f'\left(\frac{x}{2}\right)=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\frac{x}{2}=-2\\ \frac{x}{2}=1\end{array}\right.\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=-4\\x=2\end{array}\right.$.

$g'(x)<0\Leftrightarrow f'\left(\frac{x}{2}\right)<0\Leftrightarrow \frac{x}{2}<-2\Leftrightarrow x<-4$.

Bảng biến thiên

x	-5		-4		2		3
$g'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	
$g(x)$		$\searrow$	$g(-4)$	$\nearrow$		$\nearrow$	

Giá trị nhỏ nhất của hàm số $g(x)$ trên $[-5;3]$ bằng $g(-4)=f(-2)$.

Câu 40: Có bao nhiêu số tự nhiên y sao cho ứng với mỗi y có không quá 148 số nguyên x thỏa mãn $\dfrac{3^{x+2}-\frac{1}{3}}{y-\ln x}\ge 0$?

A. 4 **B.** 5 **C.** 6 **D.** 7

Lời giải

Chọn C

Điều kiện: $\begin{cases} x>0 \\ x \neq e^y \\ y \geq 0 \end{cases}$

+ Trường hợp 1: $\begin{cases} 3^{x+1} - \dfrac{1}{3} \leq 0 \\ y - \ln x < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq -3 \\ x > e^y \geq e^0 = 1 \end{cases} \Rightarrow x \in \varnothing$

+ Trường hợp 2: $\begin{cases} 3^{x+1} - \dfrac{1}{3} \geq 0 \\ y - \ln x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -3 \\ x < e^y \end{cases}$

Kết hợp điều kiện $x>0;\ e^y \geq e^0 = 1$. Ta có $0 < x < e^y$

Để có không quá 148 số nguyên x thì $1 \leq e^y \leq 149 \Leftrightarrow 0 \leq y \leq \ln 149 \approx 5,004$

$\Rightarrow y \in \{0;1;2;3;4;5\}$. Có 6 số nguyên y.

Câu 41: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} x^2 - 4x - 1 & ,x \geq 5 \\ 2x - 6 & ,x < 5 \end{cases}$. Tích phân $\int\limits_0^{\ln 2} f(3e^x + 1).e^x \mathrm{d}x$ bằng

A. $\dfrac{77}{3}$. **B.** $\dfrac{77}{9}$. **C.** $\dfrac{68}{3}$. **D.** $\dfrac{77}{6}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\lim\limits_{x \to 5^-} f(x) = \lim\limits_{x \to 5^+} f(x) = f(5) = 4$ nên hàm số liên tục tại $x = 5$.

Vậy hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$.

Đặt $t = 3e^x + 1 \Rightarrow e^x \mathrm{d}x = \dfrac{1}{3}\mathrm{d}t$

Đổi cận : $x = 0 \Rightarrow t = 4$; $x = \ln 2 \Rightarrow t = 7$

Khi đó $I = \dfrac{1}{3}\int\limits_4^7 f(t)\mathrm{d}t = \dfrac{1}{3}\int\limits_4^7 f(x)\mathrm{d}x = \dfrac{1}{3}\left(\int\limits_4^5 (2x-6)\mathrm{d}x + \int\limits_5^7 (x^2 - 4x - 1)\mathrm{d}x\right) = \dfrac{77}{9}$.

Câu 42: Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z| = |z + \overline{z}| = 1$?

A. 0. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C

Ta có Giả sử $z = x + yi$ $(x,\ y \in \mathbb{R}) \Rightarrow \overline{z} = x - yi \Rightarrow z + \overline{z} = 2x$.

