**ĐỀ THI THỬ THEO ĐỀ MINH HỌA**
**ĐỀ SỐ 03**
*(Đề thi có 08 trang)*

**ĐỀ THI THỬ TỐT NGHIỆP TRUNG HỌC PHỔ THÔNG NĂM 2021**
**Bài thi: TOÁN**
*Thời gian làm bài: 90 phút không kể thời gian phát đề*

**Họ, tên thí sinh: ……………………………………………………**
**Số báo danh: ……………………………………………………….**

**Câu 1:** Có bao nhiêu cách chọn ba học sinh từ một nhóm gồm 15 học sinh?

**A.** $15^3$. **B.** $3^{15}$. **C.** $A_{15}^3$. **D.** $C_{15}^3$

**Câu 2:** Cho cấp số cộng $(u_n)$ biết $u_1 = 3, u_2 = -1$. Tìm $u_3$.

**A.** $u_3 = 4$. **B.** $u_3 = 2$. **C.** $u_3 = -5$. **D.** $u_3 = 7$.

**Câu 3:** Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

| $x$ | $-\infty$ | | $\frac{1}{2}$ | | $3$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | ‖ | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $y$ | $-\infty$ | ↗ | $+\infty$ ‖ $-\infty$ | ↗ | $4$ | ↘ | $-\infty$ |

**A.** Hàm số đã cho đồng biến trên các khoảng $\left(-\infty; -\frac{1}{2}\right)$ và $(3; +\infty)$.

**B.** Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $\left(-\frac{1}{2}; +\infty\right)$.

**C.** Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(3; +\infty)$.

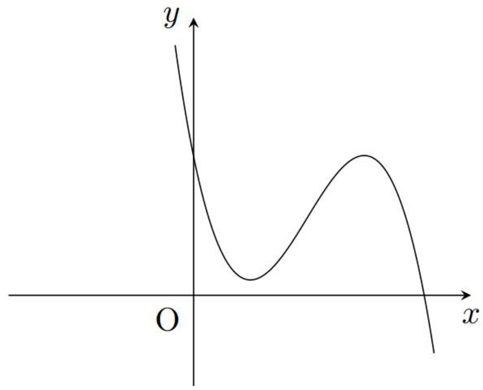
**D.** Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-\infty; 3)$.

**Câu 4:** Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ. Hàm số đạt cực đại tại điểm

| $x$ | $-\infty$ | | $-3$ | | $1$ | | $4$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | ‖ | $-$ | |
| $f(x)$ | $+\infty$ | ↘ | $-2$ | ↗ | $3$ | ↘ | $-\infty$ ‖ $+\infty$ | ↘ | $-\infty$ |

**A.** $x = 3$ **B.** $x = -3$ **C.** $x = 1$ **D.** $x = 4$

**Câu 5:** Cho hàm số $y=f(x)$. Hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình bên. Tìm số điểm cực trị của hàm số $y=f(x)$




**A.** 3. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 2.

**Câu 6:** Cho bảng biến thiên của hàm số $y=f(x)$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $0$ | | $1$ | | $+\infty$ |
| $y'$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $y$ | $-\infty$ | $\nearrow$ | $0$ | $\searrow$ | $-1$ | $\nearrow$ | $0$ | $\searrow$ | $-\infty$ |

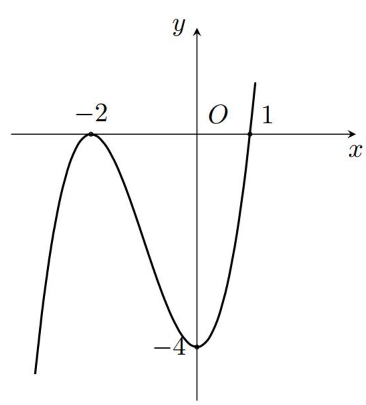
**A.** Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên $(-1;0)$ và $(1;+\infty)$.

**B.** Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=f(x)$ trên tập $\mathbb{R}$ bằng $-1$.

**C.** Giá trị lớn nhất của hàm số $y=f(x)$ trên tập $\mathbb{R}$ bằng 0.

**D.** Đồ thị hàm số $y=f(x)$ không có đường tiệm cận.

**Câu 7:** Đường cong trong hình vẽ là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



**A.** $y=\dfrac{x-4}{x+1}$. **B.** $y=x^3+3x^2-4$ **C.** $y=x^4+3x^2-4$. **D.** $y=x^3+6x^2-4$.

**Câu 8:** Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên sau

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $0$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | $+\infty$ | $\searrow$ | $-1$ | $\nearrow$ | $0$ | $\searrow$ | $-1$ | $\nearrow$ | $+\infty$ |

Tìm tất cả các giá trị thực của tham số $m$ để phương trình $f\left(x\right)-1=m$ có đúng hai nghiệm.

**A.** $-2<m<-1$. **B.** $m=-2,m\ge -1$. **C.** $m>0,m=-1$. **D.** $m=-2,m>-1$.

**Câu 9:** Cho $a,b,c>0$ và $a\ne 1$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định **sai**?

**A.** $\log_a b=c\Leftrightarrow b=a^c$. **B.** $\log_a\left(\dfrac{b}{c}\right)=\log_a b-\log_a c$.

**C.** $\log_a\left(bc\right)=\log_a b+\log_a c$. **D.** $\log_a\left(b+c\right)=\log_a b+\log_a c$.

**Câu 10:** Hệ số góc tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=\log_3 x$ tại điểm có hoành độ $x=2$ bằng

**A.** $\dfrac{1}{\ln 3}$. **B.** $\ln 3$. **C.** $\dfrac{1}{2\ln 3}$. **D.** $2\ln 3$.

**Câu 11:** Rút gọn biểu thức $P=x^{\frac{1}{3}}\sqrt[6]{x}$ với $x>0$.

**A.** $P=\sqrt{x}$. **B.** $P=x^{\frac{1}{8}}$. **C.** $P=x^{\frac{2}{9}}$. **D.** $P=x^2$.

**Câu 12:** Tìm nghiệm $x_0$ của phương trình $3^{2x+1}=21$.

**A.** $x_0=\log_9 21$. **B.** $x_0=\log_{21}8$. **C.** $x_0=\log_{21}3$. **D.** $x_0=\log_9 7$.

**Câu 13:** Phương trình $\log_2\left(x-1\right)=1$ có nghiệm là

**A.** $x=4$. **B.** $x=3$. **C.** $x=2$. **D.** $x=1$.

**Câu 14:** Cho hàm số $f\left(x\right)=x^3$ có một nguyên hàm là $F\left(x\right)$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

**A.** $F\left(2\right)-F\left(0\right)=16$. **B.** $F\left(2\right)-F\left(0\right)=1$. **C.** $F\left(2\right)-F\left(0\right)=8$. **D.** $F\left(2\right)-F\left(0\right)=4$.

