

Họ, tên thí sinh: .....  
Số báo danh: .....

Mã đề thi 101

Câu 1: Cho số phức  $z$  có  $\bar{z} = -5 + 6i$ . Phần ảo của  $z$  bằng

- A. -5.      B. -6.      C. 5.      D. 6.

Câu 2: Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A.  $\int (2x + 3)dx = \frac{1}{2}x^2 + 3x + C$ .      B.  $\int (2x + 3)dx = x^2 + C$ .  
 C.  $\int (2x + 3)dx = 2x^2 + 3x + C$ .      D.  $\int (2x + 3)dx = x^2 + 3x + C$ .

Câu 3: Trong không gian  $Oxyz$ , cho đường thẳng  $d: \frac{x+1}{1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z}{-3}$ . Vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của  $d$ ?

- A.  $\vec{u}_1 = (1; 2; 0)$ .      B.  $\vec{u}_2 = (-1; 2; 0)$ .      C.  $\vec{u}_3 = (1; -1; -3)$ .      D.  $\vec{u}_4 = (1; 1; 3)$ .

Câu 4: Cho hình trụ có diện tích xung quanh  $S_{xq} = 36\pi$  và chiều cao  $h = 6$ . Bán kính của hình trụ đã cho bằng

- A. 6.      B. 9.      C. 3.      D. 12.

Câu 5: Dãy số nào dưới đây là một cấp số cộng?

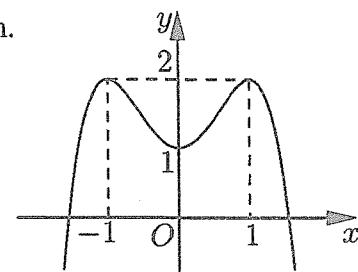
- A. 1, 3, 5, 7.      B. 1, 0, 2, 4.      C. 1, 3, 5, 10.      D. 1, 2, 3, -4.

Câu 6: Với  $a, b$  là các số thực dương tùy ý và  $a \neq 1$ ,  $\log_{a^2} b^2$  bằng

- A.  $\log_a b$ .      B.  $\log_{a^4} b$ .      C.  $(\log_a b)^2$ .      D.  $\log_a b^4$ .

Câu 7: Cho hàm số bậc bốn  $y = f(x)$  có đồ thị là đường cong trong hình bên.Số nghiệm thực của phương trình  $f(x) = \frac{3}{2}$  là

- A. 3.      B. 4.      C. 0.      D. 2.

Câu 8: Cho khối lăng trụ tam giác có diện tích đáy  $B = 6$  và chiều cao  $h = 3$ . Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

- A. 24.      B. 6.      C. 12.      D. 18.

Câu 9: Cho hàm số  $f(x)$  có đạo hàm liên tục trên  $\mathbb{R}$  và  $f(1) = 3, f(2) = 1$ . Giá trị của  $\int_1^2 f'(x)dx$  bằng

- A. 4.      B. 2.      C. -2.      D. -4.

Câu 10: Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số  $y = \frac{4x-1}{3x+2}$  có phương trình là

- A.  $x = -\frac{2}{3}$ .      B.  $x = \frac{4}{3}$ .      C.  $y = \frac{4}{3}$ .      D.  $y = -\frac{2}{3}$ .

Câu 11: Số phức  $z = i + i^2 + i^3$  bằng

- A. -1.      B. -1 + 2i.      C. 1.      D. i.

Câu 12: Trên khoảng  $(-\infty; +\infty)$ , hàm số  $F(x) = \frac{1}{2} \sin 2x$  là một nguyên hàm của hàm số nào dưới đây?

- A.  $f_3(x) = -\frac{1}{2} \cos 2x$ . B.  $f_4(x) = -\frac{1}{4} \cos 2x$ . C.  $f_2(x) = \cos 2x$ . D.  $f_1(x) = -\cos 2x$ .

Câu 13: Nếu  $\int_{-2}^1 f(x) dx = -1$  và  $\int_1^7 f(x) dx = -5$  thì  $\int_{-2}^7 f(x) dx$  bằng

- A. -4. B. 5. C. -6. D. 4.

Câu 14: Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như sau:

$x$	$-\infty$	-1	2	$+\infty$
$f'(x)$	-	0	+	0
$f(x)$	$+\infty$	-2	1	$-\infty$

Điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

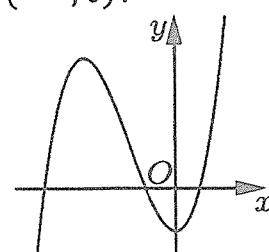
- A.  $x = 2$ . B.  $x = -1$ . C.  $x = 1$ . D.  $x = -2$ .

Câu 15: Tập nghiệm của bất phương trình  $\log_{\frac{1}{2}}(x+2) > -1$  là

- A.  $(-2; 1)$ . B.  $(0; +\infty)$ . C.  $(-2; 0)$ . D.  $(-\infty; 0)$ .

Câu 16: Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?

- A.  $y = -x^3 + 3x^2 + 3$ . B.  $y = x^4 - 2x^2 - 4$ .  
 C.  $y = \frac{x-2}{2x+1}$ . D.  $y = x^3 + 3x^2 - 1$ .



Câu 17: Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(1; -2; 3)$  và  $B(3; 0; 1)$ . Gọi  $(S)$  là mặt cầu nhận  $AB$  làm đường kính, tâm của  $(S)$  có tọa độ là

- A.  $(2; -1; 2)$ . B.  $(-1; -1; 1)$ . C.  $(4; -2; 4)$ . D.  $(1; 1; -1)$ .

Câu 18: Nghiệm của phương trình  $2^{2x} = 2^{x+6}$  là

- A.  $x = -6$ . B.  $x = 2$ . C.  $x = 6$ . D.  $x = -2$ .

Câu 19: Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm  $f'(x) = 2x + 4, \forall x \in \mathbb{R}$ . Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A.  $(-\infty; -2)$ . B.  $(2; 4)$ . C.  $(-2; +\infty)$ . D.  $(2; +\infty)$ .

Câu 20: Hàm số nào dưới đây là hàm số mũ?

- A.  $y = x^{2024}$ . B.  $y = 2024^x$ . C.  $y = \log_3 x$ . D.  $y = x^{-4}$ .

Câu 21: Trên khoảng  $(0; +\infty)$ , đạo hàm của hàm số  $y = x^{\frac{1}{7}}$  là

- A.  $y' = \frac{1}{7}x^{-\frac{6}{7}}$ . B.  $y' = \frac{1}{7}x^{\frac{6}{7}}$ . C.  $y' = x^{-\frac{6}{7}}$ . D.  $y' = \frac{7}{8}x^{\frac{8}{7}}$ .

Câu 22: Cho hình nón có bán kính đáy  $r = 3$  và độ dài đường sinh  $l = 5$ . Chiều cao của hình nón đã cho bằng

- A. 4. B. 5. C.  $\sqrt{34}$ . D. 2.

Câu 23: Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như sau:

$x$	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$
$f'(x)$	-	0	+	0	-
$f(x)$	$+\infty$	-3	0	-3	$+\infty$

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

- A. 3. B. 2. C. 4. D. 1.

Câu 24: Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai vecto  $\vec{a} = (2; 3; -1)$  và  $\vec{b} = (-3; 2; -4)$ . Vecto  $\vec{a} + \vec{b}$  có tọa độ là

- A.  $(-1; -5; 5)$ .      B.  $(-5; -1; -3)$ .      C.  $(-1; 5; -5)$ .      D.  $(1; -5; 5)$ .

Câu 25: Trong không gian  $Oxyz$ , mặt phẳng đi qua điểm  $M(3; 4; -2)$  và vuông góc với trục  $Oz$  có phương trình là

- A.  $y - 4 = 0$ .      B.  $z + 2 = 0$ .      C.  $x + y + z - 5 = 0$ .      D.  $x - 3 = 0$ .

Câu 26: Cho khối chóp tứ giác có thể tích  $V = 3a^3$  và diện tích đáy  $B = a^2$ . Chiều cao của khối chóp đã cho bằng

- A.  $a$ .      B.  $6a$ .      C.  $3a$ .      D.  $9a$ .

Câu 27: Có bao nhiêu cách sắp xếp 6 người thành một hàng ngang?

- A. 36.      B. 720.      C. 1.      D. 6.

Câu 28: Trên mặt phẳng tọa độ,  $M(2; -5)$  là điểm biểu diễn của số phức  $z$ . Phần thực của  $z$  bằng

- A.  $-5$ .      B.  $-2$ .      C.  $2$ .      D.  $5$ .

Câu 29: Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình vuông cạnh  $a$ , cạnh bên  $SA$  vuông góc với mặt phẳng đáy và  $SA = \sqrt{2}a$ . Khoảng cách từ  $C$  đến mặt phẳng ( $SBD$ ) bằng

- A.  $\frac{2\sqrt{10}}{5}a$ .      B.  $\frac{\sqrt{6}}{3}a$ .      C.  $\frac{\sqrt{10}}{10}a$ .      D.  $\frac{\sqrt{10}}{5}a$ .

Câu 30: Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $A(1; 2; -1)$  và mặt phẳng ( $P$ ):  $2x - z + 1 = 0$ . Đường thẳng đi qua  $A$  và vuông góc với ( $P$ ) có phương trình là

- A.  $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 2t \\ z = -1 - t \end{cases}$ .      B.  $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 - t \\ z = -1 + t \end{cases}$ .      C.  $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = -2 \\ z = 1 - t \end{cases}$ .      D.  $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 \\ z = -1 - t \end{cases}$ .

Câu 31: Cho số phức  $z = 3 + 4i$ . Môđun của số phức  $iz$  bằng

- A. 7.      B. 49.      C. 25.      D. 5.

Câu 32: Trên hai tia  $Ox$ ,  $Oy$  của góc nhọn  $xOy$  lần lượt cho 5 điểm và 6 điểm phân biệt khác  $O$ . Chọn ngẫu nhiên 3 điểm từ 12 điểm (gồm điểm  $O$  và 11 điểm đã cho), xác suất để 3 điểm chọn được là ba đỉnh của một tam giác bằng

- A.  $\frac{19}{22}$ .      B.  $\frac{27}{44}$ .      C.  $\frac{3}{4}$ .      D.  $\frac{39}{44}$ .

Câu 33: Một ô tô đang chuyển động với vận tốc  $20 \text{ m/s}$  thì người lái xe đạp phanh. Từ thời điểm đó, ô tô chuyển động thẳng, chậm dần đều với vận tốc biến thiên theo thời gian được xác định bởi quy luật  $v(t) = -4t + 20$  ( $\text{m/s}$ ) trong đó  $t$  là khoảng thời gian tính bằng giây kể từ lúc người lái xe bắt đầu đạp phanh. Quãng đường ô tô đi được từ lúc người lái xe bắt đầu đạp phanh đến khi xe dừng hẳn bằng

- A. 32 m.      B. 50 m.      C. 48 m.      D. 30 m.

Câu 34: Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(1; 2; 3)$  và  $B(3; 2; 5)$ . Gọi  $M$  là điểm thỏa mãn  $\overrightarrow{MB} = 3\overrightarrow{MA}$ , độ dài của vecto  $\overrightarrow{OM}$  bằng

- A.  $\frac{\sqrt{74}}{2}$ .      B.  $2\sqrt{2}$ .      C. 8.      D.  $2\sqrt{14}$ .

Câu 35: Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy là tam giác vuông cân tại  $A$ ,  $BC = 2a$ , cạnh bên  $SA$  vuông góc với mặt phẳng đáy và  $SA = \sqrt{3}a$ . Góc giữa hai mặt phẳng ( $SBC$ ) và ( $ABC$ ) bằng

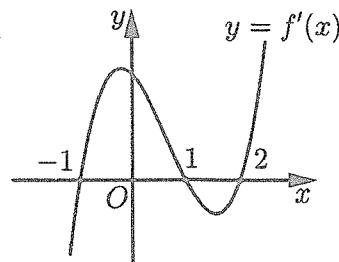
- A.  $60^\circ$ .      B.  $90^\circ$ .      C.  $30^\circ$ .      D.  $45^\circ$ .

Câu 36: Giá trị lớn nhất của hàm số  $f(x) = -6x^3 + 27x^2 - 16x + 1$  trên đoạn  $[1; 5]$  bằng

- A. 6.      B.  $\frac{329}{9}$ .      C.  $-\frac{14}{9}$ .      D.  $-154$ .

Câu 37: Cho hàm số bậc bốn  $y = f(x)$ . Hàm số  $y = f'(x)$  có đồ thị là đường cong trong hình bên. Hàm số  $y = f(x)$  đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A.  $(-\infty; -1)$ .      B.  $(-1; 2)$ .  
 C.  $(1; 2)$ .      D.  $(-1; 1)$ .



Câu 38: Với  $a, b$  là hai số thực lớn hơn 1,  $\log_{ab} b$  bằng

- A.  $\frac{1}{1 + \log_b a}$ .      B.  $\frac{1}{\log_b a}$ .      C.  $1 - \log_b a$ .      D.  $1 + \log_b a$ .

Câu 39: Cho hàm số  $y = f(x)$  có  $f(e) = \frac{1}{5}$  và  $f'(x) = \frac{1}{3} \ln x$ ,  $\forall x \in (0; +\infty)$ . Biết

$\int_e^{e^3} \frac{f(x)}{x^2} dx = ae^{-3} + be^{-1} + c$ , với  $a, b, c$  là các số hữu tỉ, giá trị của  $a - b + c$  thuộc khoảng nào dưới đây?

- A.  $\left(\frac{1}{2}; \frac{3}{4}\right)$ .      B.  $\left(\frac{1}{4}; \frac{1}{2}\right)$ .      C.  $\left(\frac{3}{4}; 1\right)$ .      D.  $\left(0; \frac{1}{4}\right)$ .

Câu 40: Có bao nhiêu số nguyên  $a$  lớn hơn 1 sao cho ứng với mỗi  $a$  tồn tại không quá 4 số nguyên  $b$  thỏa mãn  $5^{b^2} < 25^{-b} \cdot a^{b+2}$ ?

- A. 125.      B. 100.      C. 99.      D. 124.

Câu 41: Cho hàm số bậc bốn  $y = f(x)$  có ba điểm cực trị là  $-\frac{3}{2}, 2, \frac{11}{2}$  và đạt giá trị nhỏ nhất trên  $\mathbb{R}$ .

Bất phương trình  $f(x) \leq m$  có nghiệm thuộc đoạn  $[0; 3]$  khi và chỉ khi

- A.  $m \geq f(3)$ .      B.  $f(2) \geq m \geq f(3)$ .      C.  $m \geq f(0)$ .      D.  $m \geq f(2)$ .

Câu 42: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số  $m$  sao cho ứng với mỗi  $m$  tồn tại đúng hai số phức  $z$  thỏa mãn  $|z - 1 - 5i| + |z - 1 + 5i| = 10$  và  $|z - 2 - i| = m$ ?

- A. 5.      B. 4.      C. 2.      D. 3.

Câu 43: Xét hàm số  $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$  ( $a, b, c, d \in \mathbb{R}, a > 0$ ) có hai điểm cực trị  $x_1, x_2$  (với  $x_1 < x_2$ ) thỏa mãn  $x_1 + x_2 = 0$ . Hình phẳng giới hạn bởi đường  $y = f'(x)f''(x)$  và trục hoành có diện tích bằng  $\frac{9}{4}$ . Biết  $\int_{x_1}^{x_2} \frac{f'(x)}{3^x + 1} dx = -\frac{7}{2}$ , giá trị của  $\int_0^{x_2} (x+2)f''(x)dx$  thuộc khoảng nào dưới đây?

- A.  $(6; 7)$ .      B.  $(-1; 0)$ .      C.  $(0; 1)$ .      D.  $(-7; -6)$ .

Câu 44: Cho khối lăng trụ đứng  $ABC.A'B'C'$  có đáy  $ABC$  là tam giác vuông cân tại  $A$ ,  $AB = a$ . Biết góc giữa hai mặt phẳng  $(A'BC)$  và  $(ABC)$  bằng  $30^\circ$ , thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

- A.  $\frac{\sqrt{6}}{12} a^3$ .      B.  $\frac{\sqrt{6}}{36} a^3$ .      C.  $\frac{\sqrt{6}}{4} a^3$ .      D.  $\frac{3\sqrt{6}}{4} a^3$ .

Câu 45: Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai đường thẳng  $d_1: \frac{x-2}{1} = \frac{y-4}{3} = \frac{z+3}{-5}$  và  $d_2: \frac{x+2}{1} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z+1}{-1}$ . Trong các mặt cầu tiếp xúc với cả hai đường thẳng  $d_1$  và  $d_2$ , gọi  $(S)$  là mặt cầu có bán kính nhỏ nhất, phương trình của  $(S)$  là

- A.  $(x+1)^2 + y^2 + (z-1)^2 = 6$ .      B.  $x^2 + (y-3)^2 + (z+4)^2 = 6$ .  
 C.  $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z+1)^2 = 6$ .      D.  $x^2 + (y+1)^2 + z^2 = 6$ .

Câu 46: Cho hàm số  $f(x) = \frac{2}{x^3} + \ln \frac{x+3}{x-3}$ . Có bao nhiêu số nguyên  $a \in (-\infty; 2100)$  thỏa mãn  $f(a-2024) + f(6a-27) \geq 0$ ?

- A. 2096.      B. 288.      C. 1807.      D. 360.

Câu 47: Xét phương trình bậc hai  $az^2 + bz + c = 0$  ( $a, b, c \in \mathbb{R}, a \neq 0$ ) có hai nghiệm phức  $z_1, z_2$  có phần ảo khác 0 và  $\left|2z_1 - \frac{1}{9}\right| = |z_1 - z_2|$ . Giả sử  $|z_1| = \frac{1}{\sqrt{k}}$  và  $w$  là số phức thỏa mãn  $cw^2 + bw + a = 0$ , có bao nhiêu số nguyên dương  $k$  sao cho ứng với mỗi  $k$  tồn tại đúng 9 số phức  $z_3$  có phần ảo nguyên,  $z_3 - w$  là số thuần ảo và  $|z_3| \leq |w|$ ?

A. 23.

B. 22.

C. 11.

D. 12.

Câu 48: Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy là tam giác vuông cân tại  $A$ ,  $AB = 2a$ , mặt bên  $SAB$  là tam giác đều nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Diện tích của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp đã cho bằng

A.  $\frac{25\pi}{9}a^2$ .

B.  $\frac{25\pi}{3}a^2$ .

C.  $\frac{28\pi}{3}a^2$ .

D.  $\frac{28\pi}{9}a^2$ .

Câu 49: Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(1; 6; -1)$ ,  $B(2; -4; -1)$  và mặt cầu  $(S)$  tâm  $I(1; 2; -1)$  đi qua  $A$ . Điểm  $M(a; b; c)$  (với  $c > 0$ ) thuộc  $(S)$  sao cho  $IAM$  là tam giác tù, có diện tích bằng  $2\sqrt{7}$  và khoảng cách giữa hai đường thẳng  $BM$  và  $IA$  lớn nhất. Giá trị của  $a + b + c$  thuộc khoảng nào dưới đây?

A.  $\left(1; \frac{3}{2}\right)$ .

B.  $\left(\frac{3}{2}; 2\right)$ .

C.  $\left(\frac{5}{2}; 3\right)$ .

D.  $\left(2; \frac{5}{2}\right)$ .

Câu 50: Xét hàm số bậc bốn  $y = f(x)$  có  $f(-1) = -5$ . Hàm số  $y = f'(x)$  đồng biến trên khoảng  $(-\infty; +\infty)$ ,  $f'(4) = 0$  và  $f'(-1) = a$ . Có bao nhiêu số nguyên  $a \in (-100; 0)$  sao cho ứng với mỗi  $a$ , hàm số  $y = \left|f(x) + \frac{5}{x^2}\right|$  có đúng 3 điểm cực trị thuộc khoảng  $(-1; +\infty)$ ?

A. 9.

B. 89.

C. 10.

D. 90.

----- HẾT -----

Họ, tên thí sinh: .....  
Số báo danh: .....

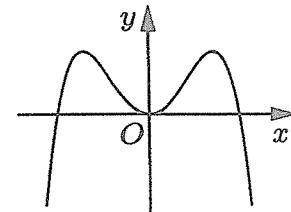
Mã đề thi 102

Câu 1: Cho số phức  $z = 1 + 2i$ . Số phức  $2z$  bằng

- A.  $2 + 4i$ .      B.  $-3 + 4i$ .      C.  $3 + 4i$ .      D.  $3 + 2i$ .

Câu 2: Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?

- A.  $y = 2x^3 + x^2$ .      B.  $y = x^2 - 2x$ .  
C.  $y = \frac{3x - 1}{x + 2}$ .      D.  $y = -x^4 + 2x^2$ .



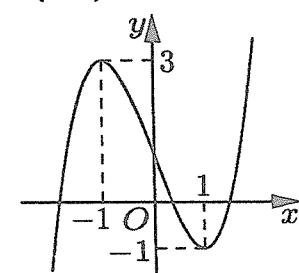
Câu 3: Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn của số phức  $z = 3 + 5i$  có tọa độ là

- A.  $(3; -5)$ .      B.  $(5; -3)$ .      C.  $(5; 3)$ .      D.  $(3; 5)$ .

Câu 4: Cho hàm số bậc ba  $y = f(x)$  có đồ thị là đường cong trong hình bên. Số

nghiệm thực của phương trình  $f(x) = 2$  là

- A. 1.      B. 3.  
C. 2.      D. 0.



Câu 5: Cho số phức  $z = 2024 - 2i$ . Số phức liên hợp của  $z$  là

- A.  $2 + 2024i$ .      B.  $2024 + 2i$ .      C.  $-2 + 2024i$ .      D.  $-2024 + 2i$ .

Câu 6: Cho khối nón có diện tích đáy  $B = 8$  và chiều cao  $h = 9$ . Thể tích của khối nón đã cho bằng

- A. 24.      B. 216.      C. 192.      D. 72.

Câu 7: Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 2z - 3 = 0$ . Tâm của  $(S)$  có tọa độ là

- A.  $(1; -2; 1)$ .      B.  $(2; -4; 2)$ .      C.  $(-2; 4; -2)$ .      D.  $(-1; 2; -1)$ .

Câu 8: Cho khối lăng trụ tam giác có thể tích  $V = 36a^3$  và diện tích đáy  $B = 4a^2$ . Chiều cao của khối lăng trụ đã cho bằng

- A.  $27a$ .      B.  $3a$ .      C.  $9a$ .      D.  $6a$ .

Câu 9: Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm  $f'(x) = 2 - x$ ,  $\forall x \in \mathbb{R}$ . Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A.  $(0; 5)$ .      B.  $(2; +\infty)$ .      C.  $(-\infty; 2)$ .      D.  $(-\infty; +\infty)$ .

Câu 10: Trong không gian  $Oxyz$ , cho đường thẳng  $d: \frac{x-2}{-1} = \frac{y-5}{2} = \frac{z+1}{3}$ . Điểm nào dưới đây thuộc  $d$ ?

- A. Điểm  $N(2; 5; -1)$ .      B. Điểm  $P(-2; -5; 1)$ .      C. Điểm  $M(-1; 2; 3)$ .      D. Điểm  $Q(1; 3; 2)$ .

Câu 11: Tập xác định của hàm số  $y = (x-1)^{\frac{3}{2}}$  là

- A.  $(-\infty; +\infty)$ .      B.  $(1; +\infty)$ .      C.  $(-\infty; 1)$ .      D.  $(0; +\infty)$ .

Câu 12: Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như sau:

$x$	$-\infty$	$-1$	$1$	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-	0
$f(x)$	$-\infty$	2	-2	$+\infty$

Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

- A. 2.      B. -1.      C. 1.      D. -2.

Câu 13: Nếu  $\int_1^3 f(x)dx = -2$  thì  $\int_3^1 f(x)dx$  bằng

- A.  $\frac{1}{2}$ .      B.  $-2$ .      C.  $-\frac{1}{2}$ .      D.  $2$ .

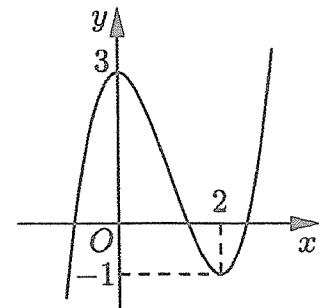
Câu 14: Với  $a, b$  là các số thực dương tùy ý,  $\log_2(ab)$  bằng

- A.  $\log_2 a \cdot \log_2 b$ .      B.  $\log_2 a - \log_2 b$ .      C.  $\log_2 a + \log_2 b$ .      D.  $b \log_2 a$ .

Câu 15: Cho hàm số bậc ba  $y = f(x)$  có đồ thị là đường cong trong hình bên.

Điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

- A.  $x = 2$ .      B.  $x = 3$ .  
C.  $x = -1$ .      D.  $x = 0$ .



Câu 16: Trên khoảng  $(-\infty; +\infty)$ , đạo hàm của hàm số  $y = 4^x$  là

- A.  $y' = \frac{4^{x+1}}{x+1}$ .      B.  $y' = \frac{4^x}{\ln 4}$ .      C.  $y' = x4^{x-1}$ .      D.  $y' = 4^x \ln 4$ .

Câu 17: Từ một đội văn nghệ gồm 6 nam và 5 nữ, có bao nhiêu cách chọn một nam và một nữ để hát song ca với nhau?

- A. 55.      B. 110.      C. 30.      D. 11.

Câu 18: Cho cấp số cộng  $(u_n)$  với  $u_1 = 3$  và công sai  $d = 6$ . Giá trị của  $u_2$  bằng

- A. 18.      B. 3.      C. 9.      D. -3.

Câu 19: Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(1; 2; -4)$  và  $B(3; -2; 0)$ . Vectơ  $\overrightarrow{AB}$  có tọa độ là

- A.  $(4; 0; -4)$ .      B.  $(2; -4; 4)$ .      C.  $(2; 0; -2)$ .      D.  $(-2; 4; -4)$ .

Câu 20: Cho hình trụ có bán kính đáy  $r = 3$  và chiều cao  $h = 5$ . Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

- A.  $30\pi$ .      B.  $20\pi$ .      C.  $15\pi$ .      D.  $9\pi$ .

Câu 21: Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A.  $\int 5^x dx = \frac{5^{x+1}}{\ln 5} + C$ .      B.  $\int 5^x dx = \frac{5^x}{\ln 5} + C$ .  
C.  $\int 5^x dx = 5^x \ln 5 + C$ .      D.  $\int 5^x dx = 5^x + C$ .

Câu 22: Tập nghiệm của bất phương trình  $\log_{\frac{1}{2}}(x+1) > -1$  là

- A.  $(1; +\infty)$ .      B.  $(-\infty; 1)$ .      C.  $(-1; 1)$ .      D.  $(0; 1)$ .

Câu 23: Trong không gian  $Oxyz$ , điểm nào dưới đây thuộc mặt phẳng  $(Oxy)$ ?

- A. Điểm  $P(2; 0; 5)$ .      B. Điểm  $Q(0; 3; 1)$ .      C. Điểm  $N(-1; 0; 5)$ .      D. Điểm  $M(2; 3; 0)$ .

Câu 24: Cho hàm số  $f(x)$  có đạo hàm liên tục trên  $\mathbb{R}$  và  $f(-2) = -5$ ,  $f(3) = 7$ . Giá trị của

$$\int_{-2}^3 f'(x)dx$$

bằng

- A.  $-35$ .      B.  $-12$ .      C.  $12$ .      D.  $2$ .

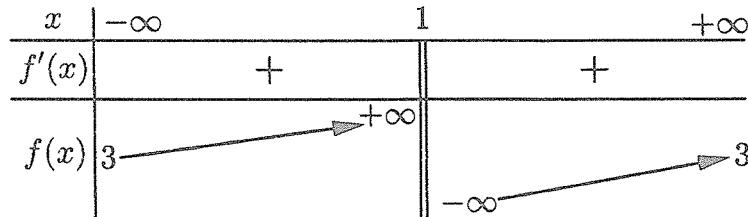
Câu 25: Nghiệm của phương trình  $2^{2x+1} = \frac{1}{8}$  là

- A.  $x = -1$ .      B.  $x = -2$ .      C.  $x = 1$ .      D.  $x = 2$ .

Câu 26: Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A.  $\int \cos 2x dx = \frac{1}{2} \cos 2x + C$ .  
 B.  $\int \cos 2x dx = \frac{1}{2} \sin 2x + C$ .  
 C.  $\int \cos 2x dx = -\frac{1}{2} \sin 2x + C$ .  
 D.  $\int \cos 2x dx = -2 \cos 2x + C$ .

Câu 27: Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như sau:



Tiệm cận đúng của đồ thị hàm số đã cho có phương trình là

- A.  $x = 1$ .  
 B.  $y = 3$ .  
 C.  $y = 1$ .  
 D.  $x = 3$ .

Câu 28: Cho khối chóp tứ giác có diện tích đáy  $B = 3$  và chiều cao  $h = 6$ . Thể tích của khối chóp đã cho bằng

- A. 24.  
 B. 12.  
 C. 6.  
 D. 18.

Câu 29: Hàm số  $f(x) = \sqrt{x^2 - 4}$  đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A.  $(-\infty; -2)$ .  
 B.  $(2; +\infty)$ .  
 C.  $(0; +\infty)$ .  
 D.  $(-2; 2)$ .

Câu 30: Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $M(1; -2; 1)$  và đường thẳng  $d: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 + 2t \\ z = 1 - t \end{cases}$ . Đường

thẳng đi qua  $M$  và song song với  $d$  có phương trình là

- A.  $\frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-1}{1}$ .  
 B.  $\frac{x-2}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+1}{1}$ .  
 C.  $\frac{x+1}{2} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+1}{-1}$ .  
 D.  $\frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-1}{-1}$ .

Câu 31: Cho số phức  $z$  thỏa mãn  $z \cdot \bar{z} = 4$ . Môđun của  $z$  bằng

- A.  $2\sqrt{2}$ .  
 B.  $\sqrt{2}$ .  
 C. 2.  
 D. 4.

Câu 32: Với  $a, b$  là hai số thực lớn hơn 1,  $\log_{ab} a$  bằng

- A.  $\frac{1}{1 + \log_a b}$ .  
 B.  $1 - \log_a b$ .  
 C.  $\frac{1}{\log_a b}$ .  
 D.  $1 + \log_a b$ .

Câu 33: Cho hình chóp tứ giác đều  $S.ABCD$  có tất cả các cạnh bằng  $2a$ . Khoảng cách từ  $A$  đến mặt phẳng ( $SCD$ ) bằng

- A.  $\frac{\sqrt{3}}{2} a$ .  
 B.  $\frac{\sqrt{3}}{4} a$ .  
 C.  $\frac{2\sqrt{6}}{3} a$ .  
 D.  $\frac{\sqrt{6}}{3} a$ .

Câu 34: Trên hai tia  $Ox, Oy$  của góc nhọn  $xOy$  lần lượt cho 5 điểm và 8 điểm phân biệt khác  $O$ . Chọn ngẫu nhiên 3 điểm từ 14 điểm (gồm điểm  $O$  và 13 điểm đã cho), xác suất để 3 điểm chọn được là ba đỉnh của một tam giác bằng

- A.  $\frac{5}{7}$ .  
 B.  $\frac{75}{91}$ .  
 C.  $\frac{149}{182}$ .  
 D.  $\frac{55}{91}$ .

Câu 35: Một ô tô đang chuyển động với vận tốc  $24 \text{ m/s}$  thì người lái xe đạp phanh. Từ thời điểm đó, ô tô chuyển động thẳng, chậm dần đều với vận tốc biến thiên theo thời gian được xác định bởi quy luật  $v(t) = -4t + 24$  ( $\text{m/s}$ ) trong đó  $t$  là khoảng thời gian tính bằng giây kể từ lúc người lái xe bắt đầu đạp phanh. Quãng đường ô tô đi được từ lúc người lái xe bắt đầu đạp phanh đến khi xe dừng hẳn bằng

- A. 42 m.  
 B. 64 m.  
 C. 72 m.  
 D. 50 m.

Câu 36: Trong không gian  $Oxyz$ , mặt phẳng đi qua hai điểm  $M(3; 1; -1)$ ,  $N(2; -1; 4)$  và vuông góc với mặt phẳng  $(P): 2x - y + 3z - 1 = 0$  có phương trình là

- A.  $2x - 11y - 5z = 0$ .  
 B.  $x - 13y - 5z + 5 = 0$ .  
 C.  $x - 13y - 5z - 5 = 0$ .  
 D.  $x + 2y + z - 4 = 0$ .

Câu 37: Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình vuông,  $BD = 2a$ , cạnh bên  $SA$  vuông góc với mặt phẳng đáy và  $SA = a$ . Góc giữa hai mặt phẳng  $(SBD)$  và  $(ABCD)$  bằng

- A.  $45^\circ$ .  
 B.  $30^\circ$ .  
 C.  $60^\circ$ .  
 D.  $90^\circ$ .

Câu 38: Giá trị nhỏ nhất của hàm số  $f(x) = 6x^3 - 21x^2 + 20x + 1$  trên đoạn  $[1; 4]$  bằng

- A.  $\frac{34}{9}$ .  
 B. 6.  
 C.  $\frac{61}{9}$ .  
 D. 129.

Câu 39: Có bao nhiêu số nguyên  $a$  lớn hơn 1 sao cho ứng với mỗi  $a$  tồn tại không quá 7 số nguyên  $b$  thỏa mãn  $2^{b^2} < 8^{-b} \cdot a^{b+3}$ ?

- A. 32.  
 B. 16.  
 C. 15.  
 D. 31.

Câu 40: Cho hàm số bậc bốn  $y = f(x)$  có ba điểm cực trị là  $-\frac{7}{2}; -1; \frac{3}{2}$  và đạt giá trị lớn nhất trên  $\mathbb{R}$ .

Bất phương trình  $f(x) \geq m$  có nghiệm thuộc đoạn  $[-3; 0]$  khi và chỉ khi

- A.  $m \leq f(-1)$ .  
 B.  $f(-1) \leq m \leq f(0)$ .  
 C.  $m \leq f(0)$ .  
 D.  $m \leq f(-3)$ .

Câu 41: Cho hàm số  $y = f(x)$  có  $f(0) = \frac{1}{2}$  và  $f'(x) = \tan^3 x + \tan x$ ,  $\forall x \in \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$ . Biết

$\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} (x+1)f(x)dx = a\pi\sqrt{3} + b\sqrt{3} + c\ln 3$ , với  $a, b, c$  là các số hữu tỉ, giá trị của  $a + b + c$  thuộc khoảng nào dưới đây?

- A.  $\left(\frac{2}{3}; 1\right)$ .  
 B.  $\left(\frac{1}{3}; \frac{2}{3}\right)$ .  
 C.  $\left(-\frac{1}{3}; 0\right)$ .  
 D.  $\left(0; \frac{1}{3}\right)$ .

Câu 42: Xét hàm số  $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$  ( $a, b, c, d \in \mathbb{R}, a > 0$ ) có hai điểm cực trị  $x_1, x_2$  (với  $x_1 < x_2$ ) thỏa mãn  $x_1 + x_2 = 0$ . Hình phẳng giới hạn bởi đường  $y = f'(x)f''(x)$  và trục hoành có diện tích bằng  $\frac{9}{16}$ . Biết  $\int_{x_1}^{x_2} \frac{f'(x)}{2^x + 1} dx = -\frac{5}{2}$ , giá trị của  $\int_0^{x_2} (x+2)f''(x)dx$  thuộc khoảng nào dưới đây?

- A.  $\left(-\frac{9}{2}; -\frac{7}{2}\right)$ .  
 B.  $\left(-\frac{3}{2}; -\frac{1}{2}\right)$ .  
 C.  $\left(\frac{7}{2}; \frac{9}{2}\right)$ .  
 D.  $\left(\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right)$ .

Câu 43: Cho khối lăng trụ đứng  $ABC.A'B'C'$  có đáy  $ABC$  là tam giác vuông tại  $C$ ,  $AB = \sqrt{3}a$  và  $AC = a$ . Biết góc giữa đường thẳng  $B'C$  và mặt phẳng  $(ABC)$  bằng  $30^\circ$ , thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

- A.  $\frac{2\sqrt{3}}{3}a^3$ .  
 B.  $\sqrt{3}a^3$ .  
 C.  $\frac{\sqrt{3}}{3}a^3$ .  
 D.  $\frac{\sqrt{3}}{9}a^3$ .