Bài ra ta có $\begin{cases} |z| = 1 \\ |z + \overline{z}| = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x^2 + y^2} = 1 \\ |2x| = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + y^2 = 1 \\ x = \pm\dfrac{1}{2} \end{cases}$

Với $x = \pm\dfrac{1}{2} \Rightarrow \dfrac{1}{4} + y^2 = 1 \Leftrightarrow y = \pm\dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

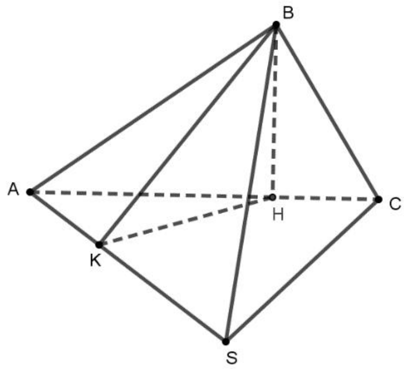
Do đó có 4 số phức thỏa mãn là $z_1 = \dfrac{1}{2} + \dfrac{\sqrt{3}}{2}i$, $z_2 = \dfrac{1}{2} - \dfrac{\sqrt{3}}{2}i$, $z_3 = -\dfrac{1}{2} + \dfrac{\sqrt{3}}{2}i$, $z_4 = -\dfrac{1}{2} - \dfrac{\sqrt{3}}{2}i$.

Câu 43: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB = \sqrt{6}$, $AD = \sqrt{3}$, tam giác SAC nhọn và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Biết hai mặt phẳng (SAB), (SAC) tạo với nhau góc α thỏa mãn $\tan\alpha = \frac{3}{4}$ và cạnh $SC = 3$. Thể tích khối $S.ABCD$ bằng:

A. $\frac{4}{3}$. **B.** $\frac{8}{3}$. **C.** $3\sqrt{3}$. **D.** $\frac{5\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

Chọn B



$V_{S.ABCD} = 2V_{S.ABC} = 2V_{B.SAC}$. Kẻ BH vuông góc với AC tại H.

Ta có: $AC = 3$, $BH = \sqrt{2}$, $HC = 1$.

$\tan\alpha = \tan\widehat{BKH} = \frac{BH}{KH} \Rightarrow KH = \frac{4\sqrt{2}}{3}$.

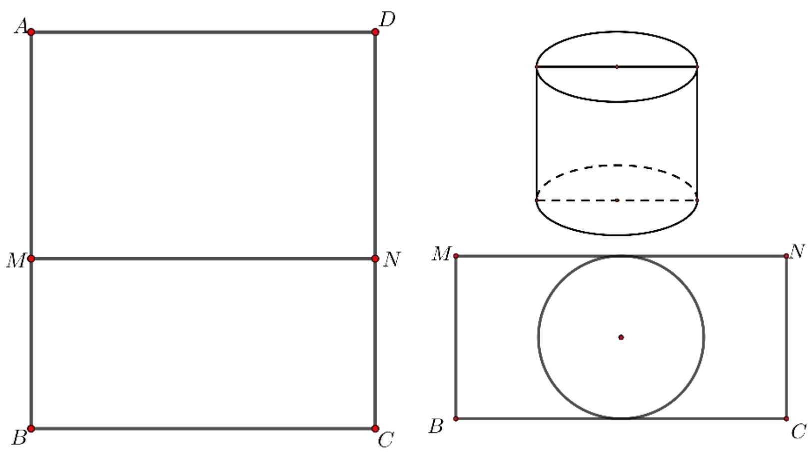
$\sin\widehat{SAC} = \frac{KH}{HA} = \frac{2\sqrt{2}}{3} \Rightarrow \cos\widehat{SAC} = \frac{1}{3}$.

$SC^2 = SA^2 + AC^2 - 2AS.AC.\cos\widehat{SAC} \Rightarrow SA = 2$.

$S_{SAC} = \frac{1}{2}SA.AC.\sin\widehat{SAC} = \frac{1}{2}.2.3.\frac{2\sqrt{2}}{3} = 2\sqrt{2}$.

Vậy $V_{S.ABCD} = 2.\frac{1}{3}.2\sqrt{2}.\sqrt{2} = \frac{8}{3}$.

