ĐỀ THI THỬ CHUẨN CẤU TRÚC ĐỀ THAM KHẢO
ĐỀ 10

KỲ THI TỐT NGHIỆP TRUNG HỌC PHỔ THÔNG NĂM 2021
Bài thi: TOÁN
Thời gian làm bài: 90 phút không kể thời gian phát đề

Họ, tên thí sinh: ………………………………………………….
Số báo danh: ……………………………………………………..

Câu 1: Cho tập hợp A có 20 phần tử. Số tập hợp con có 3 phần tử được thành lập từ A là

A. A_{20}^{3}. **B.** C_{20}^{3}. **C.** 3^{20}. **D.** 60.

Câu 2. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1=2$ và $u_4=16$. Công bội của cấp số nhân đã cho bằng

A. 4. **B.** 2. **C.** -2. **D.** -4.

Câu 3. Số nghiệm của phương trình $3^x=\left(\frac{1}{3}\right)^x$ là

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 4. Thể tích của khối lập phương có cạnh bằng a là

A. $3a$. **B.** a^2. **C.** a^3. **D.** $3a^2$.

Câu 5. Tập xác định của hàm số $y=\log_5(x-1)$ là

A. $(0;+\infty)$. **B.** $[0;+\infty)$. **C.** $(1;+\infty)$. **D.** $[1;+\infty)$.

Câu 6. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $\left(\int f(x)\mathrm{d}x\right)'=f'(x)$. **B.** $\left(\int f(x)\mathrm{d}x\right)'=-f'(x)$.

C. $\left(\int f(x)\mathrm{d}x\right)'=-f(x)$. **D.** $\left(\int f(x)\mathrm{d}x\right)'=f(x)$.

Câu 7. Một khối lập phương có thể tích bằng $2\sqrt{2}a^3$. Độ dài cạnh khối lập phương bằng

A. $2\sqrt{2}a$. **B.** $\sqrt{2}a$. **C.** $2a$. **D.** a.

Câu 8. Tính thể tích V của khối trụ có bán kính đáy và chiều cao đều bằng 2.

A. $V=8\pi$. **B.** $V=\frac{8\pi}{3}$. **C.** $V=16\pi$. **D.** $V=12\pi$.

Câu 9. Cho khối cầu có thể tích $V=288\pi$. Bán kính của khối cầu bằng

A. $2\sqrt[3]{9}$. **B.** 3. **C.** 6. **D.** $6\sqrt{2}$.

Câu 10. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	3	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty;1)$. **B.** $(-1;3)$. **C.** $(1;+\infty)$. **D.** $(-1;+\infty)$.

Câu 11. Với x là số thực dương tùy ý, $\log_3\left(x^3\right)$ bằng

A. $3\log_3 x$. **B.** $\frac{1}{3}\log_3 x$. **C.** $3+\log_3 x$. **D.** x.

Câu 12. Diện tích xung quanh của hình nón có độ dài đường sinh l và bán kính đáy r là

A. $\frac{1}{3}\pi rl$. **B.** πrl. **C.** $2\pi rl$. **D.** $4\pi rl$.

Câu 13. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên $(-\infty;0)$ và $(0;+\infty)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		$-$	||	$-$	0	$+$	
y	2	$\searrow$	-1 || $+\infty$	$\searrow$	2	$\nearrow$	$+\infty$

Mệnh đề nào sau đây **sai**?

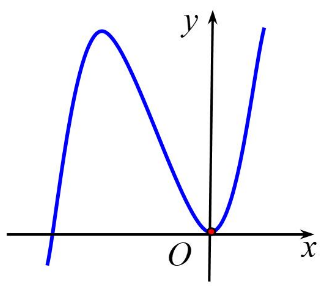
A. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=1$

B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(2;+\infty)$.

C. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=0$

D. Hàm số có giá trị cực tiểu bằng 2.

Câu 14. Cho hàm số số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ $(a\neq 0)$ có đồ thị như hình bên. Mệnh đề nào sau đây là **đúng**?



A. $a>0;\ b>0;\ c>0;\ d=0$.

B. $a>0;\ b<0;\ c=0;\ d=0$.

C. $a>0;\ b>0;\ c=0;\ d=0$.

D. $a>0;\ b>0;\ c<0;\ d=0$.

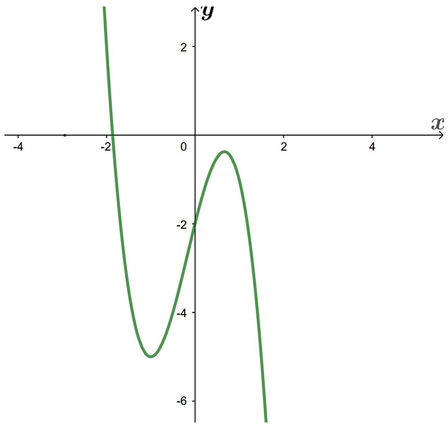
Câu 15. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\frac{2-x}{x+1}$ là

A. $y=-1$. **B.** $y=2$. **C.** $x=-1$. **D.** $x=2$.

Câu 16. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2 x \le 3$ là

A. $(0;8)$. **B.** $[0;8)$. **C.** $[0;8]$. **D.** $(0;8]$.

Câu 17. Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị trong hình dưới. Số nghiệm của phương trình $f(x)+2=0$ là



A. 3. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 2.

Câu 18. Nếu $\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x = 2$ và $\int_0^3 f(x)\mathrm{d}x = -4$ thì $\int_1^3 f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. 6. **B.** - 6. **C.** 2. **D.** - 2.

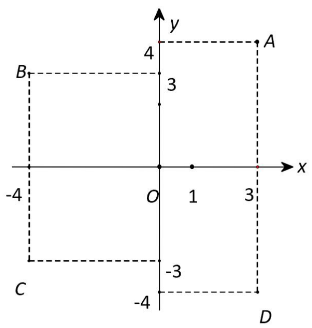
Câu 19. Số phức liên hợp của số phức $z = 3 - 12i$ là

A. $\overline{z} = -3 - 12i$. **B.** $\overline{z} = 3 + 12i$. **C.** $\overline{z} = -3 + 12i$. **D.** $z = 3 - 12i$.

Câu 20. Cho hai số phức $z_1 = 2 - 3i$ và $z_2 = 1 + 5i$. Phần ảo của số phức $z_1.z_2$ bằng

A. 7. **B.** 17. **C.** -15. **D.** 2.

Câu 21. Trên mặt phẳng tọa độ (hình vẽ dưới), số phức $z = -4 + 3i$ được biểu diễn bởi điểm nào trong các điểm A, B, C, D?



A. Điểm A. **B.** Điểm B. **C.** Điểm C. **D.** Điểm D.

Câu 22. Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(1;-2;3)$ trên trục Ox có toạ độ là

A. $(1;-2;0)$. **B.** $(1;0;3)$. **C.** $(0;-2;3)$. **D.** $(1;0;0)$.

Câu 23. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S): $x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y - 2z - 3 = 0$. Tâm của (S) có tọa độ là

A. $(2;-1;1)$. **B.** $(2;-1;-1)$. **C.** $(-2;-1;1)$. **D.** $(-2;-1;-1)$.

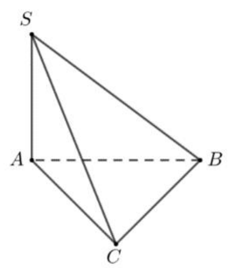
Câu 24. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(Q): 3x - 2y + z - 3 = 0$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của (Q)

A. $\vec{n_1}(3;-2;-3)$. **B.** $\vec{n_2}(3;-2;1)$ **C.** $\vec{n_3}(3;-2;0)$. **D.** $\vec{n_4}(3;0;-2)$

Câu 25. Trong không gian $Oxyz$, điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng $d:\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y-3}{-2}=\dfrac{z-1}{-1}$

A. $M(3;-1;-1)$. **B.** $N(1;3;1)$. **C.** $P(-1;3;-1)$. **D.** $Q(2;-2;-1)$.

Câu 26. Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC), $SA=2a$, tam giác ABC vuông cân tại C và $AC=a\sqrt{2}$ (minh họa như hình bên). Góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng (ABC) bằng



A. 30°. **B.** 45°. **C.** 60°. **D.** 120°.

Câu 27. Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-2		1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 3. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 28. Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x^3-3x+4$ trên đoạn $[0;2]$.