Câu 44: Xét phương trình bậc hai  $az^2 + bz + c = 0$  ( $a, b, c \in \mathbb{R}, a \neq 0$ ) có hai nghiệm phức  $z_1, z_2$  có phần ảo khác 0 và  $\left|2z_1 - \frac{1}{7}\right| = |z_1 - z_2|$ . Giả sử  $|z_1| = \frac{1}{\sqrt{k}}$  và  $w$  là số phức thỏa mãn

$cw^2 + bw + a = 0$ , có bao nhiêu số nguyên dương  $k$  sao cho ứng với mỗi  $k$  tồn tại đúng 5 số phức  $z_3$  có phần ảo nguyên,  $z_3 - w$  là số thuần ảo và  $|z_3| \leq |w|$ ?

- A. 11.  
 B. 5.  
 C. 6.  
 D. 10.

Câu 45: Trong không gian  $Oxyz$ , cho đường thẳng  $\Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y-3}{5} = \frac{z-1}{-1}$  và mặt phẳng  $(P): 2x + y + z = 0$ . Đường thẳng đối xứng với  $\Delta$  qua  $(P)$  có phương trình là

A.  $\frac{x+4}{1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+2}{1}$ .

B.  $\frac{x}{3} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-2}{-1}$ .

C.  $\frac{x-3}{1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-1}{1}$ .

D.  $\frac{x+3}{3} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+1}{-1}$ .

Câu 46: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số  $m$  sao cho ứng với mỗi  $m$  tồn tại đúng hai số phức  $z$  thỏa mãn  $|z + 1 - 7i| + |z + 1 + 7i| = 14$  và  $|z - 1 - i| = m$ ?

A. 3.

B. 2.

C. 5.

D. 4.

Câu 47: Trong không gian, cho hình thoi  $ABCD$  có  $AB = 6$  và  $BD = 4$ . Khi quay hình thoi  $ABCD$  quanh trục  $AB$  thì đường gấp khúc  $ADCB$  tạo thành hình tròn xoay ( $H$ ). Thể tích của khối tròn xoay được giới hạn bởi ( $H$ ) bằng

A.  $\frac{8704\pi}{81}$ .

B.  $\frac{256\pi}{3}$ .

C.  $\frac{64\pi}{3}$ .

D.  $\frac{2368\pi}{27}$ .

Câu 48: Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(1; -2; -1)$ ,  $B(2; -4; -1)$  và mặt cầu ( $S$ ) tâm  $I(1; 2; -1)$  đi qua  $A$ . Điểm  $M(a; b; c)$  (với  $c > 0$ ) thuộc ( $S$ ) sao cho  $IAM$  là tam giác tù, có diện tích bằng  $2\sqrt{7}$  và khoảng cách giữa hai đường thẳng  $BM$  và  $IA$  lớn nhất. Giá trị của  $a + b + c$  thuộc khoảng nào dưới đây?

A.  $\left(8; \frac{17}{2}\right)$ .

B.  $\left(2; \frac{5}{2}\right)$ .

C.  $\left(\frac{17}{2}; 9\right)$ .

D.  $\left(\frac{5}{2}; 3\right)$ .

Câu 49: Xét hàm số bậc bốn  $y = f(x)$  có  $f(-1) = -6$ . Hàm số  $y = f'(x)$  đồng biến trên khoảng  $(-\infty; +\infty)$ ,  $f'(4) = 0$  và  $f'(-1) = a$ . Có bao nhiêu số nguyên  $a \in (-100; 0)$  sao cho ứng với mỗi  $a$ , hàm số  $y = \left|f(x) + \frac{6}{x^2}\right|$  có đúng 3 điểm cực trị thuộc khoảng  $(-1; +\infty)$ ?

A. 88.

B. 12.

C. 11.

D. 87.

Câu 50: Cho hàm số  $f(x) = \frac{5}{x^3} + \ln \frac{x+2}{x-2}$ . Có bao nhiêu số nguyên  $a \in (-\infty; 2100)$  thỏa mãn  $f(a-2023) + f(5a-29) \geq 0$ ?

A. 1758.

B. 2093.

C. 336.

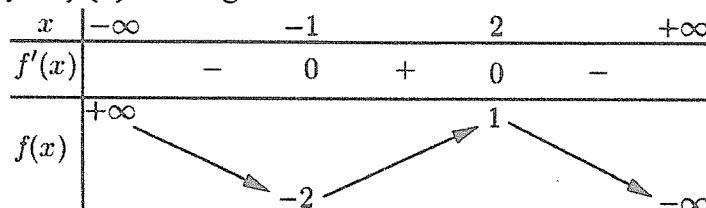
D. 410.

----- HẾT -----

Họ, tên thí sinh: .....  
Số báo danh: .....

Mã đề thi 103

Câu 1: Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như sau:



Điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

- A.  $x = -2$ .      B.  $x = 1$ .      C.  $x = 2$ .      D.  $x = -1$ .

Câu 2: Tập nghiệm của bất phương trình  $\log_{\frac{1}{2}}(x+2) > -1$  là

- A.  $(-2; 1)$ .      B.  $(-\infty; 0)$ .      C.  $(-2; 0)$ .      D.  $(0; +\infty)$ .

Câu 3: Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số  $y = \frac{4x-1}{3x+2}$  có phuong trình là

- A.  $x = \frac{4}{3}$ .      B.  $y = \frac{4}{3}$ .      C.  $x = -\frac{2}{3}$ .      D.  $y = -\frac{2}{3}$ .

Câu 4: Có bao nhiêu cách sắp xếp 6 người thành một hàng ngang?

- A. 36.      B. 720.      C. 1.      D. 6.

Câu 5: Cho khối chóp tứ giác có thể tích  $V = 3a^3$  và diện tích đáy  $B = a^2$ . Chiều cao của khối chóp đã cho bằng

- A.  $3a$ .      B.  $6a$ .      C.  $9a$ .      D.  $a$ .

Câu 6: Nếu  $\int_{-2}^1 f(x)dx = -1$  và  $\int_1^7 f(x)dx = -5$  thì  $\int_{-2}^7 f(x)dx$  bằng

- A. -6.      B. 5.      C. -4.      D. 4.

Câu 7: Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai vectơ  $\vec{a} = (2; 3; -1)$  và  $\vec{b} = (-3; 2; -4)$ . Vectơ  $\vec{a} + \vec{b}$  có tọa độ là

- A.  $(1; -5; 5)$ .      B.  $(-5; -1; -3)$ .      C.  $(-1; -5; 5)$ .      D.  $(-1; 5; -5)$ .

Câu 8: Số phức  $z = i + i^2 + i^3$  bằng

- A. 1.      B.  $i$ .      C.  $-1 + 2i$ .      D. -1.

Câu 9: Hàm số nào dưới đây là hàm số mũ?

- A.  $y = \log_3 x$ .      B.  $y = x^{-4}$ .      C.  $y = x^{2024}$ .      D.  $y = 2024^x$ .

Câu 10: Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(1; -2; 3)$  và  $B(3; 0; 1)$ . Gọi  $(S)$  là mặt cầu nhận  $AB$  làm đường kính, tâm của  $(S)$  có tọa độ là

- A.  $(1; 1; -1)$ .      B.  $(-1; -1; 1)$ .      C.  $(2; -1; 2)$ .      D.  $(4; -2; 4)$ .

Câu 11: Cho hình nón có bán kính đáy  $r = 3$  và độ dài đường sinh  $l = 5$ . Chiều cao của hình nón đã cho bằng

- A. 4.      B. 2.      C. 5.      D.  $\sqrt{34}$ .

Câu 12: Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A.  $\int (2x + 3)dx = 2x^2 + 3x + C.$       B.  $\int (2x + 3)dx = \frac{1}{2}x^2 + 3x + C.$   
 C.  $\int (2x + 3)dx = x^2 + C.$       D.  $\int (2x + 3)dx = x^2 + 3x + C.$

Câu 13: Trên khoảng  $(-\infty; +\infty)$ , hàm số  $F(x) = \frac{1}{2}\sin 2x$  là một nguyên hàm của hàm số nào dưới đây?

- A.  $f_3(x) = -\frac{1}{2}\cos 2x.$     B.  $f_4(x) = -\frac{1}{4}\cos 2x.$     C.  $f_1(x) = -\cos 2x.$     D.  $f_2(x) = \cos 2x.$

Câu 14: Nghiệm của phương trình  $2^{2x} = 2^{x+6}$  là

- A.  $x = 2.$       B.  $x = -2.$       C.  $x = 6.$       D.  $x = -6.$

Câu 15: Trên mặt phẳng tọa độ,  $M(2; -5)$  là điểm biểu diễn của số phức  $z.$  Phần thực của  $z$  bằng

- A. 2.      B. 5.      C. -5.      D. -2.

Câu 16: Trên khoảng  $(0; +\infty)$ , đạo hàm của hàm số  $y = x^{\frac{1}{7}}$  là

- A.  $y' = \frac{7}{8}x^{\frac{8}{7}}.$       B.  $y' = \frac{1}{7}x^{\frac{6}{7}}.$       C.  $y' = \frac{1}{7}x^{-\frac{6}{7}}.$       D.  $y' = x^{-\frac{6}{7}}.$

Câu 17: Cho hàm số  $f(x)$  có đạo hàm liên tục trên  $\mathbb{R}$  và  $f(1) = 3, f(2) = 1.$  Giá trị của  $\int_1^2 f'(x)dx$  bằng

- A. 4.      B. -2.      C. 2.      D. -4.

Câu 18: Cho hình trụ có diện tích xung quanh  $S_{xq} = 36\pi$  và chiều cao  $h = 6.$  Bán kính của hình trụ đã cho bằng

- A. 9.      B. 3.      C. 6.      D. 12.

Câu 19: Trong không gian  $Oxyz,$  cho đường thẳng  $d: \frac{x+1}{1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z}{-3}.$  Vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của  $d?$

- A.  $\vec{u}_4 = (1; 1; 3).$       B.  $\vec{u}_2 = (-1; 2; 0).$       C.  $\vec{u}_3 = (1; -1; -3).$       D.  $\vec{u}_1 = (1; 2; 0).$

Câu 20: Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm  $f'(x) = 2x + 4, \forall x \in \mathbb{R}.$  Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

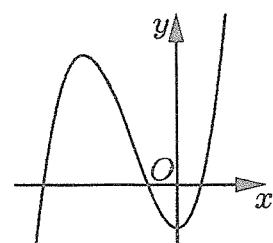
- A.  $(-2; +\infty).$       B.  $(2; +\infty).$       C.  $(-\infty; -2).$       D.  $(2; 4).$

Câu 21: Với  $a, b$  là các số thực dương tùy ý và  $a \neq 1,$   $\log_{a^2} b^2$  bằng

- A.  $\log_a b.$       B.  $\log_a b^4.$       C.  $(\log_a b)^2.$       D.  $\log_{a^4} b.$

Câu 22: Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?

- A.  $y = \frac{x-2}{2x+1}.$       B.  $y = x^3 + 3x^2 - 1.$   
 C.  $y = x^4 - 2x^2 - 4.$       D.  $y = -x^3 + 3x^2 + 3.$



Câu 23: Cho khối lăng trụ tam giác có diện tích đáy  $B = 6$  và chiều cao  $h = 3.$  Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

- A. 6.      B. 24.      C. 18.      D. 12.

Câu 24: Dãy số nào dưới đây là một cấp số cộng?

- A. 1, 2, 3, -4.      B. 1, 3, 5, 10.      C. 1, 0, 2, 4.      D. 1, 3, 5, 7.

Câu 25: Trong không gian  $Oxyz,$  mặt phẳng đi qua điểm  $M(3; 4; -2)$  và vuông góc với trục  $Oz$  có phương trình là

- A.  $x - 3 = 0.$       B.  $y - 4 = 0.$       C.  $x + y + z - 5 = 0.$       D.  $z + 2 = 0.$

Câu 26: Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như sau:

$x$	$-\infty$	$-2$	$0$	$2$	$+\infty$
$f'(x)$	—	0	+	0	—
$f(x)$	$+\infty$	0	—3	0	$+\infty$

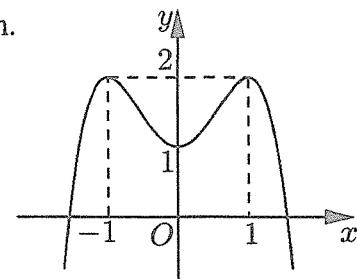
Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

- A. 2.      B. 4.      C. 3.      D. 1.

Câu 27: Cho hàm số bậc bốn  $y = f(x)$  có đồ thị là đường cong trong hình bên.

Số nghiệm thực của phương trình  $f(x) = \frac{3}{2}$  là

- A. 0.      B. 2.      C. 4.      D. 3.



Câu 28: Cho số phức  $z$  có  $\bar{z} = -5 + 6i$ . Phần ảo của  $z$  bằng

- A. 5.      B. -6.      C. 6.      D. -5.

Câu 29: Với  $a, b$  là hai số thực lớn hơn 1,  $\log_{ab} b$  bằng

- A.  $1 - \log_b a$ .      B.  $1 + \log_b a$ .      C.  $\frac{1}{\log_b a}$ .      D.  $\frac{1}{1 + \log_b a}$ .

Câu 30: Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $A(1; 2; -1)$  và mặt phẳng  $(P): 2x - z + 1 = 0$ . Đường thẳng đi qua  $A$  và vuông góc với  $(P)$  có phương trình là

- A.  $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 - t \\ z = -1 + t \end{cases}$       B.  $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = -2 \\ z = 1 - t \end{cases}$       C.  $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 2t \\ z = -1 - t \end{cases}$       D.  $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 \\ z = -1 - t \end{cases}$

Câu 31: Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình vuông cạnh  $a$ , cạnh bên  $SA$  vuông góc với mặt phẳng đáy và  $SA = \sqrt{2}a$ . Khoảng cách từ  $C$  đến mặt phẳng  $(SBD)$  bằng

- A.  $\frac{\sqrt{10}}{5}a$ .      B.  $\frac{2\sqrt{10}}{5}a$ .      C.  $\frac{\sqrt{10}}{10}a$ .      D.  $\frac{\sqrt{6}}{3}a$ .

Câu 32: Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(1; 2; 3)$  và  $B(3; 2; 5)$ . Gọi  $M$  là điểm thỏa mãn  $\overrightarrow{MB} = 3\overrightarrow{MA}$ , độ dài của vecto  $\overrightarrow{OM}$  bằng

- A.  $2\sqrt{2}$ .      B.  $\frac{\sqrt{74}}{2}$ .      C.  $2\sqrt{14}$ .      D. 8.

Câu 33: Cho số phức  $z = 3 + 4i$ . Môđun của số phức  $iz$  bằng

- A. 25.      B. 49.      C. 7.      D. 5.

Câu 34: Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy là tam giác vuông cân tại  $A$ ,  $BC = 2a$ , cạnh bên  $SA$  vuông góc với mặt phẳng đáy và  $SA = \sqrt{3}a$ . Góc giữa hai mặt phẳng  $(SBC)$  và  $(ABC)$  bằng

- A.  $45^\circ$ .      B.  $60^\circ$ .      C.  $90^\circ$ .      D.  $30^\circ$ .

Câu 35: Giá trị lớn nhất của hàm số  $f(x) = -6x^3 + 27x^2 - 16x + 1$  trên đoạn  $[1; 5]$  bằng

- A. 6.      B.  $-\frac{14}{9}$ .      C. -154.      D.  $\frac{329}{9}$ .

Câu 36: Một ô tô đang chuyển động với vận tốc 20 m/s thì người lái xe đạp phanh. Từ thời điểm đó, ô tô chuyển động thẳng, chậm dần đều với vận tốc biến thiên theo thời gian được xác định bởi quy luật  $v(t) = -4t + 20$  (m/s) trong đó  $t$  là khoảng thời gian tính bằng giây kể từ lúc người lái xe bắt đầu đạp phanh. Quãng đường ô tô đi được từ lúc người lái xe bắt đầu đạp phanh đến khi xe dừng hẳn bằng

- A. 50 m.      B. 30 m.      C. 32 m.      D. 48 m.

Câu 37: Trên hai tia  $Ox$ ,  $Oy$  của góc nhọn  $xOy$  lần lượt cho 5 điểm và 6 điểm phân biệt  $O$ . Chọn ngẫu nhiên 3 điểm từ 12 điểm (gồm điểm  $O$  và 11 điểm đã cho), xác suất để 3 điểm chọn được là ba đỉnh của một tam giác bằng

A.  $\frac{27}{44}$ .

B.  $\frac{3}{4}$ .

C.  $\frac{39}{44}$ .

D.  $\frac{19}{22}$ .

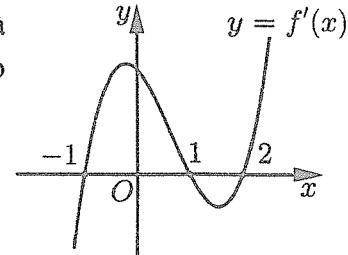
Câu 38: Cho hàm số bậc bốn  $y = f(x)$ . Hàm số  $y = f'(x)$  có đồ thị là đường cong trong hình bên. Hàm số  $y = f(x)$  đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A.  $(-1; 2)$ .

B.  $(-1; 1)$ .

C.  $(-\infty; -1)$ .

D.  $(1; 2)$ .



Câu 39: Cho hàm số bậc bốn  $y = f(x)$  có ba điểm cực trị là  $-\frac{7}{2}; -1; \frac{3}{2}$  và đạt giá trị lớn nhất trên  $\mathbb{R}$ .

Bất phương trình  $f(x) \geq m$  có nghiệm thuộc đoạn  $[-3; 0]$  khi và chỉ khi

A.  $m \leq f(-1)$ .

B.  $f(-1) \leq m \leq f(0)$ .

C.  $m \leq f(0)$ .

D.  $m \leq f(-3)$ .

Câu 40: Cho hàm số  $y = f(x)$  có  $f(0) = \frac{1}{2}$  và  $f'(x) = \tan^3 x + \tan x, \forall x \in \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$ . Biết

$\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} (x+1)f(x)dx = a\pi\sqrt{3} + b\sqrt{3} + c\ln 3$ , với  $a, b, c$  là các số hữu tỉ, giá trị của  $a+b+c$  thuộc khoảng nào dưới đây?

A.  $\left(0; \frac{1}{3}\right)$ .

B.  $\left(\frac{2}{3}; 1\right)$ .

C.  $\left(-\frac{1}{3}; 0\right)$ .

D.  $\left(\frac{1}{3}; \frac{2}{3}\right)$ .

Câu 41: Có bao nhiêu số nguyên  $a$  lớn hơn 1 sao cho ứng với mỗi  $a$  tồn tại không quá 7 số nguyên  $b$  thỏa mãn  $2^{b^2} < 8^{-b} \cdot a^{b+3}$ ?

A. 15.

B. 31.

C. 16.

D. 32.

Câu 42: Trong không gian, cho hình thoi  $ABCD$  có  $AB = 6$  và  $BD = 4$ . Khi quay hình thoi  $ABCD$  quanh trục  $AB$  thì đường gấp khúc  $ADCB$  tạo thành hình tròn xoay ( $H$ ). Thể tích của khối tròn xoay được giới hạn bởi ( $H$ ) bằng

A.  $\frac{256\pi}{3}$ .

B.  $\frac{8704\pi}{81}$ .

C.  $\frac{2368\pi}{27}$ .

D.  $\frac{64\pi}{3}$ .

Câu 43: Xét phương trình bậc hai  $az^2 + bz + c = 0$  ( $a, b, c \in \mathbb{R}, a \neq 0$ ) có hai nghiệm phức  $z_1, z_2$  có phần ảo khác 0 và  $\left|2z_1 - \frac{1}{7}\right| = |z_1 - z_2|$ . Giả sử  $|z_1| = \frac{1}{\sqrt{k}}$  và  $w$  là số phức thỏa mãn  $cw^2 + bw + a = 0$ , có bao nhiêu số nguyên dương  $k$  sao cho ứng với mỗi  $k$  tồn tại đúng 5 số phức  $z_3$  có phần ảo nguyên,  $z_3 - w$  là số thuần ảo và  $|z_3| \leq |w|$ ?

A. 10.

B. 5.

C. 6.

D. 11.

Câu 44: Trong không gian  $Oxyz$ , cho đường thẳng  $\Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y-3}{5} = \frac{z-1}{-1}$  và mặt phẳng ( $P$ ):  $2x + y + z = 0$ . Đường thẳng đối xứng với  $\Delta$  qua ( $P$ ) có phương trình là

A.  $\frac{x+3}{3} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+1}{-1}$ .

B.  $\frac{x+4}{1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+2}{1}$ .

C.  $\frac{x}{3} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-2}{-1}$ .

D.  $\frac{x-3}{1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-1}{1}$ .

Câu 45: Cho khối lăng trụ đứng  $ABC.A'B'C'$  có đáy  $ABC$  là tam giác vuông tại  $C$ ,  $AB = \sqrt{3}a$  và  $AC = a$ . Biết góc giữa đường thẳng  $B'C$  và mặt phẳng  $(ABC)$  bằng  $30^\circ$ , thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

- A.  $\frac{\sqrt{3}}{3}a^3$ .      B.  $\frac{2\sqrt{3}}{3}a^3$ .      C.  $\frac{\sqrt{3}}{9}a^3$ .      D.  $\sqrt{3}a^3$ .

Câu 46: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số  $m$  sao cho ứng với mỗi  $m$  tồn tại đúng hai số phức  $z$  thỏa mãn  $|z + 1 - 7i| + |z + 1 + 7i| = 14$  và  $|z - 1 - i| = m$ ?

- A. 4.      B. 5.      C. 2.      D. 3.

Câu 47: Xét hàm số  $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$  ( $a, b, c, d \in \mathbb{R}, a > 0$ ) có hai điểm cực trị  $x_1, x_2$  (với  $x_1 < x_2$ ) thỏa mãn  $x_1 + x_2 = 0$ . Hình phẳng giới hạn bởi đường  $y = f'(x)f''(x)$  và trục hoành có diện tích bằng  $\frac{9}{16}$ . Biết  $\int_{x_1}^{x_2} \frac{f'(x)}{2^x + 1} dx = -\frac{5}{2}$ , giá trị của  $\int_0^{x_2} (x+2)f''(x)dx$  thuộc khoảng nào dưới đây?

- A.  $\left(\frac{7}{2}; \frac{9}{2}\right)$ .      B.  $\left(-\frac{3}{2}; -\frac{1}{2}\right)$ .      C.  $\left(\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right)$ .      D.  $\left(-\frac{9}{2}; -\frac{7}{2}\right)$ .

Câu 48: Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(1; -2; -1)$ ,  $B(2; -4; -1)$  và mặt cầu  $(S)$  tâm  $I(1; 2; -1)$  đi qua  $A$ . Điểm  $M(a; b; c)$  (với  $c > 0$ ) thuộc  $(S)$  sao cho  $IAM$  là tam giác tù, có diện tích bằng  $2\sqrt{7}$  và khoảng cách giữa hai đường thẳng  $BM$  và  $IA$  lớn nhất. Giá trị của  $a + b + c$  thuộc khoảng nào dưới đây?

- A.  $\left(\frac{17}{2}; 9\right)$ .      B.  $\left(2; \frac{5}{2}\right)$ .      C.  $\left(\frac{5}{2}; 3\right)$ .      D.  $\left(8; \frac{17}{2}\right)$ .

Câu 49: Xét hàm số bậc bốn  $y = f(x)$  có  $f(-1) = -6$ . Hàm số  $y = f'(x)$  đồng biến trên khoảng  $(-\infty; +\infty)$ ,  $f'(4) = 0$  và  $f'(-1) = a$ . Có bao nhiêu số nguyên  $a \in (-100; 0)$  sao cho ứng với mỗi  $a$ , hàm số  $y = \left|f(x) + \frac{6}{x^2}\right|$  có đúng 3 điểm cực trị thuộc khoảng  $(-1; +\infty)$ ?

- A. 11.      B. 12.      C. 87.      D. 88.

Câu 50: Cho hàm số  $f(x) = \frac{5}{x^3} + \ln \frac{x+2}{x-2}$ . Có bao nhiêu số nguyên  $a \in (-\infty; 2100)$  thỏa mãn  $f(a-2023) + f(5a-29) \geq 0$ ?

- A. 336.      B. 410.      C. 2093.      D. 1758.

----- HẾT -----

Họ, tên thí sinh: .....  
Số báo danh: .....

Mã đề thi 104

Câu 1: Cho số phức  $z = 1 + 2i$ . Số phức  $2z$  bằng

- A.  $3 + 2i$ .      B.  $3 + 4i$ .      C.  $-3 + 4i$ .      D.  $2 + 4i$ .

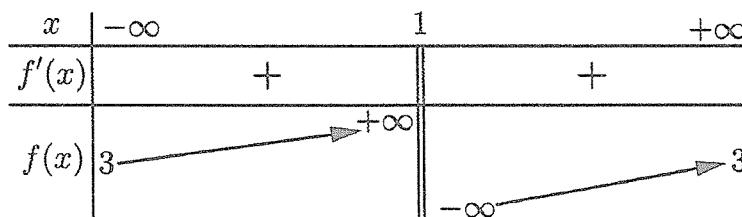
Câu 2: Trong không gian  $Oxyz$ , cho đường thẳng  $d: \frac{x-2}{-1} = \frac{y-5}{2} = \frac{z+1}{3}$ . Điểm nào dưới đây thuộc  $d$ ?

- A. Điểm  $M(-1; 2; 3)$ .    B. Điểm  $Q(1; 3; 2)$ .    C. Điểm  $P(-2; -5; 1)$ .    D. Điểm  $N(2; 5; -1)$ .

Câu 3: Nếu  $\int_1^3 f(x)dx = -2$  thì  $\int_3^1 f(x)dx$  bằng

- A. 2.      B. -2.      C.  $-\frac{1}{2}$ .      D.  $\frac{1}{2}$ .

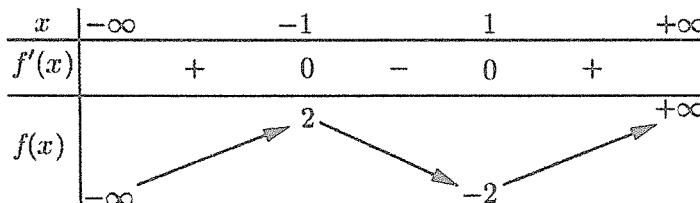
Câu 4: Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như sau:



Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho có phương trình là

- A.  $y = 3$ .      B.  $x = 1$ .      C.  $x = 3$ .      D.  $y = 1$ .

Câu 5: Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như sau:

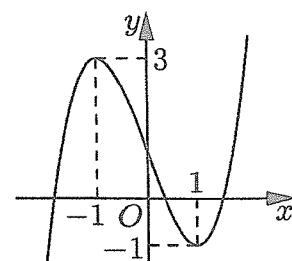


Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

- A. -2.      B. -1.      C. 2.      D. 1.

Câu 6: Cho hàm số bậc ba  $y = f(x)$  có đồ thị là đường cong trong hình bên. Số nghiệm thực của phương trình  $f(x) = 2$  là

- A. 2.      B. 1.      C. 0.      D. 3.



Câu 7: Cho khối chóp tứ giác có diện tích đáy  $B = 3$  và chiều cao  $h = 6$ . Thể tích của khối chóp đã cho bằng

- A. 12.      B. 24.      C. 6.      D. 18.

Câu 8: Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A.  $\int \cos 2x dx = \frac{1}{2} \cos 2x + C$ .      B.  $\int \cos 2x dx = \frac{1}{2} \sin 2x + C$ .  
C.  $\int \cos 2x dx = -2 \cos 2x + C$ .      D.  $\int \cos 2x dx = -\frac{1}{2} \sin 2x + C$ .

Câu 9: Trên khoảng  $(-\infty; +\infty)$ , đạo hàm của hàm số  $y = 4^x$  là

- A.  $y' = x4^{x-1}$ .      B.  $y' = \frac{4^{x+1}}{x+1}$ .      C.  $y' = 4^x \ln 4$ .      D.  $y' = \frac{4^x}{\ln 4}$ .

Câu 10: Tập nghiệm của bất phương trình  $\log_{\frac{1}{2}}(x+1) > -1$  là

- A.  $(-1; 1)$ .      B.  $(0; 1)$ .      C.  $(-\infty; 1)$ .      D.  $(1; +\infty)$ .

Câu 11: Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn của số phức  $z = 3 + 5i$  có tọa độ là

- A.  $(5; -3)$ .      B.  $(3; -5)$ .      C.  $(5; 3)$ .      D.  $(3; 5)$ .

Câu 12: Cho khối lăng trụ tam giác có thể tích  $V = 36a^3$  và diện tích đáy  $B = 4a^2$ . Chiều cao của khối lăng trụ đã cho bằng

- A.  $3a$ .      B.  $6a$ .      C.  $27a$ .      D.  $9a$ .

Câu 13: Cho hình trụ có bán kính đáy  $r = 3$  và chiều cao  $h = 5$ . Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

- A.  $30\pi$ .      B.  $9\pi$ .      C.  $15\pi$ .      D.  $20\pi$ .

Câu 14: Tập xác định của hàm số  $y = (x-1)^{\frac{3}{2}}$  là

- A.  $(0; +\infty)$ .      B.  $(-\infty; +\infty)$ .      C.  $(1; +\infty)$ .      D.  $(-\infty; 1)$ .

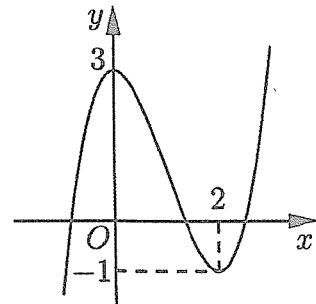
Câu 15: Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A.  $\int 5^x dx = \frac{5^x}{\ln 5} + C$ .  
 B.  $\int 5^x dx = 5^x \ln 5 + C$ .  
 C.  $\int 5^x dx = \frac{5^{x+1}}{\ln 5} + C$ .  
 D.  $\int 5^x dx = 5^x + C$ .

Câu 16: Cho hàm số bậc ba  $y = f(x)$  có đồ thị là đường cong trong hình bên.

Điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

- A.  $x = 0$ .      B.  $x = 2$ .  
 C.  $x = 3$ .      D.  $x = -1$ .



Câu 17: Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm  $f'(x) = 2-x$ ,  $\forall x \in \mathbb{R}$ . Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A.  $(-\infty; 2)$ .      B.  $(2; +\infty)$ .      C.  $(-\infty; +\infty)$ .      D.  $(0; 5)$ .

Câu 18: Với  $a, b$  là các số thực dương tùy ý,  $\log_2(ab)$  bằng

- A.  $\log_2 a + \log_2 b$ .      B.  $\log_2 a - \log_2 b$ .      C.  $\log_2 a \cdot \log_2 b$ .      D.  $b \log_2 a$ .

Câu 19: Cho số phức  $z = 2024 - 2i$ . Số phức liên hợp của  $z$  là

- A.  $2 + 2024i$ .      B.  $-2024 + 2i$ .      C.  $-2 + 2024i$ .      D.  $2024 + 2i$ .

Câu 20: Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(1; 2; -4)$  và  $B(3; -2; 0)$ . Vecto  $\overrightarrow{AB}$  có tọa độ là

- A.  $(2; -4; 4)$ .      B.  $(4; 0; -4)$ .      C.  $(2; 0; -2)$ .      D.  $(-2; 4; -4)$ .

Câu 21: Cho hàm số  $f(x)$  có đạo hàm liên tục trên  $\mathbb{R}$  và  $f(-2) = -5$ ,  $f(3) = 7$ . Giá trị của

$$\int_{-2}^3 f'(x) dx$$

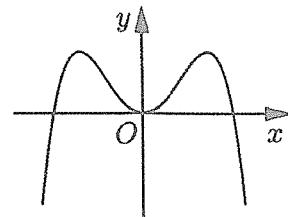
- A.  $-35$ .      B.  $12$ .      C.  $-12$ .      D.  $2$ .

Câu 22: Trong không gian  $Oxyz$ , điểm nào dưới đây thuộc mặt phẳng ( $Oxy$ )?

- A. Điểm  $Q(0; 3; 1)$ .      B. Điểm  $N(-1; 0; 5)$ .      C. Điểm  $P(2; 0; 5)$ .      D. Điểm  $M(2; 3; 0)$ .

Câu 23: Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?

- A.  $y = x^2 - 2x$ .  
 B.  $y = 2x^3 + x^2$ .  
 C.  $y = -x^4 + 2x^2$ .  
 D.  $y = \frac{3x - 1}{x + 2}$ .



Câu 24: Nghiệm của phương trình  $2^{2x+1} = \frac{1}{8}$  là

- A.  $x = -2$ .  
 B.  $x = -1$ .  
 C.  $x = 1$ .  
 D.  $x = 2$ .

Câu 25: Từ một đội văn nghệ gồm 6 nam và 5 nữ, có bao nhiêu cách chọn một nam và một nữ để hát song ca với nhau?

- A. 110.  
 B. 30.  
 C. 11.  
 D. 55.

Câu 26: Cho khối nón có diện tích đáy  $B = 8$  và chiều cao  $h = 9$ . Thể tích của khối nón đã cho bằng

- A. 24.  
 B. 192.  
 C. 72.  
 D. 216.

Câu 27: Cho cấp số cộng  $(u_n)$  với  $u_1 = 3$  và công sai  $d = 6$ . Giá trị của  $u_2$  bằng

- A.  $-3$ .  
 B. 9.  
 C. 18.  
 D. 3.

Câu 28: Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 2z - 3 = 0$ . Tâm của  $(S)$  có tọa độ là

- A.  $(-1; 2; -1)$ .  
 B.  $(-2; 4; -2)$ .  
 C.  $(2; -4; 2)$ .  
 D.  $(1; -2; 1)$ .

Câu 29: Cho số phức  $z$  thỏa mãn  $z \cdot \bar{z} = 4$ . Môđun của  $z$  bằng

- A. 2.  
 B. 4.  
 C.  $\sqrt{2}$ .  
 D.  $2\sqrt{2}$ .

Câu 30: Với  $a, b$  là hai số thực lớn hơn 1,  $\log_{ab} a$  bằng

- A.  $1 - \log_a b$ .  
 B.  $\frac{1}{1 + \log_a b}$ .  
 C.  $1 + \log_a b$ .  
 D.  $\frac{1}{\log_a b}$ .

Câu 31: Trên hai tia  $Ox$ ,  $Oy$  của góc nhọn  $xOy$  lần lượt cho 5 điểm và 8 điểm phân biệt khác  $O$ . Chọn ngẫu nhiên 3 điểm từ 14 điểm (gồm điểm  $O$  và 13 điểm đã cho), xác suất để 3 điểm chọn được là ba đỉnh của một tam giác bằng

- A.  $\frac{5}{7}$ .  
 B.  $\frac{149}{182}$ .  
 C.  $\frac{75}{91}$ .  
 D.  $\frac{55}{91}$ .

Câu 32: Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $M(1; -2; 1)$  và đường thẳng  $d: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 + 2t \\ z = 1 - t \end{cases}$ . Đường thẳng

đi qua  $M$  và song song với  $d$  có phương trình là

- A.  $\frac{x-2}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+1}{1}$ .  
 B.  $\frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-1}{-1}$ .  
 C.  $\frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-1}{1}$ .  
 D.  $\frac{x+1}{2} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+1}{-1}$ .

Câu 33: Cho hình chóp tứ giác đều  $S.ABCD$  có tất cả các cạnh bằng  $2a$ . Khoảng cách từ  $A$  đến mặt phẳng  $(SCD)$  bằng

- A.  $\frac{2\sqrt{6}}{3}a$ .  
 B.  $\frac{\sqrt{3}}{4}a$ .  
 C.  $\frac{\sqrt{6}}{3}a$ .  
 D.  $\frac{\sqrt{3}}{2}a$ .