**Câu 15:** Nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)=\cos 3x$ là

**A.** $-\sin 3x+C$. **B.** $\dfrac{1}{3}\sin 3x+C$ **C.** $-\dfrac{1}{3}\sin 3x+C$ **D.** $-3\sin 3x+C$

**Câu 16:** Trong không gian $Oxyz$ cho hình bình hành $ABCD$ có $A(1;0;1), B(0;2;3), D(2;1;0)$. Khi đó diện tích của hình bình hành $ABCD$ bằng

**A.** $\sqrt{26}$ **B.** $\dfrac{\sqrt{26}}{2}$ **C.** $\dfrac{5}{2}$ **D.** $5$

**Câu 17:** Cho các hàm số $f(x)$ và $F(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa $F'(x) = f(x), \forall x \in \mathbb{R}$. Tính $\int_0^1 f(x)dx$ biết $F(0) = 2, F(1) = 5$.

**A.** $\int_0^1 f(x)dx = -3$. **B.** $\int_0^1 f(x)dx = 7$. **C.** $\int_0^1 f(x)dx = 1$. **D.** $\int_0^1 f(x)dx = 3$.

**Câu 18:** Cho số phức $z = 7 - 5i$. Tìm phần thực $a$ của $z$.

**A.** $a = -7$. **B.** $a = 5$. **C.** $a = -5$. **D.** $a = 7$.

**Câu 19:** Cho $i$ là đơn vị ảo. Giá trị của biểu thức $z = (1+i)^2$ là

**A.** $2i$ **B.** $-i$. **C.** $-2i$. **D.** $i$.

**Câu 20:** Trong mặt phẳng $Oxy$, số phức $z = 2i - 1$ được biểu diễn bởi điểm $M$ có tọa độ là

**A.** $(1;-2)$ **B.** $(2;1)$ **C.** $(2;-1)$ **D.** $(-1;2)$

**Câu 21:** Tính thể tích khối chóp tứ giác đều cạnh đáy bằng $a$, chiều cao bằng $3a$.

**A.** $V = a^3$. **B.** $V = \dfrac{a^3}{3}$. **C.** $V = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **D.** $V = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

**Câu 22:** Khối lăng trụ có diện tích đáy bằng $24(cm^2)$, chiều cao bằng $3(cm)$ thì có thể tích bằng

**A.** $72(cm^3)$. **B.** $126(cm^3)$. **C.** $24(cm^3)$. **D.** $8(cm^3)$.

**Câu 23:** Tính thể tích của khối trụ có bán kính đáy bằng $a$ và độ dài đường sinh bằng $a\sqrt{3}$.

**A.** $\pi a^3\sqrt{3}$. **B.** $\dfrac{\pi a^3\sqrt{3}}{3}$. **C.** $3\pi a^3$ **D.** $\pi a^2\sqrt{3}$.

**Câu 24:** Cho một hình trụ có chiều cao bằng 2 và bán kính đáy bằng 3. Thể tich của khối trụ đã cho bằng

**A.** $6\pi$ **B.** $18\pi$ **C.** $15\pi$ **D.** $9\pi$

**Câu 25:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, tìm tọa độ $\vec{u}$ biết $\vec{u} = 2\vec{i} - 3\vec{j} + 5\vec{k}$.

**A.** $\vec{u} = (5;-3;2)$. **B.** $\vec{u} = (2;-3;5)$. **C.** $\vec{u} = (2;5;-3)$. **D.** $\vec{u} = (-3;5;2)$.

**Câu 26:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, tâm $I$ của mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 8x - 2y + 1 = 0$ có tọa độ là

**A.** $I(4;1;0)$ **B.** $I(4;-1;0)$ **C.** $I(-4;1;0)$ **D.** $I(-4;-1;0)$

**Câu 27:** Trong không gian $Oxyz,$ phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng đi qua điểm $M\left(3;-1;1\right)$ và có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}=\left(3;-2;1\right)$?

**A.** $x-2y+3z+13=0.$ **B.** $3x+2y+z-8=0$

**C.** $3x-2y+z+12=0$ **D.** $3x-2y+z-12=0$

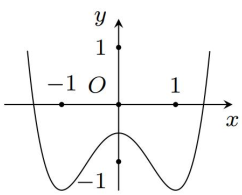
**Câu 28:** Trong không gian $Oxyz,$ phương trình nào dưới đây là phương trình chính tắc của đường thẳng $\begin{cases} x=1-2t \\ y=3t \\ z=2+t \end{cases}$ ?

**A.** $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{3}=\dfrac{z+2}{2}.$ **B.** $\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y}{3}=\dfrac{z-2}{2}.$ **C.** $\dfrac{x+1}{-2}=\dfrac{y}{3}=\dfrac{z-2}{1}.$ **D.** $\dfrac{x-1}{-2}=\dfrac{y}{3}=\dfrac{z-2}{1}.$

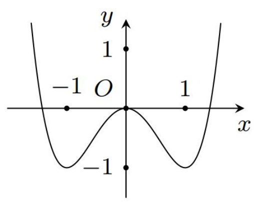
**Câu 29:** Trên mặt phẳng, cho hình vuông có cạnh bằng 2. Chọn ngẫu nhiên một điểm thuộc hình vuông đã cho (kể cả các điểm nằm trên cạnh của hình vuông). Gọi $P$ là xác suất để điểm được chọn thuộc vào hình tròn nội tiếp hình vuông đã cho (kể cả các điểm nằm trên đường tròn nội tiếp hình vuông), giá trị gần nhất của $P$ là

**A.** 0,242. **B.** 0,215. **C.** 0,785. **D.** 0,758.

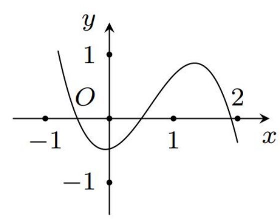
**Câu 30:** Hàm số $y=x^4-2x^2$ có đồ thị nào dưới đây?