A. $\min\limits_{[0;2]} y=2$. **B.** $\min\limits_{[0;2]} y=0$. **C.** $\min\limits_{[0;2]} y=1$. **D.** $\min\limits_{[0;2]} y=4$.

Câu 29. Cho các số dương a, b, c thỏa mãn $\ln\dfrac{a}{c}+\ln\dfrac{b}{c}=0$. Khẳng định nào sau đây **đúng**?

A. $abc=1$. **B.** $ab=c$. **C.** $a+b=c$. **D.** $ab=c^2$.

Câu 30. Cho hàm số $y=(2x+2)(x^2-1)$ có đồ thị (C), số giao điểm của đồ thị (C) với trục hoành là

A. 0. **B.** 1 **C.** 2. **D.** 3.

Câu 31. Tập nghiệm của bất phương trình $4^x+2021.2^x-2022<0$ là

A. $(0;+\infty)$ **B.** $(\log_2 2022;+\infty)$ **C.** $(-\infty;0)$ **D.** $(-\infty;\log_2 2022)$.

Câu 32. Trong không gian, cho tam giác ABC vuông tại A, $AB=a\sqrt{3}$, $BC=2a$. Khi quay tam giác ABC xung quanh cạnh góc vuông AB thì hình tam giác ABC tạo thành một khối nón tròn xoay có thể tích bằng

A. $\dfrac{pa^3\sqrt{3}}{3}$. **B.** $\dfrac{2pa^3}{3}$. **C.** $pa^3\sqrt{3}$. **D.** $2pa^3$.

Câu 33. Xét $\int\limits_0^1 x^3(x^2+1)^{2021}dx$, nếu đặt $u=x^2+1$ thì $\int\limits_0^1 x^3(x^2+1)^{2021}dx$ bằng

A. $\int_0^1 (u-1)u^{2021}\mathrm{d}u$. **B.** $\frac{1}{2}\int_1^2 (u-1)u^{2021}\mathrm{d}u$. **C.** $\int_1^2 (u-1)u^{2021}\mathrm{d}u$. **D.** $\frac{1}{2}\int_0^1 (u-1)u^{2021}\mathrm{d}u$.

Câu 34. Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=x^3-6x^2$ và $y=6-11x$ được tính bởi công thức nào dưới đây?

A. $S=\pi\int_1^3 \left|x^3-6x^2+11x-6\right|\mathrm{d}x$.

B. $S=\int_1^3 (x^3-6x^2+11x-6)\mathrm{d}x$.

C. $S=\int_1^3 \left|x^3-6x^2+11x-6\right|\mathrm{d}x$.

D. $S=\int_1^3 (11x-6-x^3+6x^2)\mathrm{d}x$.

Câu 35. Cho hai số phức $z_1=5i$ và $z_2=2021+i$. Phần thực của số phức z_1z_2 bằng

A. 5. **B.** -5. **C.** 10105. **D.** -10105.

Câu 36. Gọi z_0 là nghiệm phức có phần ảo dương của phương trình $z^2-6z+13=0$. Môđun của số phức z_0+i là

A. 6. **B.** 18. **C.** $3\sqrt{2}$. **D.** $2\sqrt{3}$.

Câu 37. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;-2;3)$ và đường thẳng $\Delta: \frac{x-2}{3}=\frac{3-y}{4}=\frac{z}{2}$. Mặt phẳng đi qua M và vuông góc với Δ có phương trình là

A. $3x+4y+2z+1=0$.

B. $3x-4y+2z+17=0$.

C. $3x+4y+2z-1=0$.

D. $3x-4y+2z-17=0$.

Câu 38. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;-2;0)$ và $N(-1;2;3)$. Đường thẳng MN có phương trình tham số là

A. $\begin{cases} x=-1+2t \\ y=2+4t \\ z=3-3t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=-1-2t \\ y=2+4t \\ z=3-3t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=1+2t \\ y=-2-4t \\ z=3t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=1-2t \\ y=-2+4t \\ z=3t \end{cases}$.

Câu 39. Một nhóm 16 học sinh gồm 10 nam trong đó có Bình và 6 nữ trong đó có An được xếp ngẫu nhiên vào 16 ghế trên một hàng ngang để dự lễ khai giảng năm họ**C.** Xác suất để xếp được giữa 2 bạn nữ gần nhau có đúng 2 bạn nam, đồng thời Bình không ngồi cạnh An là

A. $\frac{109}{30240}$. **B.** $\frac{1}{8080}$. **C.** $\frac{1}{10010}$. **D.** $\frac{5}{48048}$.

Câu 40. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a. Gọi H là trung điểm AB, G là trọng tâm ΔSBC. Biết $SH\perp(ABC)$ và $SH=a$. Khi đó khoảng cách giữa hai đường thẳng AG và SC là

A. $\frac{\sqrt{30}a}{3}$. **B.** $\frac{\sqrt{10}a}{20}$. **C.** $\frac{\sqrt{10}a}{3}$. **D.** $\frac{\sqrt{30}a}{20}$.

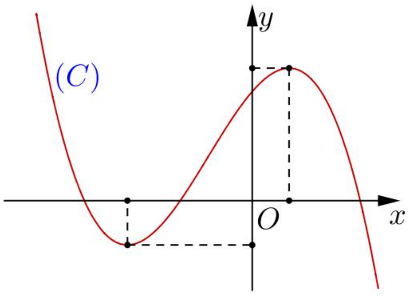
Câu 41. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $y=\frac{1}{3}x^3+(m+1)x^2-(m+1)x+1$ đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 42. Một nghiên cứu cho thấy một nhóm học sinh được cho xem cùng một danh sách các loài thực vật và được kiểm tra lại xem họ nhớ được bao nhiêu % mỗi tháng. Sau t tháng, khả năng nhớ trung bình của nhóm học sinh được cho bởi công thức $P(t) = 75 - 20\ln(t+1), t \geq 0$ (đơn vị %). Hỏi sau bao lâu nhóm học sinh đó chỉ còn nhớ được dưới 10% của danh sách ?

A. 24,79 tháng. **B.** 23,79 tháng. **C.** 22,97 tháng. **D.** 25,97 tháng.

Câu 43. Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$, (với a,b,c,d là các số thực) có đồ thị (C) như hình vẽ dưới đây:



Chọn khẳng định đúng?

A. $ab > 0,\ bc < 0,\ cd < 0$. **B.** $ab < 0,\ bc < 0,\ cd > 0$.

C. $ab > 0,\ bc < 0,\ cd > 0$. **D.** $ab > 0,\ bc > 0,\ cd > 0$.

Câu 44. Cho hình nón (N) có bán kính đáy bằng 10. Mặt phẳng (P) vuông góc với trục của hình nón cắt hình nón theo một thiết diện là hình tròn có bán kính bằng 6, khoảng cách giữa mặt phẳng (P) với mặt phẳng chứa đáy của hình nón (N) là 5. Diện tích xung quanh của hình nón (N) bằng?

A. $50\sqrt{41}\pi$. **B.** $5\sqrt{41}\pi$. **C.** $25\sqrt{41}\pi$. **D.** $\sqrt{41}\pi$.

Câu 45. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $\int_0^3 x \cdot f'(x) \cdot e^{f(x)} \mathrm{d}x = 8$ và $f(3) = \ln 3$. Tính $\mathrm{I} = \int_0^3 \mathrm{e}^{f(x)} \mathrm{d}x$.

A. $\mathrm{I} = 1$. **B.** $\mathrm{I} = 11$. **C.** $\mathrm{I} = 8 - \ln 3$. **D.** $\mathrm{I} = 8 + \ln 3$.

Câu 46. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		1		3		$+\infty$
$f'(x)$		-	0	+	0	-	0	+	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-2	$\nearrow$	2	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Số nghiệm trong đoạn $\left[0; \dfrac{\pi}{2}\right]$ của phương trình $f(2\sin 2x + 1) = 1$ bằng

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.**4.

Câu 47. Cho $x,y,z>0$; $a,b,c>1$ và $a^x=b^y=c^z=\sqrt{abc}$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $P=\frac{16}{x}+\frac{16}{y}-z^2$ thuộc khoảng nào dưới đây?