Câu 34: Một ô tô đang chuyển động với vận tốc  $24 \text{ m/s}$  thì người lái xe đạp phanh. Từ thời điểm đó, ô tô chuyển động thẳng, chậm dần đều với vận tốc biến thiên theo thời gian được xác định bởi quy luật  $v(t) = -4t + 24$  ( $\text{m/s}$ ) trong đó  $t$  là khoảng thời gian tính bằng giây kể từ lúc người lái xe bắt đầu đạp phanh. Quãng đường ô tô đi được từ lúc người lái xe bắt đầu đạp phanh đến khi xe dừng hẳn bằng

- A. 64 m.  
 B. 42 m.  
 C. 72 m.  
 D. 50 m.

Câu 35: Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình vuông,  $BD = 2a$ , cạnh bên  $SA$  vuông góc với mặt phẳng đáy và  $SA = a$ . Góc giữa hai mặt phẳng ( $SBD$ ) và ( $ABCD$ ) bằng

- A.  $90^\circ$ .      B.  $30^\circ$ .      C.  $45^\circ$ .      D.  $60^\circ$ .

Câu 36: Trong không gian  $Oxyz$ , mặt phẳng đi qua hai điểm  $M(3; 1; -1)$ ,  $N(2; -1; 4)$  và vuông góc với mặt phẳng ( $P$ ):  $2x - y + 3z - 1 = 0$  có phương trình là

- A.  $x + 2y + z - 4 = 0$ .      B.  $2x - 11y - 5z = 0$ .  
C.  $x - 13y - 5z - 5 = 0$ .      D.  $x - 13y - 5z + 5 = 0$ .

Câu 37: Giá trị nhỏ nhất của hàm số  $f(x) = 6x^3 - 21x^2 + 20x + 1$  trên đoạn  $[1; 4]$  bằng

- A.  $\frac{61}{9}$ .      B.  $\frac{34}{9}$ .      C. 6.      D. 129.

Câu 38: Hàm số  $f(x) = \sqrt{x^2 - 4}$  đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A.  $(-2; 2)$ .      B.  $(-\infty; -2)$ .      C.  $(0; +\infty)$ .      D.  $(2; +\infty)$ .

Câu 39: Cho hàm số bậc bốn  $y = f(x)$  có ba điểm cực trị là  $-\frac{3}{2}; 2; \frac{11}{2}$  và đạt giá trị nhỏ nhất trên  $\mathbb{R}$ .

Bất phương trình  $f(x) \leq m$  có nghiệm thuộc đoạn  $[0; 3]$  khi và chỉ khi

- A.  $m \geq f(2)$ .      B.  $f(2) \geq m \geq f(3)$ .      C.  $m \geq f(0)$ .      D.  $m \geq f(3)$ .

Câu 40: Cho hàm số  $y = f(x)$  có  $f(e) = \frac{1}{5}$  và  $f'(x) = \frac{1}{3} \ln x$ ,  $\forall x \in (0; +\infty)$ . Biết

$\int_e^{e^3} \frac{f(x)}{x^2} dx = ae^{-3} + be^{-1} + c$ , với  $a, b, c$  là các số hữu tỉ, giá trị của  $a - b + c$  thuộc khoảng nào dưới đây?

- A.  $\left(\frac{1}{2}; \frac{3}{4}\right)$ .      B.  $\left(0; \frac{1}{4}\right)$ .      C.  $\left(\frac{1}{4}; \frac{1}{2}\right)$ .      D.  $\left(\frac{3}{4}; 1\right)$ .

Câu 41: Có bao nhiêu số nguyên  $a$  lớn hơn 1 sao cho ứng với mỗi  $a$  tồn tại không quá 4 số nguyên  $b$  thỏa mãn  $5^{b^2} < 25^{-b} \cdot a^{b+2}$ ?

- A. 100.      B. 99.      C. 125.      D. 124.

Câu 42: Xét phương trình bậc hai  $az^2 + bz + c = 0$  ( $a, b, c \in \mathbb{R}$ ,  $a \neq 0$ ) có hai nghiệm phức  $z_1, z_2$  có phần ảo khác 0 và  $\left|2z_1 - \frac{1}{9}\right| = |z_1 - z_2|$ . Giả sử  $|z_1| = \frac{1}{\sqrt{k}}$  và  $w$  là số phức thỏa mãn  $cw^2 + bw + a = 0$ , có bao nhiêu số nguyên dương  $k$  sao cho ứng với mỗi  $k$  tồn tại đúng 9 số phức  $z_3$  có phần ảo nguyên,  $z_3 - w$  là số thuần ảo và  $|z_3| \leq |w|$ ?

- A. 12.      B. 22.      C. 23.      D. 11.

Câu 43: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số  $m$  sao cho ứng với mỗi  $m$  tồn tại đúng hai số phức  $z$  thỏa mãn  $|z - 1 - 5i| + |z - 1 + 5i| = 10$  và  $|z - 2 - i| = m$ ?

- A. 2.      B. 4.      C. 5.      D. 3.

Câu 44: Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy là tam giác vuông cân tại  $A$ ,  $AB = 2a$ , mặt bên  $SAB$  là tam giác đều nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Diện tích của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp đã cho bằng

- A.  $\frac{28\pi}{9}a^2$ .      B.  $\frac{28\pi}{3}a^2$ .      C.  $\frac{25\pi}{3}a^2$ .      D.  $\frac{25\pi}{9}a^2$ .

Câu 45: Cho khối lăng trụ đứng  $ABC.A'B'C'$  có đáy  $ABC$  là tam giác vuông cân tại  $A$ ,  $AB = a$ . Biết góc giữa hai mặt phẳng ( $A'BC$ ) và ( $ABC$ ) bằng  $30^\circ$ , thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

- A.  $\frac{3\sqrt{6}}{4}a^3$ .      B.  $\frac{\sqrt{6}}{4}a^3$ .      C.  $\frac{\sqrt{6}}{12}a^3$ .      D.  $\frac{\sqrt{6}}{36}a^3$ .

Câu 46: Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai đường thẳng  $d_1: \frac{x-2}{1} = \frac{y-4}{3} = \frac{z+3}{-5}$  và  $d_2: \frac{x+2}{1} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z+1}{-1}$ . Trong các mặt cầu tiếp xúc với cả hai đường thẳng  $d_1$  và  $d_2$ , gọi  $(S)$  là mặt cầu có bán kính nhỏ nhất, phương trình của  $(S)$  là

- A.  $x^2 + (y+1)^2 + z^2 = 6$ .  
 B.  $x^2 + (y-3)^2 + (z+4)^2 = 6$ .  
 C.  $(x+1)^2 + y^2 + (z-1)^2 = 6$ .  
 D.  $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z+1)^2 = 6$ .

Câu 47: Cho hàm số  $f(x) = \frac{2}{x^3} + \ln \frac{x+3}{x-3}$ . Có bao nhiêu số nguyên  $a \in (-\infty; 2100)$  thỏa mãn  $f(a-2024) + f(6a-27) \geq 0$ ?

- A. 1807.      B. 288.      C. 2096.      D. 360.

Câu 48: Xét hàm số  $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$  ( $a, b, c, d \in \mathbb{R}, a > 0$ ) có hai điểm cực trị  $x_1, x_2$  (với  $x_1 < x_2$ ) thỏa mãn  $x_1 + x_2 = 0$ . Hình phẳng giới hạn bởi đường  $y = f'(x)f''(x)$  và trực hoành có diện tích bằng  $\frac{9}{4}$ . Biết  $\int_{x_1}^{x_2} \frac{f'(x)}{3^x + 1} dx = -\frac{7}{2}$ , giá trị của  $\int_0^{x_2} (x+2)f''(x)dx$  thuộc khoảng nào dưới đây?

- A.  $(-7; -6)$ .      B.  $(0; 1)$ .      C.  $(6; 7)$ .      D.  $(-1; 0)$ .

Câu 49: Xét hàm số bậc bốn  $y = f(x)$  có  $f(-1) = -5$ . Hàm số  $y = f'(x)$  đồng biến trên khoảng  $(-\infty; +\infty)$ ,  $f'(4) = 0$  và  $f'(-1) = a$ . Có bao nhiêu số nguyên  $a \in (-100; 0)$  sao cho ứng với mỗi  $a$ , hàm số  $y = \left| f(x) + \frac{5}{x^2} \right|$  có đúng 3 điểm cực trị thuộc khoảng  $(-1; +\infty)$ ?

- A. 9.      B. 10.      C. 90.      D. 89.

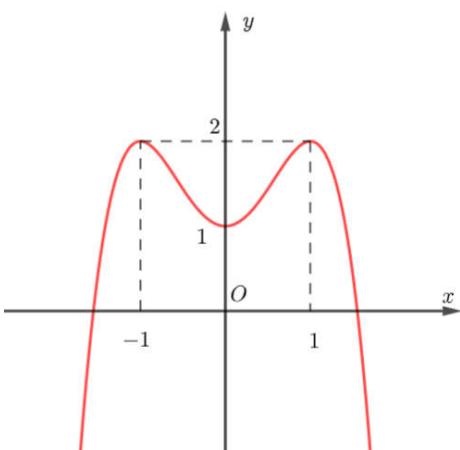
Câu 50: Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(1; 6; -1)$ ,  $B(2; -4; -1)$  và mặt cầu  $(S)$  tâm  $I(1; 2; -1)$  đi qua  $A$ . Điểm  $M(a; b; c)$  (với  $c > 0$ ) thuộc  $(S)$  sao cho  $IAM$  là tam giác tù, có diện tích bằng  $2\sqrt{7}$  và khoảng cách giữa hai đường thẳng  $BM$  và  $IA$  lớn nhất. Giá trị của  $a + b + c$  thuộc khoảng nào dưới đây?

- A.  $\left(1; \frac{3}{2}\right)$ .      B.  $\left(2; \frac{5}{2}\right)$ .      C.  $\left(\frac{3}{2}; 2\right)$ .      D.  $\left(\frac{5}{2}; 3\right)$ .

----- HẾT -----

Câu hỏi	Mã đề thi																						
	101	102	103	104	105	106	107	108	109	110	111	112	113	114	115	116	117	118	119	120	121	122	123
1	B	A	D	D	A	C	D	C	B	C	B	C	B	D	B	C	A	C	D	C	D	B	
2	D	D	C	D	A	A	B	C	B	C	B	C	D	B	A	B	C	A	C	D	C	B	
3	C	D	C	A	C	B	D	A	C	C	C	C	C	C	A	A	D	C	A	D	B	B	
4	C	B	B	B	D	B	C	D	C	D	A	D	D	C	A	C	C	D	B	D	A	A	
5	A	B	C	C	D	B	C	D	D	B	C	C	B	A	D	B	C	A	A	D	A	A	
6	A	A	D	C	D	A	A	A	D	B	C	C	D	C	B	B	C	C	B	D	D	B	
7	B	A	D	C	B	C	A	B	D	C	C	A	A	B	B	B	A	D	D	D	A	A	
8	D	C	D	B	C	C	B	C	B	D	C	A	D	B	A	D	C	D	A	C	D	A	
9	C	C	D	C	A	D	C	B	A	C	D	C	B	A	D	C	A	B	C	B	B	B	
10	A	A	C	A	B	A	D	D	A	C	D	C	C	D	A	A	C	D	D	C	D	C	
11	A	B	A	D	C	D	C	D	D	C	D	B	C	C	A	A	B	B	B	B	B	D	
12	C	A	D	D	B	A	B	D	A	D	A	D	A	D	A	A	D	C	A	C	B	C	
13	C	D	A	D	A	D	A	D	B	C	D	D	A	B	D	D	A	A	A	B	D	D	
14	B	C	C	C	A	C	A	A	C	B	B	C	B	B	B	B	B	B	C	B	B	B	
15	C	A	A	A	D	A	C	B	B	B	D	B	B	B	B	B	D	C	D	B	C	C	
16	D	C	B	A	C	D	A	B	B	D	B	C	A	C	C	B	C	C	D	B	A	C	
17	A	C	B	A	B	A	C	C	A	C	B	C	A	D	A	D	D	A	A	D	A	D	
18	C	C	B	A	B	B	A	A	A	B	C	C	C	B	D	A	C	A	D	B	C	C	
19	A	B	C	D	A	A	B	A	D	C	A	C	D	C	B	B	B	C	B	C	B	B	
20	B	A	C	A	A	C	B	B	A	C	D	B	A	A	A	C	D	C	D	D	D	B	
21	A	B	A	D	A	D	A	A	B	A	D	B	B	B	A	A	C	D	A	D	B	C	
22	A	C	B	D	D	A	D	D	B	D	B	B	B	B	A	A	C	D	B	A	C	C	
23	A	D	C	D	D	C	D	C	C	B	A	C	C	C	D	D	D	B	D	C	A	B	
24	C	C	D	C	C	D	C	D	A	B	C	D	A	B	C	D	B	C	B	A	A	C	
25	B	B	D	D	A	D	D	C	A	D	B	D	D	B	C	C	D	A	A	D	A	C	
26	D	B	C	A	D	C	A	D	B	A	D	C	D	D	A	B	C	B	D	C	D	D	
27	B	A	C	B	A	A	C	D	D	B	C	D	B	A	B	C	B	D	C	D	C	D	
28	C	C	B	D	B	D	C	B	B	A	B	B	C	C	B	D	D	D	C	A	B	B	
29	D	B	D	A	C	B	C	A	D	C	A	B	C	C	A	B	C	D	C	B	C	B	
30	D	D	B	D	A	B	C	D	C	A	B	D	C	C	B	B	A	A	A	C	A	D	
31	D	C	A	D	D	B	C	D	B	C	A	D	B	C	D	B	D	D	D	C	C	B	
32	C	A	B	B	A	C	C	A	C	B	B	A	D	B	B	A	D	D	C	C	C	B	
33	B	C	D	A	B	C	D	C	A	B	A	D	B	C	C	C	C	A	C	C	B	B	
34	B	A	B	C	C	B	B	D	B	A	C	A	B	D	D	B	C	A	A	D	C	D	
35	A	C	D	C	C	D	B	A	C	D	B	A	B	D	D	C	D	A	D	B	B	B	
36	B	B	A	D	C	B	C	D	B	C	B	B	B	B	C	A	C	B	D	A	D	B	
37	D	A	B	D	C	A	D	C	D	A	D	B	D	C	C	C	C	D	A	A	D	D	
38	A	A	B	D	C	B	C	B	A	C	B	C	B	A	D	B	C	A	D	B	C	C	
39	B	D	C	C	D	C	B	B	C	B	A	D	B	C	A	D	B	C	C	A	B	D	
40	D	D	A	C	D	D	C	C	D	B	A	D	D	A	C	C	C	A	A	A	B	D	
41	C	D	B	D	B	C	C	A	C	C	D	A	A	D	D	A	A	B	A	C	D	D	
42	D	C	A	B	C	C	D	B	D	A	C	B	D	A	C	C	D	A	A	D	A	D	
43	A	C	A	D	C	B	A	D	C	B	D	C	B	D	D	A	C	B	D	C	B	B	
44	A	D	B	B	D	C	C	B	B	D	B	D	B	D	C	A	D	A	A	B	B	B	
45	A	A	C	B	B	D	C	D	A	C	B	D	B	D	B	D	A	A	A	B	C	A	
46	D	A	C	B	A	A	D	A	D	B	C	D	A	D	B	C	D	B	D	C	C	C	
47	B	B	A	D	C	C	B	B	A	B	D	B	B	B	A	A	D	D	A	B	A	B	
48	C	A	D	C	C	D	D	C	B	C	B	D	C	B	B	D	B	A	D	B	B	B	
49	D	B	B	B	B	A	D	B	C	C	A	B	B	B	B	B	B	A	D	D	A	A	
50	C	D	B	B	D	B	B	A	D	B	A	D	B	B	A	D	B	A	A	A	B	A	

**BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO**  
**KỲ THI TỐT NGHIỆP TRUNG HỌC PHỔ THÔNG NĂM 2024**  
**BÀI THI TOÁN**  
**MÃ ĐỀ: 101**

- Câu 1:** Cho số phức  $z$  có  $\bar{z} = -5 + 6i$ . Phần ảo của  $z$  bằng  
**A.**  $-5$ .      **B.**  $-6$ .      **C.**  $5$ .      **D.**  $6$ .
- Câu 2:** Khẳng định nào dưới đây đúng?  
**A.**  $\int (2x+3)dx = \frac{1}{2}x^2 + 3x + C$ .      **B.**  $\int (2x+3)dx = x^2 + C$ .  
**C.**  $\int (2x+3)dx = 2x^2 + 3x + C$ .      **D.**  $\int (2x+3)dx = x^2 + 3x + C$ .
- Câu 3:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho đường thẳng  $d: \frac{x+1}{1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z}{-3}$ . Vecto nào dưới đây là một vecto chỉ phương của  $d$ ?  
**A.**  $\vec{u}_1 = (1; 2; 0)$ .      **B.**  $\vec{u}_2 = (-1; 2; 0)$ .      **C.**  $\vec{u}_3 = (1; -1; -3)$ .      **D.**  $\vec{u}_4 = (1; 1; 3)$ .
- Câu 4:** Cho hình trụ có diện tích xung quanh  $S_{xq} = 36\pi$  và chiều cao  $h = 6$ . Bán kính của hình trụ đã cho bằng  
**A.**  $6$ .      **B.**  $9$ .      **C.**  $3$ .      **D.**  $12$ .
- Câu 5:** Dãy số nào dưới đây là một cấp số cộng?  
**A.**  $1, 3, 5, 7$ .      **B.**  $1, 0, 2, 4$ .      **C.**  $1, 3, 5, 10$ .      **D.**  $1, 2, 3, -4$ .
- Câu 6:** Với  $a, b$  là các số thực dương tuỳ ý và  $a \neq 1$ ,  $\log_{a^2} b^2$  bằng  
**A.**  $\log_a b$ .      **B.**  $\log_{a^4} b$ .      **C.**  $(\log_a b)^2$ .      **D.**  $\log_a b^4$ .
- Câu 7:** Cho hàm số bậc bốn  $y = f(x)$  có đồ thị là đường cong trong hình bên. Số nghiệm thực của phương trình  $f(x) = \frac{3}{2}$  là
- 
- A.**  $3$ .      **B.**  $4$ .      **C.**  $0$ .      **D.**  $2$ .
- Câu 8:** Cho khối lăng trụ tam giác có diện tích đáy  $B = 6$  và chiều cao  $h = 3$ . Thể tích của khối lăng trụ đã cho là  
**A.**  $24$ .      **B.**  $6$ .      **C.**  $12$ .      **D.**  $18$ .
- Câu 9:** Cho hàm số  $f(x)$  có đạo hàm liên tục trên  $\mathbb{R}$  và  $f(1) = 3, f(2) = 1$ . Giá trị của  $\int_1^2 f'(x)dx$  bằng  
**A.**  $4$ .      **B.**  $2$ .      **C.**  $-2$ .      **D.**  $4$ .

**Câu 10:** Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số  $y = \frac{4x-1}{3x+2}$  có phương trình là

- A.  $x = -\frac{2}{3}$ .      B.  $x = \frac{4}{3}$ .      C.  $y = \frac{4}{3}$ .      D.  $y = -\frac{2}{3}$ .

**Câu 11:** Số phức  $z = i + i^2 + i^3$  bằng

- A.  $-1$ .      B.  $-1 + 2i$ .      C.  $1$ .      D.  $i$ .

**Câu 12:** Trên khoảng  $(-\infty; +\infty)$ , hàm số  $F(x) = \frac{1}{2} \sin 2x$  là một nguyên hàm của hàm số nào dưới đây?

- A.  $f_3(x) = -\frac{1}{2} \cos 2x$ .    B.  $f_4(x) = -\frac{1}{4} \cos 2x$ .    C.  $f_2(x) = \cos 2x$ .    D.  $f_1(x) = -\cos 2x$ .

**Câu 13:** Nếu  $\int_{-2}^1 f(x) dx = -1$  và  $\int_1^7 f(x) dx = -5$  thì  $\int_{-2}^7 f(x) dx$  bằng

- A.  $-4$ .      B.  $5$ .      C.  $-6$ .      D.  $4$ .

**Câu 14:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như sau:

$x$	$-\infty$	$-1$	$2$	$+\infty$
$f'(x)$	-	0	+	0
$f(x)$	$+\infty$	$-2$	1	$-\infty$

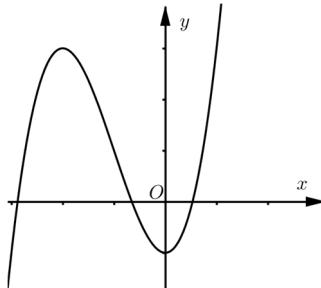
Điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

- A.  $x = 2$ .      B.  $x = -1$ .      C.  $x = 1$ .      D.  $x = -2$ .

**Câu 15:** Tập nghiệm của bất phương trình  $\log_{\frac{1}{2}}(x+2) > -1$  là

- A.  $(-2; 1)$ .      B.  $(0; +\infty)$ .      C.  $(-2; 0)$ .      D.  $(-\infty; 0)$ .

**Câu 16:** Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng đường cong trong hình bên?



- A.  $y = -x^3 + 3x^2 + 3$ .    B.  $y = x^4 - 2x^2 - 4$ .    C.  $y = \frac{x-2}{2x+1}$ .    D.  $y = x^3 + 3x^2 - 1$ .

**Câu 17:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(1; -2; 3)$  và  $B(3; 0; 1)$ . Gọi  $(S)$  là mặt cầu nhận  $AB$  làm đường kính, tâm của  $(S)$  có tọa độ là

- A.  $(2; -1; 2)$ .      B.  $(-1; -1; 1)$ .      C.  $(4; -2; 4)$ .      D.  $(1; 1; -1)$ .

**Câu 18:** Nghiệm của phương trình  $2^{2x} = 2^{x+6}$  là

- A.  $x = -6$ .      B.  $x = 2$ .      C.  $x = 6$ .      D.  $x = -2$ .

**Câu 19:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm  $f'(x) = 2x + 4, \forall x \in \mathbb{R}$ . Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A.  $(-\infty; -2)$ .      B.  $(2; 4)$ .      C.  $(-2; +\infty)$ .      D.  $(2; +\infty)$ .

**Câu 20:** Hàm số nào dưới đây là hàm số mũ?

- A.  $y = x^{2024}$ .      B.  $y = 2024^x$ .      C.  $y = \log_3 x$ .      D.  $y = x^{-4}$ .

**Câu 21:** Trên khoảng  $(0; +\infty)$ , đạo hàm của hàm số  $y = x^{\frac{1}{7}}$  là

- A.  $y' = \frac{1}{7}x^{-\frac{6}{7}}$ .      B.  $y' = \frac{1}{7}x^{\frac{6}{7}}$ .      C.  $y' = x^{-\frac{6}{7}}$ .      D.  $y' = \frac{7}{8}x^{\frac{8}{7}}$ .

**Câu 22:** Cho hình nón có bán kính đáy  $r = 3$  và độ dài đường sinh  $l = 5$ . Chiều cao của hình nón đã cho bằng

- A. 4.      B. 5.      C.  $\sqrt{34}$ .      D. 2.

**Câu 23:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như sau:

$x$	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$
$y'$	-	0	+	-	0
$y$	$+\infty$	$\searrow -3$	$\nearrow 0$	$\searrow -3$	$\nearrow +\infty$

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

- A. 3.      B. 2.      C. 4.      D. 1.

**Câu 24:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai vecto  $\vec{a} = (2; 3; -1)$  và  $\vec{b} = (-3; 2; -4)$ . Vecto  $\vec{a} + \vec{b}$

- A.  $(-1; -5; 5)$ .      B.  $(-5; -1; -3)$ .      C.  $(-1; 5; -5)$ .      D.  $(1; -5; 5)$ .

**Câu 25:** Trong không gian  $Oxyz$ , mặt phẳng đi qua điểm  $M(3; 4; -2)$  và vuông góc với trục  $Oz$  có phương trình là

- A.  $y - 4 = 0$ .      B.  $z + 2 = 0$ .      C.  $x + y + z - 5 = 0$ .      D.  $x - 3 = 0$ .

**Câu 26:** Cho khối chóp tứ giác có thể tích  $V = 3a^3$  và diện tích đáy  $B = a^2$ . Chiều cao của khối chóp đã cho bằng

- A.  $a$ .      B.  $6a$ .      C.  $3a$ .      D.  $9a$ .

**Câu 27:** Có bao nhiêu cách sắp xếp 6 người thành một hàng ngang?

- A. 36.      B. 720.      C. 1.      D. 6.

**Câu 28:** Trên mặt phẳng tọa độ,  $M(2; -5)$  là điểm biểu diễn của số phức  $z$ . Phần thực của  $z$  bằng

- A.  $-5$ .      B.  $-2$ .      C.  $2$ .      D.  $5$ .

**Câu 29:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình vuông cạnh  $a$ , cạnh bên  $SA$  vuông góc với mặt phẳng đáy và  $SA = \sqrt{2}a$ . Khoảng cách từ  $C$  đến mặt phẳng  $(SBD)$  bằng

- A.  $\frac{2\sqrt{10}}{5}a$ .      B.  $\frac{\sqrt{6}}{3}a$ .      C.  $\frac{\sqrt{10}}{10}a$ .      D.  $\frac{\sqrt{10}}{5}a$ .

**Câu 30:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $A(1; 2; -1)$  và mặt phẳng  $(P): 2x - z + 1 = 0$ . Đường thẳng đi qua  $A$  và vuông góc với  $(P)$  có phương trình là

- A.  $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 2t \\ z = -1 - t \end{cases}$       B.  $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 - t \\ z = -1 + t \end{cases}$       C.  $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = -2 \\ z = 1 - t \end{cases}$       D.  $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 \\ z = -1 - t \end{cases}$

**Câu 31:** Cho số phức  $z = 3 + 4i$ . Môđun của số phức  $iz$  bằng

- A. 7.      B. 49.      C. 25.      D. 5.

**Câu 32:** Trên hai tia  $Ox, Oy$  của góc nhọn  $xOy$  lần lượt cho 5 điểm và 6 điểm phân biệt khác  $O$ . Chọn ngẫu nhiên 3 điểm từ 12 điểm (gồm điểm  $O$  và 11 điểm đã cho), xác suất để 3 điểm chọn được là ba đỉnh của một tam giác bằng

A.  $\frac{19}{22}$ .

B.  $\frac{27}{44}$ .

C.  $\frac{3}{4}$ .

D.  $\frac{39}{44}$ .

**Câu 33:** Một ô tô đang chuyển động với vận tốc  $20 \text{ m/s}$  thì người lái xe đạp phanh. Từ thời điểm đó, ô tô chuyển động thẳng, chậm dần đều với vận tốc biến thiên theo thời gian được xác định bởi quy luật  $v(t) = -4t + 20 (\text{m/s})$  trong đó  $t$  là khoảng thời gian tính bằng giây kể từ lúc người lái xe bắt đầu đạp phanh. Quãng đường ô tô đi được từ lúc người lái xe bắt đầu đạp phanh đến khi xe dừng hẳn bằng

A.  $32 \text{ m}$ .

B.  $50 \text{ m}$ .

C.  $48 \text{ m}$ .

D.  $30 \text{ m}$ .

**Câu 34:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(1;2;3)$  và  $B(3;2;5)$ . Gọi  $M$  là điểm thỏa mãn  $\overline{MB} = 3\overline{MA}$ , độ dài của vectơ  $\overline{OM}$  bằng

A.  $\frac{\sqrt{74}}{2}$ .

B.  $2\sqrt{2}$ .

C.  $8$ .

D.  $2\sqrt{14}$ .

**Câu 35:** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy là tam giác vuông cân tại  $A$ ,  $BC = 2a$ , cạnh bên  $SA$  vuông góc với mặt phẳng đáy và  $SA = \sqrt{3}a$ . Góc giữa hai mặt phẳng  $(SBC)$  và  $(ABC)$  bằng

A.  $60^\circ$ .

B.  $90^\circ$ .

C.  $30^\circ$ .

D.  $45^\circ$ .

**Câu 36:** Giá trị lớn nhất của hàm số  $f(x) = -6x^3 + 27x^2 - 16x + 1$  trên đoạn  $[1;5]$  bằng

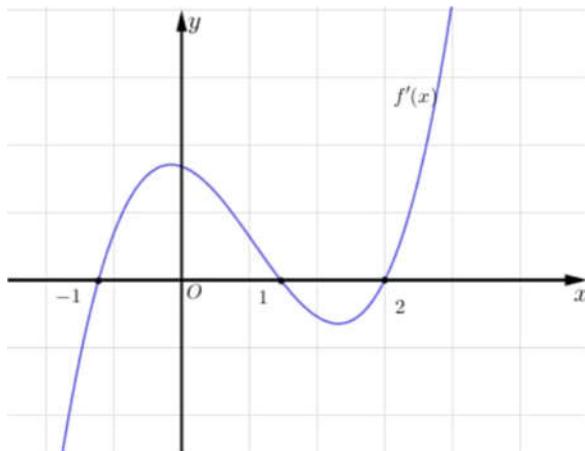
A.  $6$ .

B.  $\frac{329}{9}$ .

C.  $-\frac{14}{9}$ .

D.  $-154$ .

**Câu 37:** Cho hàm số bậc bốn  $y = f(x)$ . Hàm số  $y = f'(x)$  có đồ thị là đường cong trong hình bên. Hàm số  $y = f(x)$  đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



A.  $(-\infty; -1)$ .

B.  $(-1; 2)$ .

C.  $(1; 2)$ .

D.  $(-1; 1)$ .

**Câu 38:** Với  $a, b$  là hai số thực lớn hơn 1,  $\log_{ab} b$  bằng

A.  $\frac{1}{1+\log_b a}$ .

B.  $\frac{1}{\log_b a}$ .

C.  $1 - \log_b a$ .

D.  $1 + \log_b a$ .

**Câu 39:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có  $f(e) = \frac{1}{5}$  và  $f'(x) = \frac{1}{3} \ln x, \forall x \in (0; +\infty)$ . Biết

$\int_e^{e^3} \frac{f(x)}{x^2} dx = ae^{-3} + be^{-1} + c$ , với  $a, b, c$  là số hữu tỉ, giá trị của  $a - b + c$  thuộc khoảng nào dưới đây?

- A.  $\left(\frac{1}{2}; \frac{3}{4}\right)$ .      B.  $\left(\frac{1}{4}; \frac{1}{2}\right)$ .      C.  $\left(\frac{3}{4}; 1\right)$ .      D.  $\left(0; \frac{1}{4}\right)$ .

**Câu 40:** Có bao nhiêu số nguyên  $a$  lớn hơn 1 sao cho ứng với mỗi số  $a$  tồn tại không quá 4 số nguyên  $b$  thỏa mãn  $5^{b^2} < 25^{-b} \cdot a^{b+2}$  ?

- A. 125.      B. 100.      C. 99.      D. 124.

**Câu 41:** Cho hàm số bậc bốn  $y = f(x)$  có ba điểm cực trị là  $-\frac{3}{2}, 2, \frac{11}{2}$  và đạt giá trị nhỏ nhất trên  $\mathbb{R}$ .

Bất phương trình  $f(x) \leq m$  có nghiệm thuộc đoạn  $[0; 3]$  khi và chỉ khi

- A.  $m \geq f(3)$       B.  $f(2) \geq m \geq f(3)$       C.  $m \geq f(0)$       D.  $m \geq f(2)$

**Câu 42:** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số  $m$  sao cho ứng với mỗi  $m$  tồn tại đúng hai số phức  $z$  thỏa mãn  $|z - 1 - 5i| + |z - 1 + 5i| = 10$  và  $|z - 2 - i| = m$  ?

- A. 5      B. 4      C. 2      D. 3

**Câu 43:** Cho hàm số  $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$  ( $a, b, c, d \in \mathbb{R}, a > 0$ ) có hai điểm cực trị  $x_1, x_2$  (với  $x_1 < x_2$ ) thỏa mãn  $x_1 + x_2 = 0$ . Hình phẳng giới hạn bởi đường  $y = f'(x), f''(x)$  và trực hoành

có diện tích bằng  $\frac{9}{4}$ . Biết  $\int_{x_1}^{x_2} \frac{f'(x)}{3^x + 1} dx = -\frac{7}{2}$ , giá trị của  $\int_0^{x_2} (x+2) f''(x) dx$  thuộc khoảng nào dưới đây?

- A.  $(6; 7)$ .      B.  $(-1; 0)$ .      C.  $(0; 1)$ .      D.  $(-7; -6)$ .

**Câu 44:** Cho hình lăng trụ đứng  $ABC.A'B'C'$  có đáy  $ABC$  là tam giác vuông cân tại  $A, AB = a$ . Biết góc giữa hai mặt phẳng  $(A'BC)$  và  $(ABC)$  bằng  $30^\circ$ , thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng.

- A.  $\frac{\sqrt{6}a^3}{12}$       B.  $\frac{\sqrt{6}a^3}{36}$       C.  $\frac{\sqrt{6}}{4}a^3$       D.  $\frac{3\sqrt{6}}{4}a^3$

**Câu 45:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai đường thẳng  $d_1: \frac{x-2}{1} = \frac{y-4}{3} = \frac{z+3}{-5}$  và

$d_2: \frac{x+2}{1} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z+1}{-1}$ . Trong các mặt cầu tiếp xúc với cả hai đường thẳng  $d_1$  và  $d_2$ , gọi  $(S)$  là mặt cầu có bán kính nhỏ nhất, phương trình của  $(S)$  là

- A.  $(x+1)^2 + y^2 + (z-1)^2 = 6$ .      B.  $x^2 + (y-3)^2 + (z+4)^2 = 6$ .  
 C.  $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z+1)^2 = 6$ .      D.  $x^2 + (y+1)^2 + z^2 = 6$ .

**Câu 46:** Cho hàm số  $f(x) = \frac{2}{x^3} + \ln \frac{x+3}{x-3}$ . Có bao nhiêu số nguyên  $a \in (-\infty; 2100)$  thoả mãn

$f(a-2024) + f(6a-27) \geq 0$

- A. 2096.      B. 288.      C. 1807.      D. 360.

**Câu 47:** Xét phương trình bậc hai  $az^2 + bz + c = 0$  ( $a, b, c \in \mathbb{R}, a \neq 0$ ) có hai nghiệm phức  $z_1, z_2$  có phần ảo khác 0 và  $\left|2z_1 - \frac{1}{9}\right| = |z_1 - z_2|$ . Giả sử  $|z_1| = \frac{1}{\sqrt{k}}$  và  $w$  là số phức thoả mãn  $cw^2 + bw + a = 0$ , có bao nhiêu số nguyên dương  $k$  sao cho ứng với mỗi  $k$  tồn tại đúng 9 số phức  $z_3$  có phần ảo nguyên,  $z_3 - w$  là số thuần ảo và  $|z_3| \leq |w|$ ?

A. 23.

B. 22.

C. 11.

D. 12

**Câu 48:** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy là tam giác vuông cân tại  $A, AB = 2a$ , mặt bên  $SAB$  là tam giác đều nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Diện tích của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp đã cho bằng:

A.  $\frac{25\pi}{9}a^2$ .

B.  $\frac{25\pi}{3}a^2$ .

C.  $\frac{28\pi}{3}a^2$ .

D.  $\frac{28\pi}{9}a^2$ .

**Câu 49:** Trong không gian  $\$Oxyz\$$ , cho hai điểm  $A(1;6;-1)$ ,  $B(2;-4;-1)$  và mặt cầu  $(S)$  tâm  $I(1;2;-1)$  đi qua  $A$ . Điểm  $M(a;b;c)$  ( $c > 0$ ) thuộc  $(S)$  sao cho  $\$IAM\$$  là tam giác tù, có diện tích bằng  $2\sqrt{7}$  và khoảng cách giữa hai đường thẳng  $BM$  và  $AI$  lớn nhất. Giá trị của  $a+b+c$  thuộc khoảng nào dưới đây?