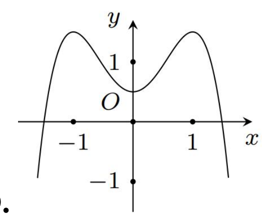

**A.**




**B.**




**C.**




**D.**

**Câu 31:** Giá trị lớn nhất của hàm số $y=x^4-3x^2+2$ trên đoạn $\left[0;3\right]$ bằng:

**A.** 57. **B.** 55. **C.** 56. **D.** 54.

**Câu 32:** Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như hình bên. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của $m$ để phương trình $f\left(x\right)=\log_2 m$ có ba nghiệm phân biệt.

| $x$ | $-\infty$ | | $0$ | | $2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $y$ | $+\infty$ | $\searrow$ | $1$ | $\nearrow$ | $5$ | $\searrow$ | $-\infty$ |

**A.** 28 **B.** 29 **C.** 31 **D.** 30

**Câu 33:** Biết $F\left(x\right)$ là một nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)=\sin 2x$ và $F\left(\dfrac{\pi}{4}\right)=1.$ Tính $F\left(\dfrac{\pi}{6}\right).$

**A.** $F\left(\frac{\pi}{6}\right)=\frac{5}{4}.$ **B.** $F\left(\frac{\pi}{6}\right)=0.$ **C.** $F\left(\frac{\pi}{6}\right)=\frac{3}{4}.$ **D.** $F\left(\frac{\pi}{6}\right)=\frac{1}{2}.$

**Câu 34:** Tìm số phức thỏa mãn $i\left(\overline{z}-2+3i\right)=1+2i.$

**A.** $z=-4+4i.$ **B.** $z=-4-4i.$ **C.** $z=4-4i.$ **D.** $z=4+4i.$

**Câu 35:** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy $ABC$ là tam giác vuông tại $B, BC=a\sqrt{3}, AC=2a.$ Cạnh bên $SA$ vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA=a\sqrt{3}.$ Góc giữa đường thẳng $SB$ và mặt phẳng đáy bằng

**A.** $45^0$ **B.** $30^0$ **C.** $60^0$ **D.** $90^0$

**Câu 36:** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy $ABC$ là tam giác đều cạnh $2a,$ cạnh bên bằng $SA$ vuông góc với đáy, $SA=a.$ Tính khoảng cách từ $A$ đến mặt phẳng $(SBC)$.

**A.** $d=\frac{a\sqrt{3}}{2}.$ **B.** $d=\frac{a\sqrt{2}}{2}.$ **C.** $d=\frac{a\sqrt{6}}{2}.$ **D.** $d=\frac{a\sqrt{6}}{3}.$

**Câu 37:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz.$ Viết phương trình mặt cầu đi qua $A(2;3;-3), B(2;-2;2), C(3;3;4)$ và có tâm nằm trên mặt phẳng $(Oxy)$.

**A.** $(x-6)^2+(y-1)^2+z^2=29.$ **B.** $(x+6)^2+(y+1)^2+z^2=29$

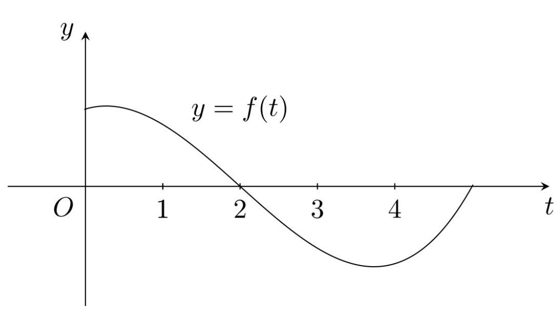
**C.** $(x-6)^2+(y-1)^2+z^2=\sqrt{29}$ **D.** $(x+6)^2+(y+1)^2+z^2=\sqrt{29}$

**Câu 38:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz,$ cho đường thẳng $(d):\begin{cases}x=3-t\\ y=-1+2t\ (t\in\mathbb{R})\\ z=-3t\end{cases}.$ Phương trình nào dưới đây là phương trình chính tắc của đường thẳng $(d)$?

**A.** $\frac{x-3}{-1}=\frac{y+1}{2}=\frac{z}{-3}.$ **B.** $\frac{x+3}{-1}=\frac{y-1}{2}=\frac{z}{-3}.$

**C.** $\frac{x+1}{3}=\frac{y-2}{-1}=\frac{z-3}{-3}.$ **D.** $\frac{x-3}{-1}=\frac{y+1}{2}=\frac{z-3}{-3}.$

**Câu 39:** Xét hàm số $F(x)=\int_2^x f(t)\,dt$ trong đó hàm số $y=f(t)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Trong các giá trị dưới đây, giá trị nào là lớn nhất?



**A.** $F(1)$. **B.** $F(2)$. **C.** $F(3)$. **D.** $F(0)$.

**Câu 40:** Tập hợp tất cả các số thực $x$ không thỏa mãn bất phương trình $9^{x^2-4}+(x^2-4).2019^{x-2}\geq 1$ là khoảng $(a;b)$. Tính $b-a$.

**A.** 5 **B.** 4 **C.** $-5$. **D.** $-1$.

**Câu 41**: Cho hàm số $f$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và $\int_0^1 f(x)dx=6$. Tính $\int_0^1\left[xf(x^2)-x^2f(x^3)\right]dx$.

**A.** 0 **B.** 1. **C.** $-1$. **D.** $\frac{1}{6}$.

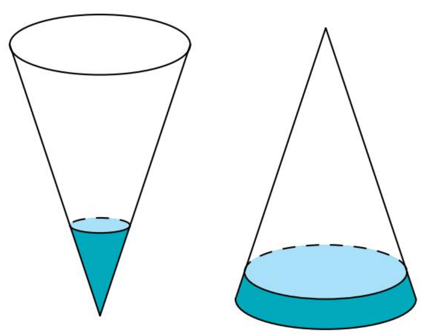
**Câu 42:** Có bao nhiêu số phức $z$ thỏa mãn $|z+1-3i|=3\sqrt{2}$ và $(z+2i)^2$ là số thuần ảo?

**A.** 1 **B.** 2 **C.** 3 **D.** 4

**Câu 43:** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là vuông cạnh $a$, hình chiếu vuông góc của $S$ lên mặt phẳng $(ABCD)$ trùng với trung điểm của cạnh $AD$, cạnh bên $SB$ hợp với đáy một góc $60^0$. Tính theo $a$ thể tích $V$ của khối chóp $S.ABCD$

**A.** $V=\frac{a^3\sqrt{15}}{2}$. **B.** $V=\frac{a^3\sqrt{15}}{6}$. **C.** $V=\frac{a^3\sqrt{5}}{4}$. **D.** $V=\frac{a^3\sqrt{5}}{6\sqrt{3}}$.

**Câu 44:** Một cái phễu có dạng hình nón. Người ta đổ một lượng nước vào phễu sao cho chiều cao của lượng nước trong phễu bằng $\frac{1}{3}$ chiều cao của phễu. Hỏi nếu bịt kín miệng phễu rồi lộn ngược phễu lên thì chiều cao của mực nước **xấp xỉ** bằng bao nhiêu? Biết rằng chiều cao của phễu là 15 cm.