A. $(10;\,15)$. **B.** $\left[\frac{-11}{2};\frac{13}{2}\right)$. **C.** $[-10;10)$. **D.** $[15;\,20]$.

Câu 48. Cho hàm số $f(x)=x^4-2x^2+m$ (m là tham số thực). Gọi S là tập hợp các giá trị của m sao cho $\max\limits_{[0;2]}|f(x)|+\min\limits_{[0;2]}|f(x)|=7$. Tổng các phần tử của S là

A. 7. **B.** -14. **C.** -7. **D.** `14.

Câu 49. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có diện tích đáy bằng 9, chiều cao bằng 3. Gọi Q,M,N,P,I là những điểm thỏa mãn $\overrightarrow{AQ}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AB'},\overrightarrow{DM}=\frac{1}{3}\overrightarrow{DA'},\overrightarrow{CN}=\frac{1}{3}\overrightarrow{CD'},\overrightarrow{BP}=\frac{1}{3}\overrightarrow{BC'},\overrightarrow{B'I}=\frac{1}{3}\overrightarrow{B'D'}$. Thể tích của khối đa diện lồi có các đỉnh là các điểm Q,M,N,P,I bằng

A. $\frac{27}{10}$. **B.** $\frac{10}{27}$. **C.** $\frac{4}{3}$. **D.** $\frac{10}{3}$.

Câu 50. Cho phương trình $\log_3\left(4x^2-4x+3\right)+2020^{4x^2-4x-2|y|+1}.\log_{\frac{1}{3}}\left(2|y|+2\right)=0$. Hỏi có bao nhiêu cặp số nguyên $(x;y)$ thỏa mãn phương trình trên, biết rằng $y\in(-5;5)$?

A. 1. **B.** 5. **C.** 8. **D.** 0.

-----------------HẾT----------------

---------------------Hết-------------------

BẢNG ĐÁP ÁN

1.B	2.B	3.B	4.C	5.C	6.D	7.B	8.A	9.C	10.C
11.A	12.B	13.C	14.C	15.A	16.D	17.A	18.B	19.B	20.A
21.B	22.D	23.A	24.B	25.A	26.B	27.C	28.A	29.D	30.C
31.C	32.A	33.B	34.C	35.B	36.C	37.D	38.D	39.D	40.D
41.A	42.A	43.C	44.C	45.A	46.B	47.D	48.C	49.D	50.D

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. Cho tập hợp A có 20 phần tử. Số tập hợp con có 3 phần tử được thành lập từ A là

A. A_{20}^3. **B.** C_{20}^3. **C.** 3^{20}. **D.** 60.

Lời giải

Chọn B

Số tập hợp con có 3 phần tử được thành lập từ A là C_{20}^3.

Câu 2. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1=2$ và $u_4=16$. Công bội của cấp số nhân đã cho bằng

A. 4. **B.** 2. **C.** -2. **D.** -4.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $u_4 = u_1.q^3 \Rightarrow 16 = 2.q^3 \Leftrightarrow q = 2$.

Câu 3. Số nghiệm của phương trình $3^x = \left(\frac{1}{3}\right)^x$ là

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $3^x = \left(\frac{1}{3}\right)^x \Leftrightarrow 3^x = 3^{-x} \Leftrightarrow x = -x \Leftrightarrow x = 0$.

Câu 4. Thể tích của khối lập phương có cạnh bằng a là

A. $3a$. **B.** a^2. **C.** a^3. **D.** $3a^2$.

Lời giải

Chọn C

Thể tích khối lập phương là: $V_{lp} = a^3$.

Câu 5. Tập xác định của hàm số $y = \log_5(x-1)$ là

A. $(0;+\infty)$. **B.** $[0;+\infty)$. **C.** $(1;+\infty)$. **D.** $[1;+\infty)$.

Lời giải

Chọn C

+ ĐKXĐ: $x - 1 > 0 \Leftrightarrow x > 1$

Câu 6. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $\left(\int f(x)\mathrm{d}x\right)' = f'(x)$. **B.** $\left(\int f(x)\mathrm{d}x\right)' = -f'(x)$.

C. $\left(\int f(x)\mathrm{d}x\right)' = -f(x)$. **D.** $\left(\int f(x)\mathrm{d}x\right)' = f(x)$.

Lời giải

Chọn D

Câu 7. Một khối lập phương có thể tích bằng $2\sqrt{2}a^3$. Độ dài cạnh khối lập phương bằng

A. $2\sqrt{2}a$. **B.** $\sqrt{2}a$. **C.** $2a$. **D.** a.

Lời giải

Chọn B

Gọi x là độ dài cạnh của khối lập phương $(x > 0)$ $\Rightarrow V = x^3 = 2\sqrt{2}a^3 \Rightarrow x = \sqrt{2}a$

Câu 8. Tính thể tích V của khối trụ có bán kính đáy và chiều cao đều bằng 2.

A. $V=8\pi$. **B.** $V=\dfrac{8\pi}{3}$ **C.** $V=16\pi$. **D.** $V=12\pi$.

Lời giải

Chọn A

Thể tích của khối trụ $V=\pi r^2h=\pi.(2)^2.2=8\pi$.

Câu 9. Cho khối cầu có thể tích $V=288\pi$. Bán kính của khối cầu bằng

A. $2\sqrt[3]{9}$. **B.** 3. **C.** 6. **D.** $6\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn C

Gọi R là bán kính của khối cầu. Ta có $V=\dfrac{4}{3}\pi R^3 \Leftrightarrow \dfrac{4}{3}\pi R^3=288\pi \Leftrightarrow R^3=216 \Rightarrow R=6$.

Câu 10. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	3	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty;1)$. **B.** $(-1;3)$. **C.** $(1;+\infty)$. **D.** $(-1;+\infty)$.

Lời giải

Chọn C

Theo bảng biến thiên, hàm số đồng biến trên $(1;+\infty)$.

Câu 11. Với x là số thực dương tùy ý, $\log_3(x^3)$ bằng

A. $3\log_3 x$. **B.** $\dfrac{1}{3}\log_3 x$. **C.** $3+\log_3 x$. **D.** x.

Lời giải

Chọn A

Với x là số dương theo công thức ta có $\log_3 x^3=3\log_3 x$

Câu 12. Diện tích xung quanh của hình nón có độ dài đường sinh l và bán kính đáy r là

A. $\dfrac{1}{3}\pi rl$. **B.** πrl. **C.** $2\pi rl$. **D.** $4\pi rl$.

Lời giải

Chọn B

Áp dụng công thức ta có $S_{xq}=\pi rl$.

Câu 13. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên $(-\infty;0)$ và $(0;+\infty)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0			1		$+\infty$
y'		$-$	$\|\|$		$-$	0	$+$	
y	2	$\searrow$	-1 $\|\|$ $+\infty$		$\searrow$	2	$\nearrow$	$+\infty$

Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=1$

B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(2;+\infty)$.

C. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=0$

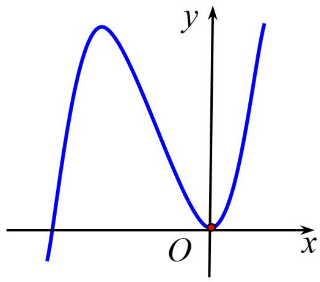
D. Hàm số có giá trị cực tiểu bằng 2.

Lời giải

Chọn C

Dựa vào bảng biến thiên, hàm số đạt cực tiểu tại $x=0$ là phương án sai vì qua $x=0$ thì y' không đổi dấu từ âm sang dương.

Câu 14. Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ $(a\neq 0)$ có đồ thị như hình bên. Mệnh đề nào sau đây là **đúng**?



A. $a>0;\ b>0;\ c>0;\ d=0$.

B. $a>0;\ b<0;\ c=0;\ d=0$.

C. $a>0;\ b>0;\ c=0;\ d=0$.

D. $a>0;\ b>0;\ c<0;\ d=0$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty} y=+\infty \Rightarrow$ Hệ số $a>0$.

Đồ thị hàm số đi qua gốc tọa độ $O(0;0)\Rightarrow$ Hệ số $d=0$.

Gọi $x_1;x_2$ lần lượt là hoành độ các điểm cực trị.

$\Rightarrow x_1;x_2$ là nghiệm của $y'=3ax^2+2bx+c$.

Dựa vào đồ thị $x_1<0;x_2=0 \Rightarrow x_1.x_2=0 \Leftrightarrow \dfrac{c}{3a}=0 \Rightarrow c=0$.

Mặt khác $x_1+x_2<0 \Leftrightarrow -\dfrac{2b}{3a}<0 \Rightarrow b>0$ (Vì $a>0$).