A.  $\left(1; \frac{3}{2}\right)$ .

B.  $\left(\frac{3}{2}; 2\right)$ .

C.  $\left(\frac{5}{2}; 3\right)$ .

D.  $\left(2; \frac{5}{2}\right)$ .

**Câu 50:** Xét hàm số bậc bốn  $y = f(x)$  có  $f(-1) = 5$ . Hàm số  $y = f'(x)$  đồng biến trên khoảng  $(-\infty; +\infty)$ ,  $f'(4) = 0$  và  $f'(-1) = a$ . Có bao nhiêu số nguyên  $a \in (-100; 0)$  sao cho ứng với mỗi  $a$ , hàm số  $y = \left|f(x) + \frac{5}{x^2}\right|$  có đúng 3 điểm cực trị thuộc khoảng  $(-1; +\infty)$ ?

A. 9.

B. 89.

C. 10.

D. 90.

----- HẾT -----

## BẢNG ĐÁP ÁN VÀ HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT THAM KHẢO

<b>1.B</b>	<b>2.D</b>	<b>3.C</b>	<b>4.C</b>	<b>5.A</b>	<b>6.A</b>	<b>7.B</b>	<b>8.D</b>	<b>9.C</b>	<b>10.A</b>
<b>11.A</b>	<b>12.C</b>	<b>13.C</b>	<b>14.B</b>	<b>15.C</b>	<b>16.D</b>	<b>17.A</b>	<b>18.C</b>	<b>19.A</b>	<b>20.B</b>
<b>21.A</b>	<b>22.A</b>	<b>23.A</b>	<b>24.C</b>	<b>25.B</b>	<b>26.D</b>	<b>27.B</b>	<b>28.C</b>	<b>29.D</b>	<b>30.D</b>
<b>31.D</b>	<b>32.C</b>	<b>33.B</b>	<b>34.B</b>	<b>35.A</b>	<b>36.B</b>	<b>37.D</b>	<b>38.A</b>	<b>39.B</b>	<b>40.D</b>
<b>41.C</b>	<b>42.D</b>	<b>43.A</b>	<b>44.A</b>	<b>45.A</b>	<b>46.D</b>	<b>47.B</b>	<b>48.C</b>	<b>49.D</b>	<b>50.C</b>

**Câu 1:** Cho số phức  $z$  có  $\bar{z} = -5 + 6i$ . Phần ảo của  $z$  bằng

A.  $-5$ .

**B.**  $-6$ .

C.  $5$ .

D.  $6$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có:  $\bar{z} = -5 + 6i \Rightarrow z = -5 - 6i$ .

Phần ảo của  $z$  bằng  $-6$ .

**Câu 2:** Khẳng định nào dưới đây đúng?

A.  $\int (2x+3)dx = \frac{1}{2}x^2 + 3x + C$ .

B.  $\int (2x+3)dx = x^2 + C$ .

C.  $\int (2x+3)dx = 2x^2 + 3x + C$ .

**D.**  $\int (2x+3)dx = x^2 + 3x + C$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có:  $\int (2x+3)dx = x^2 + 3x + C$ .

**Câu 3:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho đường thẳng  $d: \frac{x+1}{1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z}{-3}$ . Vecto nào dưới đây là một vecto chỉ phương của  $d$ ?

A.  $\vec{u}_1 = (1; 2; 0)$ .

B.  $\vec{u}_2 = (-1; 2; 0)$ .

**C.**  $\vec{u}_3 = (1; -1; -3)$ .

D.  $\vec{u}_4 = (1; 1; 3)$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

**Câu 4:** Cho hình trụ có diện tích xung quanh  $S_{xq} = 36\pi$  và chiều cao  $h = 6$ . Bán kính của hình trụ đã cho bằng

A.  $6$ .

B.  $9$ .

**C.**  $3$ .

D.  $12$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có:  $S_{xq} = 2\pi rl = 2\pi rh \Rightarrow r = \frac{S_{xq}}{2\pi h} = \frac{36\pi}{2\pi \cdot 6} = 3$ .

**Câu 5:** Dãy số nào dưới đây là một cấp số cộng?

**A.**  $1, 3, 5, 7$ .

B.  $1, 0, 2, 4$ .

C.  $1, 3, 5, 10$ .

D.  $1, 2, 3, -4$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có:  $1, 3, 5, 7$  là cấp số cộng với  $u_1 = 1$  và  $d = 2$ .

**Câu 6:** Với  $a, b$  là các số thực dương tuỳ ý và  $a \neq 1$ ,  $\log_{a^2} b^2$  bằng

**A.**  $\log_a b$ .

B.  $\log_{a^4} b$ .

$(\log_a b)^2$ .

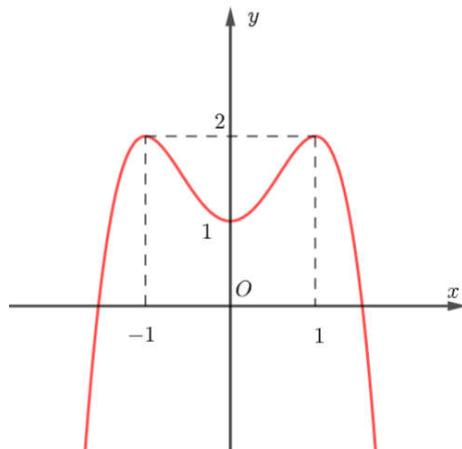
D.  $\log_a b^4$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có  $\log_{a^2} b^2 = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot \log_a b = \log_a b$ .

- Câu 7:** Cho hàm số bậc bốn  $y = f(x)$  có đồ thị là đường cong trong hình bên. Số nghiệm thực của phương trình  $f(x) = \frac{3}{2}$  là

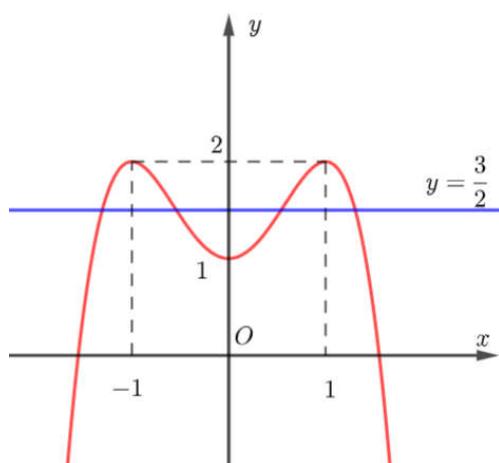


A. 3.

**B. 4.**

C. 0.

D. 2.

**Lời giải****Chọn B**

Ta có số nghiệm của phương trình  $f(x) = \frac{3}{2}$  là số giao điểm của đồ thị hàm số  $y = f(x)$  và

đường thẳng  $y = \frac{3}{2}$ .

Vậy phương trình có 4 nghiệm.

- Câu 8:** Cho khối lăng trụ tam giác có diện tích đáy  $B = 6$  và chiều cao  $h = 3$ . Thể tích của khối lăng trụ đã cho là

A. 24.

**B. 6.**

C. 12.

**D. 18.**

**Lời giải****Chọn D**

Ta có thể tích khối lăng trụ là:  $V = B.h = 6.3 = 18$ .

- Câu 9:** Cho hàm số  $f(x)$  có đạo hàm liên tục trên  $\mathbb{R}$  và  $f(1) = 3$ ,  $f(2) = 1$ . Giá trị của  $\int_1^2 f'(x) dx$  bằng

A. 4.

**B. 2.**

**C. -2.**

D. 4.

### Lời giải

#### Chọn C

Ta có  $\int_1^2 f'(x)dx = [f(x)]_1^2 = f(2) - f(1) = 1 - 3 = -2$ .

**Câu 10:** Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số  $y = \frac{4x-1}{3x+2}$  có phương trình là

- A.  $x = -\frac{2}{3}$ .      B.  $x = \frac{4}{3}$ .      C.  $y = \frac{4}{3}$ .      D.  $y = -\frac{2}{3}$ .

### Lời giải

#### Chọn A

Ta có  $\lim_{x \rightarrow -\frac{2}{3}^-} y = +\infty$  và  $\lim_{x \rightarrow -\frac{2}{3}^+} y = -\infty$ .

Vậy tiệm cận đứng của đồ thị hàm số  $y = \frac{4x-1}{3x+2}$  có phương trình là  $x = -\frac{2}{3}$

**Câu 11:** Số phức  $z = i + i^2 + i^3$  bằng

- A.  $-1$ .      B.  $-1 + 2i$ .      C.  $1$ .      D.  $i$ .

### Lời giải

#### Chọn A

$$z = i + i^2 + i^3 = -1.$$

**Câu 12:** Trên khoảng  $(-\infty; +\infty)$ , hàm số  $F(x) = \frac{1}{2}\sin 2x$  là một nguyên hàm của hàm số nào dưới đây?

- A.  $f_3(x) = -\frac{1}{2}\cos 2x$ .    B.  $f_4(x) = -\frac{1}{4}\cos 2x$ .    C.  $f_2(x) = \cos 2x$ .    D.  $f_1(x) = -\cos 2x$ .

### Lời giải

#### Chọn C

$$f(x) = F'(x) = \left(\frac{1}{2}\sin 2x\right)' = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot \cos 2x = \cos 2x$$

**Câu 13:** Nếu  $\int_{-2}^1 f(x)dx = -1$  và  $\int_1^7 f(x)dx = -5$  thì  $\int_{-2}^7 f(x)dx$  bằng

- A.  $-4$ .      B.  $5$ .      C.  $-6$ .      D.  $4$ .

### Lời giải

#### Chọn C

$$\int_{-2}^7 f(x)dx = \int_{-2}^1 f(x)dx + \int_1^7 f(x)dx = -1 + (-5) = -6.$$

**Câu 14:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như sau:

$x$	$-\infty$	$-1$	$2$	$+\infty$
$f'(x)$	-	0	+	0
$f(x)$	$+\infty$	$-2$	1	$-\infty$

Điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

- A.  $x = 2$ .      B.  $x = -1$ .      C.  $x = 1$ .      D.  $x = -2$ .

### Lời giải

#### Chọn B

**Câu 15:** Tập nghiệm của bất phương trình  $\log_{\frac{1}{2}}(x+2) > -1$  là

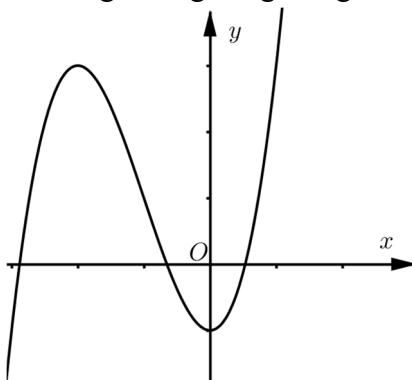
- A.  $(-2; 1)$ .      B.  $(0; +\infty)$ .      C.  $(-2; 0)$ .      D.  $(-\infty; 0)$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

$$\log_{\frac{1}{2}}(x+2) > -1 \Leftrightarrow 0 < x+2 < 2 \Leftrightarrow -2 < x < 0.$$

**Câu 16:** Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng đường cong trong hình bên?



- A.  $y = -x^3 + 3x^2 + 3$ .      B.  $y = x^4 - 2x^2 - 4$ .      C.  $y = \frac{x-2}{2x+1}$ .      D.  $y = x^3 + 3x^2 - 1$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

**Câu 17:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(1; -2; 3)$  và  $B(3; 0; 1)$ . Gọi  $(S)$  là mặt cầu nhận  $AB$  làm đường kính, tâm của  $(S)$  có tọa độ là

- A.  $(2; -1; 2)$ .      B.  $(-1; -1; 1)$ .      C.  $(4; -2; 4)$ .      D.  $(1; 1; -1)$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

Tâm của mặt cầu  $(S)$  là trung điểm của đoạn thẳng  $AB$  có tọa độ là  $(2; -1; 2)$ .

**Câu 18:** Nghiệm của phương trình  $2^{2x} = 2^{x+6}$  là

- A.  $x = -6$ .      B.  $x = 2$ .      C.  $x = 6$ .      D.  $x = -2$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có  $2^{2x} = 2^{x+6} \Leftrightarrow 2x = x+6 \Leftrightarrow x = 6$ .

**Câu 19:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm  $f'(x) = 2x+4, \forall x \in \mathbb{R}$ . Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A.  $(-\infty; -2)$ .      B.  $(2; 4)$ .      C.  $(-2; +\infty)$ .      D.  $(2; +\infty)$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

Có  $f'(x) = 2x+4 < 0 \Leftrightarrow x < -2$ .

Vậy nên hàm số  $y = f(x)$  nghịch biến trên khoảng  $(-\infty; -2)$ .

**Câu 20:** Hàm số nào dưới đây là hàm số mũ?

- A.  $y = x^{2024}$ .      B.  $y = 2024^x$ .      C.  $y = \log_3 x$ .      D.  $y = x^{-4}$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

Hàm số mũ có dạng  $y = a^x$  ( $0 < a \neq 1$ ).

**Câu 21:** Trên khoảng  $(0; +\infty)$ , đạo hàm của hàm số  $y = x^{\frac{1}{7}}$  là

A.  $y' = \frac{1}{7}x^{-\frac{6}{7}}$ .

B.  $y' = \frac{1}{7}x^{\frac{6}{7}}$ .

C.  $y' = x^{-\frac{6}{7}}$ .

D.  $y' = \frac{7}{8}x^{\frac{8}{7}}$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

**Câu 22:** Cho hình nón có bán kính đáy  $r = 3$  và độ dài đường sinh  $l = 5$ . Chiều cao của hình nón đã cho bằng

A. 4.

B. 5.

C.  $\sqrt{34}$ .

D. 2.

**Lời giải**

**Chọn A**

$$h = \sqrt{l^2 - r^2} = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4$$

**Câu 23:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như sau:

$x$	$-\infty$	$-2$	$0$	$2$	$+\infty$
$y'$	-	0	+	0	-
$y$	$+\infty$	$-3$	$0$	$-3$	$+\infty$

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 3.

B. 2.

C. 4.

D. 1.

**Lời giải**

**Chọn A**

Hàm số đã cho có 3 điểm cực trị.

**Câu 24:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai vecto  $\vec{a} = (2; 3; -1)$  và  $\vec{b} = (-3; 2; -4)$ . Vecto  $\vec{a} + \vec{b}$

A.  $(-1; -5; 5)$ .

B.  $(-5; -1; -3)$ .

C.  $(-1; 5; -5)$ .

D.  $(1; -5; 5)$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

$$\vec{a} + \vec{b} = (-1; 5; -5)$$

**Câu 25:** Trong không gian  $Oxyz$ , mặt phẳng đi qua điểm  $M(3; 4; -2)$  và vuông góc với trục  $Oz$  có phương trình là

A.  $y - 4 = 0$ .

B.  $z + 2 = 0$ .

C.  $x + y + z - 5 = 0$ .

D.  $x - 3 = 0$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

Mặt phẳng vuông góc với trục  $Oz$  nên có VTPT là  $\vec{k} = (0; 0; 1)$ .

Mặt phẳng đi qua điểm  $M(3; 4; -2)$  và VTPT là  $\vec{k} = (0; 0; 1)$  có phương trình  $z + 2 = 0$ .

**Câu 26:** Cho khối chóp tứ giác có thể tích  $V = 3a^3$  và diện tích đáy  $B = a^2$ . Chiều cao của khối chóp đã cho bằng

A.  $a$ .

B.  $6a$ .

C.  $3a$ .

D.  $9a$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

$$V = \frac{1}{3} \cdot B \cdot h \Rightarrow 3a^3 = \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot h \Rightarrow h = 9a.$$

**Câu 27:** Có bao nhiêu cách sắp xếp 6 người thành một hàng ngang?

A. 36.

**B. 720.**

C. 1.

D. 6.

**Lời giải**

**Chọn B**

Có  $6! = 720$  cách sắp xếp 6 người thành một hàng ngang.

**Câu 28:** Trên mặt phẳng tọa độ,  $M(2;-5)$  là điểm biểu diễn của số phức  $z$ . Phần thực của  $z$  bằng

A.  $-5$ .

B.  $-2$ .

**C. 2.**

D. 5.

**Lời giải**

**Chọn C**

$M(2;-5)$  là điểm biểu diễn của số phức  $z$ , suy ra  $z = 2 - 5i$ . Vậy phần thực của  $z$  bằng 2.

**Câu 29:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình vuông cạnh  $a$ , cạnh bên  $SA$  vuông góc với mặt phẳng đáy và  $SA = \sqrt{2}a$ . Khoảng cách từ  $C$  đến mặt phẳng  $(SBD)$  bằng

A.  $\frac{2\sqrt{10}}{5}a$ .

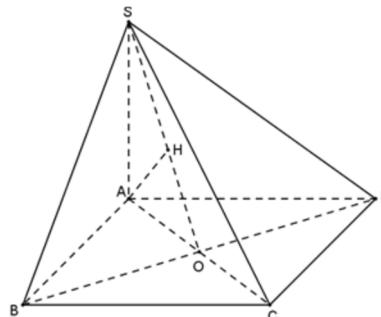
B.  $\frac{\sqrt{6}}{3}a$ .

C.  $\frac{\sqrt{10}}{10}a$ .

**D.  $\frac{\sqrt{10}}{5}a$ .**

**Lời giải**

**Chọn D**



$$d(C; (SBD)) = d(A; (SBD)) = AH.$$

$$\text{Ta có: } \frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AO^2} + \frac{1}{SA^2} = \frac{1}{\left(a\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2} + \frac{1}{\left(a\sqrt{2}\right)^2} \Rightarrow AK = \frac{\sqrt{10}}{5}a$$

**Câu 30:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $A(1;2;-1)$  và mặt phẳng  $(P): 2x - z + 1 = 0$ . Đường thẳng đi qua  $A$  và vuông góc với  $(P)$  có phương trình là

A.  $\begin{cases} x = 2+t \\ y = 2t \\ z = -1-t \end{cases}$

B.  $\begin{cases} x = 1+2t \\ y = 2-t \\ z = -1+t \end{cases}$

C.  $\begin{cases} x = -1+2t \\ y = -2 \\ z = 1-t \end{cases}$

**D.  $\begin{cases} x = 1+2t \\ y = 2 \\ z = -1-t \end{cases}$**

**Lời giải**

**Chọn D**

Đường thẳng đi qua  $A$  và vuông góc với  $(P)$  có véc tơ chỉ phương là  $(2;0;-1)$  và đi qua

$A(1;2;-1)$  là:  $\begin{cases} x = 1+2t \\ y = 2 \\ z = -1-t \end{cases}$

**Câu 31:** Cho số phức  $z = 3 + 4i$ . Môđun của số phức  $iz$  bằng

A. 7.

B. 49.

C. 25.

**D. 5.**

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có  $|iz| = |i(3+4i)| = |-4+3i| = \sqrt{(-4)^2 + 3^2} = 5$ .

**Câu 32:** Trên hai tia  $Ox, Oy$  của gốc nhọn  $xOy$  lần lượt cho 5 điểm và 6 điểm phân biệt khác  $O$ . Chon ngẫu nhiên 3 điểm từ 12 điểm (gồm điểm  $O$  và 11 điểm đã cho), xác suất để 3 điểm chọn được là ba đỉnh của một tam giác bằng

A.  $\frac{19}{22}$ .

B.  $\frac{27}{44}$ .

C.  $\frac{3}{4}$ .

D.  $\frac{39}{44}$ .

Lời giải

**Chọn C**

Số phần tử không gian mẫu  $n(\Omega) = C_{12}^3$ .

Gọi  $A$  là biến có “3 điểm chọn được là ba đỉnh của một tam giác”.

TH1: 3 điểm được chọn có điểm  $O$ , khi đó ta chọn 1 điểm trên  $Ox$  và 1 điểm trên  $Oy$ . Số cách chọn là  $6.5 = 30$ .

TH2: 3 điểm được chọn không có điểm  $O$ , khi đó ta chọn 2 điểm trên  $Ox$  và 1 điểm trên  $Oy$ .

Số cách chọn là  $C_5^2 \cdot C_6^1 = 60$ .

TH3: 3 điểm được chọn không có điểm  $O$ , khi đó ta chọn 1 điểm trên  $Ox$  và 2 điểm trên  $Oy$ .

Số cách chọn là  $C_5^1 \cdot C_6^2 = 75$ .

Suy ra  $n(A) = 30 + 60 + 75 = 165$ .

Vậy xác suất là  $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{165}{C_{12}^3} = \frac{3}{4}$ .

**Câu 33:** Một ô tô đang chuyển động với vận tốc  $20\text{ m/s}$  thì người lái xe đạp phanh. Từ thời điểm đó, ô tô chuyển động thẳng, chậm dần đều với vận tốc biến thiên theo thời gian được xác định bởi quy luật  $v(t) = -4t + 20$  ( $\text{m/s}$ ) trong đó  $t$  là khoảng thời gian tính bằng giây kể từ lúc người lái xe bắt đầu đạp phanh. Quãng đường ô tô đi được từ lúc người lái xe bắt đầu đạp phanh đến khi xe dừng hẳn bằng

A.  $32\text{m}$ .

B.  $50\text{m}$ .

C.  $48\text{m}$ .

D.  $30\text{m}$ .

Lời giải

**Chọn B**

Gọi  $t_0; t_1$  lần lượt là thời điểm người lái xe đạp phanh và thời điểm ô tô dừng hẳn.

Khi đó,  $t_0 = 0$  và  $v(t_1) = 0 \Leftrightarrow -4t_1 + 20 = 0 \Leftrightarrow t_1 = 5$ .

Quãng đường ô tô đi được từ lúc người lái xe bắt đầu đạp phanh đến khi xe dừng hẳn bằng

$$s = \int_{t_0}^{t_1} v(t) dt = \int_0^5 (-4t + 20) dt = 50(\text{m}).$$

**Câu 34:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(1;2;3)$  và  $B(3;2;5)$ . Gọi  $M$  là điểm thỏa mãn  $\overrightarrow{MB} = 3\overrightarrow{MA}$ , độ dài của vectơ  $\overrightarrow{OM}$  bằng

A.  $\frac{\sqrt{74}}{2}$ .

B.  $2\sqrt{2}$ .

C. 8.

D.  $2\sqrt{14}$ .

Lời giải

**Chọn B**

Gọi  $M(x; y; z)$

Ta có:

$$\overrightarrow{MB} = (3-x; 2-y; 5-z)$$

$$\overrightarrow{MA} = (1-x; 2-y; 3-z)$$

Theo bài ra:  $\overrightarrow{MB} = 3\overrightarrow{MA} \Leftrightarrow \begin{cases} 3-x = 3(1-x) \\ 2-y = 3(2-y) \\ 5-z = 3(3-z) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ y=2 \\ z=2 \end{cases}$ . Suy ra  $M(0; 2; 2)$ .

Khi đó:  $|\overrightarrow{OM}| = \sqrt{0^2 + 2^2 + 2^2} = 2\sqrt{2}$ .

**Câu 35:** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy là tam giác vuông cân tại  $A$ ,  $BC = 2a$ , cạnh bên  $SA$  vuông góc với mặt phẳng đáy và  $SA = \sqrt{3}a$ . Góc giữa hai mặt phẳng  $(SBC)$  và  $(ABC)$  bằng

**A.**  $60^\circ$ .

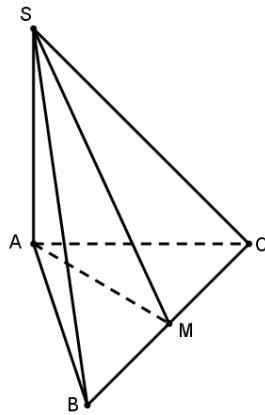
**B.**  $90^\circ$ .

**C.**  $30^\circ$ .

**D.**  $45^\circ$ .

**Lời giải**

**Chọn A**



Gọi  $M$  là trung điểm của  $BC$ , suy ra  $AM \perp BC$

Mặt khác,  $SA \perp (ABC) \Rightarrow SA \perp BC$

Khi đó:  $BC \perp (SAM) \Rightarrow BC \perp SM$

Góc giữa hai mặt phẳng  $(SBC)$  và  $(ABC)$  bằng  $\widehat{SMA}$

Ta có:  $AM = \frac{1}{2}BC = a$ ,  $SA = \sqrt{3}a$

Xét tam giác vuông  $SAM$ :  $\tan \widehat{SMA} = \frac{SA}{AM} = \frac{\sqrt{3}a}{a} = \sqrt{3} \Rightarrow \widehat{SMA} = 60^\circ$ .

Góc giữa hai mặt phẳng  $(SBC)$  và  $(ABC)$  bằng  $60^\circ$ .

**Câu 36:** Giá trị lớn nhất của hàm số  $f(x) = -6x^3 + 27x^2 - 16x + 1$  trên đoạn  $[1; 5]$  bằng

**A.** 6.

**B.**  $\frac{329}{9}$ .

**C.**  $-\frac{14}{9}$ .

**D.** -154.

**Lời giải**

**Chọn B**

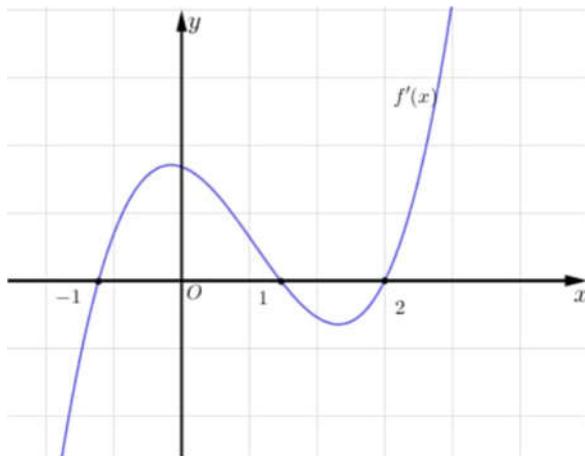
Ta có:  $f'(x) = -18x^2 + 54x - 16$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow -18x^2 + 54x - 16 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{8}{3} \in [1; 5] \\ x = \frac{1}{3} \notin [1; 5] \end{cases}$$

Khi đó:  $f(1) = 6$ ,  $f(5) = -154$ ,  $f\left(\frac{8}{3}\right) = \frac{329}{9}$

Suy ra  $\max_{[1;5]} f(x) = f\left(\frac{8}{3}\right) = \frac{329}{9}$ .

**Câu 37:** Cho hàm số bậc bốn  $y = f(x)$ . Hàm số  $y = f'(x)$  có đồ thị là đường cong trong hình bên. Hàm số  $y = f(x)$  đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



A.  $(-\infty; -1)$ .

B.  $(-1; 2)$ .

C.  $(1; 2)$ .

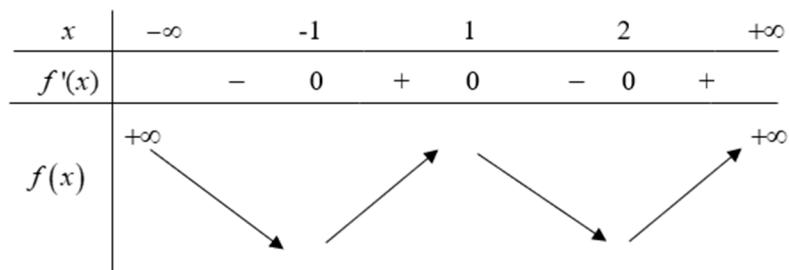
D.  $(-1; 1)$ .

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 1 \\ x = 2 \end{cases}$$

Bảng biến thiên:



Hàm số đồng biến trên khoảng  $(-1; 1)$ .

**Câu 38:** Với  $a, b$  là hai số thực lớn hơn 1,  $\log_{ab} b$  bằng

A.  $\frac{1}{1 + \log_b a}$ .

B.  $\frac{1}{\log_b a}$ .

C.  $1 - \log_b a$ .

D.  $1 + \log_b a$ .

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } \log_{ab} b = \frac{1}{\log_b ab} = \frac{1}{\log_b a + \log_b b} = \frac{1}{1 + \log_b a}.$$

**Câu 39:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có  $f(e) = \frac{1}{5}$  và  $f'(x) = \frac{1}{3} \ln x, \forall x \in (0; +\infty)$ . Biết

$\int_e^{e^3} \frac{f(x)}{x^2} dx = ae^{-3} + be^{-1} + c$ , với  $a, b, c$  là số hữu tỉ, giá trị của  $a - b + c$  thuộc khoảng nào dưới đây?

- A.  $\left(\frac{1}{2}; \frac{3}{4}\right)$ .      B.  $\left(\frac{1}{4}; \frac{1}{2}\right)$ .      C.  $\left(\frac{3}{4}; 1\right)$ .      D.  $\left(0; \frac{1}{4}\right)$ .

### Lời giải

#### Chọn B

$$\text{Ta có } f(x) = \frac{1}{3} \int \ln x dx = \frac{1}{3} \left( x \ln x - \int dx \right) = \frac{1}{3} \left( x \ln x - x + C \right).$$

$$\text{Do } f(e) = \frac{1}{5} \Rightarrow C = \frac{3}{5} \text{ hay } f(x) = \frac{1}{3} \left( x \ln x - x + \frac{3}{5} \right).$$

$$\text{Khi đó } f(e^3) = \frac{2e^3}{3} + \frac{1}{5}.$$

$$\begin{aligned} \text{Ta có } \int_e^{e^3} \frac{f(x)}{x^2} dx &= - \int_e^{e^3} f(x) d\left(\frac{1}{x}\right) = -\frac{1}{x} f(x) \Big|_e^{e^3} + \int_e^{e^3} \frac{f'(x)}{x} dx = -\frac{1}{x} f(x) \Big|_e^{e^3} + \frac{1}{3} \int_e^{e^3} \frac{\ln x}{x} dx \\ &= -\frac{1}{x} f(x) \Big|_e^{e^3} + \frac{1}{6} \ln^2 x \Big|_e^{e^3} = -\frac{1}{e^3} \left( \frac{2e^3}{3} + \frac{1}{5} \right) + \frac{1}{5e} + \frac{4}{3} = -\frac{1}{5} e^{-3} + \frac{1}{5} e^{-1} + \frac{2}{3}. \end{aligned}$$

$$\text{Vậy } a = -\frac{1}{5}; b = \frac{1}{5}; c = \frac{2}{3} \Rightarrow a - b + c = \frac{4}{15}.$$

**Câu 40:** Có bao nhiêu số nguyên  $a$  lớn hơn 1 sao cho ứng với mỗi số  $a$  tồn tại không quá 4 số nguyên  $b$  thỏa mãn  $5^{b^2} < 25^{-b} \cdot a^{b+2}$ ?

- A. 125.      B. 100.      C. 99.      D. 124.

### Lời giải

#### Chọn D

$$\text{Ta có } 5^{b^2} < 25^{-b} \cdot a^{b+2} \Leftrightarrow 5^{b^2} \cdot 25^b < a^{b+2} \Leftrightarrow 5^{b^2+2b} < a^{b+2}$$

$$\Leftrightarrow b(b+2) < (b+2) \log_5 a \Leftrightarrow (b+2)(b - \log_5 a) < 0 \Leftrightarrow -2 < b < \log_5 a \text{ (do } \log_5 a > 0 \text{)}$$

$$\text{Để thỏa mãn thì } \log_5 a \leq 3 \Leftrightarrow a \leq 125.$$

Do  $a$  nguyên và lớn hơn 1 nên có 124 giá trị thỏa mãn.

**Câu 41:** Cho hàm số bậc bốn  $y = f(x)$  có ba điểm cực trị là  $-\frac{3}{2}; 2; \frac{11}{2}$  và đạt giá trị nhỏ nhất trên  $\mathbb{R}$ .

Bất phương trình  $f(x) \leq m$  có nghiệm thuộc đoạn  $[0; 3]$  khi và chỉ khi

- A.  $m \geq f(3)$       B.  $f(2) \geq m \geq f(3)$       C.  $m \geq f(0)$       D.  $m \geq f(2)$

### Lời giải

#### Chọn C

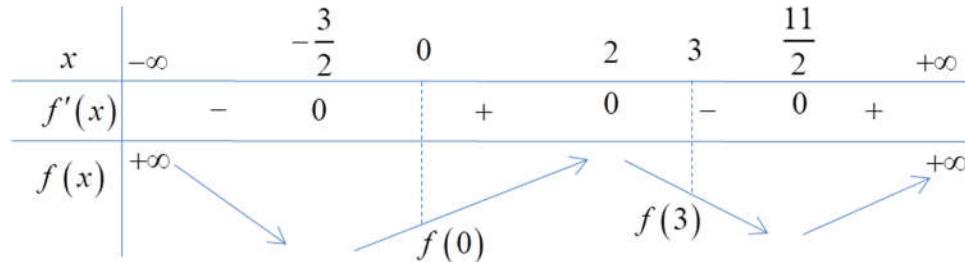
$f(x)$  có giá trị nhỏ nhất khi và chỉ khi

$$\begin{cases} \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty \\ \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty \end{cases} \Rightarrow a > 0 \Rightarrow f(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e.$$

$$f'(x) = 4a \left( x + \frac{3}{2} \right) \left( x - 2 \right) \left( x - \frac{11}{2} \right) = a(2x+3)(x-2)(2x-11) = 4ax^3 - 24ax^2 - ax + 66a.$$

$$\Rightarrow f(x) = ax^4 - 8ax^3 - \frac{a}{2}x^2 + 66ax + e.$$

Ta có  $f(0) = e$ ;  $f(3) = \frac{117a}{2} + e \Rightarrow f(0) < f(3)$ .



Vậy bất phương trình đã cho có nghiệm khi và chỉ khi  $m \geq f(0)$ .

**Câu 42:** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số  $m$  sao cho ứng với mỗi  $m$  tồn tại đúng hai số phức  $z$  thỏa mãn  $|z - 1 - 5i| + |z - 1 + 5i| = 10$  và  $|z - 2 - i| = m$ ?

A. 5

B. 4

C. 2

D. 3

Lời giải

**Chọn D**

Giả sử  $z = x + yi$  ( $x, y \in \mathbb{R}$ ) và  $M$  là điểm biểu diễn số phức  $z$ .

$A(1; 5), B(1; -5)$

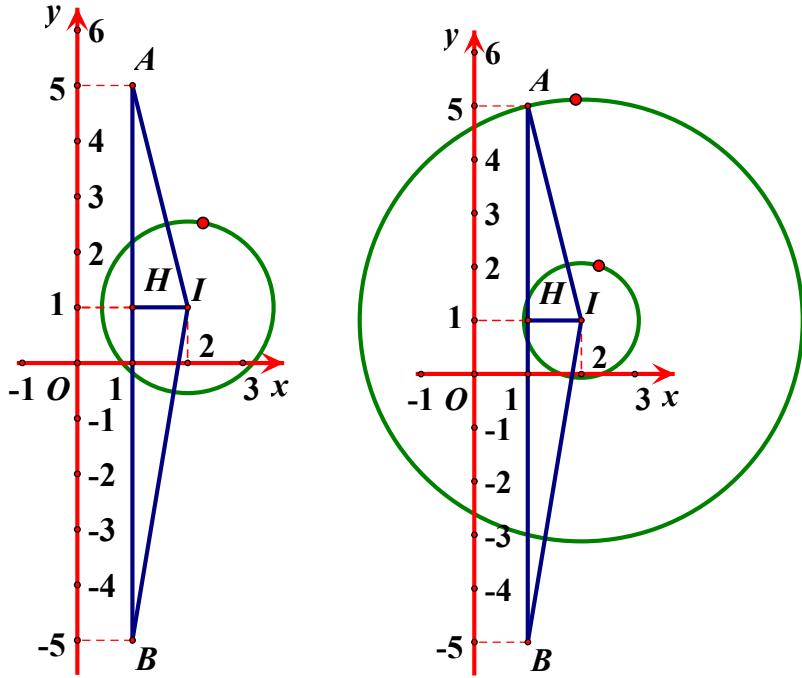
Ta có  $|z - 1 - 5i| + |z - 1 + 5i| = 10 \Rightarrow \begin{cases} MA + MB = 10 \\ AB = 10 \end{cases} \Rightarrow$  tập hợp các điểm biểu diễn số phức  $z$

là đoạn thẳng  $AB$ .

$$|z - 2 - i| = m \Rightarrow (x - 2)^2 + (y - 1)^2 = m^2$$

Với  $m > 0$  thì tập hợp các điểm biểu diễn số phức  $z$  là đường tròn tâm  $I(2; 1)$ , bán kính  $R = m$ .