**A.** 0,5 cm. **B.** 0,3 cm. **C.** 0,188 cm. **D.** 0,216 cm.

**Câu 45:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x-2y+2z-2=0$ và điểm $I(-1;2;-1)$. Viết phương trình mặt cầu $(S)$ có tâm $I$ và cắt mặt phẳng $(P)$ theo giao tuyến là đường tròn có bán kính bằng 5.

**A.** $(S):(x-1)^2+(y+2)^2+(z-1)^2=34$. **B.** $(S):(x+1)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=16$

**C.** $(S):(x+1)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=25$ **D.** $(S):(x+1)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=34$

**Câu 46:** Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$, bảng biến thiên của hàm số $f'(x)$ như sau:

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $0$ | | $2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | $-\infty$ | ↗ | $1$ | ↘ | $-7$ | ↗ | $2$ | ↘ | $-\infty$ |

Số điểm cực trị của hàm số $g(x) = f\left(\dfrac{x+1}{x-1}\right)$ là

**A.** 8 **B.** 7 **C.** 1 **D.** 3

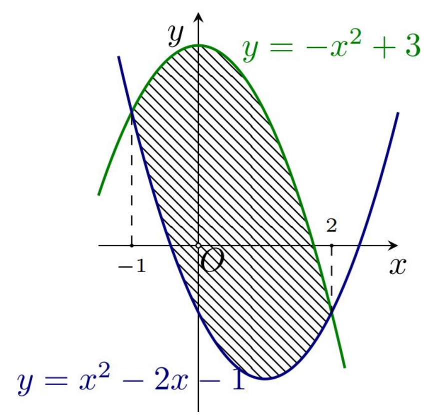
**Câu 47:** Trong các nghiệm $(x;y)$ thỏa mãn bất phương trình $\log_{x^2+2y^2}(2x+y) \geq 1$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $T = 2x + y$ bằng

**A.** $\dfrac{9}{4}$. **B.** $\dfrac{9}{2}$ **C.** $\dfrac{9}{8}$ **D.** 9

**Câu 48:** Diện tích phần hình phẳng gạch chéo trong hình vẽ bên được tính theo công thức nào dưới đây?

**A.** $\int\limits_{-1}^{2}(2x^2-2x-4)dx.$ **B.** $\int\limits_{-1}^{2}(-2x+2)dx.$

**C.** $\int\limits_{-1}^{2}(2x-2)dx.$ **D.** $\int\limits_{-1}^{2}(-2x^2+2x+4)dx.$




**Câu 49:** Cho số phức $z$ thỏa mãn $|z-3-4i| = \sqrt{5}$. Gọi $M$ và $m$ lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = |z+2|^2 - |z-i|^2$. Tính mô-đun của số phức $w = M + mi$.

**A.** $|w| = \sqrt{1258}$ **B.** $|w| = 3\sqrt{137}$. **C.** $|w| = 2\sqrt{314}$. **D.** $|w| = 2\sqrt{309}$.

**Câu 50:** Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = a, SA$ vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a$. Góc giữa hai mặt phẳng $(SBC)$ và $(SCD)$ bằng $\varphi$, với $\cos\varphi = \dfrac{1}{\sqrt{3}}$. Thể tích khối chóp đã cho bằng

**A.** $\dfrac{2a^3}{3}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{3}$. **C.** $a^3\sqrt{2}$. **D.** $\dfrac{2\sqrt{2}a^3}{3}$.

---------------------------- **HẾT** ----------------------------

## BẢNG ĐÁP ÁN

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1.D | 6.B | 11.A | 16.A | 21.A | 26.A | 31.C | 36.A | 41.B | 46.A |
| 2.C | 7.D | 12.D | 17.D | 22.A | 27.D | 32.B | 37.A | 42.C | 47.B |
| 3.C | 8.D | 13.B | 18.D | 23.A | 28.D | 33.C | 38.A | 43.B | 48.D |
| 4.C | 9.D | 14.D | 19.A | 24.B | 29.C | 34.D | 39.B | 44.C | 49.A |
| 5.B | 10.C | 15.B | 20.D | 25.B | 30.B | 35.C | 40.B | 45.D | 50.B |

## HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

**Câu 1.**

Số cách chọn ba học sinh từ một nhóm gồm 15 học sinh là $C_{15}^3$.

**Chọn đáp án D.**

**Câu 2.**

Công thức tổng quát của cấp số cộng có số hạng đầu là $u_1$ và công sai $d$ là $u_n = u_1 + (n-1)d$.

Vậy ta có $d = u_2 - u_1 = -1 - 3 = -4 \Rightarrow u_3 = u_2 + d = -1 + (-4) = -5$

**Chọn đáp án C.**

**Câu 3.**

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy hàm số

Đồng biến trên các khoảng $\left(-\infty; -\frac{1}{2}\right)$ và $\left(-\frac{1}{2}; 3\right)$.

Nghịch biến trên khoảng $(3; +\infty)$.

**Chọn đáp án C.**

**Câu 4.**

Từ bảng biến thiên, nhận thấy $f'(x)$ đổi dấu từ + sang $-$ tại $x = 1$, do đó hàm số đạt cực đại tại điểm $x = 1$ và $y_{CD} = 3$.

**Chọn đáp án C.**

**Câu 5.**

Từ đồ thị hàm số $y = f'(x)$ ta thấy $f'(x)$ đổi dấu một lần (cắt trục $Ox$ tại một điểm) do đó số điểm cực trị của hàm số $f(x)$ là 1.

**Chọn đáp án B.**

**Câu 6.**

Dựa vào bảng biến thiên, hàm số $y = f(x)$ không có giá trị nhỏ nhất.

**Chọn đáp án B.**

**Câu 7.**

Đồ thị hàm số đi qua điểm $(-2;0)$ nên chọn $y=x^3+3x^2-4$.

**Chọn đáp án D.**

**Câu 8.**

Ta có $f(x)-1=m \Leftrightarrow f(x)=m+1$.

Dựa vào bảng biến thiên, phương trình $f(x)-1=m$ có đúng hai nghiệm khi

$$\left[\begin{array}{l} m+1=-1 \\ m+1>0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=-2 \\ m>-1 \end{array}\right..$$

**Chọn đáp án D.**

**Câu 9.**

Theo các công thức về logarit.

**Chọn đáp án D.**

**Câu 10.**

Hệ số góc tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=\log_3 x$ tại điểm có hoành độ $x=2$ bằng $y'(2)=\dfrac{1}{2\ln 3}$.

**Chọn đáp án C.**

**Câu 11.**

Ta có $P=x^{\frac{1}{3}}.x^{\frac{1}{6}}=x^{\frac{1}{2}}=\sqrt{x}$.

**Chọn đáp án A.**

**Câu 12.**

Ta có $3^{2x+1}=21 \Leftrightarrow 3^{2x}=7 \Leftrightarrow 9^x=7 \Leftrightarrow x=\log_9 7$.