Câu 44: Sử dụng mảnh inox hình chữ nhật $ABCD$ có diện tích bằng 1m^2 và cạnh $BC = x(\text{m})$ để làm một thùng đựng nước có đáy, không có nắp theo quy trình như sau: Chia hình chữ nhật $ABCD$ thành 2 hình chữ nhật $ADNM$ và $BCNM$, trong đó phần hình chữ nhật $ADNM$ được gò thành phần xung quanh hình trụ có chiều cao bằng AM; phần hình chữ nhật $BCNM$ được cắt ra một hình tròn để làm đáy của hình trụ trên (phần inox thừa được bỏ đi) Tính gần đúng giá trị x để thùng nước trên có thể tích lớn nhất (coi như các mép nối không đáng kể).



A. $0{,}97m$. **B.** $1{,}37m$. **C.** $1{,}12m$. **D.** $1{,}02m$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $AB.BC=1\Rightarrow AB=\frac{1}{BC}=\frac{1}{x}(\text{m})$.

Gọi $r(\text{m})$ là bán kính đáy hình trụ inox gò được, ta có chu vi hình tròn đáy bằng $BC=x(\text{m})$.

Do đó $2\pi r=x\Leftrightarrow r=\frac{x}{2\pi}(\text{m})$.

Như vậy $BM=2r=\frac{x}{\pi}\Rightarrow AM=AB-BM=\frac{1}{x}-\frac{x}{\pi}(\text{m})$.

Thể tích khối trụ inox gò được là $V=\pi r^2h=\pi.\left(\frac{x}{2\pi}\right)^2.\left(\frac{1}{x}-\frac{x}{\pi}\right)=\frac{1}{4\pi^2}x\left(\pi-x^2\right)$.

Xét hàm số $f(x)=x\left(\pi-x^2\right)$ với $x>0$.

$f'(x)=\pi-3x^2$; $f'(x)=0\Rightarrow x=\sqrt{\frac{\pi}{3}}$;

$f'(x)>0\Leftrightarrow x\in\left(0;\sqrt{\frac{\pi}{3}}\right)$ và $f'(x)<0\Leftrightarrow x\in\left(\sqrt{\frac{\pi}{3}};+\infty\right)$.

Bởi vậy $f(x)$ đồng biến trên khoảng $\left(0;\sqrt{\frac{\pi}{3}}\right)$ và nghịch biến trên khoảng $\left(\sqrt{\frac{\pi}{3}};+\infty\right)$.

Suy ra $\max\limits_{(0;+\infty)} f(x)=f\left(\sqrt{\frac{\pi}{3}}\right)=\frac{2\pi\sqrt{3\pi}}{9}\Rightarrow V_{\max}\Leftrightarrow f(x)_{\max}\Leftrightarrow x=\sqrt{\frac{\pi}{3}}\approx 1,02(\text{m})$.

Câu 45: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(3;3;1)$, $B(0;2;1)$ và mặt phẳng $(P):x+y+z-7=0$. Đường thẳng d nằm trong (P) sao cho mọi điểm của d cách đều hai điểm $A,\ B$ có phương trình làcác mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. $\begin{cases}x=t\\y=7+3t\\z=2t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=2t\\y=7-3t\\z=t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=t\\y=7-3t\\z=2t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=-t\\y=7-3t\\z=2t\end{cases}$.

Lời giải

Chọn C

Phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn AB là $(\alpha):3x+y-7=0$.

Đường thẳng cần tìm d cách đều hai điểm $A,\ B$ nên d thuộc mặt phẳng (α).

Lại có $d\subset(P)$, suy ra $d=(P)\cap(\alpha)$ hay $d:\begin{cases}x+y+z-7=0\\3x+y-7=0\end{cases}$. Chọn $x=t$, ta được $\begin{cases}z=2t\\y=7-3t\end{cases}$.

Câu 46: Cho hàm số $y=f(x)$ là hàm số bậc bốn thỏa mãn $f(0)=0$. Hàm số $y=f'(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		m		0		$+\infty$
$f'(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	-1	$\searrow$		$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số $g(x)=\left|f(x^2)-x^2\right|$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 1. **B.** 3 . **<u>C.</u>** 5 . **D.** 7

Lời giải

Chọn C

Đặt $h(x)=f(x^2)-x^2 \Rightarrow h(0)=0$.