Câu 15. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2-x}{x+1}$ là

A. $y=-1$. **B.** $y=2$. **C.** $x=-1$. **D.** $x=2$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2-x}{x+1}=-1$ và $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{2-x}{x+1}=-1$

Suy ra $y=-1$ là tiệm cận ngang của đồ thị.

Câu 16. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2 x\le 3$ là

A. $(0;8)$. **B.** $[0;8)$. **C.** $[0;8]$. **D.** $(0;8]$.

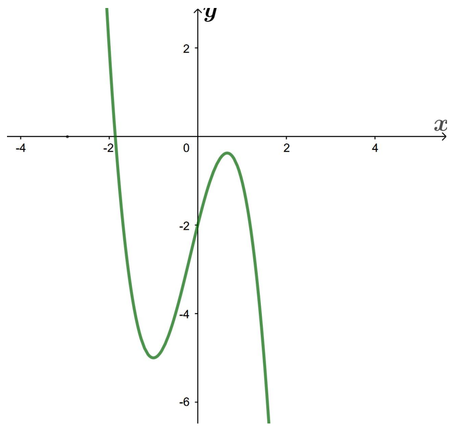
Lời giải

Chọn D

Ta có: $\log_2 x\le 3 \Leftrightarrow 0<x\le 8$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $T=(0;8]$.

Câu 17. Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị trong hình dưới. Số nghiệm của phương trình $f(x)+2=0$ là



A. 3. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 2.

Lời giải

Chọn A

Xét phương trình $f(x)+2=0 \Leftrightarrow f(x)=-2$.

Số nghiệm của phương trình $f(x)+2=0$ bằng số giao điểm của đường thẳng $y=-2$ với đồ thị hàm số $y=f(x)$. Dựa vào đồ thị ta thấy đường thẳng $y=-2$ cắt đồ thị hàm số $y=f(x)$ tại 3 điểm phân biệt, suy ra phương trình $f(x)+2=0$ có 3 nghiệm.

Câu 18. Nếu $\int\limits_0^1 f(x)\mathrm{d}x=2$ và $\int\limits_0^3 f(x)\mathrm{d}x=-4$ thì $\int\limits_1^3 f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. 6. **B.** -6. **C.** 2. **D.** -2.

Lời giải

Chọn B

Áp dụng tính chất của tích phân ta có: $\int_0^1 f(x)\,dx+\int_1^3 f(x)\,dx=\int_0^3 f(x)\,dx$.

Suy ra: $\int_1^3 f(x)\,dx=\int_0^3 f(x)\,dx-\int_0^1 f(x)\,dx=-4-2=-6$.

Câu 19. Số phức liên hợp của số phức $z=3-12i$ là

A. $\bar{z}=-3-12i$. **B.** $\bar{z}=3+12i$. **C.** $\bar{z}=-3+12i$. **D.** $z=3-12i$.

Lời giải

Chọn B

Số phức liên hợp của số phức $z=3-12i$ là $\bar{z}=3+12i$

Câu 20. Cho hai số phức $z_1=2-3i$ và $z_2=1+5i$. Phần ảo của số phức $z_1.z_2$ bằng

A. 7. **B.** 17. **C.** -15. **D.** 2.

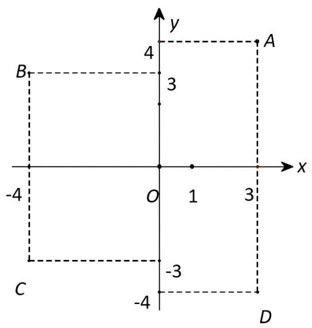
Lời giải

Chọn A

Ta có $z_1.z_2=17+7i$.

Phần ảo của số phức $z_1.z_2$ bằng 7.

Câu 21. Trên mặt phẳng tọa độ (hình vẽ dưới), số phức $z=-4+3i$ được biểu diễn bởi điểm nào trong các điểm A, B, C, D?



A. Điểm A. **B.** Điểm B. **C.** Điểm C. **D.** Điểm D.

Lời giải

Chọn B

Câu 22. Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(1;-2;3)$ trên trục Ox có toạ độ là

A. $(1;-2;0)$. **B.** $(1;0;3)$. **C.** $(0;-2;3)$. **D.** $(1;0;0)$.

Lời giải

ghia

Chọn D

Câu 23. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S): $x^2+y^2+z^2-4x+2y-2z-3=0$. Tâm của (S) có tọa độ là

A. $(2;-1;1)$. **B.** $(2;-1;-1)$. **C.** $(-2;-1;1)$. **D.** $(-2;-1;-1)$.

Lời giải

Chọn A

Mặt cầu (S): $x^2+y^2+z^2-4x+2y-2z-3=0 \Leftrightarrow (x-2)^2+(y+1)^2+(z-1)^2=9$

Tâm của (S) là $(2;-1;1)$.

Câu 24. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(Q): 3x-2y+z-3=0$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của (Q)

A. $\vec{n_1}(3;-2;-3)$. **B.** $\vec{n_2}(3;-2;1)$ **C.** $\vec{n_3}(3;-2;0)$. **D.** $\vec{n_4}(3;0;-2)$

Lời giải

Chọn B

Vectơ pháp tuyến của là $\vec{n_2}(3;-2;1)$.

Câu 25. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y-3}{-2}=\dfrac{z-1}{-1}$. Điểm nào dưới đây thuộc d ?

A. $M(3;-1;-1)$. **B.** $N(1;3;1)$. **C.** $P(-1;3;-1)$. **D.** $Q(2;-2;-1)$.

Lời giải

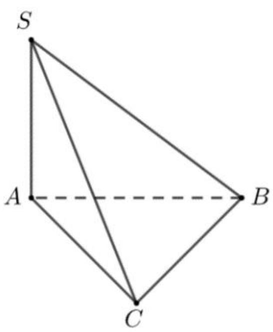
Chọn A

Thay tọa độ điểm $M(3;-1;1)$ vào phương trình đường thẳng d ta có:

$$\frac{3+1}{2}=\frac{-1-3}{-2}=\frac{-1-1}{-1}=2$$

Vậy điểm $M \in d$.

Câu 26. Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC), $SA=2a$, tam giác ABC vuông cân tại C và $AC=a\sqrt{2}$ (minh họa như hình bên).



Góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng (ABC) bằng

A. 30°. **B.** 45°. **C.** 60°. **D.** 120°.

Lời giải

Chọn B

Hình chiếu vuông góc của SB trên mặt (ABC) là AB nên góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng (ABC) bằng góc $\widehat{SBA}$.

Vì tam giác ABC vuông cân tại C và $AC = a\sqrt{2}$ nên $AB = AC.\sqrt{2} = 2a \Rightarrow SA = AB$.

Vì tam giác SAB vuông cân tại A nên $\widehat{SBA} = 45^\circ$.

Câu 27. Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-2		1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 3. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Chọn C

Từ bảng xét dấu của $f'(x)$ ta thấy $f'(x)$ đổi dấu qua $x = -2$ và $x = 3$ suy ra hàm số $f(x)$ có hai điểm cực trị.

Câu 28. Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^3 - 3x + 4$ trên đoạn $[0;2]$.

A. $\min\limits_{[0;2]} y = 2$. **B.** $\min\limits_{[0;2]} y = 0$. **C.** $\min\limits_{[0;2]} y = 1$. **D.** $\min\limits_{[0;2]} y = 4$.

Lời giải

Chọn A

Tập xác định: $\mathbb{R}$.

Hàm số liên tục trên đoạn $[0;2]$.

$$y' = 3x^2 - 3;\ y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \in [0;2] \\ x = -1 \notin [0;2]\ \ (l) \end{array}\right..$$

Ta có $f(0) = 4$, $f(2) = 6$, $f(1) = 2$.

Do đó $\min\limits_{[0;2]} y = 2$ đạt được khi $x = 1$.

Câu 29. Cho các số dương a, b, c thỏa mãn $\ln\frac{a}{c} + \ln\frac{b}{c} = 0$. Khẳng định nào sau đây **đúng**?

A. $abc = 1$. **B.** $ab = c$. **C.** $a + b = c$. **D.** $ab = c^2$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\ln\frac{a}{c} + \ln\frac{b}{c} = 0 \Leftrightarrow \ln a + \ln b - 2\ln c = 0$.