**Chọn đáp án D.**

**Câu 13.**

Điều kiện $x-1>0 \Leftrightarrow x>1$.

Khi đó $\log_2(x-1)=1 \Leftrightarrow x-1=2 \Leftrightarrow x=3$. (nhận)

**Chọn đáp án B.**

**Câu 14.**

Ta có $F(2)-F(0)=\int_0^2 x^3dx=4$.

**Chọn đáp án D.**

**Câu 15.**

Ta có $\int \cos 3x dx = \frac{1}{3}\sin 3x + C.$

**Chọn đáp án B.**

**Câu 16.**

Ta có $\overrightarrow{AB} = (-1;2;2), \overrightarrow{AD} = (1;1;-1).$ Do đó $\left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}\right] = (-4;1;-3).$

Bởi vậy, diện tích của hình bình hành $ABCD$ là $S = \left|\left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}\right]\right| = \sqrt{(-4)^2 + 1^2 + (-3)^2} = \sqrt{26}$ .

**Chọn đáp án A.**

**Câu 17.**

Ta có $\int_0^1 f(x)dx = F(1) - F(0) = 3.$

**Chọn đáp án D.**

**Câu 18.**

Số phức $z = a + bi$ với $a, b \in \mathbb{R}$ có phần thực là $a$ nên số phức $z = 7 - 5i$ có phần thực là 7.

**Chọn đáp án D.**

**Câu 19.**

Ta có $z = (1+i)^2 = 1 + 2i + i^2 = 2i.$

**Chọn đáp án A.**

**Câu 20.**

Số phức $z = -1 + 2i$ có điểm biểu diễn $M(-1;2).$

**Chọn đáp án D.**

**Câu 21.**

$V = \frac{1}{3}.3a.a^2 = a^3.$

**Chọn đáp án A.**

**Câu 22.**

Thể tích khối lăng trụ là $V = 3.24 = 72\left(cm^3\right).$

**Chọn đáp án A.**

**Câu 23.**

Ta có $V = \pi.R^2.h = \pi.a^2.a\sqrt{3} = \pi a^3\sqrt{3}.$

**Chọn đáp án A.**

**Câu 24.**

Khối trụ có chiều cao $h,$ bán kính đáy $r$ có thể tích là $V = \pi r^2 h.$

Nên thể tích khối trụ đã cho bằng $\pi.3^2.2 = 18\pi.$

**Chọn đáp án B.**

**Câu 25.**

$\vec{u} = 2\vec{i} - 3\vec{j} + 5\vec{k} \Rightarrow \vec{u} = (2;-3;5).$

**Chọn đáp án B.**

**Câu 26.**

Ta có $x^2 + y^2 + z^2 - 8x - 2y + 1 = 0 \Leftrightarrow (x-4)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 16.$ Do đó mặt cầu $(S)$ có tọa độ tâm là $I(4;1;0)$

**Chọn đáp án A.**

**Câu 27.**

Mặt phẳng đi qua điểm $M(3;-1;1)$ và có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n} = (3;-2;1)$ có phương trình là

$$3(x-3) - 2(y+1) + (z-1) = 0 \Leftrightarrow 3x - 2y + z - 12 = 0$$

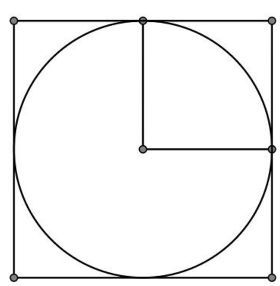
**Chọn đáp án D.**

**Câu 28.**

Đường thẳng đã cho có véc-tơ chỉ phương $\vec{u} = (-2;3;1)$ và đi qua điểm $M(1;0;2)$ nên có phương trình chính tắc là $\dfrac{x-1}{-2} = \dfrac{y}{3} = \dfrac{z-2}{1}.$

**Chọn đáp án D.**

**Câu 29.**



Bán kính đường tròn nội tiếp hình vuông: $R = 1.$

Xác suất $P$ chính là tỉ lệ giữa diện tích hình tròn trên diện tích hình vuông.

Do đó: $P = \dfrac{\pi.1^2}{2^2} \approx 0,785.$

**Chọn đáp án C.**

**Câu 30.**

Hàm số đã cho là hàm số trùng phương, có đồ thị đi qua gốc tọa độ.

**Chọn đáp án B.**

**Câu 31.**

Hàm số $y$ liên tục trên đoạn $[0;3]$ và có đạo hàm $y'=4x^3-6x$.

Ta có $y'=0 \Leftrightarrow 4x^3-6x=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\pm\sqrt{\dfrac{3}{2}} \end{array}\right.$.

Ta có $y(0)=2, y(3)=56, y\left(\sqrt{\dfrac{3}{2}}\right)=-\dfrac{1}{4}$.

Do đó giá trị lớn nhất của hàm số $y=x^4-3x^2+2$ trên đoạn $[0;3]$ bằng 56.

**Chọn đáp án C.**

**Câu 32.**

Dựa vào bảng biến thiên, yêu cầu bài toán tương đương với $1<\log_2 m<5 \Leftrightarrow 2<m<32 \Leftrightarrow m\in\{3,4....,31\}$. Vậy có 29 giá trị $m$ cần tìm.

**Chọn đáp án B.**

**Câu 33.**

Ta có $\int\limits_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}} \sin 2x dx=\dfrac{1}{4}=F\left(\dfrac{\pi}{4}\right)-F\left(\dfrac{\pi}{6}\right) \Rightarrow F\left(\dfrac{\pi}{6}\right)=F\left(\dfrac{\pi}{4}\right)-\dfrac{1}{4}=1-\dfrac{1}{4}=\dfrac{3}{4}$.

**Chọn đáp án C.**

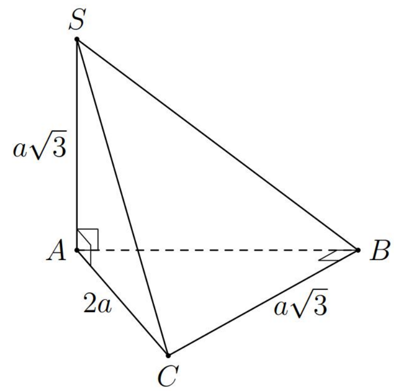
**Câu 34.**

Ta có $i\left(\overline{z}-2+3i\right)=1+2i \Leftrightarrow -\overline{z}+2-3i=i-2 \Leftrightarrow \overline{z}=4-4i$ .

Khi đó $z=4+4i$.

**Chọn đáp án D.**

**Câu 35.**




Xét tam giác $ABC$ vuông tại $B$, ta có:

$AB^2 = \sqrt{AC^2 - BC^2} = \sqrt{4a^2 - 3a^2} = a$.