Gọi  $H$  là hình chiếu vuông góc của  $I(2; 1)$  trên đoạn  $AB$ , suy ra  $IH = 1$ .



$$IA < IB$$

Theo yêu cầu bài toán  $1 < m \leq IA \Leftrightarrow 1 < m \leq \sqrt{17}$ .

Kết hợp với điều kiện  $\begin{cases} m > 0 \\ m \in \mathbb{Z} \end{cases} \Rightarrow m \in \{2; 3; 4\}$ .

**Câu 43:** Cho hàm số  $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$  ( $a, b, c, d \in \mathbb{R}, a > 0$ ) có hai điểm cực trị  $x_1, x_2$  (với  $x_1 < x_2$ ) thoả mãn  $x_1 + x_2 = 0$ . Hình phẳng giới hạn bởi đường  $y = f'(x) \cdot f''(x)$  và trục hoành có diện tích bằng  $\frac{9}{4}$ . Biết  $\int_{x_1}^{x_2} \frac{f'(x)}{3^x + 1} dx = -\frac{7}{2}$ , giá trị của  $\int_0^{x_2} (x+2) f''(x) dx$  thuộc khoảng nào dưới đây?

- A.**  $(6; 7)$ .      **B.**  $(-1; 0)$ .      **C.**  $(0; 1)$ .      **D.**  $(-7; -6)$ .

### Lời giải

#### Chọn A

Ta có  $f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c; f''(x) = 6ax \Rightarrow f''(x)$  là hàm số lẻ.

Vì  $x_1 + x_2 = 0$  nên  $x_1 + x_2 = -\frac{2b}{3a} = 0 \Leftrightarrow b = 0$ .

Do đó  $f'(x) = 3ax^2 + c$  là hàm số chẵn và  $ac < 0, x_1 = -x_2$ .

Xét phương trình  $f'(x) \cdot f''(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f'(x) = 0 \\ f''(x) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pm x_2 \\ x = 0 \end{cases}$ , vì  $x_1 = -x_2$ .

$S = \frac{9}{4} \Leftrightarrow \int_{-x_2}^{x_2} |f'(x) \cdot f''(x)| dx = \frac{9}{4} \Leftrightarrow 2 \int_0^{x_2} |f'(x) \cdot f''(x)| dx = \frac{9}{4}$ , vì  $|f'(x) \cdot f''(x)|$  là hàm chẵn.

$$\Leftrightarrow \left| 2 \int_0^{x_2} [f'(x) \cdot f''(x)] dx \right| = \frac{9}{4} \Leftrightarrow \left[ [f'(x)]^2 \Big|_0^{x_2} \right] = \frac{9}{4} \Leftrightarrow \left| [f'(x_2)]^2 - [f'(0)]^2 \right| = \frac{9}{4}$$

$$\Leftrightarrow [f'(0)]^2 = \frac{9}{4}. \text{ Vì } f'(0) = c < 0 \text{ nên } f'(0) = -\frac{3}{2}.$$

$$+ \text{Xét tích phân } I = \int_{x_1}^{x_2} \frac{f'(x)}{3^x + 1} dx = \int_{-x_2}^{x_2} \frac{f'(x)}{3^x + 1} dx = -\frac{7}{2}:$$

Đặt  $t = -x \Rightarrow dx = -dt$ , với  $x = -x_2 \Rightarrow t = x_2$ ;  $x = x_2 \Rightarrow t = -x_2$  nên

$$I = - \int_{-x_2}^{-x_2} \frac{f'(-t)}{3^{-t} + 1} dt = \int_{-x_2}^{x_2} \frac{3^t \cdot f'(t)}{3^t + 1} dt = \int_{-x_2}^{x_2} \frac{3^x \cdot f'(x)}{3^x + 1} dx, \text{ vì } f'(x) \text{ là hàm chẵn.}$$

$$\Rightarrow 2I = \int_{-x_2}^{x_2} f'(x) dx = -7 \Leftrightarrow \int_{-x_2}^{x_2} f'(x) dx = -7 \Leftrightarrow 2 \int_0^{x_2} f'(x) dx = -7 \Leftrightarrow \int_0^{x_2} f'(x) dx = -\frac{7}{2}.$$

$$+ \text{Xét tích phân } K = \int_0^{x_2} (x+2) f''(x) dx :$$

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = x+2 \\ dv = f''(x) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = f'(x) \end{cases}.$$

$$\text{Khi đó } K = (x+2) f'(x) \Big|_0^{x_2} - \int_0^{x_2} f'(x) dx = -2f'(0) - \int_0^{x_2} f'(x) dx = 3 + \frac{7}{2} = \frac{13}{2}.$$

- Câu 44:** Cho hình lăng trụ đứng  $ABC.A'B'C'$  có đáy  $ABC$  là tam giác vuông cân tại  $A$ ,  $AB = a$ . Biết góc giữa hai mặt phẳng  $(A'BC)$  và  $(ABC)$  bằng  $30^\circ$ , thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng.

**A.**  $\frac{\sqrt{6}a^3}{12}$

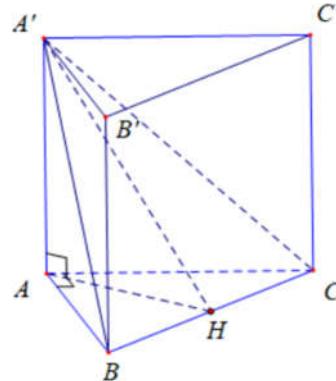
**B.**  $\frac{\sqrt{6}a^3}{36}$

**C.**  $\frac{\sqrt{6}}{4}a^3$

**D.**  $\frac{3\sqrt{6}}{4}a^3$

**Lời giải**

**Chọn A**



Gọi  $H$  là trung điểm  $BC$

$\Delta ABC$  vuông cân tại  $A \Rightarrow AH \perp BC$

$$\text{Khi đó: } \begin{cases} BC \perp AH \\ BC \perp AA' \end{cases} \Rightarrow BC \perp (A'HA) \Rightarrow ((A'BC), (ABC)) = (A'H, AH) = \widehat{A'HA}$$

$$\text{Xét } \Delta A'HA \text{ vuông tại } A \text{ có } AH = \frac{BC}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}:$$

$$\tan \widehat{A'HA} = \frac{AA'}{AH} \Rightarrow AA' = AH \tan 30^\circ = \frac{a\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{a\sqrt{6}}{6}$$

$$\text{Vậy } V = S_{ABC} \cdot AA' = \frac{1}{2}a^2 \cdot \frac{a\sqrt{6}}{6} = \frac{a^3\sqrt{6}}{12}$$

**Câu 45:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai đường thẳng  $d_1: \frac{x-2}{1} = \frac{y-4}{3} = \frac{z+3}{-5}$  và  $d_2: \frac{x+2}{1} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z+1}{-1}$ . Trong các mặt cầu tiếp xúc với cả hai đường thẳng  $d_1$  và  $d_2$ , gọi  $(S)$  là mặt cầu có bán kính nhỏ nhất, phương trình của  $(S)$  là

- A.  $(x+1)^2 + y^2 + (z-1)^2 = 6$ .  
 C.  $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z+1)^2 = 6$ .

- B.  $x^2 + (y-3)^2 + (z+4)^2 = 6$ .  
 D.  $x^2 + (y+1)^2 + z^2 = 6$ .

### Lời giải

#### Chọn A

Đường thẳng  $d_1$  có vectơ chỉ phuong  $\vec{u}_1 = (1; 3; -5)$ .

Đường thẳng  $d_2$  có vectơ chỉ phuong  $\vec{u}_2 = (1; -1; -1)$ .

Giả sử  $M(2+a; 4+3a; -3-5a) \in d_1$ ,  $N(-2+b; -2-b; -1-b) \in d_2$  và  $MN$  là đoạn vuông góc chung của  $d_1$ ,  $d_2$ .

Ta có  $\overrightarrow{MN} = (-4+b-a; -6-b-3a; 2-b+5a)$ .

$$\begin{aligned} \text{Suy ra } & \left\{ \begin{array}{l} MN \perp d_1 \\ MN \perp d_2 \end{array} \right. \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} \overrightarrow{MN} \cdot \vec{u}_1 = 0 \\ \overrightarrow{MN} \cdot \vec{u}_2 = 0 \end{array} \right. \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} 1 \cdot (-4+b-a) + 3 \cdot (-6-b-3a) - 5 \cdot (2-b+5a) = 0 \\ 1 \cdot (-4+b-a) - 1 \cdot (-6-b-3a) - 1 \cdot (2-b+5a) = 0 \end{array} \right. \\ & \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = -1 \end{cases} \Rightarrow M(1; 1; 2), N(-3; -1; 0). \end{aligned}$$

Ta có  $\overrightarrow{MN} = (-4; -2; -2) \Rightarrow MN = \sqrt{(-4)^2 + (-2)^2 + (-2)^2} = 2\sqrt{6}$ .

Mặt cầu  $(S)$  tiếp xúc với cả hai đường thẳng  $d_1$ ,  $d_2$  và có bán kính nhỏ nhất nên tâm  $I$  của mặt cầu  $(S)$  là trung điểm của đoạn thẳng  $MN$ .

Khi đó, mặt cầu  $(S)$  có tâm  $I(-1; 0; 1)$  và bán kính  $R = \frac{MN}{2} = \frac{2\sqrt{6}}{2} = \sqrt{6}$ .

Vậy mặt cầu  $(S)$  cần tìm là  $(x+1)^2 + y^2 + (z-1)^2 = 6$ .

**Câu 46:** Cho hàm số  $f(x) = \frac{2}{x^3} + \ln \frac{x+3}{x-3}$ . Có bao nhiêu số nguyên  $a \in (-\infty; 2100)$  thoả mãn  $f(a-2024) + f(6a-27) \geq 0$

- A. 2096 .      B. 288 .      C. 1807 .

- D. 360.

### Lời giải

#### Chọn D

Xét  $f(x) = \frac{2}{x^3} + \ln \frac{x+3}{x-3}$  có tập xác định  $D = (-\infty; -3) \cup (3; +\infty)$

$$\text{Có } f'(x) = -\frac{6}{x^4} - \frac{6}{(x-3)^2} \cdot \left( \frac{x-3}{x+3} \right) < 0 \quad \forall x \in D$$

Suy ra  $f(x)$  nghịch biến trên từng khoảng xác định  $(-\infty; -3)$  và  $(3; +\infty)$

$$\text{Ta lại có } f(-x) = \frac{2}{(-x)^3} + \ln \left( \frac{-x+3}{-x-3} \right) = -\left( \frac{2}{x^3} + \ln \frac{x+3}{x-3} \right) = -f(x)$$

Suy ra  $f(x)$  là hàm số lẻ, và nghịch biến trên từng khoảng của TXĐ

Từ đó suy ra  $f(a-2024) + f(6a-27) \geq 0$  điều kiện  $a \in (-\infty; 4) \cup (5; 2021) \cup (2027; +\infty)$

$$\Leftrightarrow f(a-2024) \geq -f(6a-27) = f(-6a+27) \quad (1)$$

Lập BBT có:  $\forall x \in (3; +\infty)$  thì  $f(x) > 0$

Trường hợp 1:  $\begin{cases} a-2024 > 3 \\ 6a-27 > 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a > 2027 \\ a > 5 \end{cases}$  suy ra  $a \in [2028; 2099]$  bất phương trình được

nghiệm đúng., TH này có 72 giá trị nguyên của  $a$ .

Trường hợp 2:  $a < 2027$  bất phương trình trở thành

$$\Leftrightarrow f(a-2024) \geq -f(6a-27) = f(-6a+27) \quad (2)$$

$$\text{Khi đó } (2) \Leftrightarrow a-2024 \leq -6a+27 \Leftrightarrow 7a \leq 2051 \Leftrightarrow a \leq 293 \quad (3)$$

Từ (2) và (3) suy ra  $5 < a \leq 293$  mà  $a \in \mathbb{Z} \Rightarrow a \in \{6; \dots; 293\}$

Có  $293 - 6 + 1 = 288$  giá trị  $a$ .

Vậy có tất cả  $288 + 72 = 360$  giá trị nguyên của  $a$  thoả đê.

**Câu 47:** Xét phương trình bậc hai  $az^2 + bz + c = 0$  ( $a, b, c \in \mathbb{R}, a \neq 0$ ) có hai nghiệm phức  $z_1, z_2$  có phần

ảo khác 0 và  $\left|2z_1 - \frac{1}{9}\right| = |z_1 - z_2|$ . Giả sử  $|z_1| = \frac{1}{\sqrt{k}}$  và  $w$  là số phức thoả mãn  $cw^2 + bw + a = 0$ ,

có bao nhiêu số nguyên dương  $k$  sao cho ứng với mỗi  $k$  tồn tại đúng 9 số phức  $z_3$  có phần ảo nguyên,  $z_3 - w$  là số thuần ảo và  $|z_3| \leq |w|$ ?

A. 23.

**B. 22.**

C. 11.

D. 12

**Lời giải**

**Chọn B**

$$z_1 = x + yi ; z_2 = x - yi \quad \forall x, y \in \mathbb{R}$$

$$\Rightarrow \left|2z_1 - \frac{1}{9}\right| = |z_1 - z_2| = |z_1 - \bar{z}_1|$$

$$\Leftrightarrow \left(2x - \frac{1}{9}\right)^2 + 4y^2 = 4y^2 \Rightarrow x = \frac{1}{18}$$

$$\begin{cases} az^2 + bz + c = 0 \\ cw^2 + bw + a = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} w = \frac{1}{z} \\ |w| = \frac{1}{|z|} = \sqrt{k} \end{cases}$$

$$\text{Ta có } z_1 = \frac{1}{18} + yi$$

$$\text{Suy ra } z_1 \bar{z}_1 = \frac{1}{k} = y^2 + \frac{1}{324}$$

$$w = \frac{1}{z_1} = \frac{\bar{z}_1}{|z_1|^2} = k \left( \frac{1}{18} - yi \right)$$

$$z_3 = m + ni \quad (n \in \mathbb{Z}) ; k \in \mathbb{N}^*$$

$$\operatorname{Re}(z_3 - w) = 0 ; |z_3| \leq |w| = \sqrt{k}$$

$$\begin{cases} m^2 + n^2 \leq k \\ m = \frac{1}{18}k \end{cases} \Rightarrow n^2 \leq k - \frac{k^2}{324}$$

$$f(k) = k - \frac{k^2}{324}, \forall k \in \mathbb{N}^*$$

$$\Rightarrow 9 \text{ số phức } z_3 \Rightarrow 16 \leq f(k) < 25 \Leftrightarrow \begin{cases} f(k) \geq 16 \\ f(k) < 25 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k - \frac{k^2}{324} \geq 16 \\ k - \frac{k^2}{324} < 25 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow k \in \{17, \dots, 27, 297, \dots, 307\}.$$

Vậy có 22 số nguyên dương  $k$ .

- Câu 48:** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy là tam giác vuông cân tại  $A$ ,  $AB = 2a$ , mặt bên  $SAB$  là tam giác đều nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Diện tích của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp đã cho bằng:

A.  $\frac{25\pi}{9}a^2$ .

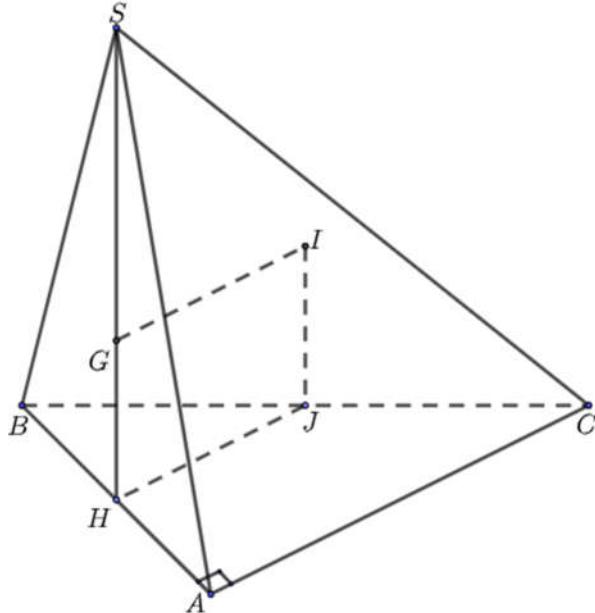
B.  $\frac{25\pi}{3}a^2$ .

C.  $\frac{28\pi}{3}a^2$ .

D.  $\frac{28\pi}{9}a^2$ .

Lời giải

Chọn C



$\Delta ABC$  vuông tại  $A$ ,  $AB = 2a$  nên  $BC = 2a\sqrt{2}$ .

Gọi  $G$  là tâm tam giác đều  $SAB$  và  $H, J$  lần lượt là trung điểm của  $AB, BC$ . Ta có

$$GH = \frac{a\sqrt{3}}{3}.$$

Kẻ đường thẳng  $Gx // HJ, Gy // SH$ .

Do mặt bên  $SAB$  là tam giác đều nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy nên  $SH \perp AB$  và vì vậy  $SH \perp (ABC)$ . Mà  $\Delta ABC$  vuông tại  $A$  nên  $J$  là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác  $ABC$ . Vậy nên  $Jy$  là trực đường tròn ngoại tiếp  $\Delta ABC$ .

Hoàn toàn tương tự,  $Gx$  là trực đường tròn ngoại tiếp  $\Delta SAB$ .

Trong mặt phẳng qua  $H$ , vuông góc với  $AB$  hai đường thẳng  $Gx$  và  $Jy$  cắt nhau tại  $I$ .

Để dàng có  $I$  là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp  $S.ABC$ .

Nên bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp  $S.ABC$  bằng:

$$R = \sqrt{JI^2 + JB^2} = \sqrt{\left(\frac{a\sqrt{3}}{3}\right)^2 + (a\sqrt{2})^2} = \frac{\sqrt{21}}{3}.$$

Diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp  $S.ABC$  bằng  $S_{mc} = 4\pi R^2 = \frac{28\pi}{3}a^2$ .

**Câu 49:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(1;6;-1)$ ,  $B(2;-4;-1)$  và mặt cầu  $(S)$  tâm  $I(1;2;-1)$  đi qua  $A$ . Điểm  $M(a;b;c)$  ( $c > 0$ ) thuộc  $(S)$  sao cho  $IAM$  là tam giác tù, có diện tích bằng  $2\sqrt{7}$  và khoảng cách giữa hai đường thẳng  $BM$  và  $AI$  lớn nhất. Giá trị của  $a+b+c$  thuộc khoảng nào dưới đây?

A.  $\left(1;\frac{3}{2}\right)$ .

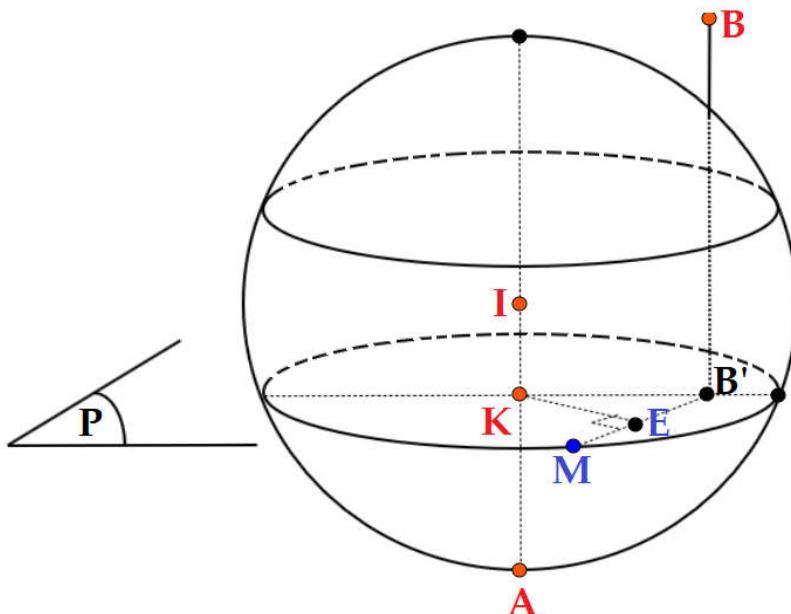
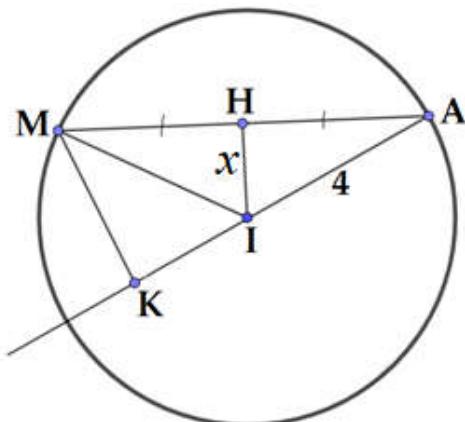
B.  $\left(\frac{3}{2};2\right)$ .

C.  $\left(\frac{5}{2};3\right)$ .

D.  $\left(2;\frac{5}{2}\right)$ .

Lời giải

Chọn D



Ta có:  $\overrightarrow{IA} = (0; 4; 0) \Rightarrow IA = 4$ .

Mặt cầu  $(S)$  tâm  $I(1;2;-1)$  đi qua  $A$  nên bán kính của  $(S)$  là  $R = IA = 4$ .

Phương trình mặt cầu  $(S)$ :  $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 16$ . Nhận thấy  $B(2;-4;-1)$  nằm ngoài  $(S)$ .

Gọi  $H$  là trung điểm  $MA$  suy ra  $IH \perp MA$ . Đặt  $IH = x$  ( $0 < x < 4$ ).

Diện tích tam giác  $IAM$  bằng  $2\sqrt{7}$ , suy ra:

$$\frac{1}{2}IH \cdot MA = 2\sqrt{7} \Rightarrow \frac{1}{2}IH \cdot 2 \cdot HA = 2\sqrt{7} \Rightarrow IH \cdot HA = 2\sqrt{7}$$

$$\Rightarrow x\sqrt{16-x^2}=2\sqrt{7} \Rightarrow x^4-16x^2+28=0 \Rightarrow \begin{cases} x^2=14 \\ x^2=2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=\sqrt{14} \\ x=\sqrt{2} \end{cases}.$$

+) Với  $x=\sqrt{14} \Rightarrow HA=\sqrt{2} \Rightarrow MA=2\sqrt{2} < IA$  (loại do tam giác  $IAM$  tù).

+) Với  $x=\sqrt{2} \Rightarrow HA=\sqrt{14} \Rightarrow MA=2\sqrt{14} > IA$  (thỏa mãn).

Gọi  $K$  là hình chiếu của  $M$  lên  $IA$ . Ta có:

$$\sin \widehat{IAH} = \frac{IH}{IA} = \frac{\sqrt{2}}{4} = \sin \widehat{KAM} = \frac{MK}{AM} = \frac{MK}{2\sqrt{14}} \Rightarrow MK = \sqrt{7}.$$

Ta có điểm  $A, I$  cố định, điểm  $M$  thay đổi trên mặt cầu  $(S)$  sao cho  $MK = \sqrt{7}$ , suy ra  $M$  thuộc mặt trụ  $(T)$  trục là  $AI$ , bán kính  $MK = \sqrt{7}$ .

Vậy  $M$  thuộc giao tuyến của mặt trụ  $(T)$  và mặt cầu  $(S)$  là đường tròn  $(C)$  tâm  $K$ , bán kính  $MK = \sqrt{7}$ .

$$\text{Ta có: } AK = \sqrt{AM^2 - MK^2} = 7 \Rightarrow IK = 3 \Rightarrow \overrightarrow{IK} = \frac{3}{4} \overrightarrow{AI} \Rightarrow K(1;-1;-1)$$

Gọi  $(P)$  là mặt phẳng chứa đường tròn  $(C)$ , suy ra  $(P)$  đi qua  $K(1;-1;-1)$  và nhận

$$\vec{n} = \frac{1}{4} \overrightarrow{IA} = (0;1;0) \text{ làm VTPT. Phương trình mặt phẳng } (P): y+1=0.$$

Gọi  $B'$  là hình chiếu của  $B$  lên  $(P)$ , suy ra  $B'(2;-1;-1)$ ,  $KB'=1 < \sqrt{7} = MK \Rightarrow B'$  nằm trong  $(C)$ .

Ta có:  $\overrightarrow{KB'} = (1;0;0)$ ,  $\overrightarrow{B'M} = (a-2;b+1;c+1)$ . Khi đó:  $d(IA;BM) = KE \leq KB' = 1$ .

$$\Rightarrow d(IA;BM)_{\max} = 1 \Leftrightarrow KB' \perp B'M \Rightarrow \overrightarrow{KB'} \cdot \overrightarrow{B'M} = 0 \Leftrightarrow a-2=0 \Leftrightarrow a=2.$$

Lại có:  $M(a;b;c) \in (P) \Rightarrow b+1=0 \Rightarrow b=-1 \Rightarrow M(2;-1;c)$ .

$$\text{Mà } MK = \sqrt{7} \Leftrightarrow 1^2 + 0^2 + (c+1)^2 = 7 \Rightarrow \begin{cases} c = \sqrt{6}-1 & (tm) \\ c = -\sqrt{6}-1 & (\text{loai do } c > 0) \end{cases}.$$

$$\text{Vậy } a+b+c = 2-1+\sqrt{6}-1 = \sqrt{6} \approx 2,45 \in \left(2; \frac{5}{2}\right).$$

**Câu 50:** Xét hàm số bậc bốn  $y=f(x)$  có  $f(-1)=5$ . Hàm số  $y=f'(x)$  đồng biến trên khoảng  $(-\infty; +\infty)$ ,  $f'(4)=0$  và  $f'(-1)=a$ . Có bao nhiêu số nguyên  $a \in (-100; 0)$  sao cho ứng với mỗi  $a$ , hàm số  $y = \left|f(x) + \frac{5}{x^2}\right|$  có đúng 3 điểm cực trị thuộc khoảng  $(-1; +\infty)$ ?

**A. 9.**

**B. 89.**

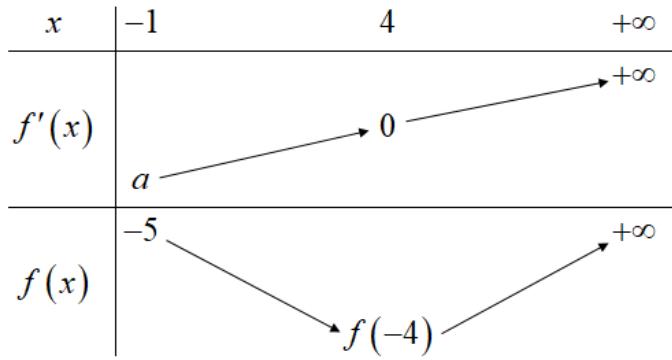
**C. 10.**

**D. 90.**

**Lời giải**

**Chọn C**

Do hàm số  $y=f'(x)$  đồng biến trên khoảng  $(-\infty; +\infty)$ ,  $f'(4)=0$  và  $f'(-1)=a$  nên ta có bảng biến thiên của các hàm số  $f'(x), f(x)$  trên  $(-1; +\infty)$  như sau:

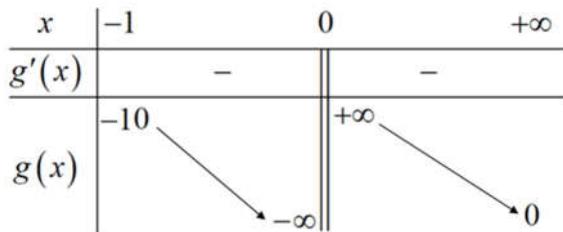


Xét hàm số  $h(x) = f(x) + \frac{5}{x^2}$  trên  $(0; +\infty)$

$$\text{Ta có: } h'(x) = f'(x) - \frac{10}{x^3} = 0 \Rightarrow f'(x) = \frac{10}{x^3}(1).$$

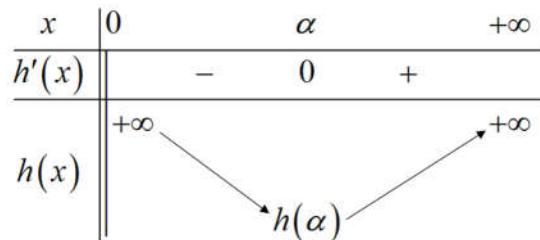
$$\text{Xét hàm số } g(x) = \frac{10}{x^3}. \text{ Ta có: } g'(x) = \frac{-30}{x^4} < 0, \forall x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}.$$

Bảng biến thiên:



Dễ thấy rằng  $g(x)$  nghịch biến trên  $(0; +\infty)$  và  $f'(x)$  đồng biến trên  $(0; +\infty)$  nên phương trình (1) có nghiệm duy nhất  $x = \alpha$  trên  $(4; +\infty)$ .

Bảng biến thiên hàm số  $h(x)$  trên  $(0; +\infty)$ :



$$\text{Mặt khác } h(\alpha) = f(\alpha) + \frac{5}{\alpha^2} < -5 + \frac{5}{\alpha^2} < 0 \text{ do } \alpha > 4.$$

Khi đó hàm số  $h(x) = f(x) + \frac{5}{x^2}$  có một điểm cực trị và hai nghiệm phân biệt trên  $(0; +\infty)$ .

Nên để hàm số  $y = \left| f(x) + \frac{5}{x^2} \right|$  có đúng 3 điểm cực trị thuộc khoảng  $(-1; +\infty)$  thì hàm số

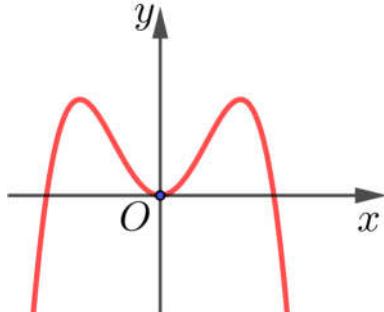
$$h(x) = f(x) + \frac{5}{x^2} \text{ không có nghiệm hoặc điểm cực trị trên } (-1; 0) \text{ hay } a \geq -10.$$

Mà  $a$  là số nguyên và  $a \in (-100; 0)$  nên  $a \in \{-10; -9; \dots; -1\}$ .

**BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO**  
**KỲ THI TỐT NGHIỆP TRUNG HỌC PHỔ THÔNG NĂM 2024**  
**BÀI THI TOÁN**  
**MÃ ĐỀ: 102**

**Câu 1:** Cho số phức  $z = 1 + 2i$ . Số phức  $2z$  bằng  
**A.**  $2 + 4i$ .      **B.**  $-3 + 4i$ .      **C.**  $3 + 4i$ .      **D.**  $3 + 2i$ .

**Câu 2:** Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong như hình bên dưới?

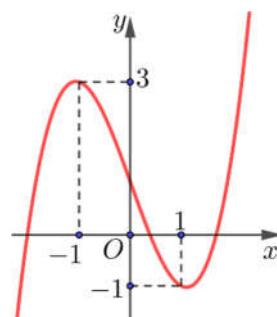


- A.**  $y = 2x^3 + x^2$ .      **B.**  $y = x^2 - 2x$ .      **C.**  $y = \frac{3x-1}{x+2}$ .      **D.**  $y = -x^4 + 2x^2$ .

**Câu 3:** Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn của số phức  $z = 3 + 5i$  có tọa độ là

- A.**  $(3; -5)$ .      **B.**  $(5; -3)$ .      **C.**  $(5; 3)$ .      **D.**  $(3; 5)$ .

**Câu 4:** Cho hàm số bậc ba  $y = f(x)$  có đồ thị là đường cong trong hình bên dưới.



Số nghiệm thực của phương trình  $f(x) = 2$  là

- A.** 1.      **B.** 3.      **C.** 2.      **D.** 0.

**Câu 5:** Cho số phức  $z = 2024 - 2i$ . Số phức liên hợp của  $z$  là

- A.**  $2 + 2024i$ .      **B.**  $2024 + 2i$ .      **C.**  $-2 + 2024i$ .      **D.**  $-2024 + 2i$ .

**Câu 6:** Cho khối nón có diện tích đáy  $B = 8$  và chiều cao  $h = 9$ . Thể tích của khối nón đã cho bằng

- A.** 24.      **B.** 216.      **C.** 192.      **D.** 72.

**Câu 7:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 2z - 3 = 0$ . Tâm của  $(S)$  có tọa độ là

- A.**  $(1; -2; 1)$ .      **B.**  $(2; -4; 2)$ .      **C.**  $(-2; 4; -2)$ .      **D.**  $(-1; 2; -1)$ .

**Câu 8:** Cho khối lăng trụ tam giác có thể tích  $V = 36a^3$  và diện tích đáy  $B = 4a^2$ . Chiều cao của khối lăng trụ đã cho bằng

- A.**  $27a$ .      **B.**  $3a$ .      **C.**  $9a$ .      **D.**  $6a$ .

**Câu 9:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm  $f'(x) = 2 - x$ ,  $\forall x \in \mathbb{R}$ . Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A.**  $(0; 5)$ .      **B.**  $(2; +\infty)$ .      **C.**  $(-\infty; 2)$ .      **D.**  $(-\infty; +\infty)$ .

**Câu 10:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho đường thẳng  $d: \frac{x-2}{-1} = \frac{y-5}{2} = \frac{z+1}{3}$ . Điểm nào dưới đây thuộc  $d$ ?

- A. Điểm  $N(2; 5; -1)$ .    B. Điểm  $P(-2; -5; 1)$ .    C. Điểm  $M(-1; 2; 3)$ .    D. Điểm  $Q(1; 3; 2)$ .

**Câu 11:** Tập xác định của hàm số  $y = (x-1)^{\frac{3}{2}}$  là

- A.  $(-\infty; +\infty)$ .    B.  $(1; +\infty)$ .    C.  $(-\infty; 1)$ .    D.  $(0; +\infty)$ .

**Câu 12:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như sau:

$x$	$-\infty$	-	-1	-	1	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-	0	+	
$f(x)$	$-\infty$	↗ 2	↘ -2	↗ $+\infty$		

Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

- A. 2.    B. -1.    C. 1.    D. -2.

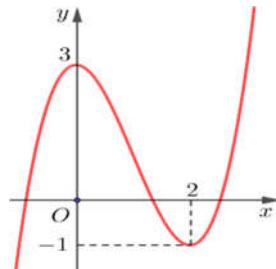
**Câu 13:** Nếu  $\int_1^3 f(x) dx = -2$  thì  $\int_3^1 f(x) dx$  bằng

- A.  $\frac{1}{2}$ .    B. -2.    C.  $-\frac{1}{2}$ .    D. 2.

**Câu 14:** Với  $a, b$  là các số thực dương tùy ý,  $\log_2(ab)$  bằng

- A.  $\log_2 a \cdot \log_2 b$ .    B.  $\log_2 a - \log_2 b$ .    C.  $\log_2 a + \log_2 b$ .    D.  $b \log_2 a$ .

**Câu 15:** Cho hàm số bậc ba  $y = f(x)$  có đồ thị là đường cong trong hình bên dưới.



Điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

- A.  $x=2$ .    B.  $x=3$ .    C.  $x=-1$ .    D.  $x=0$ .

**Câu 16:** Trên khoảng  $(-\infty; +\infty)$ , đạo hàm của hàm số  $y = 4^x$  là

- A.  $y' = \frac{4^{x+1}}{x+1}$ .    B.  $y' = \frac{4^x}{\ln x}$ .    C.  $y' = x \cdot 4^{x-1}$ .    D.  $y' = 4^x \ln 4$ .

**Câu 17:** Từ một đội văn nghệ gồm 6 nam và 5 nữ, có bao nhiêu cách chọn một nam và một nữ để hát song ca với nhau?

- A. 55.    B. 110.    C. 30.    D. 11.

**Câu 18:** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  với  $u_1 = 3$  công sai  $d = 6$ . Giá trị của  $u_2$  bằng

- A. 18.    B. 3.    C. 9.    D. -3.

**Câu 19:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(1; 2; -4)$  và  $B(3; -2; 0)$ . Vecto  $\overrightarrow{AB}$  có toạ độ là

- A.  $(4; 0; -4)$ .    B.  $(2; -4; 4)$ .    C.  $(2; 0; -2)$ .    D.  $(-2; 4; -4)$ .

**Câu 20:** Cho hình trụ có bán kính đáy  $r = 3$  và chiều cao  $h = 5$ . Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

- A.  $30\pi$ .      B.  $20\pi$ .      C.  $15\pi$ .      D.  $9\pi$ .