Ta có $h'(x)=2xf'(x^2)-2x=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ f'(x^2)=1 \end{array}\right.$.

Dựa vào bảng biến thiên của hàm số $t=f'(x)$ ta có phương trình $f'(x)=1$ có duy nhất một nghiệm và nghiệm đó dương. Gọi x_0 là nghiệm của phương trình $f'(x)=1$.

Suy ra $f'(x^2)=1 \Leftrightarrow x^2=x_0 \Leftrightarrow x=\pm\sqrt{x_0}$.

Ta có $y=f(x)=ax^4+bx^3+cx^2+dx+e \Rightarrow f'(x)=4ax^3+3bx^2+2cx+d$

$\lim\limits_{x\to+\infty} f'(x)=+\infty \Rightarrow a>0$.

Khi đó $h(x)=f(x^2)-x^2$ là hàm bậc 8 và $\lim\limits_{x\to+\infty} h(x)=\lim\limits_{x\to+\infty} h(x)=+\infty$

Lập bảng biến thiên của $h(x)$ ta có

x	$-\infty$		$-\sqrt{x_0}$		0		$\sqrt{x_0}$		$+\infty$
$h'(x)$		-	0	+	0	-	0	+	
$h(x)$	$+\infty$	$\searrow$		$\nearrow$	0	$\searrow$		$\nearrow$	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên ta có hàm số $g(x)=\left|h(x)\right|$ có 5 điểm cực trị.

Câu 47: Có bao nhiêu giá trị nguyên của m với $m>1$ sao cho tồn tại số thực x thỏa mãn: $\left(m^{\log_5 x}+3\right)^{\log_5 m}=x-3 \quad (1)$.

A. 4 . **<u>B.</u>** 3 . **C.** 5 . **D.** 8 .

Lời giải

<u>Chọn B</u>

Điều kiện: $x>0$

Đặt $m^{\log_5 x}+3=u$ thay vào phương trình (1) ta được: $u^{\log_5 m}=x-3 \Leftrightarrow x=u^{\log_5 m}+3$.

Vì $u^{\log_5 m}=m^{\log_5 u}$. Từ đó ta có hệ Phương trình $\begin{cases} u=m^{\log_5 x}+3 \\ x=u^{\log_5 m}+3 \end{cases}$.

Xét hàm đặc trưng $f(t)=m^t+3$ trên $\mathbb{R}$.

Do $m>1$. Suy ra hàm số $f(t)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Do đó, $f(\log_5 x) = f(\log_5 u) \Leftrightarrow x = u$.

Vì thế, ta đưa về xét phương trình: $x = m^{\log_5 x} + 3 \Leftrightarrow x = x^{\log_5 m} + 3 \Leftrightarrow x - 3 = x^{\log_5 m}$

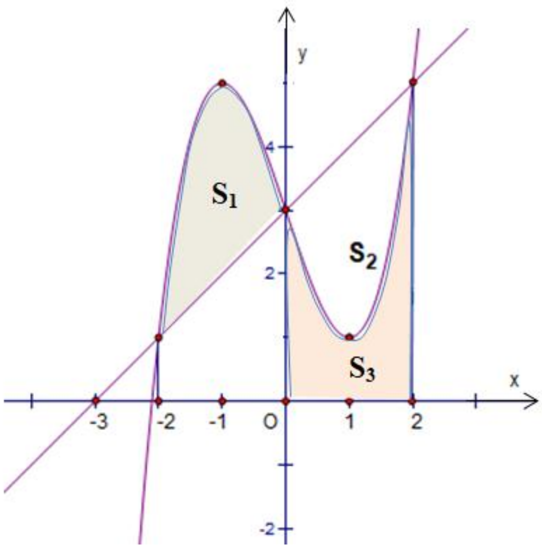
$\Leftrightarrow \log_5(x-3) = \log_5\left(x^{\log_5 m}\right) \Leftrightarrow \log_5(x-3) = \log_5 x.\log_5 m \Leftrightarrow \log_5 m = \dfrac{\log_5(x-3)}{\log_5 x}$

Do $x > 0$ nên $x - 3 < x$ nên $\log_5 m = \dfrac{\log_5(x-3)}{\log_5 x} < 1 \Leftrightarrow m < 5$.