Vì $AB$ là hình chiếu của $SB$ trên mặt phẳng $(ABC)$ nên:

$(SB,(ABC)) = (SB, AB) = \widehat{SBA}$

Xét tam giác $SAB$ vuông tại $A$ ta có:

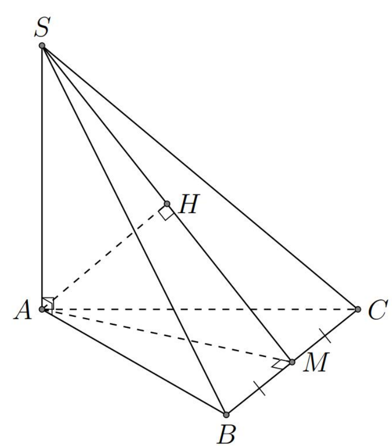
$$\tan \widehat{SBA} = \frac{SA}{AB} = \frac{a\sqrt{3}}{a} = \sqrt{3}.$$

Suy ra $\widehat{SBA} = 60^0$.

Vậy $(SB,(ABC)) = 60^0$.

**Chọn đáp án C.**

**Câu 36.**




* Gọi $M$ là trung điểm của $BC$. Khi đó $AM \perp BC$

* Kẻ $AH$ vuông góc với $SM$ tại $H$.

* Ta có $\dfrac{1}{AH^2} = \dfrac{1}{AM^2} + \dfrac{1}{SA^2}$.

* Suy ra $d = AH = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

**Chọn đáp án A.**

**Câu 37.**

Giả sử $I(a;b;0) \in (Oxy)$ và $r$ là tâm và bán kính của mặt cầu $(S)$ và đi qua $A(2;3;-3), B(2;-2;2), C(3;3;4)$.

Phương trình mặt cầu $(S)$ là $(x-a)^2 + (y-b)^2 + z^2 = r^2$.

Vì mặt cầu đi qua $A(2;3;-3), B(2;-2;2), C(3;3;4)$ nên

$$\begin{cases} (2-a)^2 + (3-b)^2 + (-3)^2 = r^2 \\ (2-a)^2 + (-2-b)^2 + 2^2 = r^2 \\ (3-a)^2 + (3-b)^2 + 4^2 = r^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -10b + 10 = 0 \\ 2a - 12 = 0 \\ (3-a)^2 + (3-b)^2 + 4^2 = r^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 1 \\ a = 6 \\ r^2 = 29 \end{cases}$$

Vậy phương trình mặt cầu $(S)$ là $(x-6)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 29$.

**Chọn đáp án A.**

**Câu 38.**

Đường thẳng $(d)$ đi qua điểm $M(3;-1;0)$ và nhận $\vec{u} = (-1;2;-3)$ làm véc-tơ chỉ phương. Phương trình chính tắc của $(d)$: $\dfrac{x-3}{-1} = \dfrac{y+1}{2} = \dfrac{z}{-3}$.

**Chọn đáp án A.**

**Câu 39.**

$F(x) = \int_2^x f(t)dt \Rightarrow F'(x) = f(x)$. Từ đồ thị, ta có bảng biến thiên của hàm số $F(x)$:

| $x$ | $0$ | | $1$ | | $2$ | | $3$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $F'$ | | $+$ | $+$ | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $F$ | $F(0)$ | ↗ | $F(1)$ | ↗ | $F(2)$ | ↘ | $F(3)$ |

Từ bảng biến thiên suy ra $F(2)$ là giá trị lớn nhất.

**Chọn đáp án B.**

**Câu 40.**

* Trường hợp 1. $x^2 - 4 < 0$ ta có $9^{x^2-4} + (x^2-4).2019^{x-2} < 9^0 + 0.2019^{x-2} = 1$.

* Trường hợp 2. $x^2-4\ge 0$ ta có $9^{x^2-4}+\left(x^2-4\right).2019^{x-2}\ge 9^0+0.2019^{x-2}=1$.

Vậy tập hợp các giá trị của $x$ không thỏa mãn bất phương trình là $x\in\left(-2;2\right)\Rightarrow a=-2,b=2\Rightarrow b-a=4$.

**Chọn đáp án B.**

**Câu 41.**

Ta có $I=\int\limits_0^1 xf\left(x^2\right)dx-\int\limits_0^1 x^2f\left(x^3\right)dx=A-B$.

* Tính $A=\int\limits_0^1 xf\left(x^2\right)dx$.

Đặt $t=x^2\Rightarrow dt=2xdx$. Đổi cận $x=0\Rightarrow t=0$ và $x=1\Rightarrow t=1$.

Khi đó $A=\frac{1}{2}\int\limits_0^1 f\left(t\right)dt=\frac{1}{2}\int\limits_0^1 f\left(x\right)dx=3$.

* Tính $A=\int\limits_0^1 x^2f\left(x^3\right)dx$.

Đặt $t=x^3\Rightarrow dt=3x^2dx$. Đổi cận $x=0\Rightarrow t=0$ và $x=1\Rightarrow t=1$.

Khi đó $A=\frac{1}{3}\int\limits_0^1 f\left(t\right)dt=\frac{1}{3}\int\limits_0^1 f\left(x\right)dx=2$.

Vậy $I=A-B=3-2=1$.

**Chọn đáp án B.**

**Câu 42.**

Đặt $z=a+bi\left(a,b\in\mathbb{R}\right)$. Khi đó $\left|z+1-3i\right|=3\sqrt{2}\Leftrightarrow\left(x+1\right)^2+\left(y-3\right)^2=18\ \left(1\right)$.

$\left(z+2i\right)^2=\left[x+\left(y+2\right)i\right]^2=x^2-\left(y+2\right)^2+2x\left(y+2\right)i$.

Theo giả thiết ta có $\left(z+2i\right)^2$ là số thuần ảo nên $x^2-\left(y+2\right)^2=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=y+2\\x=-\left(y+2\right)\end{array}\right.$.

Với $x=y+2$ thay vào $\left(1\right)$ ta được phương trình $2y^2=0\Leftrightarrow y=0\Rightarrow x=2\Rightarrow z_1=2$.

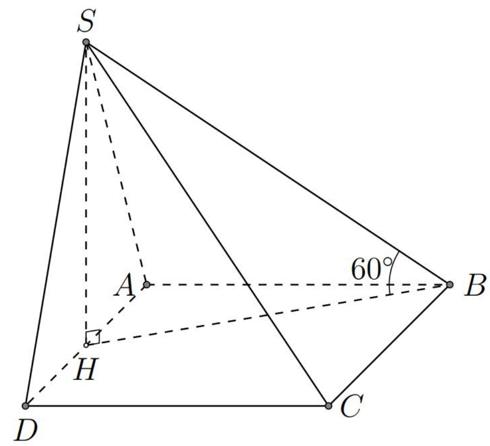
Với $x=-\left(y+2\right)$ thay vào $\left(1\right)$ ta được phương trình $2y^2-4y-8=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}y=1+\sqrt{5}\\y=1-\sqrt{5}\end{array}\right.$.