**Câu 21:** Khẳng định nào dưới đây đúng?

A.  $\int 5^x dx = \frac{5^{x+1}}{\ln 5} + C$ .    B.  $\int 5^x dx = \frac{5^x}{\ln 5} + C$ .    C.  $\int 5^x dx = 5^x \ln 5 + C$ .    D.  $\int 5^x dx = 5^x + C$ .

**Câu 22:** Tập nghiệm của bất phương trình  $\log_{\frac{1}{2}}(x+1) > -1$  là

- A.  $(1; +\infty)$ .      B.  $(-\infty; 1)$ .      C.  $(-1; 1)$ .      D.  $(0; 1)$ .

**Câu 23:** Trong không gian  $Oxyz$ , điểm nào dưới đây thuộc mặt phẳng ( $Oxy$ )?

- A. Điểm  $P(2; 0; 5)$ .    B. Điểm  $Q(0; 3; 1)$ .    C. Điểm  $N(-1; 0; 5)$ .    D. Điểm  $M(2; 3; 0)$ .

**Câu 24:** Cho hàm số  $f(x)$  có đạo hàm liên tục trên  $\mathbb{R}$  và  $f(-2) = -5$ ,  $f(3) = 7$ . Giá trị của  $\int_{-2}^3 f'(x) dx$  bằng

- A.  $-35$ .      B.  $-12$ .      C.  $12$ .      D.  $2$ .

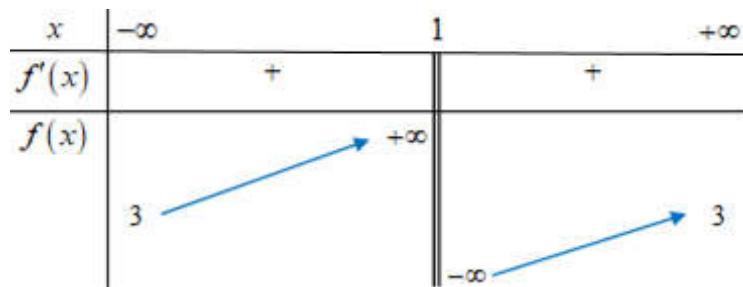
**Câu 25:** Nghiệm của phương trình  $2^{2x+1} = \frac{1}{8}$  là

- A.  $x = -1$ .      B.  $x = -2$ .      C.  $x = 1$ .      D.  $x = 2$ .

**Câu 26:** Khẳng định nào dưới đây đúng?

- |  |  |
|--|--|
| <p>A. <math>\int \cos 2x dx = \frac{1}{2} \cos 2x + C</math>.</p> <p>C. <math>\int \cos 2x dx = -\frac{1}{2} \sin 2x + C</math>.</p> | <p>B. <math>\int \cos 2x dx = \frac{1}{2} \sin 2x + C</math>.</p> <p>D. <math>\int \cos 2x dx = -2 \cos 2x + C</math>.</p> |
|--|--|

**Câu 27:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như sau



Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho có phương trình là

- A.  $x = 1$ .      B.  $y = 3$ .      C.  $y = 1$ .      D.  $x = 3$ .

**Câu 28:** Cho khối chóp tứ giác có diện tích đáy  $B = 3$  và chiều cao  $h = 6$ . Thể tích của khối chóp đã cho bằng

- A.  $24$ .      B.  $12$ .      C.  $6$ .      D.  $18$ .

**Câu 29:** Hàm số  $f(x) = \sqrt{x^2 - 4}$  đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A.  $(-\infty; -2)$ .      B.  $(2; +\infty)$ .      C.  $(0; +\infty)$ .      D.  $(-2; 2)$ .

$$\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 + 2t \\ z = 1 - t \end{cases}$$

Câu 30: Trong không gian  $Oxy$ , cho điểm  $M(1; -2; 1)$  và đường thẳng  $d$ : qua  $M$  và song song với  $d$  có phương trình là

A.  $\frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-1}{1}$ .

B.  $\frac{x-2}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+1}{1}$ .

C.  $\frac{x+1}{2} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+1}{-1}$ .

D.  $\frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-1}{-1}$ .

Câu 31: Cho số phức  $z$  thỏa mãn  $z \cdot \bar{z} = 4$ . Môđun của  $z$  bằng

A.  $2\sqrt{2}$ .

B.  $\sqrt{2}$ .

C. 2.

D. 4.

Câu 32: Với  $a, b$  là hai số thực lớn hơn 1,  $\log_{ab} a$  bằng

A.  $\frac{1}{1+\log_a b}$ .

B.  $1-\log_a b$ .

C.  $\frac{1}{\log_a b}$ .

D.  $1+\log_a b$ .

Câu 33: Cho hình chóp tứ giác đều  $S.ABCD$  có tất cả các cạnh bằng  $2a$ . Khoảng cách từ  $A$  đến mặt phẳng  $(SCD)$  bằng

A.  $\frac{\sqrt{3}}{2}a$ .

B.  $\frac{\sqrt{3}}{4}a$ .

C.  $\frac{2\sqrt{6}}{3}a$ .

D.  $\frac{\sqrt{6}}{3}a$ .

Câu 34: Trên hai tia  $Ox, Oy$  của góc nhọn  $xOy$  lần lượt cho 5 điểm và 8 điểm phân biệt khác 0. Chọn ngẫu nhiên 3 điểm từ 14 điểm (gồm điểm  $O$  và 13 điểm đã cho), xác suất để 3 điểm chọn được là ba đỉnh của một tam giác bằng

A.  $\frac{5}{7}$ .

B.  $\frac{75}{91}$ .

C.  $\frac{149}{182}$ .

D.  $\frac{55}{91}$ .

Câu 35: Một ô tô đang chuyển động với vận tốc 24 m/s thì người lái xe đạp phanh. Từ thời điểm đó, ô tô chuyển động thẳng, chậm dần đều với vận tốc biến thiên theo thời gian được xác định bởi quy luật  $v(t) = -4t + 24$  (m/s) trong đó  $t$  là khoảng thời gian tính bằng giây kể từ lúc người lái xe bắt đầu đạp phanh. Quãng đường ô tô đi được từ lúc người lái xe bắt đầu đạp phanh đến khi xe dừng hẳn bằng

A. 42 m.

B. 64 m.

C. 72 m.

D. 50 m.

Câu 36: Trong không gian  $Oxyz$ , mặt phẳng đi qua hai điểm  $M(3; 1; -1)$ ,  $N(2; -1; 4)$  và vuông góc với mặt phẳng  $(P): 2x - y + 3z - 1 = 0$  có phương trình là

A.  $2x - 11y - 5z = 0$ .    B.  $x - 13y - 5z + 5 = 0$ .    C.  $x - 13y - 5z - 5 = 0$ .    D.  $x + 2y + z - 4 = 0$ .

Câu 37: Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình vuông,  $BD = 2a$ , cạnh bên  $SA$  vuông góc với mặt phẳng đáy và  $SA = a$ . Góc giữa hai mặt phẳng  $(SBD)$  và  $(ABCD)$  bằng

A.  $45^\circ$ .

B.  $30^\circ$ .

C.  $60^\circ$ .

D.  $90^\circ$ .

Câu 38: Giá trị nhỏ nhất của hàm số  $f(x) = 6x^3 - 21x^2 + 20x + 1$  trên đoạn  $[1; 4]$  bằng

A.  $\frac{34}{9}$ .

B. 6.

C.  $\frac{61}{9}$ .

D. 129.

Câu 39: Có bao nhiêu số nguyên  $a$  lớn hơn 1 sao cho ứng với mỗi  $a$  tồn tại không quá 7 số nguyên  $b$  thỏa mãn  $2^{b^2} < 8^{-b} \cdot a^{b+3}$

A. 32.

B. 16.

C. 15.

D. 31.

**Câu 40:** Cho hàm số bậc bốn  $y = f(x)$  có ba điểm cực trị là  $x = -\frac{7}{2}$ ,  $x = -1$ ,  $x = \frac{3}{2}$ , đạt giá trị lớn nhất trên  $\mathbb{R}$ . Bất phương trình  $f(x) \geq m$  có nghiệm thuộc đoạn  $[-3; 0]$  khi và chỉ khi

A.  $m \leq f(-1)$ .      B.  $f(-1) \leq m \leq f(0)$ .      C.  $m \leq f(0)$ .      D.  $m \leq f(-3)$ .

**Câu 41:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có  $f(0) = \frac{1}{2}$  và  $f'(x) = \tan^3 x + \tan x$ ,  $\forall x \in \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$ . Biết

$$\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} (x+1)f(x)dx = a\pi\sqrt{3} + b\sqrt{3} + c\ln 3,$$

với  $a, b, c$  là các số hữu tỉ, giá trị của  $a+b+c$  thuộc khoảng nào dưới đây?

- A.  $\left(\frac{2}{3}; 1\right)$ .      B.  $\left(\frac{1}{3}; \frac{2}{3}\right)$ .      C.  $\left(-\frac{1}{3}; 0\right)$ .      D.  $\left(0; \frac{1}{3}\right)$ .

**Câu 42:** Xét hàm số  $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$  ( $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ ,  $a > 0$ ) có hai điểm cực trị  $x_1, x_2$  (với  $x_1 < x_2$ ) thỏa mãn  $x_1 + x_2 = 0$ . Hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = f'(x) f''(x)$  và trực hoành có diện tích bằng  $\frac{9}{16}$ . Biết  $\int_{x_1}^{x_2} \frac{f'(x)}{2^x + 1} dx = -\frac{5}{2}$ , giá trị của  $\int_0^{x_2} (x+2)f''(x)dx$  thuộc khoảng nào dưới đây?

- A.  $\left(-\frac{9}{2}; -\frac{7}{2}\right)$ .      B.  $\left(-\frac{3}{2}; -\frac{1}{2}\right)$ .      C.  $\left(\frac{7}{2}; \frac{9}{2}\right)$ .      D.  $\left(\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right)$ .

**Câu 43:** Cho khối lăng trụ đứng  $ABC.A'B'C'$  có đáy  $ABC$  là tam giác vuông tại  $C$ ,  $AB = \sqrt{3}a$  và  $AC = a$ . Biết góc giữa đường thẳng  $B'C$  và mặt phẳng  $(ABC)$  bằng  $30^\circ$ , thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

- A.  $\frac{2\sqrt{3}}{3}a^3$ .      B.  $\sqrt{3}a^3$ .      C.  $\frac{\sqrt{3}}{3}a^3$ .      D.  $\frac{\sqrt{3}}{9}a^3$ .

**Câu 44:** Xét phương trình bậc hai  $az^2 + bz + c = 0$  ( $a, b, c \in \mathbb{R}$ ,  $a \neq 0$ ) có hai nghiệm phức  $z_1, z_2$  có phần ảo khác 0 và  $\left|2z_1 - \frac{1}{7}\right| = |z_1 - z_2|$ . Giả sử  $|z_1| = \frac{1}{\sqrt{k}}$  và  $w$  là số phức thỏa mãn  $cw^2 + bw + a = 0$ , có bao nhiêu số nguyên dương  $k$  sao cho ứng với mỗi  $k$  tồn tại đúng 5 số phức  $z_3$  có phần ảo nguyên,  $z_3 - w$  là số thuần ảo và  $|z_3| \leq |w|$ ?

- A. 11.      B. 5.      C. 6.      D. 10.

**Câu 45:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho đường thẳng  $\Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y-3}{5} = \frac{z-1}{-1}$  và mặt phẳng  $(P): 2x + y + z = 0$ . Đường thẳng đối xứng với  $\Delta$  qua  $(P)$  có phương trình là

- A.  $\frac{x+4}{1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+2}{1}$ .      B.  $\frac{x}{3} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-2}{-1}$ .      C.  $\frac{x-3}{1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-1}{1}$ .      D.  $\frac{x+3}{3} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+1}{-1}$ .

**Câu 46:** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số  $m$  sao cho ứng với mỗi  $m$  tồn tại đúng hai số phức  $z$  thỏa mãn  $|z+1-7i| + |z+1+7i| = 14$  và  $|z-1-i| = m$ ?

- A. 3.      B. 2.      C. 5.      D. 4.

**Câu 47:** Trong không gian, cho hình thoi  $ABCD$  có  $AB = 6$  và  $BD = 4$ . Khi quay hình thoi  $ABCD$  quanh trục  $AB$  thì đường gấp khúc  $ADCB$  tạo thành hình tròn xoay ( $H$ ). Thể tích của khối tròn xoay được giới hạn bởi ( $H$ ) bằng

- A.  $\frac{8704\pi}{81}$ .      B.  $\frac{256\pi}{3}$ .      C.  $\frac{64\pi}{3}$ .      D.  $\frac{2368\pi}{27}$ .

**Câu 48:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(1; -2; -1)$ ,  $B(2; -4; -1)$  và mặt cầu ( $S$ ) tâm  $I(1; 2; -1)$  đi qua  $A$ . Điểm  $M(a; b; c)$  (với  $c > 0$ ) thuộc ( $S$ ) sao cho  $IAM$  là tam giác tù, có diện tích bằng  $2\sqrt{7}$  và khoảng cách giữa 2 đường thẳng  $BM$  và  $IA$  lớn nhất. Giá trị của  $a + b + c$  thuộc khoảng nào dưới đây?

- A.  $\left(8; \frac{17}{2}\right)$ .      B.  $\left(2; \frac{5}{2}\right)$ .      C.  $\left(\frac{17}{2}; 9\right)$ .      D.  $\left(\frac{5}{2}; 3\right)$ .

**Câu 49:** Xét hàm số bậc bốn  $y = f(x)$  có  $f(-1) = -6$ . Hàm số  $y = f'(x)$  đồng biến trên khoảng  $(-\infty; +\infty)$ ,  $f'(4) = 0$  và  $f'(-1) = a$ . Có bao nhiêu số nguyên  $a \in (-100; 0)$  sao cho ứng với mỗi  $a$ , hàm số  $y = \left|f(x) + \frac{6}{x^2}\right|$  có đúng 3 điểm cực trị thuộc khoảng  $(-1; +\infty)$ ?

- A. 88.      B. 12.      C. 11.      D. 87.

**Câu 50:** Cho hàm số  $f(x) = \frac{5}{x^3} + \ln \frac{x+2}{x-2}$ . Có bao nhiêu số nguyên  $a \in (-\infty; 2100)$  thỏa mãn  $f(a-2023) + f(5a-29) \geq 0$ ?

- A. 1758.      B. 2093.      C. 336.      D. 410.

----- HẾT -----

## ĐÁP ÁN VÀ HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT THAM KHẢO

1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2
A	D	D	B	B	A	A	C	C	A	B	A	D	C	A	D	C	C	B	A	B	C
2	2	2	2	3	3	3	3	3	3	3	3	3	4	4	4	4	4	4	4	4	5
6	7	8	9	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	1	2	3	4	5	6	7
B	A	C	B	D	C	A	C	A	C	B	A	A	D	D	D	C	C	D	A	D	B

**Câu 1:** Cho số phức  $z = 1 + 2i$ . Số phức  $2z$  bằng

**A.**  $2 + 4i$ .

**B.**  $-3 + 4i$ .

**C.**  $3 + 4i$ .

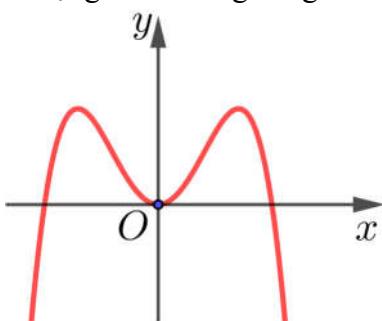
**D.**  $3 + 2i$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có:  $z = 1 + 2i \Rightarrow 2z = 2(1 + 2i) = 2 + 4i$ .

**Câu 2:** Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong như hình bên dưới?



**A.**  $y = 2x^3 + x^2$ .

**B.**  $y = x^2 - 2x$ .

**C.**  $y = \frac{3x-1}{x+2}$ .

**D.**  $y = -x^4 + 2x^2$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

Quan sát đồ thị ta thấy là hình dạng của đồ thị hàm số bậc 4 trùng phương có hệ số  $a < 0$ .

Nên chọn  $y = -x^4 + 2x^2$

**Câu 3:** Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn của số phức  $z = 3 + 5i$  có tọa độ là

**A.**  $(3; -5)$ .

**B.**  $(5; -3)$ .

**C.**  $(5; 3)$ .

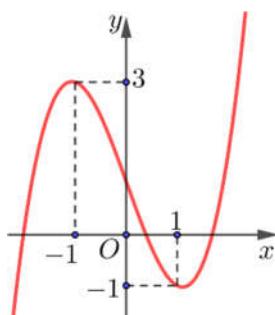
**D.**  $(3; 5)$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có điểm biểu diễn số phức  $z = 3 + 5i$  là  $M(3; 5)$ .

**Câu 4:** Cho hàm số bậc ba  $y = f(x)$  có đồ thị là đường cong trong hình bên dưới.



Số nghiệm thực của phương trình  $f(x) = 2$  là

**A.** 1.

**B.** 3.

**C.** 2.

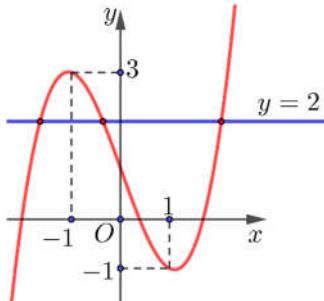
**D.** 0.

### Lời giải

#### Chọn B

Xét phương trình  $f(x) = 2$ :

Ta kẻ đường thẳng  $y = 2$  cắt đồ thị hàm số  $y = f(x)$  tại ba điểm phân biệt.



Do đó phương trình  $f(x) = 2$  có ba nghiệm thực.

**Câu 5:** Cho số phức  $z = 2024 - 2i$ . Số phức liên hợp của  $z$  là

- A.  $2 + 2024i$ .      B.  $2024 + 2i$ .      C.  $-2 + 2024i$ .      D.  $-2024 + 2i$ .

### Lời giải

#### Chọn B

Ta có số phức liên hợp của  $z = 2024 - 2i$  là  $\bar{z} = 2024 + 2i$ .

**Câu 6:** Cho khối nón có diện tích đáy  $B = 8$  và chiều cao  $h = 9$ . Thể tích của khối nón đã cho bằng

- A. 24.      B. 216.      C. 192.      D. 72.

### Lời giải

#### Chọn A

$$\text{Thể tích của khối nón } V = \frac{1}{3}B.h = \frac{1}{3}.8.9 = 24.$$

**Câu 7:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 2z - 3 = 0$ . Tâm của  $(S)$  có tọa độ là

- A.  $(1; -2; 1)$ .      B.  $(2; -4; 2)$ .      C.  $(-2; 4; -2)$ .      D.  $(-1; 2; -1)$ .

### Lời giải

#### Chọn A

Tâm của mặt cầu  $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 2z - 3 = 0$  là  $I(1; -2; 1)$ .

**Câu 8:** Cho khối lăng trụ tam giác có thể tích  $V = 36a^3$  và diện tích đáy  $B = 4a^2$ . Chiều cao của khối lăng trụ đã cho bằng

- A.  $27a$ .      B.  $3a$ .      C.  $9a$ .      D.  $6a$ .

### Lời giải

#### Chọn C

Ta có  $V = 36a^3 \Leftrightarrow B.h = 36a^3 \Leftrightarrow 4a^2.h = 36a^3 \Rightarrow h = 9a$ .

**Câu 9:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm  $f'(x) = 2 - x$ ,  $\forall x \in \mathbb{R}$ . Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A.  $(0; 5)$ .      B.  $(2; +\infty)$ .      C.  $(-\infty; 2)$ .      D.  $(-\infty; +\infty)$ .

### Lời giải

#### Chọn C

$f'(x) > 0 \Leftrightarrow 2 - x > 0 \Leftrightarrow x < 2$ .

Khi đó hàm số  $y = f(x)$  đồng biến trên  $(-\infty; 2)$ .

**Câu 10:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho đường thẳng  $d: \frac{x-2}{-1} = \frac{y-5}{2} = \frac{z+1}{3}$ . Điểm nào dưới đây thuộc  $d$ ?

- A.** Điểm  $N(2; 5; -1)$ .    **B.** Điểm  $P(-2; -5; 1)$ .    **C.** Điểm  $M(-1; 2; 3)$ .    **D.** Điểm  $Q(1; 3; 2)$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

Điểm thuộc đường thẳng  $d: \frac{x-2}{-1} = \frac{y-5}{2} = \frac{z+1}{3}$  là  $(2; 5; -1)$ .

**Câu 11:** Tập xác định của hàm số  $y = (x-1)^{\frac{3}{2}}$  là

- A.**  $(-\infty; +\infty)$ .    **B.**  $(1; +\infty)$ .    **C.**  $(-\infty; 1)$ .    **D.**  $(0; +\infty)$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

Điều kiện xác định:  $x-1 > 0 \Leftrightarrow x > 1$ .

Vậy TXĐ:  $D = (1; +\infty)$ .

**Câu 12:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như sau:

$x$	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-	0	+	
$f(x)$	$-\infty$	↗	2	↘	-2	↗	$+\infty$

Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

- A.** 2.    **B.** -1.    **C.** 1.    **D.** -2.

**Lời giải**

**Chọn A**

Dựa vào bảng biến thiên ta có giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng 2.

**Câu 13:** Nếu  $\int_1^3 f(x) dx = -2$  thì  $\int_3^1 f(x) dx$  bằng

- A.**  $\frac{1}{2}$ .    **B.** -2.    **C.**  $-\frac{1}{2}$ .    **D.** 2.

**Lời giải**

**Chọn D**

$$\int_1^3 f(x) dx = -2 \Rightarrow \int_3^1 f(x) dx = -\int_1^3 f(x) dx = 2.$$

**Câu 14:** Với  $a, b$  là các số thực dương tùy ý,  $\log_2(ab)$  bằng

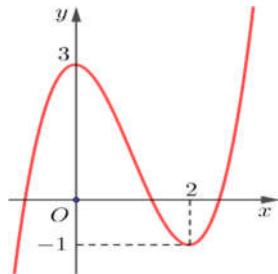
- A.**  $\log_2 a \cdot \log_2 b$ .    **B.**  $\log_2 a - \log_2 b$ .    **C.**  $\log_2 a + \log_2 b$ .    **D.**  $b \log_2 a$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

Với  $a > 0, b > 0$ , ta có:  $\log_2(ab) = \log_2 a + \log_2 b$ .

**Câu 15:** Cho hàm số bậc ba  $y = f(x)$  có đồ thị là đường cong trong hình bên dưới.



Điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

- A.**  $x = 2$ .      **B.**  $x = 3$ .      **C.**  $x = -1$ .      **D.**  $x = 0$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

Dựa vào đồ thị, ta có điểm trị cực tiểu của hàm số đã cho là  $x = 2$ .

**Câu 16:** Trên khoảng  $(-\infty; +\infty)$ , đạo hàm của hàm số  $y = 4^x$  là

- A.**  $y' = \frac{4^{x+1}}{x+1}$ .      **B.**  $y' = \frac{4^x}{\ln x}$ .      **C.**  $y' = x \cdot 4^{x-1}$ .      **D.**  $y' = 4^x \ln 4$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

$$y = 4^x \Rightarrow y' = 4^x \ln 4.$$

**Câu 17:** Từ một đội văn nghệ gồm 6 nam và 5 nữ, có bao nhiêu cách chọn một nam và một nữ để hát song ca với nhau?

- A.** 55.      **B.** 110.      **C.** 30.      **D.** 11.

**Lời giải**

**Chọn C**

Số cách chọn một bạn nam để hát song ca là: 6 (cách).

Ứng với mỗi một cách chọn bạn nam ta có 5 cách chọn bạn nữ để hát song ca.

Áp dụng quy tắc nhân ta có số cách chọn một nam và một nữ để hát song ca với nhau là:  $6 \cdot 5 = 30$  (cách).

**Câu 18:** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  với  $u_1 = 3$  công sai  $d = 6$ . Giá trị của  $u_2$  bằng

- A.** 18.      **B.** 3.      **C.** 9.      **D.** -3.

**Lời giải**

**Chọn C**

Cấp số cộng  $(u_n)$  với  $u_1 = 3$  công sai  $d = 6 \Rightarrow u_2 = u_1 + d \Rightarrow u_2 = 9$ .

**Câu 19:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(1; 2; -4)$  và  $B(3; -2; 0)$ . Vecto  $\overrightarrow{AB}$  có toạ độ là

- A.**  $(4; 0; -4)$ .      **B.**  $(2; -4; 4)$ .      **C.**  $(2; 0; -2)$ .      **D.**  $(-2; 4; -4)$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

$$\overrightarrow{AB} = (2; -4; 4).$$

**Câu 20:** Cho hình trụ có bán kính đáy  $r = 3$  và chiều cao  $h = 5$ . Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

- A.**  $30\pi$ .      **B.**  $20\pi$ .      **C.**  $15\pi$ .      **D.**  $9\pi$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

$$S_{xq} = 2\pi rh \Rightarrow S_{xq} = 2\pi \cdot 3 \cdot 5 = 30\pi.$$

**Câu 21:** Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A.  $\int 5^x dx = \frac{5^{x+1}}{\ln 5} + C$ .    B.  $\int 5^x dx = \frac{5^x}{\ln 5} + C$ .    C.  $\int 5^x dx = 5^x \ln 5 + C$ .    D.  $\int 5^x dx = 5^x + C$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có:  $\int 5^x dx = \frac{5^x}{\ln 5} + C$ .

**Câu 22:** Tập nghiệm của bất phương trình  $\log_{\frac{1}{2}}(x+1) > -1$  là

- A.  $(1; +\infty)$ .    B.  $(-\infty; 1)$ .    C.  $(-1; 1)$ .    D.  $(0; 1)$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

Điều kiện:  $x+1 > 0 \Leftrightarrow x > -1$ .

Ta có:  $\log_{\frac{1}{2}}(x+1) > -1 \Leftrightarrow x+1 < 2 \Leftrightarrow x < 1$ .

Vậy nghiệm của bất phương trình:  $S = (-1; 1)$ .

**Câu 23:** Trong không gian  $Oxyz$ , điểm nào dưới đây thuộc mặt phẳng  $(Oxy)$ ?

- A. Điểm  $P(2; 0; 5)$ .    B. Điểm  $Q(0; 3; 1)$ .    C. Điểm  $N(-1; 0; 5)$ .    D. Điểm  $M(2; 3; 0)$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

Điểm thuộc mặt phẳng  $(Oxy)$  là điểm  $M(2; 3; 0)$ .

**Câu 24:** Cho hàm số  $f(x)$  có đạo hàm liên tục trên  $\mathbb{R}$  và  $f(-2) = -5$ ,  $f(3) = 7$ . Giá trị của  $\int_{-2}^3 f'(x) dx$  bằng

- A.  $-35$ .    B.  $-12$ .    C.  $12$ .    D.  $2$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có:  $\int_{-2}^3 f'(x) dx = f(3) - f(-2) = 12$ .

**Câu 25:** Nghiệm của phương trình  $2^{2x+1} = \frac{1}{8}$  là

- A.  $x = -1$ .    B.  $x = -2$ .    C.  $x = 1$ .    D.  $x = 2$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có:  $2^{2x+1} = \frac{1}{8} \Leftrightarrow 2x+1 = -3 \Leftrightarrow x = -2$ .

**Câu 26:** Khẳng định nào dưới đây đúng?

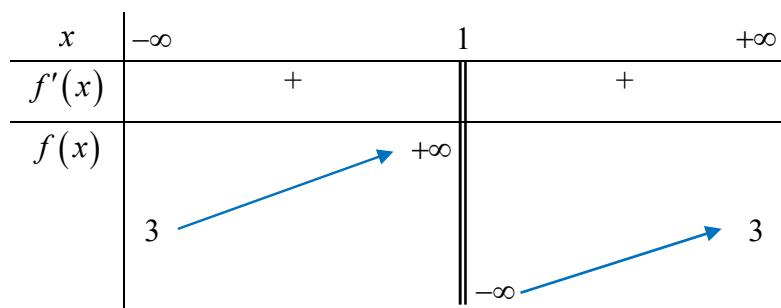
- A.  $\int \cos 2x dx = \frac{1}{2} \cos 2x + C$ .    B.  $\int \cos 2x dx = \frac{1}{2} \sin 2x + C$ .  
C.  $\int \cos 2x dx = -\frac{1}{2} \sin 2x + C$ .    D.  $\int \cos 2x dx = -2 \cos 2x + C$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

$$\int \cos 2x dx = \frac{1}{2} \sin 2x + C.$$

**Câu 27:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như sau



Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho có phương trình là

- A.**  $x = 1$ .      **B.**  $y = 3$ .      **C.**  $y = 1$ .      **D.**  $x = 3$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

Dựa vào bảng biến thiên ta có tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã có phương trình là  $x = 1$ .

**Câu 28:** Cho khối chóp tứ giác có diện tích đáy  $B = 3$  và chiều cao  $h = 6$ . Thể tích của khối chóp đã cho bằng

- A.** 24.      **B.** 12.      **C.** 6.      **D.** 18.

**Lời giải**

**Chọn C**

$$V = \frac{1}{3} Bh = \frac{1}{3} \cdot 3 \cdot 6 = 6.$$

**Câu 29:** Hàm số  $f(x) = \sqrt{x^2 - 4}$  đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A.**  $(-\infty; -2)$ .      **B.**  $(2; +\infty)$ .      **C.**  $(0; +\infty)$ .      **D.**  $(-2; 2)$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

Tập xác định  $D = (-\infty; -2] \cup [2; +\infty)$ .

Hàm số đồng biến khi  $f'(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2 - 4}} > 0 \Leftrightarrow x > 0$ . Vậy hàm số đã cho đồng biến trên  $(2; +\infty)$ .

$$\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 + 2t \\ z = 1 - t \end{cases}$$

**Câu 30:** Trong không gian  $Oxy$ , cho điểm  $M(1; -2; 1)$  và đường thẳng  $d : \frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-1}{1}$ . Đường thẳng đi qua  $M$  và song song với  $d$  có phương trình là

- A.**  $\frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-1}{1}$ .      **B.**  $\frac{x-2}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+1}{1}$ .  
**C.**  $\frac{x+1}{2} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+1}{-1}$ .      **D.**  $\frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-1}{-1}$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

Vì đường thẳng cần tìm song song với đường thẳng  $d$  nên có vecto chỉ phuong  $\vec{u} = (2; 2; -1)$ .

và đi qua  $M(1; -2; 1)$  có phương trình:  $\frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-1}{-1}$ .

**Câu 31:** Cho số phức  $z$  thỏa mãn  $z \cdot \bar{z} = 4$ . Môđun của  $z$  bằng

A.  $2\sqrt{2}$ .

B.  $\sqrt{2}$ .

C.  $2$ .

D.  $4$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

$$\text{Ta có } |z|^2 = z \cdot \bar{z} = 4 \Rightarrow |z| = 2.$$

**Câu 32:** Với  $a, b$  là hai số thực lớn hơn 1,  $\log_{ab} a$  bằng

A.  $\frac{1}{1+\log_a b}$ .

B.  $1 - \log_a b$ .

C.  $\frac{1}{\log_a b}$ .

D.  $1 + \log_a b$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

$$\text{Ta có } \log_{ab} a = \frac{1}{\log_a (ab)} = \frac{1}{\log_a a + \log_a b} = \frac{1}{1 + \log_a b}.$$

**Câu 33:** Cho hình chóp tứ giác đều  $S.ABCD$  có tất cả các cạnh bằng  $2a$ . Khoảng cách từ  $A$  đến mặt phẳng  $(SCD)$  bằng

A.  $\frac{\sqrt{3}}{2}a$ .

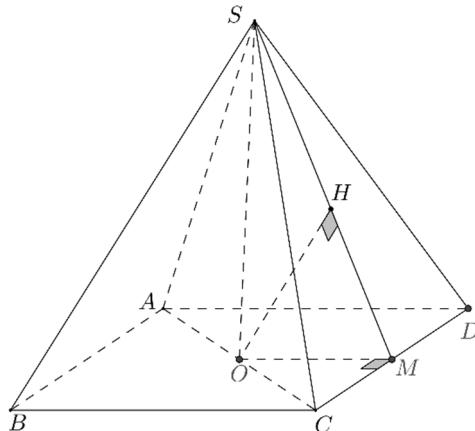
B.  $\frac{\sqrt{3}}{4}a$ .

C.  $\frac{2\sqrt{6}}{3}a$ .

D.  $\frac{\sqrt{6}}{3}a$ .

**Lời giải**

**Chọn C**



Gọi  $O$  là tâm hình vuông  $ABCD$  và  $M$  là trung điểm của  $CD$ . Ta có

$$\begin{cases} SO \perp (ABCD) \\ CD \perp OM \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} SO \perp CD \\ CD \perp OM \end{cases} \Rightarrow CD \perp (SOM).$$

Gọi  $H$  là hình chiếu của  $O$  lên  $SM$  thì  $\begin{cases} OH \perp SM \\ OH \perp CD \end{cases} \Rightarrow OH \perp (SCD)$  tại  $H$ .

Do đó  $d(A, (SCD)) = 2d(O, (SCD)) = 2OH$ .

Ta lại có  $\begin{cases} OM = \frac{1}{2}AB = a \\ SO = \sqrt{SA^2 - OA^2} = \sqrt{4a^2 - 2a^2} = a\sqrt{2} \end{cases}$

Xét tam giác  $SOM$  vuông tại  $O$  ta có  $OH = \frac{SO \cdot OM}{\sqrt{SO^2 + OM^2}} = \frac{a\sqrt{2} \cdot a}{\sqrt{2a^2 + a^2}} = \frac{\sqrt{6}}{3}a$ .

Vậy  $d(A, (SCD)) = \frac{2\sqrt{6}}{3}a$ .

- Câu 34:** Trên hai tia  $Ox, Oy$  của góc nhọn  $xOy$  lần lượt cho 5 điểm và 8 điểm phân biệt khác 0 . Chọn ngẫu nhiên 3 điểm từ 14 điểm (gồm điểm  $O$  và 13 điểm đã cho), xác suất để 3 điểm chọn được là ba đỉnh của một tam giác bằng

A.  $\frac{5}{7}$ .

B.  $\frac{75}{91}$ .

C.  $\frac{149}{182}$ .

D.  $\frac{55}{91}$ .

### Lời giải

#### Chọn A

Ta có:  $n(\Omega) = C_{14}^3 = 364$ .

Gọi  $A$  là biến có: “3 điểm chọn được là ba đỉnh của một tam giác”.

Xét 13 điểm nằm trên hai tia  $Ox, Oy$  không tính điểm  $O$ .

TH1: tam giác có 2 đỉnh thuộc  $Ox$  và 1 đỉnh thuộc  $Oy$  có:  $C_5^2 \cdot 8 = 80$ .

TH2: tam giác có 2 đỉnh thuộc  $Oy$  và 1 đỉnh thuộc  $Ox$  có:  $5 \cdot C_8^2 = 140$ .

Xét tam giác có 1 đỉnh là  $O$ , 1 đỉnh thuộc  $Oy$ , 1 đỉnh thuộc  $Ox$  có:  $1 \cdot 5 \cdot 8 = 40$ .

Vậy  $n(A) = 260$

Vậy  $P(A) = \frac{260}{364} = \frac{5}{7}$ .

- Câu 35:** Một ô tô đang chuyển động với vận tốc  $24 \text{ m/s}$  thì người lái xe đạp phanh. Từ thời điểm đó, ô tô chuyển động thẳng, chậm dần đều với vận tốc biến thiên theo thời gian được xác định bởi quy luật  $v(t) = -4t + 24 (\text{m/s})$  trong đó  $t$  là khoảng thời gian tính bằng giây kể từ lúc người lái xe bắt đầu đạp phanh. Quãng đường ô tô đi được từ lúc người lái xe bắt đầu đạp phanh đến khi xe dừng hẳn bằng

A.  $42 \text{ m}$ .

B.  $64 \text{ m}$ .

C.  $72 \text{ m}$ .

D.  $50 \text{ m}$ .

### Lời giải

#### Chọn C

Khi xe dừng hẳn ta có:  $v(t) = 0 \Leftrightarrow -4t + 24 = 0 \Leftrightarrow t = 6 (\text{s})$ .