$\Leftrightarrow \ln a + \ln b = 2\ln c$

$\Leftrightarrow \ln ab = \ln c^2 \Leftrightarrow ab = c^2$.

Câu 30. Cho hàm số $y=(2x+2)(x^2-1)$ có đồ thị (C), số giao điểm của đồ thị (C) với trục hoành là

A. 0. **B.** 1 **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C

Xét phương trình hoành độ giao điểm của (C) với trục hoành:

$$(2x+2)(x^2-1)=0\ (*) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2x+2=0 \\ x^2-1=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=-1 \end{array}\right.$$

Phương trình (*) có 2 nghiệm phân biệt, do vậy số giao điểm của đồ thị (C) với trục hoành chính là số nghiệm của phương trình (*), là 2.

Câu 31. Tập nghiệm của bất phương trình $4^x + 2021.2^x - 2022 < 0$ là

A. $(0;+\infty)$ **B.** $(\log_2 2022;+\infty)$ **C.** $(-\infty;0)$ **D.** $(-\infty;\log_2 2022)$.

Lời giải

Chọn C

Đặt $2^x = t$, điều kiện $t > 0$.

Từ bpt $4^x + 2021.2^x - 2022 < 0$ ta có: $\begin{cases} t^2 + 2021t - 2022 < 0 \\ t > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2022 < t < 1 \\ t > 0 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < t < 1$.

Với $0 < t < 1$ ta có $2^x < 1 \Leftrightarrow x < 0$.

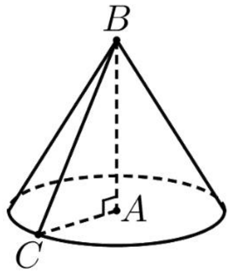
Vậy tập nghiệm của bất phương trình đã cho là $(-\infty;0)$.

Câu 32. Trong không gian, cho tam giác ABC vuông tại A, $AB = a\sqrt{3}$, $BC = 2a$. Khi quay tam giác ABC xung quanh cạnh góc vuông AB thì hình tam giác ABC tạo thành một khối nón tròn xoay có thể tích bằng

A. $\dfrac{pa^3\sqrt{3}}{3}$. **B.** $\dfrac{2pa^3}{3}$. **C.** $pa^3\sqrt{3}$. **D.** $2pa^3$.

Lời giải

Chọn A



Hình nón nhận được có đỉnh là B, tâm đường tròn đáy là A,

chiều cao hình nón là $h = AB = a\sqrt{3}$, độ dài đường sinh là $l = BC = 2a$.

Suy ra bán kính đáy là $r = AC = \sqrt{BC^2 - AB^2} = a.$

Vậy thể tích: $V = \dfrac{1}{3}p.r^2.h = \dfrac{1}{3}p.AC^2.AB = \dfrac{pa^3\sqrt{3}}{3}.$

Câu 33. Xét $\int\limits_0^1 x^3\left(x^2+1\right)^{2021}\mathrm{d}x$, nếu đặt $u = x^2+1$ thì $\int\limits_0^1 x^3\left(x^2+1\right)^{2021}\mathrm{d}x$ bằng

A. $\int\limits_0^1 (u-1)u^{2021}\mathrm{d}u$. **B.** $\dfrac{1}{2}\int\limits_1^2 (u-1)u^{2021}\mathrm{d}u$. **C.** $\int\limits_1^2 (u-1)u^{2021}\mathrm{d}u$. **D.** $\dfrac{1}{2}\int\limits_0^1 (u-1)u^{2021}\mathrm{d}u$.

Lời giải

Chọn B

Xét $I = \int\limits_0^1 x^3\left(x^2+1\right)^{2021}\mathrm{d}x$. Đặt $x^2+1 = u \Rightarrow x^2 = u-1$. Ta có $2x\mathrm{d}x = \mathrm{d}u \Rightarrow x\mathrm{d}x = \dfrac{\mathrm{d}u}{2}$.

Đổi cận:

$\begin{matrix} x=0 \Rightarrow u=1 \\ x=1 \Rightarrow u=2 \end{matrix}.$

Vậy $I = \dfrac{1}{2}\int\limits_1^2 (u-1)u^{2021}\mathrm{d}u$.

Câu 34. Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^3-6x^2$ và $y = 6-11x$ được tính bởi công thức nào dưới đây?

A. $S = \pi\int\limits_1^3 \left|x^3-6x^2+11x-6\right|\mathrm{d}x$. **B.** $S = \int\limits_1^3 (x^3-6x^2+11x-6)\mathrm{d}x$.

C. $S = \int\limits_1^3 \left|x^3-6x^2+11x-6\right|\mathrm{d}x$. **D.** $S = \int\limits_1^3 (11x-6-x^3+6x^2)\mathrm{d}x$.

Lời giải

Chọn C

Đặt $h(x) = x^3-6x^2-(6-11x) = x^3-6x^2+11x-6$.

$h(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=2 \\ x=3 \end{array}\right.$.

Vậy diện tích S được tính theo công thức $S = \int\limits_1^3 \left|x^3-6x^2+11x-6\right|\mathrm{d}x$.

Câu 35. Cho hai số phức $z_1 = 5i$ và $z_2 = 2021+i$. Phần thực của số phức z_1z_2 bằng

A. 5. **B.** -5. **C.** 10105. **D.** -10105.

Lời giải

Chọn B

Ta có $z_1z_2 = 5i.(2021+i) = -5+10105i$. Vậy phần thực của số phức z_1z_2 bằng -5.

Câu 36. Gọi z_0 là nghiệm phức có phần ảo dương của phương trình $z^2-6z+13=0$. Môđun của số phức z_0+i là

A. 6. **B.** 18. **C.** $3\sqrt{2}$. **D.** $2\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $z^2-6z+13=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z=3+2i \\ z=3-2i \end{array}\right.$. Do z_0 có phần ảo dương nên chọn $z_0=3+2i$.

Do đó $z_0+i=3+3i \Rightarrow |z_0+i| = \sqrt{3^2+3^2} = 3\sqrt{2}$.

Câu 37. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;-2;3)$ và đường thẳng $\Delta: \dfrac{x-2}{3} = \dfrac{3-y}{4} = \dfrac{z}{2}$. Mặt phẳng đi qua M và vuông góc với Δ có phương trình là

A. $3x+4y+2z+1=0$. **B.** $3x-4y+2z+17=0$.

C. $3x+4y+2z-1=0$. **D.** $3x-4y+2z-17=0$.

Lời giải

Chọn D

Đường thẳng Δ có vecto chỉ phương $\vec{u}=(3;-4;2)$.

Mặt phẳng $(\alpha)\perp\Delta$ nên (α) có vecto pháp tuyến là $\vec{u}=(3;-4;2)$ và (α) qua điểm $M(1;-2;3)$.

Nên phương trình $(\alpha): 3(x-1)-4(y+2)+2(z-3)=0 \Leftrightarrow 3x-4y+2z-17=0$.

Câu 38. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;-2;0)$ và $N(-1;2;3)$. Đường thẳng MN có phương trình tham số là

A. $\begin{cases} x=-1+2t \\ y=2+4t \\ z=3-3t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=-1-2t \\ y=2+4t \\ z=3-3t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=1+2t \\ y=-2-4t \\ z=3t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=1-2t \\ y=-2+4t \\ z=3t \end{cases}$.

Lời giải

Chọn D

Đường thẳng MN có vecto chỉ phương $\overrightarrow{MN}=(-2;4;3)$ và qua $M(1;-2;0)$.

Nên phương trình $\begin{cases} x=1-2t \\ y=-2+4t \\ z=3t \end{cases}$.

Câu 39. Một nhóm 16 học sinh gồm 10 nam trong đó có Bình và 6 nữ trong đó có An được xếp ngẫu nhiên vào 16 ghế trên một hàng ngang để dự lễ khai giảng năm học. Xác suất để xếp được giữa 2 bạn nữ gần nhau có đúng 2 bạn nam, đồng thời Bình không ngồi cạnh An là

A. $\dfrac{109}{30240}$.　　**B.** $\dfrac{1}{8080}$.　　**C.** $\dfrac{1}{10010}$.　　**D.** $\dfrac{5}{48048}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $n(\Omega)=16!$. Giả sử các ghế được đánh số từ 1 đến 16.

Để có cách xếp sao cho giữa 2 bạn nữ có đúng 2 bạn nam thì các bạn nữ phải ngồi ở các ghế đánh số 1, 4, 7, 10, 13, 16. Có tất cả số cách xếp chỗ ngồi loại này là $10!.6!$ cách.