Suy ra $\begin{cases} m \in \mathbb{Z} \\ 1 < m < 5 \end{cases} \Rightarrow m \in \{2,3,4\}$.

Vậy, có 3 giá trị tham số m thỏa mãn.

Câu 48: Cho hàm số bậc ba $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ và đường thẳng $d : g(x) = mx + n$ có đồ thị như hình vẽ. Gọi S_1, S_2, S_3 lần lượt là diện tích của các phần giới hạn như hình bên. Nếu $S_1 = 4$ thì tỷ số $\dfrac{S_2}{S_3}$ bằng.



A. $\dfrac{3}{2}$. **B.** 1. **C.** 2. **D.** $\dfrac{1}{2}$.

Lời giải:

Chọn B

• Dựa vào đồ thị như hình vẽ, ta có: $f(x) - g(x) = k.x(x+2)(x-2)$.

$$g(x) = x + 3$$

$$S_1 = S_2 = \int_{-2}^{0} kx(x+2)(x-2)dx = 4k$$

$$S_2 + S_3 = \frac{(|g(0)| + |g(2)|).2}{2} = \frac{(3+5).2}{2} = 8$$

Vì $S_1 = 4 \Rightarrow S_2 = 4 \Rightarrow S_3 = 8 - 4 = 4$. Vậy $\dfrac{S_2}{S_3} = 1$.

Câu 49: Xét hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1| = 2, |(1-i)z_2| = \sqrt{6}$ và $|z_1 - z_2| = \sqrt{5}$. Giá trị lớn nhất $|2z_1 + z_2 - 2021|$ bằng

A. 2044. **B.** $-\sqrt{23} + 2021$. **C.** $\sqrt{23} + 2021$. **D.** $2\sqrt{23} + 2021$.

Lời giải

Chọn C

Đặt $z_1 = a + bi, z_2 = c + di$ với $a,b,c,d \in \mathbb{R}$. Theo giả thiết thì

$|z_1| = 1 \Rightarrow a^2 + b^2 = 4$

$|(1-i)z_2| = \sqrt{6} \Leftrightarrow |z_2| = \dfrac{\sqrt{6}}{|1-i|} = \sqrt{3} \Rightarrow c^2 + d^2 = 3$

$|z_1 - z_2| = \sqrt{5} \Rightarrow (a-c)^2 + (b-d)^2 = 5$

Do đó $a^2 - 2ac + c^2 + b^2 - 2bd + d^2 = 5 \Rightarrow ac + bd = 1$

Ta có $2z_1 + z_2 = (2a+c) + (2b+d)i$ nên

$|2z_1 + z_2|^2 = (2a+c)^2 + (2b+d)^2 = 4(a^2+b^2) + (c^2+d^2) + 4(ac+bd) = 23$

Áp dụng bất đẳng thức $|z + z'| \le |z| + |z'|$, ta có

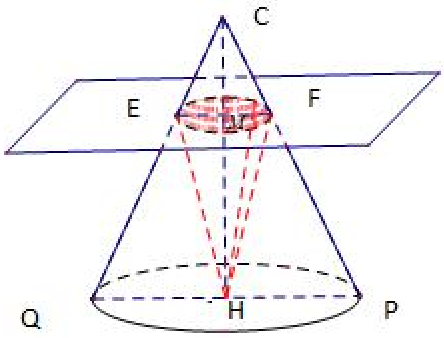
$|2z_1 + z_2 - 2021| \le |2z_1 + z_2| + |-2021| = \sqrt{23} + 2021.$