$\Rightarrow\left[\begin{array}{l}z_2=-3-\sqrt{5}+\left(1+\sqrt{5}\right)i\\x_3=-3+\sqrt{5}+\left(1-\sqrt{5}\right)i\end{array}\right.$.

Vậy có 3 số phức thỏa mãn yêu cầu bài toán.

**Chọn đáp án C.**

**Câu 43.**




Gọi $H$ là trung điểm của $AD \Rightarrow SH \perp (ABCD) \Rightarrow BH$ là hình chiếu vuông góc của $SB$ trên $(ABCD)$. Nên góc $\widehat{SBH}$ là góc giữa $SB$ và $(ABCD)$, vậy $\widehat{SBH} = 60^0$.

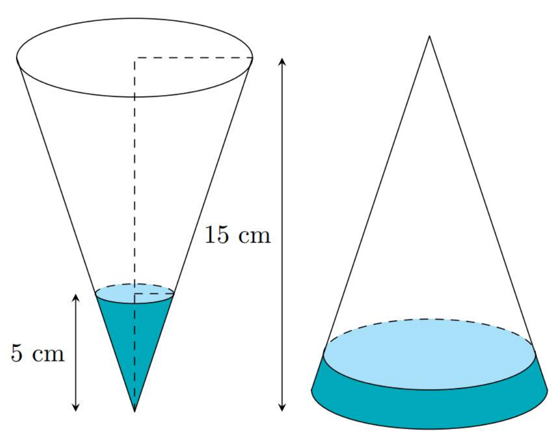
$\Delta SBH$ vuông tại $A \Rightarrow BH = \sqrt{AB^2 + AH^2} = \sqrt{a^2 + \frac{a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{5}}{2}$.

$\Delta HSB$ vuông tại $H \Rightarrow SH = HB.\tan 60^0 = \frac{a\sqrt{15}}{2}$.

$V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}.SH.S_{ABCD} = \frac{a^3\sqrt{15}}{6}$.

**Chọn đáp án B.**

**Câu 44.**




Gọi $r_1, h_1, V_1$ lần lượt là bán kính đáy, chiều cao và thể tích khối nón được giới hạn bởi phần chứa nước lúc ban đầu; $r, h, V$ lần lượt là bán kính đáy, chiều cao và thể tích khối nón giới hạn bởi cái phễu; $h_2$ là chiều cao mực nước sau khi lộn ngược phễu. Theo tính chất tam giác đồng dạng ta có

$$\frac{r_1}{r}=\frac{h_1}{h}=\frac{1}{3}\Rightarrow\frac{V_1}{V}=\left(\frac{h_1}{h}\right)^3=\frac{1}{27}.$$

Sau khi lộn ngược phễu, tỉ số thể tích giữa phần không gian trong phễu không chứa nước và thể tích phễu bằng

$$1-\frac{1}{27}=\frac{\left(h-h_2\right)^2}{h^3}\Leftrightarrow\frac{26}{27}=\frac{\left(15-h_2\right)^3}{15^3}\Leftrightarrow h_2=15-5\sqrt[3]{26}\approx 0{,}188.$$

**Chọn đáp án C.**

**Câu 45.**

**Phương pháp.**

+ Cho mặt cầu $(S)$ có tâm $I$ và bán kính $R$ và mặt phẳng $(P)$ cắt mặt cầu theo giao tuyến là đường tròn có bán kính $r$ thì ta có mối liên hệ $R^2=h^2+r^2$ với $h=d\left(I,(P)\right)$. Từ đó ta tính được $R$.

+ Phương trình mặt cầu tâm $I\left(x_0;y_0;z_0\right)$ và bán kính $R$ có dạng $\left(x-x_0\right)^2+\left(y-y_0\right)^2+\left(z-z_0\right)^2=R^2$.

**Cách giải.**

+ Ta có $h=d\left(I,(P)\right)=\frac{\left|-1-2.2+2.(-1)-2\right|}{\sqrt{1^2+(-2)^2+2^2}}=\frac{9}{3}=3.$

+ Từ đề bài ta có bán kính đường tròn giao tuyến là $r=5$ nên bán kính mặt cầu là $R=\sqrt{r^2+h^2}=\sqrt{5^2+3^2}=\sqrt{34}.$

+ Phương trình mặt cầu tâm $I(-1;2;-1)$ và bán kính $R=\sqrt{34}$ là $(x+1)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=34.$

**Chọn đáp án D.**

**Câu 46.**

Ta có $g'(x)=\frac{-2}{(x-1)^2}.f'\left(\frac{x+1}{x-1}\right)$. Cho $g'(x)=0\Leftrightarrow f'\left(\frac{x+1}{x-1}\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\frac{x+1}{x-1}=a,a<-1\\ \frac{x+1}{x-1}=b,-1<b<0\\ \frac{x+1}{x-1}=c,0<c<2\\ \frac{x+1}{x-1}=d,d>2\end{array}\right.$

Xét hàm số $h(x)=\frac{x+1}{x-1}$.

Tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\{1\}$. Ta có $h'(x)=\frac{-2}{(x-1)^2}>0,\forall x\in D.$

Bảng biến thiên

| $x$ | $-\infty$ | $1$ | $+\infty$ |
|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | $+$ | \|\| | $+$ |
| $f(x)$ | $\nearrow$ | \|\| | $\nearrow$ |

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy: Phương trình $h(x)=a, h(x)=b, h(x)=c, h(x)=d$ đều có 2 nghiệm phân biệt.

Vậy hàm số $f(x)=f\left(\dfrac{x+1}{x-1}\right)$ có 8 cực trị.

**Chọn đáp án A.**

**Câu 47.**

TH1: $x^2+2y^2>1$. Đặt $z=y\sqrt{2}$, suy ra $x^2+z^2>1$ $(1)$. Khi đó:

$$\log_{x^2+2y^2}(2x+y)\geq 1 \Leftrightarrow 2x+y\geq x^2+2y^2 \Leftrightarrow 2x+\frac{z}{\sqrt{2}}\geq x^2+z^2 \Leftrightarrow (x-1)^2+\left(z-\frac{1}{2\sqrt{2}}\right)^2\geq\frac{9}{8}\ (2)$$

Tập hợp các điểm $M(x;y)$ là miền $(H)$ bao gồm miền ngoài của hình tròn $(C_1): x^2+z^2=1$ và miền trong của hình tròn $(C_2): (x-1)^2+\left(z-\dfrac{1}{2\sqrt{2}}\right)^2=\dfrac{9}{8}$.