Ta tính số cách sắp xếp chỗ ngồi sao cho giữa hai bạn nữ gần nhau có đúng hai bạn nam đồng thời Bình và An ngồi cạnh nhau .

Nếu An ngồi ở ghế 1 hoặc 16 thì có 1 cách xếp chỗ ngồi cho Bình. Nếu An ngồi ở ghế $4, 7, 10$ hoặc 13 thì có 2 cách xếp chỗ ngồi cho Bình.

Do đó, số cách xếp chỗ ngồi cho Bình và An ngồi cạnh nhau là $2+2.4=10$.

Suy ra, số cách xếp chỗ ngồi cho 16 người sao cho giữa hai bạn nữ gần nhau có đúng hai bạn nam đồng thời Bình và An ngồi cạnh nhau là $10.5!.9!$

Gọi A là biến cố : " Giữa 2 bạn nữ gần nhau có đúng 2 bạn nam, đồng thời Bình không ngồi cạnh An".

Ta có $n(A)=10!.6!-10.5!.9!=600.10! \Rightarrow P(A)=\dfrac{n(A)}{n(\Omega)}=\dfrac{600.10!}{16!}=\dfrac{5}{48048}$.

Vậy xác suất cần tìm là $\dfrac{5}{48048}$.

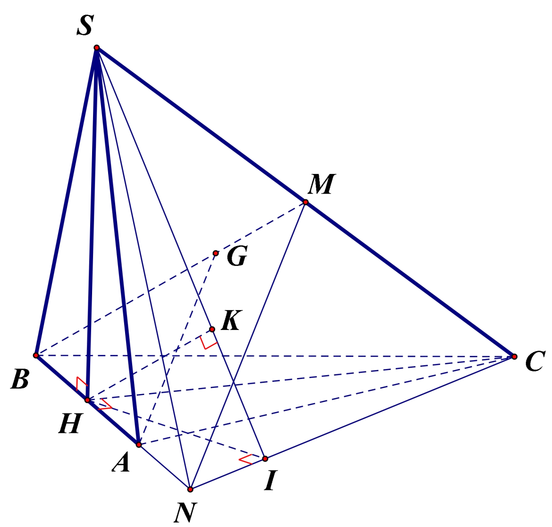
Câu 40. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a. Gọi H là trung điểm AB, G là trọng tâm ΔSBC. Biết $SH \perp (ABC)$ và $SH=a$. Khi đó khoảng cách giữa hai đường thẳng AG và SC là

A. $\dfrac{\sqrt{30}a}{3}$.　　**B.** $\dfrac{\sqrt{10}a}{20}$.　　**C.** $\dfrac{\sqrt{10}a}{3}$.　　**D.** $\dfrac{\sqrt{30}a}{20}$.

Lời giải

Chọn D

Cách 1



Gọi M là trung điểm SC.

Vẽ $MN \parallel AG$ $(N \in AB)$

Gọi I, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của H lên CN, SI.

Ta có

$$\left.\begin{array}{r}\left.\begin{array}{r}\left.\begin{array}{r}\left.\begin{array}{l}SH \perp (ABC)\\ CN \subset (ABC)\end{array}\right\} \Rightarrow SH \perp CN\\ HI \perp CN\end{array}\right\} \Rightarrow CN \perp (SHI)\\ HK \subset (SHI)\end{array}\right\} \Rightarrow CN \perp HK\\ SI \perp HK\end{array}\right\} \Rightarrow HK \perp (SCN) \text{ tại } K$$

$\Rightarrow d\big(H,(SCN)\big) = HK$.

Ta có ΔABC đều cạnh $a \Rightarrow CH = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$

Trong ΔBMN: $MN \parallel AG \Rightarrow \dfrac{BA}{BN} = \dfrac{BG}{BM} = \dfrac{2}{3} \Rightarrow BH = HA = AN \Rightarrow HN = AB = a$

Trong ΔCHN vuông tại H: HI là đường cao nên $\dfrac{1}{HI^2} = \dfrac{1}{HN^2} + \dfrac{1}{HC^2} = \dfrac{7}{3a^2}$.

Trong ΔSHI vuông tại H: HK là đường cao nên

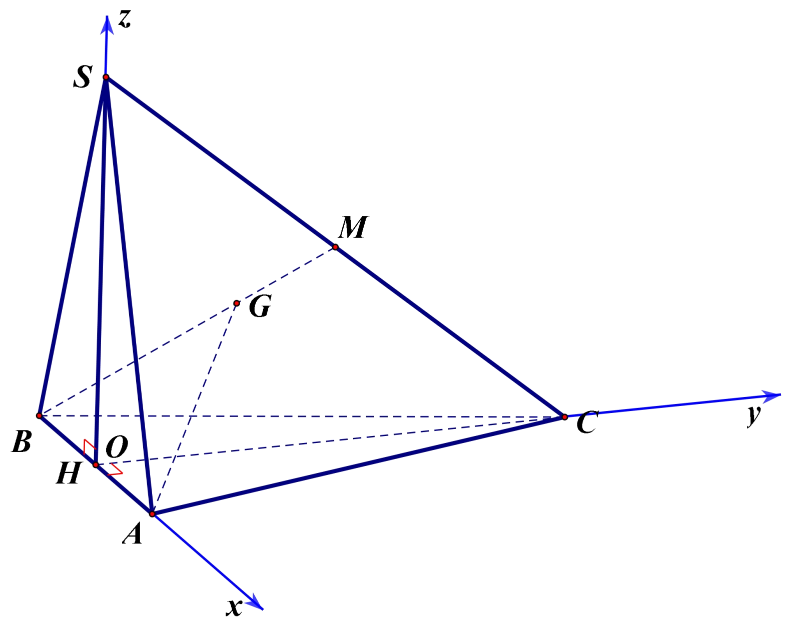
$\dfrac{1}{HK^2} = \dfrac{1}{SH^2} + \dfrac{1}{HI^2} = \dfrac{10}{3a^2} \Rightarrow HK = \dfrac{\sqrt{30}a}{10}$.

Mà $MN \parallel AG \Rightarrow AG \parallel (SCN)$

$\Rightarrow d(AG,SC) = d\big(AG,(SCN)\big) = d\big(A,(SCN)\big) = \dfrac{1}{2}d\big(H,(SCN)\big) = \dfrac{1}{2}HK = \dfrac{\sqrt{30}a}{20}$.

Cách 2

Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ với $O \equiv H$.



Ta có tọa độ các điểm $A\left(\frac{a}{2};0;0\right)$, $B\left(-\frac{a}{2};0;0\right)$, $C\left(0;\frac{\sqrt{3}a}{2};0\right)$, $S(0;0;a)$.

Vì G là trọng tâm $\Delta SBC \Rightarrow G\left(-\frac{a}{6};\frac{\sqrt{3}a}{6};\frac{a}{3}\right)$.

$\overrightarrow{AG}=\left(-\frac{2a}{3};\frac{\sqrt{3}a}{6};\frac{a}{3}\right)$; $\overrightarrow{SC}=\left(0;\frac{\sqrt{3}a}{2};-a\right)$; $\overrightarrow{AS}=\left(-\frac{a}{2};0;a\right)$

$$d(AG,SC)=\frac{\left|\left[\overrightarrow{AG},\overrightarrow{SC}\right].\overrightarrow{AS}\right|}{\left|\left[\overrightarrow{AG},\overrightarrow{SC}\right]\right|}=\frac{\sqrt{30}a}{20}.$$

Câu 41. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $y=\frac{1}{3}x^3+(m+1)x^2-(m+1)x+1$ đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn A

Tập xác định $D=\mathbb{R}$.

$y'=x^2+2(m+1)x-(m+1)$.

Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow y'\geq 0 \,\forall x\in\mathbb{R}$.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a>0 \\ \Delta'\leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=1>0 \\ \Delta'=m^2+3m+2\leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow -2\leq m\leq -1.$$

m là số nguyên dương $\Rightarrow m\in\varnothing$.

Vậy không có giá trị nguyên dương của m thỏa mãn yêu cầu.