Ta có quãng đường ô tô đi được là:  $s(t) = \int_0^6 (-4t + 24) dt = 72 (\text{m})$ .

- Câu 36:** Trong không gian  $Oxyz$ , mặt phẳng đi qua hai điểm  $M(3;1;-1)$ ,  $N(2;-1;4)$  và vuông góc với mặt phẳng  $(P)$ :  $2x - y + 3z - 1 = 0$  có phương trình là

A.  $2x - 11y - 5z = 0$ .    B.  $x - 13y - 5z + 5 = 0$ .    C.  $x - 13y - 5z - 5 = 0$ .    D.  $x + 2y + z - 4 = 0$ .

### Lời giải

#### Chọn B

Mặt phẳng cần tìm có cặp VTCP  $\begin{cases} \vec{u} = (2; -1; 3) \\ \vec{MN} = (-1; -2; 5) \end{cases} \Rightarrow VTPT \vec{n} = (1; -13; -5)$ .

PTMP:  $1(x-3) - 13(y-1) - 5(z+1) = 0 \Leftrightarrow x - 13y - 5z + 5 = 0$ .

- Câu 37:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình vuông,  $BD = 2a$ , cạnh bên  $SA$  vuông góc với mặt phẳng đáy và  $SA = a$ . Góc giữa hai mặt phẳng  $(SBD)$  và  $(ABCD)$  bằng

A.  $45^\circ$ .

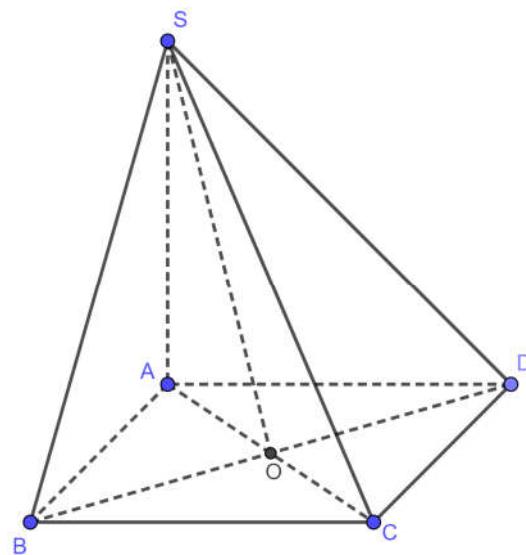
B.  $30^\circ$ .

C.  $60^\circ$ .

D.  $90^\circ$ .

Lời giải

**Chọn A**



$$\text{Ta có: } OA = \frac{BD}{2} = a.$$

$$\begin{aligned} BD \perp OA \\ BD \perp SO \end{aligned} \Rightarrow ((SBD), (ABCD)) = \widehat{SOA}.$$

$$\tan \widehat{SOA} = \frac{SA}{OA} = 1 \Rightarrow \widehat{SOA} = 45^\circ.$$

**Câu 38:** Giá trị nhỏ nhất của hàm số  $f(x) = 6x^3 - 21x^2 + 20x + 1$  trên đoạn  $[1; 4]$  bằng

A.  $\frac{34}{9}$ .

B. 6.

C.  $\frac{61}{9}$ .

D. 129.

Lời giải

**Chọn A**

$$f(x) = 6x^3 - 21x^2 + 20x + 1.$$

$$f'(x) = 18x^2 - 42x + 20.$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow 18x^2 - 42x + 20 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{5}{3} \vee x = \frac{2}{3} \text{ (loại)}.$$

$$f(1) = 6; f\left(\frac{5}{3}\right) = \frac{34}{9}; f(4) = 129.$$

$$\text{Vậy } \min_{[1;4]} f(x) = \frac{34}{9}.$$

**Câu 39:** Có bao nhiêu số nguyên  $a$  lớn hơn 1 sao cho ứng với mỗi  $a$  tồn tại không quá 7 số nguyên  $b$  thỏa mãn  $2^{b^2} < 8^{-b} \cdot a^{b+3}$

A. 32.

B. 16.

C. 15.

D. 31.

Lời giải

**Chọn D**

$$\text{Ta có: } 2^{b^2} < 8^{-b} \cdot a^{b+3} \Leftrightarrow 2^{b^2+3b} < a^{b+3}$$

$$\Leftrightarrow b^2 + 3b < (b+3)\log_2 a$$

$$\Leftrightarrow (b+3)(b - \log_2 a) < 0 \Leftrightarrow -3 < b < \log_2 a \text{ (vì } \log_2 a > 0).$$

Để có không quá 7 số nguyên  $b$  thì  $\log_2 a \leq 5 \Leftrightarrow 1 < a \leq 32$

Mà  $a$  là số nguyên lớn hơn 1 nên  $a \in \{2; 3; 4; \dots; 32\}$ .

Có 31 số nguyên thỏa mãn.

- Câu 40:** Cho hàm số bậc bốn  $y = f(x)$  có ba điểm cực trị là  $x = -\frac{7}{2}, x = -1, x = \frac{3}{2}$ , đạt giá trị lớn nhất trên  $\mathbb{R}$ . Bất phương trình  $f(x) \geq m$  có nghiệm thuộc đoạn  $[-3; 0]$  khi và chỉ khi
- A.**  $m \leq f(-1)$ .      **B.**  $f(-1) \leq m \leq f(0)$ .      **C.**  $m \leq f(0)$ .      **D.**  $m \leq f(-3)$ .

### Lời giải

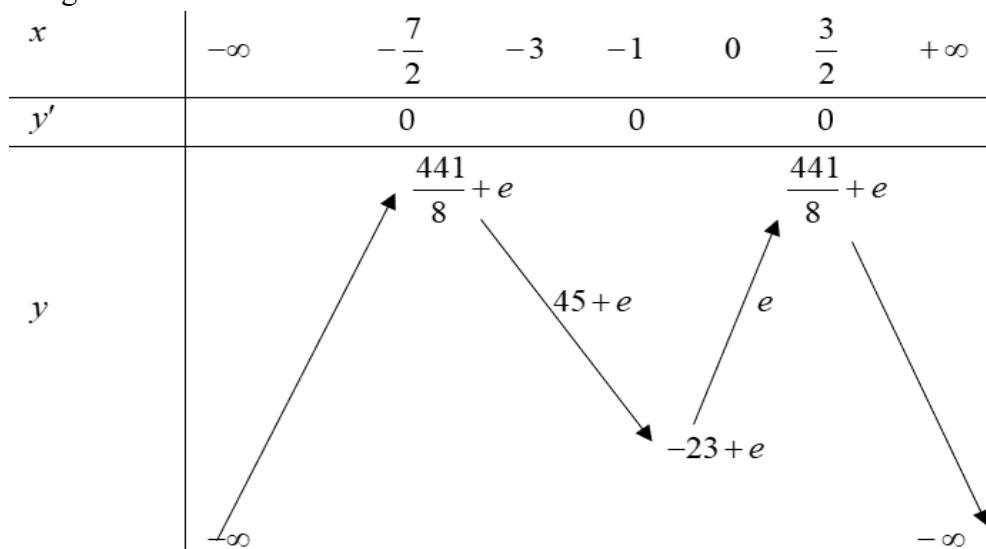
#### Chọn D

Đặt  $f(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e (a \neq 0)$ . Vì  $y = f(x)$  đạt giá trị lớn nhất trên  $\mathbb{R} \Rightarrow a < 0$ .

$$f'(x) = 4ax^3 + 3bx^2 + 2cx + d = 4a\left(x + \frac{7}{2}\right)(x+1)\left(x - \frac{3}{2}\right) = 4ax^3 + 12ax^2 - 13ax - 21a$$

$$\Rightarrow \begin{cases} b = 4a \\ c = -\frac{13}{2}a \\ d = -21a \\ a < 0 \end{cases}. \text{ Chọn } a = -2 \Rightarrow f(x) = -2x^4 - 8x^3 + 13x^2 + 42x + e.$$

Bảng biến thiên



Xét trên đoạn  $[-3; 0]$ , Để bất phương trình  $m \leq f(x)$  có nghiệm thì  $m \leq 45 + e = f(-3)$ .

- Câu 41:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có  $f(0) = \frac{1}{2}$  và  $f'(x) = \tan^3 x + \tan x, \forall x \in \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$ . Biết

$$\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} (x+1) f(x) dx = a\pi\sqrt{3} + b\sqrt{3} + c \ln 3, \text{ với } a, b, c \text{ là các số hữu tỉ, giá trị của } a+b+c \text{ thuộc}$$

khoảng nào dưới đây?

- A.**  $\left(\frac{2}{3}; 1\right)$ .      **B.**  $\left(\frac{1}{3}; \frac{2}{3}\right)$ .      **C.**  $\left(-\frac{1}{3}; 0\right)$ .      **D.**  $\left(0; \frac{1}{3}\right)$ .

### Lời giải

#### Chọn D

Ta có:

$$f(x) = \int f'(x) dx = \int (\tan^3 x + \tan x) dx = \int \tan x (\tan^2 x + 1) dx = \int \tan x d(\tan x) = \frac{\tan^2 x}{2} + C.$$

Khi  $x=0$ , ta có  $f(0)=\frac{\tan^2 0}{2}+C\Leftrightarrow C=\frac{1}{2}$ .

$$\text{Do đó } f(x)=\frac{\tan^2 x}{2}+\frac{1}{2}=\frac{1}{2}(\tan^2 x+1)=\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{\cos^2 x}.$$

$$\text{Theo đề bài } I = \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} (x+1)f(x) dx = \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{1}{2}(x+1)\frac{1}{\cos^2 x} dx.$$

$$\begin{aligned} \text{Đặt } & \begin{cases} u = \frac{1}{2}(x+1) \\ dv = \frac{1}{\cos^2 x} dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = \frac{1}{2}dx \\ v = \tan x \end{cases} \\ \Rightarrow I &= \left[ \frac{1}{2}(x+1)\tan x \right]_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} - \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{1}{2}\tan x dx = \frac{1}{2}\left(\frac{\pi}{3}+1\right)\tan\frac{\pi}{3} - \frac{1}{2}\left(\frac{\pi}{6}+1\right)\tan\frac{\pi}{6} + \left(\frac{1}{2}\ln|\cos x|\right)_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} \\ &= \frac{\pi}{6}\sqrt{3} + \frac{1}{2}\sqrt{3} - \frac{\pi}{36}\sqrt{3} - \frac{1}{6}\sqrt{3} + \frac{1}{2}\ln\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\ln\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{5}{36}\pi\sqrt{3} + \frac{1}{3}\sqrt{3} - \frac{1}{4}\ln 3. \end{aligned}$$

$$\text{Nên } a = \frac{5}{36}, b = \frac{1}{3} \text{ và } c = -\frac{1}{4}. \text{ Khi đó } a+b+c = \frac{2}{9} \in \left(0; \frac{1}{3}\right).$$

**Câu 42:** Xét hàm số  $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$  ( $a, b, c, d \in \mathbb{R}, a > 0$ ) có hai điểm cực trị  $x_1, x_2$  (với  $x_1 < x_2$ ) thỏa mãn  $x_1+x_2=0$ . Hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y=f'(x)f''(x)$  và trực hoành có diện tích bằng  $\frac{9}{16}$ . Biết  $\int_{x_1}^{x_2} \frac{f'(x)}{2^x+1} dx = -\frac{5}{2}$ , giá trị của  $\int_0^{x_2} (x+2)f''(x) dx$  thuộc khoảng nào dưới đây?

- A.  $\left(-\frac{9}{2}; -\frac{7}{2}\right)$ .      B.  $\left(-\frac{3}{2}; -\frac{1}{2}\right)$ .      C.  $\left(\frac{7}{2}; \frac{9}{2}\right)$ .      D.  $\left(\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right)$ .

### Lời giải

#### Chọn C

Ta có  $f'(x)=a(x-x_1)(x-x_2)=a(x-x_1)(x+x_1)=a(x^2-x_1^2)\Rightarrow f'(0)<0$   
 $\Rightarrow f'(x)$  là hàm chẵn  $\Rightarrow f'(x)=f'(-x)$ .

Ta có  $f''(x)=6ax=0\Leftrightarrow x=0$ .

$$\begin{aligned} \text{Xét } f'(x)f''(x)=0 &\Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=x_2 \\ x=-x_2 \end{cases} \\ \Rightarrow \int_{x_1}^{x_2} |f'(x)f''(x)| dx &= \frac{9}{16} \Leftrightarrow \left| \int_{x_1}^0 f'(x)f''(x) dx \right| + \left| \int_0^{x_2} f'(x)f''(x) dx \right| = \frac{9}{16} \\ \Leftrightarrow \left| \frac{1}{2} [f'(x)]^2 \Big|_{x_1}^0 \right| + \left| \frac{1}{2} [f'(x)]^2 \Big|_0^{x_2} \right| &= \frac{9}{16} \end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow \left| \frac{1}{2}[f'(0)]^2 - \frac{1}{2}[f'(x_1)]^2 \right| + \left| \frac{1}{2}[f'(x_2)]^2 - \frac{1}{2}[f'(0)]^2 \right| = \frac{9}{16}$$

$$\Leftrightarrow \left| [f'(0)]^2 \right| = \frac{9}{16} \Leftrightarrow f'(0) = -\frac{3}{4}.$$

Xét  $I = \int_{x_1}^{x_2} \frac{f'(x)}{2^x + 1} dx = -\frac{5}{2} \Leftrightarrow \int_{-x_2}^{x_2} \frac{f'(x)}{2^x + 1} dx = -\frac{5}{2}$ . Đặt  $t = -x \Rightarrow dt = -dx$

$$I = - \int_{-x_2}^{-x_2} \frac{f'(-t)}{2^{-t} + 1} dt = \int_{-x_2}^{x_2} \frac{f'(x)}{2^{-x} + 1} dx = \int_{-x_2}^{x_2} \frac{2^x f'(x)}{2^x + 1} dx \text{ (vì } f'(x) \text{ là hàm chẵn)}$$

$$\Rightarrow \int_{-x_2}^{x_2} \frac{f'(x)}{2^x + 1} dx + \int_{-x_2}^{x_2} \frac{2^x f'(x)}{2^x + 1} dx = -5 \Leftrightarrow \int_0^{x_2} f'(x) dx = -\frac{5}{2}.$$

Xét  $I_1 = \int_0^{x_2} (x+2) f''(x) dx$ . Đặt  $\begin{cases} u = x+2 \\ dv = f''(x) dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dv \\ v = f'(x) \end{cases}$

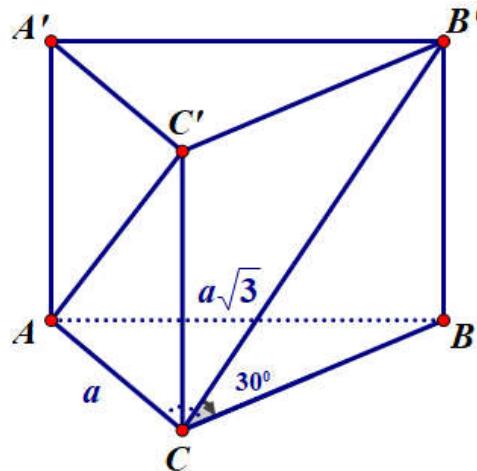
$$I_1 = (x+2).f'(x) \Big|_0^{x_2} - \int_0^{x_2} f'(x) dx = (x_2+2).f'(x_2) - 2f'(0) - \left( -\frac{5}{2} \right) = -2\left( \frac{-3}{4} \right) + \frac{5}{2} = 4.$$

**Câu 43:** Cho khối lăng trụ đứng  $ABC.A'B'C'$  có đáy  $ABC$  là tam giác vuông tại  $C$ ,  $AB = \sqrt{3}a$  và  $AC = a$ . Biết góc giữa đường thẳng  $B'C$  và mặt phẳng  $(ABC)$  bằng  $30^\circ$ , thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

- A.  $\frac{2\sqrt{3}}{3}a^3$ .      B.  $\sqrt{3}a^3$ .      C.  $\frac{\sqrt{3}}{3}a^3$ .      D.  $\frac{\sqrt{3}}{9}a^3$ .

Lời giải

Chọn C



+ ) Thể tích của khối lăng trụ là  $V = S_{\Delta ABC} \cdot BB'$ .

+ ) Tam giác  $ABC$  vuông tại  $C$  nên  $BC = \sqrt{AB^2 - AC^2} = a\sqrt{2}$ .  $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} \cdot a \cdot a\sqrt{2} = \frac{a^2\sqrt{2}}{2}$

+ ) Góc giữa  $B'C$  và mặt phẳng  $(ABC)$  là góc giữa  $B'C$  và  $BC \Rightarrow \widehat{B'CB} = 30^\circ$ .

+ ) Ta có  $BB' = BC \cdot \tan \widehat{B'CB} = a\sqrt{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{a\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$ .

$$\text{Vậy } V = \frac{a^2\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{a\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}.$$

**Câu 44:** Xét phương trình bậc hai  $az^2 + bz + c = 0$  ( $a, b, c \in \mathbb{R}, a \neq 0$ ) có hai nghiệm phức  $z_1, z_2$  có phần ảo khác 0 và  $\left|2z_1 - \frac{1}{7}\right| = |z_1 - z_2|$ . Giả sử  $|z_1| = \frac{1}{\sqrt{k}}$  và  $w$  là số phức thỏa mãn  $cw^2 + bw + a = 0$ , có bao nhiêu số nguyên dương  $k$  sao cho ứng với mỗi  $k$  tồn tại đúng 5 số phức  $z_3$  có phần ảo nguyên,  $z_3 - w$  là số thuần ảo và  $|z_3| \leq |w|$ ?

A. 11.

B. 5.

C. 6.

D. 10.

### Lời giải

#### Chọn D

Theo giả thiết ta có:  $\left|2z_1 - \frac{1}{7}\right| = |z_1 - z_2| = |z_1 - \bar{z}_1| \Leftrightarrow \left|2z_1 - \frac{1}{7}\right|^2 = |z_1 - \bar{z}_1|^2$ .

Đặt  $z_1 = x + yi$  ( $x, y \in \mathbb{R}$ ), thay vào biểu thức trên ta được:

$$\left(2x - \frac{1}{7}\right)^2 + 4y^2 = 4y^2 \Leftrightarrow x = \frac{1}{14} \Rightarrow z_{1,2} = \frac{1}{14} \pm yi, (y \in \mathbb{R}).$$

*Bài toán phụ:* nếu phương trình  $az^2 + bz + c = 0$  có 2 nghiệm  $z_1, z_2$  thì khi đó phương trình

$$cz^2 + bz + a = 0 \text{ có 2 nghiệm là } \frac{1}{z_1}, \frac{1}{z_2}.$$

*Áp dụng:* Phương trình  $az^2 + bz + c = 0$  có 2 nghiệm  $z_1, z_2$  thì phương trình  $cw^2 + bw + a = 0$  có nghiệm  $w = \frac{1}{z} \Rightarrow |w| = \frac{1}{|z|} = \sqrt{k} \Rightarrow |w|^2 = \frac{1}{|z|^2} = k$ .

Mà  $z_1 = \frac{1}{14} + yi$ , ( $y \in \mathbb{R}$ ) nên ta suy ra  $w = \frac{1}{z_1} = \frac{\bar{z}_1}{z_1 \cdot \bar{z}_1} = \frac{\bar{z}_1}{|z_1|^2} = \frac{1}{|z_1|^2} \cdot \bar{z}_1 = k \bar{z}_1 = k \left(\frac{1}{14} - yi\right)$  với  $k$  là số nguyên dương.

Mặt khác, đặt  $z_3 = m + ni$  ( $m \in \mathbb{R}, n \in \mathbb{Z}$ ).

Do  $z_3 - w$  là số thuần ảo, nên  $\operatorname{Re}(z_3 - w) = 0$  hay  $m = \frac{k}{14}$ .

Theo giả thiết:  $|z_3| \leq |w| \Leftrightarrow |z_3|^2 \leq |w|^2 = k$ , nên ta có:  $m^2 + n^2 = \frac{k^2}{196} + n^2 \leq k \Rightarrow n^2 \leq k - \frac{k^2}{196} = f(k)$ .

Do có đúng 5 số phức  $z_3$ , nghĩa là tồn tại đúng 5 giá trị  $n \in \mathbb{Z}$  lần lượt là  $\{-2; -1; 0; 1; 2\}$  nên

$$n^2 \in [4; 9], \text{ suy ra } f(k) \in [4; 9] \text{ hay } 4 \leq k - \frac{k^2}{196} < 9.$$

Sử dụng máy tính CASIO ta tìm được  $\begin{cases} 4,09 < k < 191,91 \\ \left[ \begin{array}{l} k < 9,45 \\ k > 186,54 \end{array} \right] \end{cases}$ ;

mà  $k \in \mathbb{N}^*$  nên:  $\begin{cases} 5 \leq k \leq 9 \\ 187 \leq k \leq 191 \end{cases}$  hay  $k \in \{5; 6; 7; 8; 9; 187; 188; 189; 190; 191\}$ , tức là có 10 giá trị  $k$  nguyên dương thỏa mãn đầu bài.

**Câu 45:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho đường thẳng  $\Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y-3}{5} = \frac{z-1}{-1}$  và mặt phẳng  $(P): 2x + y + z = 0$ . Đường thẳng đối xứng với  $\Delta$  qua  $(P)$  có phương trình là

A.  $\frac{x+4}{1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+2}{1}$ . B.  $\frac{x}{3} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-2}{-1}$ .

**C.**  $\frac{x-3}{1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-1}{1}$ . **D.**  $\frac{x+3}{3} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+1}{-1}$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

Đường thẳng  $\Delta$  có phương trình tham số là  $\begin{cases} x = 1+t \\ y = 3 + 5t \\ z = 1-t \end{cases}$ .

Xét hệ phương trình tọa độ giao điểm của  $\Delta$  và  $(P)$ :

$$\begin{cases} x = 1+t \\ y = 3 + 5t \\ z = 1-t \\ 2x + y + z = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = -2 \\ z = 2 \\ t = -1 \end{cases} \Rightarrow (P) \cap \Delta = A(0; -2; 2).$$

Lấy điểm  $M(1; 3; 1) \in \Delta$ , gọi  $d$  là đường thẳng đi qua  $M$  và vuông góc với  $(P)$  suy ra  $d$  có

phương trình tham số là  $d: \begin{cases} x = 1 + 2t_1 \\ y = 3 + t_1 \\ z = 1 + t_1 \end{cases}$ .

Gọi  $H$  là hình chiếu của  $M$  lên mặt phẳng  $(P)$  thì  $H = d \cap (P)$ .

Tọa độ của  $H$  là nghiệm của hệ phương trình  $\begin{cases} x = 1 + 2t_1 \\ y = 3 + t_1 \\ z = 1 + t_1 \\ 2x + y + z = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = 2 \\ z = 0 \\ t_1 = -1 \end{cases} \Rightarrow H(-1; 2; 0)$ .

Gọi  $M'$  là điểm đối xứng với  $M$  qua  $(P)$  nên  $H$  là trung điểm của  $MM' \Rightarrow M'(-3; 1; -1)$

$$\Rightarrow \overrightarrow{AM'} = (-3; 3; -3) = -3.(1; -1; 1).$$

Đường thẳng  $\Delta'$  đối xứng với  $\Delta$  qua  $(P)$  là đường thẳng có một vectơ chỉ phương là  $\vec{u} = (1; -1; 1)$  nên loại các phương án  $B, D$ .

Thay tọa độ 2 điểm  $A$  và  $M'$  lần lượt vào các phương án  $A, B, D$ , ta chọn đáp án  $A$ .

**Câu 46:** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số  $m$  sao cho ứng với mỗi  $m$  tồn tại đúng hai số phức  $z$  thỏa mãn  $|z + 1 - 7i| + |z + 1 + 7i| = 14$  và  $|z - 1 - i| = m$ ?

**A.** 3.

**B.** 2.

**C.** 5.

**D.** 4.

**Lời giải**

**Chọn D**

Gọi  $M(z)$  và  $A(-1; 7), B(-1; -7) \Rightarrow AB = 14$ .

Ta có  $|z + 1 - 7i| + |z + 1 + 7i| = 14 \Leftrightarrow MA + MB = 14 = AB$ , suy ra  $M(z)$  thuộc đoạn  $AB$ .

Mặt khác  $|z - 1 - i| = m$ .

+ Nếu  $m = 0 \Leftrightarrow z = 1 + i$  (không thỏa).

+ Với  $m > 0$  thì  $M(z)$  thuộc đường tròn  $(C)$  tâm  $I(1; 1)$ , bán kính  $R = m$ .

Ta có phương trình đoạn  $AB: x + 1 = 0$ , với  $-7 \leq y \leq 7$ .

$$IA = 2\sqrt{10}, IB = 2\sqrt{17}.$$

Để tồn tại đúng hai số phức  $z$  thì đoạn  $AB$  và đường tròn  $(C)$  có 2 điểm chung

$$\Leftrightarrow \begin{cases} d(I, AB) < R \\ R \leq IA \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2 < m \\ m \leq 2\sqrt{10} \end{cases} \Leftrightarrow 2 < m \leq 2\sqrt{10}.$$

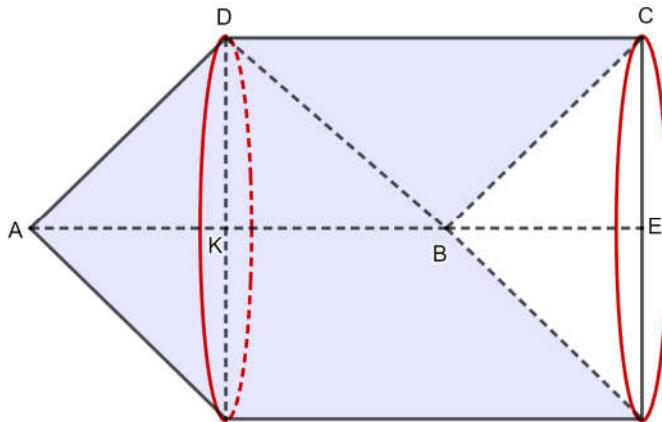
Vậy có 4 giá trị nguyên của tham số  $m$ .

- Câu 47:** Trong không gian, cho hình thoi  $ABCD$  có  $AB = 6$  và  $BD = 4$ . Khi quay hình thoi  $ABCD$  quanh trục  $AB$  thì đường gấp khúc  $ADCB$  tạo thành hình tròn xoay  $(H)$ . Thể tích của khối tròn xoay được giới hạn bởi  $(H)$  bằng

A.  $\frac{8704\pi}{81}$ .      B.  $\frac{256\pi}{3}$ .      C.  $\frac{64\pi}{3}$ .      D.  $\frac{2368\pi}{27}$ .

**Lời giải**

**Chọn B**



Ta có:  $S_{\Delta ABD} = 8\sqrt{2}$ .

Gọi  $E, K$  lần lượt là hình chiếu của  $C, D$  lên  $AB \Rightarrow CE = DK = \frac{2S_{\Delta ABD}}{AB} = \frac{8\sqrt{2}}{3}$ .

Do hai khối nón đỉnh  $A$ , đáy là đường tròn bán kính  $DK$  và khối nón đỉnh  $B$  đáy là đường tròn bán kính  $CE$  có thể tích bằng nhau nên thể tích của khối tròn xoay được giới hạn bởi  $(H)$  bằng

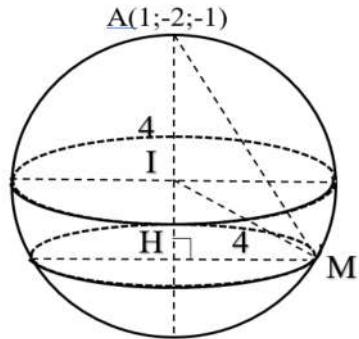
$$V = \pi \cdot DK^2 \cdot CD = \frac{256\pi}{3}.$$

- Câu 48:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(1; -2; -1)$ ,  $B(2; -4; -1)$  và mặt cầu  $(S)$  tâm  $I(1; 2; -1)$  đi qua  $A$ . Điểm  $M(a; b; c)$  (với  $c > 0$ ) thuộc  $(S)$  sao cho  $IAM$  là tam giác tù, có diện tích bằng  $2\sqrt{7}$  và khoảng cách giữa 2 đường thẳng  $BM$  và  $IA$  lớn nhất. Giá trị của  $a + b + c$  thuộc khoảng nào dưới đây?

A.  $\left(8; \frac{17}{2}\right)$ .      B.  $\left(2; \frac{5}{2}\right)$ .      C.  $\left(\frac{17}{2}; 9\right)$ .      D.  $\left(\frac{5}{2}; 3\right)$ .

**Lời giải**

**Chọn A**



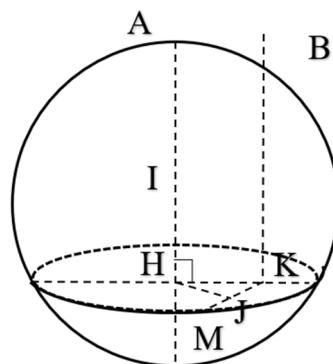
Mặt cầu có tâm  $I$  bán kính  $R = 4$ ;  $S_{AIM} = \frac{1}{2} \cdot 4^2 \cdot \sin \widehat{AIM} = 2\sqrt{7} \Rightarrow \sin \widehat{AIM} = \frac{\sqrt{7}}{4}$ .

Gọi  $H$  là hình chiếu của điểm  $I$  lên mặt phẳng  $(P)$  đi qua  $M$  và vuông góc với  $AI$ .

Ta có:  $\sin \widehat{HIM} = \sin(180^\circ - \widehat{AIM}) \Rightarrow HM = \sqrt{7}$ .

$$\overrightarrow{IH} = \frac{\overrightarrow{IH}}{\overrightarrow{IA}} \overrightarrow{AI} \Rightarrow H(1;5;-1).$$

Vậy  $M$  thuộc giao tuyến  $(C)$  của mặt phẳng  $(P)$  đi qua  $H$  vuông góc với  $AI$  và mặt cầu  $(S)$



Mặt phẳng  $(P)$ :  $y - 5 = 0$ .

Gọi  $K$  là hình chiếu vuông góc của  $B$  lên mặt phẳng  $(P) \Rightarrow K(2;5;-1)$ .

$K$  nằm trong đường tròn giao tuyến, suy ra  $d(IA, BM) \leq HK = 1$ .

$$d(IA, BM)_{\max} = 1 \text{ khi và chỉ khi } \begin{cases} HK \perp KM \\ M \in (H; \sqrt{7}) \end{cases}. \text{ Suy ra } M(2;5;-1 + \sqrt{6}).$$

Vậy  $a+b+c = 6 + \sqrt{6}$ .

- Câu 49:** Xét hàm số bậc bốn  $y = f(x)$  có  $f(-1) = -6$ . Hàm số  $y = f'(x)$  đồng biến trên khoảng  $(-\infty; +\infty)$ ,  $f'(4) = 0$  và  $f'(-1) = a$ . Có bao nhiêu số nguyên  $a \in (-100; 0)$  sao cho ứng với mỗi  $a$ , hàm số  $y = \left|f(x) + \frac{6}{x^2}\right|$  có đúng 3 điểm cực trị thuộc khoảng  $(-1; +\infty)$ ?

A. 88.

**B.** 12.

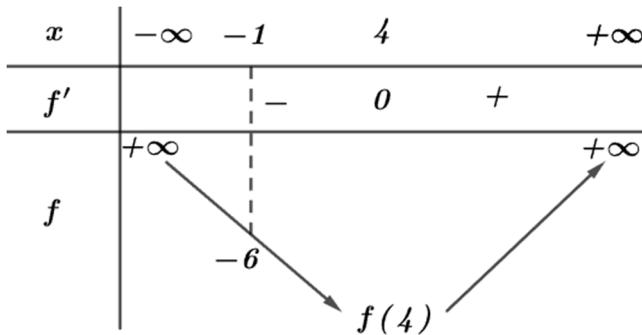
C. 11.

D. 87.

**Lời giải**

**Chọn B**

Do  $y = f'(x)$  là hàm số bậc ba, đồng biến trên khoảng  $(-\infty; +\infty)$  và có  $f'(4) = 0$  và  $f'(-1) = a$  nên ta có bảng biến thiên của  $f(x)$  như sau



Xét  $g(x) = f(x) + \frac{6}{x^2}$ ,  $g'(x) = f'(x) - \frac{12}{x^3}$ , xác định trên  $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ .

Với  $g(-1) = f(-1) + 6 = 0$  và  $g(4) = f(4) + \frac{3}{8} < -6 + \frac{3}{8} = -\frac{45}{8}$

Mặt khác

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left[ f(x) + \frac{6}{x^2} \right] = +\infty, \lim_{x \rightarrow 0^-} \left[ f(x) + \frac{6}{x^2} \right] = +\infty, \lim_{x \rightarrow 0^+} \left[ f(x) + \frac{6}{x^2} \right] = +\infty, \lim_{x \rightarrow -\infty} \left[ f(x) + \frac{6}{x^2} \right] = +\infty$$

nên  $g(x) = f(x) + \frac{6}{x^2}$  cắt trực hoành tại 2 điểm phân biệt có hoành độ lớn hơn 0.

Vậy hàm số  $y = \left| f(x) + \frac{6}{x^2} \right|$  có 3 điểm cực trị thuộc khoảng  $(0; +\infty)$ .

Suy ra, để hàm  $y = \left| f(x) + \frac{6}{x^2} \right|$  có đúng 3 điểm cực trị thuộc khoảng  $(-1; +\infty)$  thì

$g(x) = f(x) + \frac{6}{x^2}$  không có cực trị trong khoảng  $(-1; 0)$ , suy ra  $g'(x) = f'(x) - \frac{12}{x^3}$  không có nghiệm thuộc khoảng  $(-1; 0)$ .

Vậy  $f'(x)$  không cắt  $h(x) = \frac{12}{x^3}$  trong khoảng  $(-1; 0) \Rightarrow f'(-1) = a \geq h(-1) = \frac{12}{(-1)^3} = -12$ .

Kết hợp với điều kiện, ta có  $a \in [-12; 0]$ , vậy có 12 giá trị nguyên của  $a$ .

**Câu 50:** Cho hàm số  $f(x) = \frac{5}{x^3} + \ln \frac{x+2}{x-2}$ . Có bao nhiêu số nguyên  $a \in (-\infty; 2100)$  thỏa mãn  $f(a-2023) + f(5a-29) \geq 0$ ?

A. 1758.

B. 2093.

C. 336.

D. 410.

### Lời giải

#### Chọn D

Điều kiện:  $\begin{cases} x \neq 0 \\ \frac{x+2}{x-2} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < -2 \\ x > 2 \end{cases} \Rightarrow x \in (-\infty; -2) \cup (2; +\infty) = D$ .

Ta có  $f(-x) = \frac{5}{(-x)^3} + \ln \frac{-x+2}{-x-2} = -\frac{5}{x^3} - \ln \frac{x+2}{x-2} = -\left(\frac{5}{x^3} + \ln \frac{x+2}{x-2}\right) = -f(x), \forall x \in D$

$\Rightarrow$  hàm số  $f(x)$  là hàm số lẻ trên tập xác định  $D$ .

Ta có  $f(x) = \frac{5}{x^3} + \ln \frac{x+2}{x-2} \Rightarrow f'(x) = -\frac{15}{x^4} - \frac{4}{x^2-4} < 0$  với  $\forall x \in (-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$ , nên hàm số nghịch biến trên khoảng  $(-\infty; -2)$  và  $(2; +\infty)$ . Và  $f(x) < 0, \forall x < -2;$   
 $f(x) > 0, \forall x > 2$ .