Câu 50: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $C(-1;2;11), H(-1;2;-1)$, hình nón (N) có đường cao $CH = h$ và bán kính đáy là $R = 3\sqrt{2}$. Gọi M là điểm trên đoạn CH, (C) là thiết diện của mặt phẳng (P) vuông góc với trục CH tại M của hình nón (N). Gọi (N') là khối nón có đỉnh H đáy là (C). Khi thể tích khối nón (N') lớn nhất thì mặt cầu ngoại tiếp nón (N') có tọa độ tâm $I(a;b,c)$, bán kính là d. Giá trị $a+b+c+d$ bằng

A. 1. **B.** 3. **C.** 6. **D.** -6.

Lời giải

Chọn C



Đặt $HM = x$, $0 < x < h$. Gọi I, R, r lần lượt là tâm và bán kính đường tròn đáy của nón (N), bán kính đường tròn (C). Khi đó ta có $CH = h = 12$ là chiều cao của $(N), R = 3\sqrt{2}$.

Khi đó C, I, H thẳng hàng (I nằm giữa C, H).

Do tam giác $\Delta CEM \backsim \Delta CQH$ nên

$$\frac{EM}{QH} = \frac{CM}{CH} \Leftrightarrow EM = \frac{QH.CM}{CH} \Leftrightarrow r = EM = FM = \frac{R(h-x)}{h}.$$

Thể tích của khối nón đỉnh O đáy là (C) là

$$V = \frac{1}{3}\pi EM^2.HM = \frac{1}{3}\pi\left[\frac{R(h-x)}{h}\right]^2 x = \frac{1}{3}\pi\frac{R^2}{h^2}(h-x)^2 x.$$

Ta có Xét hàm số $f(x)=\frac{1}{3}\pi\frac{R^2}{h^2}(h-x)^2x$, $(0<x<h)$

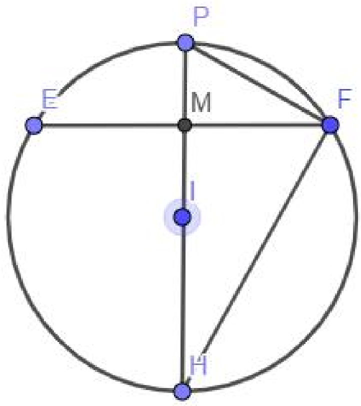
$f'(x)=\frac{1}{3}\pi\frac{R^2}{h^2}(h-x)(h-3x)$; $f'(x)=0 \Leftrightarrow \frac{1}{3}\pi\frac{R^2}{h^2}(h-x)(h-3x) \Leftrightarrow x=\frac{h}{3}$.

Lập bảng biến thiên ta có

x	0		$\frac{h}{3}$		h
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$	$\nearrow$		$\frac{4\pi R^2h}{81}$		$\searrow$

Từ bảng biến ta có thể tích khối nón đỉnh O đáy là (C) lớn nhất khi $x=\frac{h}{3}$

Chú ý: Có thể đánh giá dựa vào



$(h-x)^2x=(h-x)(h-x)x=\frac{1}{2}(h-x)(h-x)2x\le\frac{1}{2}(\frac{h-x+h-x+2x}{3})^3$ với $0<x<h$ .Dấu "="

xảy ra khi ba số $(h-x)=(h-x)=2x \Leftrightarrow x=\frac{h}{3}$.

Khi đó $HM=x=\frac{h}{3}=4$, $r=\frac{R.CM}{h}=\frac{R.(h-x)}{h}=2\sqrt{2}=MF$

Gọi P là giao điểm của HM với mặt cầu ngoại tiếp nón (N'). Ta có ΔHFP vuông tại

F$\Rightarrow HF^2=HM.HP$

$\Leftrightarrow HM^2+MF^2=HM.HP \Leftrightarrow 16+\left(2\sqrt{2}\right)^2=4.HP \Rightarrow HP=6$

$\Rightarrow d=HI=3=\frac{1}{4}HC \Rightarrow \overrightarrow{HI}=\frac{1}{4}\overrightarrow{HC} \Rightarrow I(-1;2;2)$.

Vậy $a+b+c+d=6$.