Câu 42. Một nghiên cứu cho thấy một nhóm học sinh được cho xem cùng một danh sách các loài thực vật và được kiểm tra lại xem họ nhớ được bao nhiêu % mỗi tháng. Sau t tháng, khả năng nhớ trung bình của nhóm học sinh được cho bởi công thức $P(t)=75-20\ln(t+1), t\geq 0$ (đơn vị %). Hỏi sau bao lâu nhóm học sinh đó chỉ còn nhớ được dưới 10% của danh sách ?

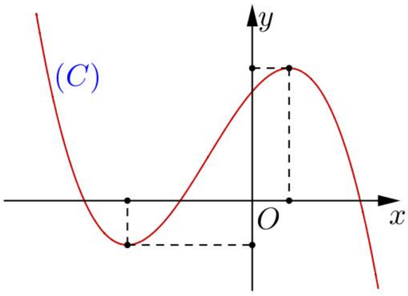
A. 24,79 tháng. **B.** 23,79 tháng. **C.** 22,97 tháng. **D.** 25,97 tháng.

Lời giải

Chọn A

Theo công thức tỷ lệ % thì cần tìm t thỏa mãn: $75-20\ln(t+1)\leq 10 \Leftrightarrow \ln(t+1)\geq 3.25 \Leftrightarrow t\geq 24.79$.

Câu 43. Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$, (với a,b,c,d là các số thực) có đồ thị (C) như hình vẽ dưới đây:



Chọn khẳng định đúng?

A. $ab > 0,\ bc < 0,\ cd < 0$. **B.** $ab < 0,\ bc < 0,\ cd > 0$.

C. $ab > 0,\ bc < 0,\ cd > 0$. **D.** $ab > 0,\ bc > 0,\ cd > 0$.

Lời giải

Chọn C

Hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đạo hàm $y' = 3ax^2 + 2bx + c$.

Hàm số có 2 điểm cực trị x_1, x_2 thỏa $\begin{cases} x_1 + x_2 = -\dfrac{2b}{3a} < 0 \\ x_1 . x_2 = \dfrac{c}{3a} < 0 \end{cases}$ (1).

Vì $\lim\limits_{x \to +\infty}\left(ax^3 + bx^2 + cx + d\right) = -\infty$ nên $a < 0$ (2).

Từ (1) và (2) suy ra $b < 0$ và $c > 0$.

Lại có đồ thị (C) cắt trục tung tại điểm có tọa độ $(0;d)$ nên $d > 0$.

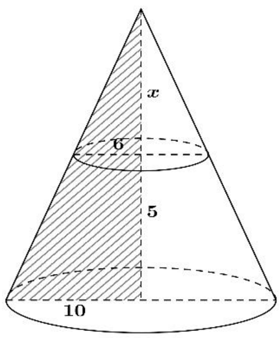
Vậy $ab > 0,\ bc < 0,\ cd > 0$. Chọn đáp án C.

Câu 44. Cho hình nón (N) có bán kính đáy bằng 10. Mặt phẳng (P) vuông góc với trục của hình nón cắt hình nón theo một thiết diện là hình tròn có bán kính bằng 6, khoảng cách giữa mặt phẳng (P) với mặt phẳng chứa đáy của hình nón (N) là 5. Diện tích xung quanh của hình nón (N) bằng?

A. $50\sqrt{41}\pi$. **B.** $5\sqrt{41}\pi$. **C.** $25\sqrt{41}\pi$. **D.** $\sqrt{41}\pi$.

Lời giải

Chọn C



Gọi x là khoảng cách từ đỉnh nón đến mặt phẳng (P).

Từ giả thiết suy ra $\frac{6}{10}=\frac{x}{x+5}\Leftrightarrow x=7,5$

Suy ra chiều cao của hình nón là $h=12,5\Rightarrow l=\sqrt{h^2+r^2}=\sqrt{12,5^2+10^2}=\frac{5\sqrt{41}}{2}$

Vậy diện tích xung quanh hình nón là $S_{xq}=\pi rl=\pi.10.\frac{5\sqrt{41}}{2}=25\sqrt{41}\pi$.

Câu 45. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $\int_0^3 x\cdot f'(x)\cdot e^{f(x)}\mathrm{d}x=8$ và $f(3)=\ln 3$. Tính $\mathrm{I}=\int_0^3 \mathrm{e}^{f(x)}\mathrm{d}x$.

A. $\mathrm{I}=1$. **B.** $\mathrm{I}=11$. **C.** $\mathrm{I}=8-\ln 3$. **D.** $\mathrm{I}=8+\ln 3$.

Lời giải

Chọn A

Đặt $\begin{cases}u=x\\ \mathrm{d}v=f'(x)\mathrm{e}^{f(x)}\mathrm{d}x\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\mathrm{d}u=\mathrm{d}x\\ v=\mathrm{e}^{f(x)}\end{cases}$ khi đó $\int_0^3 x\cdot f'(x)e^{f(x)}\mathrm{d}x=x\cdot e^{f(x)}\Big|_0^3-\int_0^3 e^{f(x)}\mathrm{d}x$

$\Rightarrow 8=3\cdot\mathrm{e}^{f(3)}-\int_0^3\mathrm{e}^{f(x)}\mathrm{d}x\Rightarrow\int_0^3\mathrm{e}^{f(x)}\mathrm{d}x=9-8=1$

Câu 46. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		1		3		$+\infty$
$f'(x)$		-	0	+	0	-	0	+	
$f(x)$	$+\infty$	↘	-2	↗	2	↘	-2	↗	$+\infty$

Số nghiệm trong đoạn $\left[0;\frac{\pi}{2}\right]$ của phương trình $f(2\sin 2x+1)=1$ bằng

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.**4.

Lời giải

Chọn B

Đặt $t=2\sin 2x+1$ $\quad t\in[1;3]$.

Khi đó phương trình trở thành $f(t)=1\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=t_1\in(0;1)\ (kt/m)\\ t=t_2\in(1;3)\\ t=t_3\in(-\infty;0)\ \ (kt/m)\\ t=t_4\in(3:+\infty)\ \ (kt/m)\end{array}\right.$

Xét hàm số $g(x)=2\sin 2x+1$ trên $\left[0;\frac{\pi}{2}\right]$

$g'(x)=4\cos 2x=0\Leftrightarrow x=\frac{\pi}{4}+k\frac{\pi}{2}(k\in\mathbb{Z})$

Ta có bảng biến thiên:

x	0		$\frac{\pi}{4}$		$\frac{\pi}{2}$
$g'(x)$		$+$	0	$-$	
$g(x)$	1	↗	3	↘	1
					$y=t_2$

Vậy phương trình $f(2\sin 2x+1)=1$ có 2 nghiệm trên $\left[0;\frac{\pi}{2}\right]$.

Câu 47. Cho $x,y,z>0$; $a,b,c>1$ và $a^x=b^y=c^z=\sqrt{abc}$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $P=\frac{16}{x}+\frac{16}{y}-z^2$ thuộc khoảng nào dưới đây?

A. $(10;\,15)$.
B. $\left[\frac{-11}{2};\frac{13}{2}\right)$.
C. $[-10;10)$.
D. $[15;\,20]$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $a^x=b^y=c^z=\sqrt{abc}$

$\Rightarrow x\log_{abc}a=y\log_{abc}b=z\log_{abc}c=\frac{1}{2}$

$$\Rightarrow\begin{cases}\frac{1}{x}=2\log_{abc}a\\ \frac{1}{y}=2\log_{abc}b\\ \frac{1}{z}=2\log_{abc}c\end{cases}$$

Do đó: $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}=2\left(\log_{abc}a+\log_{abc}b+\log_{abc}c\right)=2\log_{abc}abc=2$

Suy ra: $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=2-\frac{1}{z}$

Ta có: $P=\frac{16}{x}+\frac{16}{y}-z^2=16\left(2-\frac{1}{z}\right)-z^2=32-\frac{16}{z}-z^2\,(z>0)$.

Mặc khác, $\frac{16}{z}+z^2=\frac{8}{z}+\frac{8}{z}+z^2\geq 3\sqrt[3]{\frac{8}{z}.\frac{8}{z}.z^2}=12$.

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow z = 2$.

Vậy giá trị lớn nhất của biểu thức P là $32 - 12 = 20$ tại $z = 2$.

Câu 48. Cho hàm số $f(x) = x^4 - 2x^2 + m$ (m là tham số thực). Gọi S là tập hợp các giá trị của m sao cho $\underset{[0;2]}{max}|f(x)| + \underset{[0;2]}{min}|f(x)| = 7$. Tổng các phần tử của S là

A. 7. **B.** -14. **C.** -7. **D.** `14.

Lời giải

Chọn C

Xét hàm số $f(x) = x^4 - 2x^2 + m$ liên tục trên đoạn $[0;2]$.