Hệ $\begin{cases} T=2x+\dfrac{z}{\sqrt{2}} \\ (x-1)^2+\left(z-\dfrac{1}{2\sqrt{2}}\right)^2\geq\dfrac{9}{8} \\ x^2+z^2>1 \end{cases}$ có nghiệm khi đường thẳng $d: 2x+\dfrac{z}{\sqrt{2}}-T=0$ có điểm chung với miền $(H)$.

Để $T$ đạt giá trị lớn nhất thì đường thẳng $d$ phải tiếp xúc với đường tròn $(C_2)$, nghĩa là ta có $d(I,d)=\dfrac{3}{2\sqrt{2}}$

$\Leftrightarrow \left|T-\dfrac{9}{4}\right|=\dfrac{9}{4}\Leftrightarrow T=\dfrac{9}{2}$ với $I\left(1;\dfrac{1}{2\sqrt{2}}\right)$ là tâm của đường tròn $(C_2)$.

TH2. $0<x^2+2y^2<1$ ta có

$\log_{x^2+2y^2}(2x+y)\geq 1\Leftrightarrow 2x+y\leq x^2+2y^2\Leftrightarrow T=2x+y<1$ (loại).

Vậy $\max T=\dfrac{9}{2}$.

**Chọn đáp án B.**

**Câu 48.**

$$S=\int_{-1}^{2}\left[\left(-x^2+3\right)-\left(x^2-2x-1\right)\right]dx=\int_{-1}^{2}\left(-2x^2+2x+4\right)dx.$$

**Chọn đáp án D.**

**Câu 49.**

Giả sử $z=a+bi\left(a,b\in\mathbb{R}\right)$

Theo đề bài ta có $\left|z-3-4i\right|=\sqrt{5}\Leftrightarrow\left(a-3\right)^2+\left(b-4\right)^2=5\ \ (1).$

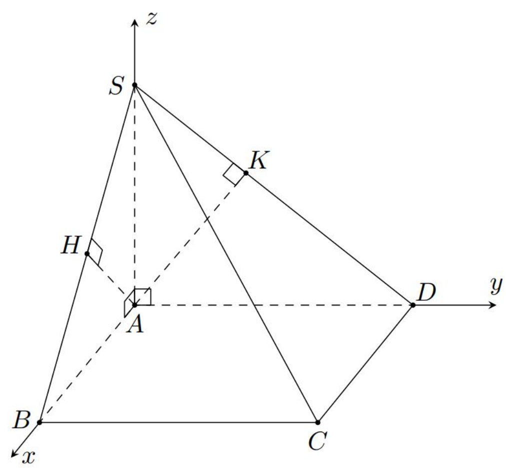
Mặt khác $P=\left|z+2\right|^2-\left|z-i\right|^2=\left(a+2\right)^2+b^2-\left[a^2+\left(b-1\right)^2\right]=4a+2b+3\quad(2).$

Từ $(1)$ và $(2)$ ta có $20a^2+\left(64-8P\right)a+P^2-22P+137=0\ \ (*).$

Phương trình $(*)$ có nghiệm khi $\Delta'=-4P^2+184P+-1716\geq 0\Leftrightarrow 13\leq P\leq 33\Rightarrow |w|=\sqrt{1258}.$

**Chọn đáp án A.**

**Câu 50.**




Đặt $AD=x$ với $x>0$.

Trong mặt phẳng $(SAC)$: kẻ $AH\perp SB$ tại $H$; trong mặt phẳng $(SAD)$, kẻ $AK\perp SD$ tại $K$.

Dễ dàng chứng minh được $AH\perp(SBC)$, $AK\perp(SCD)$ và $H$ là trung điểm của $SB$.

Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ

Ta có: $A(0;0;0),B(a;0;0),S(0;0;a),D(0;x;0),H\left(\frac{a}{2};0;\frac{a}{2}\right)$

Suy ra: $\overrightarrow{SD}=(0;x;-a),\overrightarrow{AS}=(0;0;a),\overrightarrow{AH}=\left(\frac{a}{2};0;\frac{a}{2}\right).$

Trong tam giác $SAD$ vuông tại $A$ có

$$SA^2 = SK.SD \Leftrightarrow \frac{SK}{SD} = \frac{SA^2}{SD^2} = \frac{SA^2}{SA^2 + AD^2} = \frac{a^2}{a^2 + x^2}$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{SK} = \frac{a^2}{a^2 + x^2}\overrightarrow{SD} \Leftrightarrow \overrightarrow{AK} - \overrightarrow{AS} = \frac{a^2}{a^2 + x^2}\overrightarrow{SD}$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{AK} = \frac{a^2}{a^2 + x^2}\overrightarrow{SD} + \overrightarrow{AS} \Leftrightarrow \overrightarrow{AK} = \left(0; \frac{a^2 x}{a^2 + x^2}; \frac{ax^2}{a^2 + x^2}\right).$$

Do $\overrightarrow{AH}, \overrightarrow{AK}$ lần lượt là hai véc-tơ pháp tuyến của hai mặt phẳng $(SBC)$ và $(SCD)$ nên

$$\cos\varphi = \frac{1}{\sqrt{3}} \Leftrightarrow \frac{\left|\overrightarrow{AH}.\overrightarrow{AK}\right|}{\left|\overrightarrow{AH}\right|.\left|\overrightarrow{AK}\right|} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{3}\left|\overrightarrow{AH}.\overrightarrow{AK}\right| = \left|\overrightarrow{AH}\right|.\left|\overrightarrow{AK}\right|$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{3}.\left|\frac{a}{2}.\frac{ax^2}{a^2 + x^2}\right| = \frac{a\sqrt{2}}{2}.\sqrt{\frac{a^4 x^2}{\left(a^2 + x^2\right)^2} + \frac{a^2 x^4}{\left(a^2 + x^2\right)^2}}$$

$$\Leftrightarrow \frac{\sqrt{3}}{2}.\frac{a^2.x^2}{a^2 + x^2} = \frac{\sqrt{2}}{2}.\frac{a^2 x}{a^2 + x^2}.\sqrt{a^2 + x^2} \Leftrightarrow \sqrt{3}x = \sqrt{2}.\sqrt{a^2 + x^2}$$

$$\Leftrightarrow 3x^2 = 2a^2 + 2x^2 \Leftrightarrow x^2 = 2a^2 \Leftrightarrow x = a\sqrt{2} = AD.$$

Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là $V = \frac{1}{3}SA.AB.AD = \frac{1}{3}.a.a.a\sqrt{2} = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}.$

**Chọn đáp án B.**