Ta có $f'(x) = 4x^3 - 4x \Rightarrow f'(x) = 0 \Leftrightarrow 4x^3 - 4x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \in [0;2] \\ x = 0 \in [0;2] \\ x = -1 \notin [0;2] \end{array}\right.$.

Khi đó $f(0) = m$; $f(1) = m - 1$; $f(2) = m + 8$.

Suy ra $f(1) = m - 1 < f(0) = m < f(2) = m + 8$.

Đồ thị của hàm số $y = |f(x)|$ thu được bằng cách giữ nguyên phần đồ thị phía trên trục hoành của $(C): y = f(x)$, còn phần đồ thị phía dưới trục hoành của $(C): y = f(x)$ thì lấy đối xứng qua trục hoành lên trên. Do đó, ta có biện luận sau đây:

Ta xét các trường hợp sau:

Trường hợp 1. $m + 8 \le 0 \Leftrightarrow m \le -8$ thì $\begin{cases} \underset{[0;2]}{min}|f(x)| = |m+8| = -m - 8 \\ \underset{[0;2]}{max}|f(x)| = |m-1| = 1 - m \end{cases}$. Do đó:

$\underset{[0;2]}{max}|f(x)| + \underset{[0;2]}{min}|f(x)| = 7 \Leftrightarrow 1 - m - m - 8 = 7 \Leftrightarrow m = -7$ (loại).

Trường hợp 2. $m \le 0 < m + 8 \Leftrightarrow -8 < m \le 0$, thì đồ thị hàm số $(C): y = f(x)$ cắt trục hoành tại x_0 với $x_0 \in [0;2]$. Do đó $\underset{[0;2]}{min}|f(x)| = 0$. Suy ra $\underset{[0;2]}{max}|f(x)| = 7$.

Mặt khác $\underset{[0;2]}{max}|f(x)| = max\{|m+8|;|m-1|\} = max\{m+8; 1-m\}$.

Suy ra $\underset{[0;2]}{\max}|f(x)| = 7 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} 1 - m \ge m + 8 \\ 1 - m = 7 \end{cases} \\ \begin{cases} m + 8 > 1 - m \\ m + 8 = 7 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} m \le -\dfrac{7}{2} \\ m = -6 \quad (TM) \end{cases} \\ \begin{cases} m > -\dfrac{7}{2} \\ m = -1 \quad (TM) \end{cases} \end{array}\right.$.

Trường hợp 3. $m - 1 \le 0 < m \Leftrightarrow 0 < m \le 1$, thì đồ thị hàm số $(C): y = f(x)$ cắt trục hoành tại x_0 với $x_0 \in [0;2]$. Do đó $\underset{[0;2]}{min}|f(x)| = 0$.

Mặt khác $\max\limits_{[0;2]}|f(x)| = m+8$.

Suy ra $\max\limits_{[0;2]}|f(x)| + \min\limits_{[0;2]}|f(x)| = 7 \Leftrightarrow m+8=7 \Leftrightarrow m=-1$ (loại).

Trường hợp 4. $m-1>0 \Leftrightarrow m>1$ thì $\begin{cases} \min\limits_{[0;2]}|f(x)| = m-1 \\ \max\limits_{[0;2]}|f(x)| = m+8 \end{cases}$. Do đó:

$\max\limits_{[0;2]}|f(x)| + \min\limits_{[0;2]}|f(x)| = 7 \Leftrightarrow m-1+m+8=7 \Leftrightarrow m=0$ (loại).

Suy ra $S=\{-1;-6\}$.

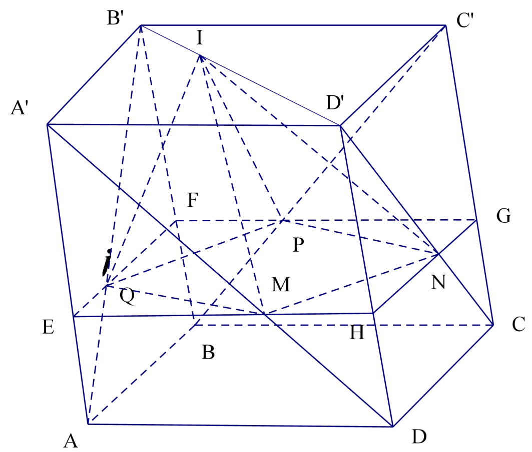
Vậy tổng các phần tử của S là $(-6)+(-1)=-7$.

Câu 49. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có diện tích đáy bằng 9, chiều cao bằng 3. Gọi Q, M, N, P, I là những điểm thỏa mãn $\overrightarrow{AQ} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB'}, \overrightarrow{DM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{DA'}, \overrightarrow{CN} = \frac{1}{3}\overrightarrow{CD'}, \overrightarrow{BP} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BC'}, \overrightarrow{B'I} = \frac{1}{3}\overrightarrow{B'D'}$. Thể tích của khối đa diện lồi có các đỉnh là các điểm Q, M, N, P, I bằng

A. $\frac{27}{10}$. **B.** $\frac{10}{27}$. **C.** $\frac{4}{3}$. **D.** $\frac{10}{3}$.

Lời giải

Chọn D



Mặt phẳng $(MNPQ)$ cắt hình hộp $ABCDA'B'C'D'$ theo thiết diện là hình bình hành $EFGH$ và ta có $d((A'B'C'D');(EFGH)) = 2d((EFGH);(ABCD))$

Ta có $V_{A'B'C'D'.EFGH} = \frac{2}{3}V_O$ và

$S_{\Delta EQM} = \frac{1}{2}EQ.EM.\sin E = \frac{1}{2}.\frac{AB}{3}\frac{2.AD}{3}\sin A = \frac{2}{9}S_{ABD} = \frac{1}{9}S_{ABCD} \Rightarrow S_{MNPQ} = 1-4\frac{1}{9} = \frac{5}{9}S_{ABCD}$.

$V_{I.MNPQ} = \frac{1}{3}.\frac{2}{3}h.\frac{5}{9}S_{ABCD} = \frac{10}{81}V_o = \frac{10}{3}$.

Câu 50. Cho phương trình $\log_3(4x^2-4x+3) + 2020^{4x^2-4x-2|y|+1}.\log_{\frac{1}{3}}(2|y|+2) = 0$. Hỏi có bao nhiêu cặp số nguyên $(x;y)$ thỏa mãn phương trình trên, biết rằng $y \in (-5;5)$?

A. 1. **B.** 5. **C.** 8. **D.** 0.

Lời giải

Chọn D

Phương trình đã cho $\Leftrightarrow$ $\log_3\left[(2x-1)^2+2\right]+2020^{(2x-1)^2-2|y|}.\log_{\frac{1}{3}}\left(2|y|+2\right)=0$.

Đặt $\begin{cases} a=(2x-1)^2+2 \\ b=2|y|+2 \end{cases}$, suy ra $a\ge 2; b\ge 2$.

Khi đó ta có phương trình:

$\log_3 a+2020^{a-b}.\log_{\frac{1}{3}} b=0 \Leftrightarrow \log_3 a=2020^{a-b}.\log_3 b \Leftrightarrow \dfrac{\log_3 a}{2020^a}=\dfrac{\log_3 b}{2020^b}$.

Xét hàm số $f(t)=\dfrac{\log_3 t}{2020^t}$ với $t\in[2;+\infty)$.

Ta có $f'(t)=\dfrac{1-t.\ln 3.\ln 2020.\log_3 t}{t.2020^t.\ln 3}$.

Vì $t\ge 2$ nên suy ra: $t.\ln 3.\ln 2020.\log_3 t\ge 2.\ln 3.\ln 2020.\log_3 2>1$.

Khi đó $f'(t)<0$ nên hàm số $f(t)$ nghịch biến trên tập $[2;+\infty)$.

Từ phương trình $f(a)=f(b)$ suy ra $a=b$ hay $(2x-1)^2=2|y|$.

Nhận thấy với x,y là các số nguyên thì $(2x-1)^2$ luôn là số lẻ, mà $2|y|$ luôn là số chẵn nên không thể tồn tại cặp $(x;y)$ nào thỏa mãn phương trình đã cho, với x,y là các số nguyên.