Khi đó:  $f(a-2023) + f(5a-29) \geq 0 \Leftrightarrow f(a-2023) \geq -f(5a-29)$   
 $\Leftrightarrow f(a-2023) \geq f(-5a+29)$  (\*).

$$+ Trường hợp 1: \begin{cases} a-2023 < -2 \\ -5a+29 < -2 \end{cases} \Leftrightarrow \frac{31}{5} < a < 2025.$$

Khi đó (\*)  $\Leftrightarrow a-2023 \leq -5a+29 \Leftrightarrow a \leq 342$ .

$$\text{Do đó, } \frac{31}{5} < a \leq 342.$$

Mà  $a$  nguyên,  $a \in (-\infty; 2100) \Rightarrow a \in \{7; 8; 9; \dots; 342\}$ .

$$+ Trường hợp 2: \begin{cases} a-2023 > 2 \\ -5a+29 > 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a > 2025 \\ a < \frac{27}{5} \end{cases} \Rightarrow \text{vô nghiệm.}$$

+ Trường hợp 3:  $a-2023$  và  $-5a+29$  mỗi số thuộc 1 tập  $(-\infty; -2)$  và  $(2; +\infty)$ .

Do  $f(x) < 0, \forall x < -2$ ;  $f(x) > 0, \forall x > 2$  nên (\*)

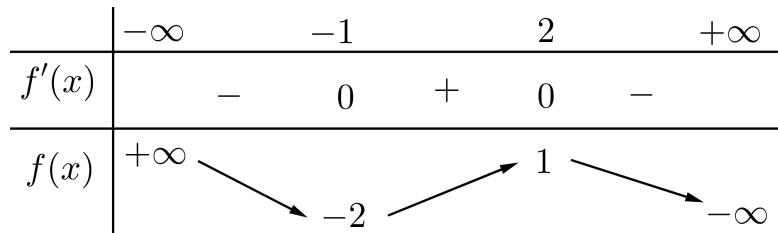
$$\Leftrightarrow \begin{cases} a-2023 > 2 \\ -5a+29 < -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a > 2025 \\ a > \frac{31}{5} \end{cases} \Leftrightarrow a > 2025.$$

Mà  $a$  nguyên,  $a \in (-\infty; 2100) \Rightarrow a \in \{2026; 2027; 2028; \dots; 2099\}$ .

Vậy có 410 số nguyên  $a$  thỏa mãn đề bài.

**BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO**  
**KỲ THI TỐT NGHIỆP TRUNG HỌC PHỔ THÔNG NĂM 2024**  
**BÀI THI TOÁN**  
**MÃ ĐỀ: 103**

**Câu 1:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như sau:



Điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

- A.  $x = -2$ .      B.  $x = 1$ .      C.  $x = 2$ .      D.  $x = -1$ .

**Câu 2:** Tập nghiệm của bất phương trình  $\log_{\frac{1}{2}}(x+2) > -1$  là

- A.  $(-2; 1)$ .      B.  $(-\infty; 0)$ .      C.  $(-2; 0)$ .      D.  $(0; +\infty)$ .

**Câu 3:** Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số  $y = \frac{4x-1}{3x+2}$  có phương trình là

- A.  $x = \frac{4}{3}$ .      B.  $y = \frac{4}{3}$ .      C.  $x = -\frac{2}{3}$ .      D.  $y = -\frac{2}{3}$ .

**Câu 4:** Có bao nhiêu cách sắp xếp 6 người thành một hàng ngang?

- A. 36.      B. 720.      C. 1.      D. 6.

**Câu 5:** Cho khối chóp tứ giác có thể tích  $V = 3a^3$  và diện tích đáy  $B = a^2$ . Chiều cao của khối chóp đã cho bằng

- A.  $3a$ .      B.  $6a$ .      C.  $9a$ .      D.  $a$ .

**Câu 6:** Nếu  $\int_{-2}^1 f(x)dx = -1$  và  $\int_1^7 f(x)dx = -5$  thì  $\int_{-2}^7 f(x)dx$  bằng

- A. -6.      B. 5.      C. -4.      D. 4.

**Câu 7:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai vec tơ  $\vec{a} = (2; 3; -1)$  và  $\vec{b} = (-3; 2; -4)$ . Vec tơ  $\vec{a} + \vec{b}$  có tọa độ là

- A.  $(1; -5; 5)$ .      B.  $(-5; -1; -3)$ .      C.  $(-1; -5; 5)$ .      D.  $(-1; 5; -5)$ .

**Câu 8:** Số phức  $z = i + i^2 + i^3$  bằng

- A. 1.      B.  $i$ .      C.  $-1+2i$ .      D. -1.

**Câu 9:** Hàm số nào dưới đây là hàm số mũ?

- A.  $y = \log_3 x$ .      B.  $y = x^{-4}$ .      C.  $y = x^{2024}$ .      D.  $y = 2024^x$ .

**Câu 10:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(1; -2; 3)$  và  $B(3; 0; 1)$ . Gọi  $(S)$  là mặt cầu nhận  $AB$  làm đường kính, tâm của  $(S)$  có tọa độ là

- A.  $(1; 1; -1)$ .      B.  $(-1; -1; 1)$ .      C.  $(2; -1; 2)$ .      D.  $(4; -2; 4)$ .

**Câu 11:** Cho hình nón có bán kính đáy  $r = 3$  và độ dài đường sinh  $l = 5$ . Chiều cao của hình nón đã cho bằng

- A. 4.      B. 2.      C. 5.      D.  $\sqrt{34}$ .

**Câu 12:** Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A.  $\int (2x+3)dx = 2x^2 + 3x + C$ .      B.  $\int (2x+3)dx = \frac{1}{2}x^2 + 3x + C$ .  
 C.  $\int (2x+3)dx = x^2 + C$ .      D.  $\int (2x+3)dx = x^2 + 3x + C$ .

**Câu 13:** Trên khoảng  $(-\infty; +\infty)$  hàm số  $F(x) = \frac{1}{2}\sin 2x$  là một nguyên hàm của hàm số nào dưới đây?

- A.  $f_3(x) = -\frac{1}{2}\cos 2x$     B.  $f_4(x) = -\frac{1}{4}\cos 2x$     C.  $f_1(x) = -\cos 2x$     D.  $f_2(x) = \cos 2x$

**Câu 14:** Nghiệm của phương trình  $2^{2x} = 2^{x+6}$  là:

- A.  $x=2$       B.  $x=-2$       C.  $x=6$       D.  $x=-6$

**Câu 15:** Trên mặt phẳng tọa độ,  $M(2; -5)$  là điểm biểu diễn của số phức  $z$ . Phần thực của  $z$  bằng

- A. 2      B. 5      C. -5      D. -2

**Câu 16:** Trên khoảng  $(0; +\infty)$ , đạo hàm của hàm số  $y = x^{\frac{1}{7}}$  là

- A.  $y' = \frac{7}{8}x^{\frac{8}{7}}$       B.  $y' = \frac{1}{7}x^{\frac{6}{7}}$       C.  $y' = \frac{1}{7}x^{-\frac{6}{7}}$       D.  $y' = x^{-\frac{6}{7}}$

**Câu 17:** Cho hàm số  $f(x)$  có đạo hàm liên tục trên  $\mathbb{R}$  và  $f(1)=3; f(2)=1$ . Giá trị của  $\int_1^2 f'(x)dx$  bằng

- A. 4      B. -2      C. 2      D. -4

**Câu 18:** Cho hình trụ có diện tích xung quanh  $S_{xq} = 36\pi$  và chiều cao  $h=6$ . Bán kính của hình trụ đã cho bằng

- A. 9      B. 3      C. 6      D. 12

**Câu 19:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho đường thẳng  $d: \frac{x+1}{1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z}{-3}$ . Vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của  $d$ ?

- A.  $\vec{u}_4 = (1; 1; 3)$ .      B.  $\vec{u}_2 = (-1; 2; 0)$ .      C.  $\vec{u}_3 = (1; -1; -3)$ .      D.  $\vec{u}_1 = (1; 2; 0)$ .

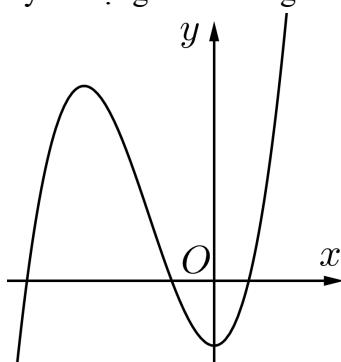
**Câu 20:** Cho hàm số  $y=f(x)$  có đạo hàm  $f'(x)=2x+4, \forall x \in \mathbb{R}$ . Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A.  $(-2; +\infty)$ .      B.  $(2; +\infty)$ .      C.  $(-\infty; -2)$ .      D.  $(2; 4)$ .

**Câu 21:** Với  $a, b$  là các số thực dương tùy ý và  $a \neq 1, \log_{a^2} b^2$  bằng

- A.  $\log_a b$ .      B.  $\log_a b^4$ .      C.  $(\log_a b)^2$ .      D.  $\log_{a^4} b$ .

**Câu 22:** Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



- A.  $y = \frac{x-2}{2x+1}$ .      B.  $y = x^3 + 3x^2 - 1$ .      C.  $y = x^4 - 2x^2 - 4$ .      D.  $y = -x^3 + 3x^2 + 3$ .

**Câu 23:** Cho khối lăng trụ tam giác có diện tích đáy  $B=6$  và chiều cao  $h=3$ . Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

- A. 6.      B. 24.      C. 18.      D. 12.

**Câu 24:** Dãy số nào dưới đây là một cấp số cộng?

- A. 1, 2, 3, -4.      B. 1, 3, 5, 10.      C. 1, 0, 2, 4.      D. 1, 3, 5, 7.

**Câu 25:** Trong không gian  $Oxyz$ , mặt phẳng đi qua điểm  $M(3;4;-2)$  và vuông góc với trục  $Oz$  có phương trình là

- A.  $x-3=0$ .      B.  $y-4=0$ .      C.  $x+y+z-5=0$ .      D.  $z+2=0$ .

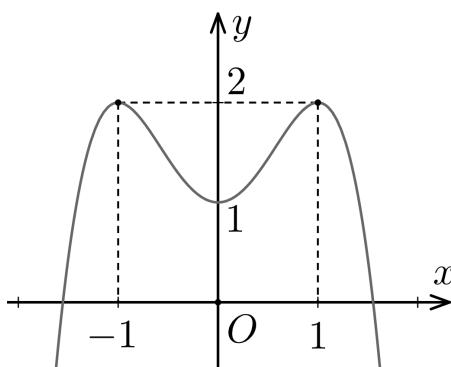
**Câu 26:** Cho hàm số  $y=f(x)$  có bảng biến thiên như sau:

$x$	-∞	-2	0	2	+∞
$f'(x)$	-	0	+	0	-
$f(x)$	+∞	-3	0	-3	+∞

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

- A. 2.      B. 4.      C. 3.      D. 1.

**Câu 27:** Cho hàm số bậc bốn  $y=f(x)$  có đồ thị là đường cong trong hình bên. Số nghiệm thực của phương trình  $f(x)=\frac{3}{2}$  là



- A. 0.      B. 2.      C. 4.      D. 3.

**Câu 28:** Cho số phức  $z$  có  $\bar{z} = -5 + 6i$ . Phần ảo của  $z$  bằng

- A. 5.      B. -6.      C. 6.      D. -5.

### Lời giải

**Câu 29:** Với  $a, b$  là hai số thực lớn hơn 1,  $\log_{ab}b$  bằng

- A.  $1-\log_b a$ .      B.  $1+\log_b a$ .      C.  $\frac{1}{\log_b a}$ .      D.  $\frac{1}{1+\log_b a}$ .

**Câu 30:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $A(1;2;-1)$  và mặt phẳng  $(P): 2x-z+1=0$ . Đường thẳng đi qua  $A$  và vuông góc với  $(P)$  có phương trình là

- A.  $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 - t \\ z = -1 + t \end{cases}$       B.  $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = -2 \\ z = 1 - t \end{cases}$       C.  $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 2t \\ z = -1 - t \end{cases}$       D.  $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 \\ z = -1 - t \end{cases}$

**Câu 31:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình vuông cạnh  $a$ , cạnh bên  $SA$  vuông góc với mặt phẳng đáy và  $SA = \sqrt{2}a$ . Khoảng cách từ  $C$  đến mặt phẳng  $(SBD)$  bằng

- A.  $\frac{\sqrt{10}}{5}a$ .      B.  $\frac{2\sqrt{10}}{5}a$ .      C.  $\frac{\sqrt{10}}{10}a$ .      D.  $\frac{\sqrt{6}}{3}a$ .

**Câu 32:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(1;2;3)$  và  $B(3;2;5)$ . Gọi  $M$  là điểm thoả mãn  $\overrightarrow{MB} = 3\overrightarrow{MA}$ , độ dài của vectơ  $\overrightarrow{OM}$  bằng

- A.  $2\sqrt{2}$ .      B.  $\frac{\sqrt{74}}{2}$ .      C.  $2\sqrt{14}$ .      D. 8.

**Câu 33:** Cho số phức  $z = 3+4i$ . Môđun của số phức  $iz$  bằng

- A. 25.      B. 49.      C. 7.      D. 5.

**Câu 34:** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy là tam giác vuông cân tại  $A$ ,  $BC = 2a$ , cạnh bên  $SA$  vuông góc với mặt phẳng đáy  $SA = \sqrt{3}a$ . Góc giữa hai mặt phẳng  $(SBC)$  và  $(ABC)$  bằng

- A.  $45^\circ$ .      B.  $60^\circ$ .      C.  $90^\circ$ .      D.  $30^\circ$ .

**Câu 35:** Giá trị lớn nhất của hàm số  $f(x) = -6x^3 + 27x^2 - 16x + 1$  trên đoạn  $[1;5]$  bằng

- A. 6.      B.  $-\frac{14}{9}$ .      C. -154.      D.  $\frac{329}{9}$ .

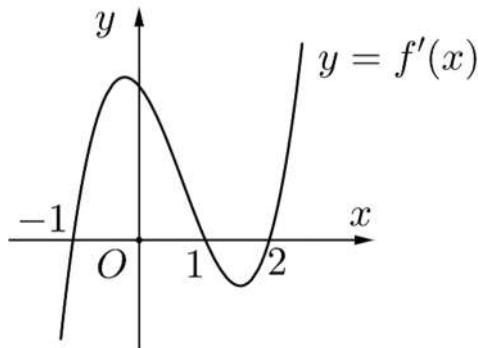
**Câu 36:** Một ô tô đang chuyển động với vận tốc 20 m/s thì người lái xe đạp phanh. Từ thời điểm đó, ô tô chuyển động thẳng, chậm dần đều với vận tốc biến thiên theo thời gian được xác định bởi quy luật  $v(t) = -4t + 20$  (m/s) trong đó  $t$  là khoảng thời gian tính bằng giây kể từ lúc người lái xe bắt đầu đạp phanh. Quãng đường ô tô đi được từ lúc người lái xe bắt đầu đạp phanh đến khi xe dừng hẳn bằng

- A. 50 m.      B. 30 m.      C. 32 m.      D. 48 m.

**Câu 37:** Trên hai tia  $Ox, Oy$  của góc nhọn  $xOy$  lần lượt cho 5 điểm và 6 điểm phân biệt khác  $O$ . Chọn ngẫu nhiên 3 điểm từ 12 điểm (gồm điểm  $O$  và 11 điểm đã cho), xác suất để 3 điểm chọn được là ba đỉnh của một tam giác bằng

- A.  $\frac{27}{44}$ .      B.  $\frac{3}{4}$ .      C.  $\frac{39}{44}$ .      D.  $\frac{19}{22}$ .

**Câu 38:** Cho hàm số bậc bốn  $y = f(x)$ . Hàm số  $y = f'(x)$  có đồ thị là đường cong trong hình bên.



Hàm số  $y = f(x)$  đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A.  $(-1; 2)$ .      B.  $(-1; 1)$ .      C.  $(-\infty; -1)$ .      D.  $s(1; 2)$ .

**Câu 39:** Cho hàm số bậc bốn  $y = f(x)$  có ba điểm cực trị là  $-\frac{7}{2}; -1; \frac{3}{2}$  và đạt giá trị lớn nhất trên  $\mathbb{R}$ .

Bất phương trình  $f(x) \geq m$  có nghiệm thuộc đoạn  $[-3; 0]$  khi và chỉ khi

- A.  $m \leq f(-1)$ .      B.  $f(-1) \leq m \leq f(0)$ .      C.  $m \leq f(0)$ .      D.  $m \leq f(-3)$ .

**Câu 40:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có  $f(0) = \frac{1}{2}$  và  $f'(x) = \tan^3 x + \tan x, \forall x \in \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$ . Biết

$\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} (x+1)f(x)dx = a\pi\sqrt{3} + b\sqrt{3} + c\ln 3$ , với  $a, b, c$  là các số hữu tỉ, giá trị của  $a+b+c$  thuộc

khoảng nào dưới đây?

- A.  $\left(0; \frac{1}{3}\right)$ .      B.  $\left(\frac{2}{3}; 1\right)$ .      C.  $\left(-\frac{1}{3}; 0\right)$ .      D.  $\left(\frac{1}{3}; \frac{2}{3}\right)$ .

**Câu 41:** Có bao nhiêu số nguyên  $a$  lớn hơn 1 sao cho ứng với mỗi  $a$  tồn tại không quá 7 số nguyên  $b$  thỏa mãn  $2^{b^2} < 8^{-b} \cdot a^{b+3}$ ?

- A. 15.      B. 31.      C. 16.      D. 32.

**Câu 42:** Trong không gian, cho hình thoi  $ABCD$  có  $AB=6$  và  $BD=4$ . Khi quay hình thoi  $ABCD$  quanh trục  $AB$  thì đường gấp khúc  $ADCB$  tạo thành hình tròn xoay ( $H$ ). Thể tích của khối tròn xoay được giới hạn bởi ( $H$ ) bằng

- A.  $\frac{256\pi}{3}$ .      B.  $\frac{8704\pi}{81}$ .      C.  $\frac{2368\pi}{27}$ .      D.  $\frac{64\pi}{3}$ .

**Câu 43:** Xét phương trình bậc hai  $az^2 + bz + c = 0 (a, b, c \in \mathbb{R}, a \neq 0)$  có hai nghiệm phức  $z_1, z_2$  có phần ảo khác 0 và  $\left|2z_1 - \frac{1}{7}\right| = |z_1 - z_2|$ . Giả sử  $|z_1| = \frac{1}{\sqrt{k}}$  và  $w$  là số phức thỏa mãn  $cw^2 + bw + a = 0$ , có bao nhiêu số nguyên dương  $k$  sao cho ứng với mỗi  $k$  tồn tại đúng 5 số phức  $z_3$  có phần ảo nguyên,  $z_3 - w$  là số thuần ảo và  $|z_3| \leq |w|$ ?

- A. 10.      B. 5.      C. 6.      D. 11.

**Câu 44:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho đường thẳng  $\Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y-3}{5} = \frac{z-1}{-1}$  và mặt phẳng ( $P$ ):  $2x + y + z = 0$ . Đường thẳng đối xứng với  $\Delta$  qua ( $P$ ) có phương trình là

- A.  $\frac{x+3}{3} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+1}{-1}$ .      B.  $\frac{x+4}{1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+2}{1}$ .  
 C.  $\frac{x}{3} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-2}{-1}$ .      D.  $\frac{x-3}{1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-1}{1}$ .

**Câu 45:** Cho khối lăng trụ đứng  $ABC.A'B'C'$  có đáy  $ABC$  là tam giác vuông tại  $C, AB = \sqrt{3}a$  và  $AC = a$ . Biết góc giữa đường thẳng  $B'C$  và mặt phẳng ( $ABC$ ) bằng  $30^\circ$ , thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

- A.  $\frac{\sqrt{3}}{3}a^3$ .      B.  $\frac{2\sqrt{3}}{3}a^3$ .      C.  $\frac{\sqrt{3}}{9}a^3$ .      D.  $\sqrt{3}a^3$ .

**Câu 46:** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số  $m$  sao cho ứng với mỗi  $m$  tồn tại đúng hai số phức  $z$  thỏa mãn  $|z+1-7i| + |z+1+7i| = 14$  và  $|z-1-i| = m$ ?

- A. 4.      B. 5.      C. 2.      D. 3.

**Câu 47:** Xét hàm số  $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$  ( $a, b, c, d \in \mathbb{R}, a > 0$ ) có hai điểm cực trị  $x_1, x_2$  (với  $x_1 < x_2$ ) thỏa mãn  $x_1 + x_2 = 0$ . Hình phẳng giới hạn bởi đường thẳng  $y = f'(x)f''(x)$  và trục hoành có diện tích bằng  $\frac{9}{16}$ . Biết  $\int_{x_1}^{x_2} \frac{f'(x)}{2^x + 1} dx = -\frac{5}{2}$ , giá trị của  $\int_0^{x_2} (x+2)f''(x)dx$  thuộc khoảng nào dưới đây?

- A.  $\left(\frac{7}{2}; \frac{9}{2}\right)$ .      B.  $\left(-\frac{3}{2}; -\frac{1}{2}\right)$ .      C.  $\left(\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right)$ .      D.  $\left(-\frac{9}{2}; -\frac{7}{2}\right)$ .

**Câu 48:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(1; -2; -1), B(2; -4; -1)$  và mặt cầu  $(S)$  tâm  $I(1; 2; -1)$  đi qua  $A$ . Điểm  $M(a; b; c)$  (với  $c > 0$ ) thuộc  $(S)$  sao cho  $IAM$  là tam giác tù, có diện tích bằng  $2\sqrt{7}$  và khoảng cách giữa hai đường thẳng  $BM$  và  $IA$  lớn nhất. Giá trị của  $a+b+c$  thuộc khoảng nào dưới đây?

- A.  $\left(\frac{17}{2}; 9\right)$ .      B.  $\left(2; \frac{5}{2}\right)$ .      C.  $\left(\frac{5}{2}; 3\right)$ .      D.  $\left(8; \frac{17}{2}\right)$ .

**Câu 49:** Xét hàm số bậc bốn  $y = f(x)$  có  $f(-1) = -6$ . Hàm số  $y = f'(x)$  đồng biến trên khoảng  $(-\infty, +\infty)$ ,  $f'(4) = 0$  và  $f'(-1) = a$ . Có bao nhiêu số nguyên  $a \in (-100; 0)$  sao cho ứng với mỗi số  $a$ , hàm số  $y = \left|f(x) + \frac{6}{x^2}\right|$  có đúng 3 điểm cực trị thuộc khoảng  $(-1, +\infty)$ ?

- A. 11      B. 12      C. 87      D. 88

**Câu 50:** Cho hàm số  $f(x) = \frac{5}{x^2} + \ln \frac{x+2}{x-2}$  có bao nhiêu số nguyên  $a \in (-\infty; 2100)$  thỏa mãn  $f(a-2023) + f(5a-29) \geq 0$ ?

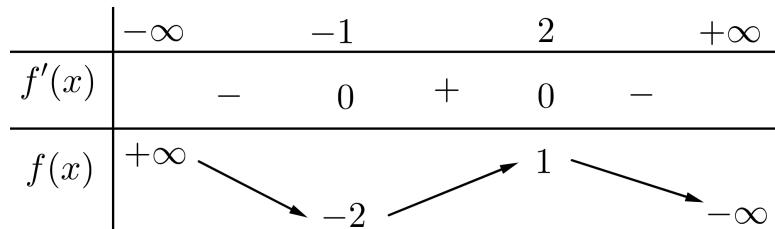
- A. 336      B. 410      C. 2093      D. 1758

----- HẾT -----

## BẢNG ĐÁP ÁN VÀ HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT THAM KHẢO

<b>1.D</b>	<b>2.C</b>	<b>3.C</b>	<b>4.B</b>	<b>5.C</b>	<b>6.A</b>	<b>7.D</b>	<b>8.D</b>	<b>9.D</b>	<b>10.C</b>
<b>11.A</b>	<b>12.D</b>	<b>13.D</b>	<b>14.C</b>	<b>15.A</b>	<b>16.C</b>	<b>17.B</b>	<b>18.B</b>	<b>19.C</b>	<b>20.C</b>
<b>21.A</b>	<b>22.B</b>	<b>23.C</b>	<b>24.D</b>	<b>25.D</b>	<b>26.C</b>	<b>27.C</b>	<b>28.B</b>	<b>29.D</b>	<b>30.D</b>
<b>31.A</b>	<b>32.A</b>	<b>33.D</b>	<b>34.B</b>	<b>35.D</b>	<b>36.A</b>	<b>37.B</b>	<b>38.B</b>	<b>39.D</b>	<b>40.A</b>
<b>41.B</b>	<b>42.A</b>	<b>43.A</b>	<b>44.B</b>	<b>45.A</b>	<b>46.A</b>	<b>47.A</b>	<b>48.D</b>	<b>49.B</b>	<b>50.B</b>

**Câu 1:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như sau:



Điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

- A.  $x = -2$ .      B.  $x = 1$ .      C.  $x = 2$ .      D.  $x = -1$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

**Câu 2:** Tập nghiệm của bất phương trình  $\log_{\frac{1}{2}}(x+2) > -1$  là

- A.  $(-2; 1)$ .      B.  $(-\infty; 0)$ .      C.  $(-2; 0)$ .      D.  $(0; +\infty)$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

TXĐ:  $D = (-2; +\infty)$ ,

$$\log_{\frac{1}{2}}(x+2) > -1 \Rightarrow x+2 < \left(\frac{1}{2}\right)^{-1} \Leftrightarrow x+2 < 2 \Leftrightarrow x < 0.$$

Kết hợp điều kiện, ta có  $-2 < x < 0$ . Vậy tập nghiệm là  $(-2; 0)$ .

**Câu 3:** Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số  $y = \frac{4x-1}{3x+2}$  có phương trình là

- A.  $x = \frac{4}{3}$ .      B.  $y = \frac{4}{3}$ .      C.  $x = -\frac{2}{3}$ .      D.  $y = -\frac{2}{3}$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là  $x = -\frac{2}{3}$ .

**Câu 4:** Có bao nhiêu cách sắp xếp 6 người thành một hàng ngang?

- B. 36.      B. 720.      C. 1.      D. 6.

**Lời giải**

**Chọn B**

Để sắp xếp 6 người thành một hàng ngang có  $6! = 720$  cách.

**Câu 5:** Cho khối chóp tứ giác có thể tích  $V = 3a^3$  và diện tích đáy  $B = a^2$ . Chiều cao của khối chóp đã cho bằng

- A.  $3a$ .      B.  $6a$ .      C.  $9a$ .      D.  $a$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

Thể tích khối chóp có công thức  $V = \frac{1}{3}Bh \Rightarrow h = \frac{3V}{B} = \frac{3 \cdot 3a^3}{a^2} = 9a$ .

**Câu 6:** Nếu  $\int_{-2}^1 f(x)dx = -1$  và  $\int_1^7 f(x)dx = -5$  thì  $\int_{-2}^7 f(x)dx$  bằng

- A. -6.      B. 5 .

- C. -4.

- D. 4 .

**Lời giải****Chọn A**

$$\int_{-2}^7 f(x)dx = \int_{-2}^1 f(x)dx + \int_1^7 f(x)dx = (-1) + (-5) = -6.$$

**Câu 7:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai vec tơ  $\vec{a} = (2; 3; -1)$  và  $\vec{b} = (-3; 2; -4)$ . Vec tơ  $\vec{a} + \vec{b}$  có tọa độ là

- A.  $(1; -5; 5)$  .      B.  $(-5; -1; -3)$  .      C.  $(-1; -5; 5)$  .      D.  $(-1; 5; -5)$  .

**Lời giải****Chọn D**

$$\text{Ta có } \vec{a} + \vec{b} = (2 + (-3); 3 + 2; (-1) + (-4)) = (-1; 5; -5).$$

**Câu 8:** Số phức  $z = i + i^2 + i^3$  bằng

- A. 1.

- B.  $i$ .

- C.  $-1+2i$  .

- D. -1.

**Lời giải****Chọn D**

$$\text{Ta có } i + i^2 + i^3 = i - 1 - i = -1.$$

**Câu 9:** Hàm số nào dưới đây là hàm số mũ?

- A.  $y = \log_3 x$  .

- B.  $y = x^{-4}$  .

- C.  $y = x^{2024}$  .

- D.  $y = 2024^x$  .

**Lời giải****Chọn D**

**Câu 10:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(1; -2; 3)$  và  $B(3; 0; 1)$ . Gọi  $(S)$  là mặt cầu nhận  $AB$  làm đường kính, tâm của  $(S)$  có tọa độ là

- A.  $(1; 1; -1)$  .

- B.  $(-1; -1; 1)$  .

- C.  $(2; -1; 2)$  .

- D.  $(4; -2; 4)$  .

**Lời giải****Chọn C**

Tâm của mặt cầu  $(S)$  là trung điểm của đoạn  $AB$ .

Ta có:  $I(2; -1; 2)$ .

**Câu 11:** Cho hình nón có bán kính đáy  $r = 3$  và độ dài đường sinh  $l = 5$ . Chiều cao của hình nón đã cho bằng

- A. 4.

- B. 2 .

- C. 5.

- D.  $\sqrt{34}$  .

**Lời giải****Chọn A**

$$\text{Ta có: } h^2 + r^2 = l^2 \Rightarrow h = \sqrt{l^2 - r^2} = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4.$$

**Câu 12:** Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A.  $\int (2x+3)dx = 2x^2 + 3x + C$  .

- B.  $\int (2x+3)dx = \frac{1}{2}x^2 + 3x + C$  .

- C.  $\int (2x+3)dx = x^2 + C$  . D.  $\int (2x+3)dx = x^2 + 3x + C$  .

**Lời giải****Chọn D**

**Câu 13:** Trên khoảng  $(-\infty; +\infty)$  hàm số  $F(x) = \frac{1}{2} \sin 2x$  là một nguyên hàm của hàm số nào dưới đây?

- A.  $f_3(x) = -\frac{1}{2} \cos 2x$       B.  $f_4(x) = -\frac{1}{4} \cos 2x$   
 C.  $f_1(x) = -\cos 2x$       D.  $f_2(x) = \cos 2x$

**Lời giải****Chọn D**

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } F(x) &= \frac{1}{2} \sin 2x \\ \Rightarrow F'(x) &= \frac{1}{2} \cdot 2 \cos 2x = \cos 2x = f_2(x) \end{aligned}$$

**Câu 14:** Nghiệm của phương trình  $2^{2x} = 2^{x+6}$  là:

- A.  $x=2$       B.  $x=-2$       C.  $x=6$       D.  $x=-6$

**Lời giải**

$$\begin{aligned} 2^{2x} &= 2^{x+6} \\ \Leftrightarrow 2x &= x+6 \\ \Leftrightarrow x &= 6 \end{aligned}$$

**Chọn C**

**Câu 15:** Trên mặt phẳng tọa độ,  $M(2; -5)$  là điểm biểu diễn của số phức  $z$ . Phần thực của  $z$  bằng

- A. 2      B. 5      C. -5      D. -2

**Lời giải****Chọn A**

$M(2; -5)$  là điểm biểu diễn của số phức  $z = 2 - 5i$

Vậy phần thực của  $z$  bằng 2

**Câu 16:** Trên khoảng  $(0; +\infty)$ , đạo hàm của hàm số  $y = x^{\frac{1}{7}}$  là

- A.  $y' = \frac{7}{8}x^{\frac{8}{7}}$       B.  $y' = \frac{1}{7}x^{\frac{6}{7}}$       C.  $y' = \frac{1}{7}x^{-\frac{6}{7}}$       D.  $y' = x^{-\frac{6}{7}}$

**Lời giải****Chọn C**

$$\begin{aligned} y &= x^{\frac{1}{7}} \\ \Rightarrow y' &= \frac{1}{7} \cdot x^{\frac{1}{7}-1} = \frac{1}{7} \cdot x^{-\frac{6}{7}} \end{aligned}$$

**Câu 17:** Cho hàm số  $f(x)$  có đạo hàm liên tục trên  $\mathbb{R}$  và  $f(1) = 3; f(2) = 1$ . Giá trị của  $\int_1^2 f'(x)dx$  bằng

- A. 4      B. -2      C. 2      D. -4

**Lời giải****Chọn B**

$$\text{Ta có: } \int_1^2 f'(x)dx = f(x) \Big|_1^2 = f(2) - f(1) = 1 - 3 = -2$$

**Câu 18:** Cho hình trụ có diện tích xung quanh  $S_{xq} = 36\pi$  và chiều cao  $h=6$ . Bán kính của hình trụ đã cho bằng

A. 9

B. 3

C. 6

D. 12

Lời giải

**Chọn B**

$$\text{Ta có: } S_{xq} = 2\pi Rh$$

$$\Leftrightarrow 36\pi = 2\pi R \cdot 6$$

$$\Rightarrow R = \frac{36\pi}{12\pi} = 3$$

**Câu 19:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho đường thẳng  $d: \frac{x+1}{1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z}{-3}$ . Vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của  $d$ ?

A.  $\vec{u}_4 = (1; 1; 3)$ .

B.  $\vec{u}_2 = (-1; 2; 0)$ .

C.  $\vec{u}_3 = (1; -1; -3)$ .

D.  $\vec{u}_1 = (1; 2; 0)$ .

Lời giải

**Chọn C**

**Câu 20:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm  $f'(x) = 2x + 4, \forall x \in \mathbb{R}$ . Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A.  $(-2; +\infty)$ .

B.  $(2; +\infty)$ .

C.  $(-\infty; -2)$ .

D.  $(2; 4)$ .

Lời giải

**Chọn C**

$$f'(x) < 0 \Leftrightarrow 2x + 4 < 0 \Leftrightarrow x < -2$$

Suy ra hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng  $(-\infty; -2)$ .

**Câu 21:** Với  $a, b$  là các số thực dương tùy ý và  $a \neq 1$ ,  $\log_{a^2} b^2$  bằng

A.  $\log_a b$ .

B.  $\log_a b^4$ .

C.  $(\log_a b)^2$ .

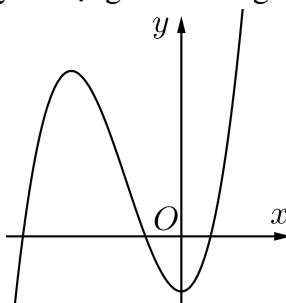
D.  $\log_{a^4} b$ .

Lời giải

**Chọn A**

$$\log_{a^2} b^2 = \frac{2}{2} \log_a b = \log_a b$$

**Câu 22:** Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



A.  $y = \frac{x-2}{2x+1}$ .

B.  $y = x^3 + 3x^2 - 1$ .

C.  $y = x^4 - 2x^2 - 4$ .

D.  $y = -x^3 + 3x^2 + 3$ .

Lời giải

**Chọn B**

Đồ thị hàm số đã cho có 2 cực trị và hướng lên khi  $x \rightarrow +\infty$  nên hàm số là  $y = x^3 + 3x^2 - 1$

**Câu 23:** Cho khối lăng trụ tam giác có diện tích đáy  $B=6$  và chiều cao  $h=3$ . Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. 6.

B. 24.

C. 18.

D. 12.

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có thể tích khối lăng trụ là  $V = B.h = 6.3 = 18$  (dvtt)

**Câu 24:** Dãy số nào dưới đây là một cấp số cộng?

A. 1, 2, 3, -4 .

B. 1, 3, 5, 10 .

C. 1, 0, 2, 4 .

D. 1, 3, 5, 7 .

**Lời giải**

**Chọn D**

Vì  $1+\boxed{2}=3$ ;  $3+\boxed{2}=5$ ;  $5+\boxed{2}=7$  nên 1, 3, 5, 7 là một cấp số cộng có số hạng đầu  $u_1=1$  và công sai  $d=2$ .

**Câu 25:** Trong không gian  $Oxyz$ , mặt phẳng đi qua điểm  $M(3;4;-2)$  và vuông góc với trục  $Oz$  có phương trình là

A.  $x-3=0$ .

B.  $y-4=0$ .

C.  $x+y+z-5=0$ .

D.  $z+2=0$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

Trục  $Oz$  có VTCP  $\vec{k}=(0;0;1)$

Phương trình mặt phẳng đi qua  $M(3;4;-2)$  và có VTPT  $\vec{k}=(0;0;1)$  có phương trình  $z+2=0$

**Câu 26:** Cho hàm số  $y=f(x)$  có bảng biến thiên như sau:

$x$	- $\infty$	-2	0	2	$+\infty$
$f'(x)$	-	0	+	0	-
$f(x)$	$+\infty$	0	$-\infty$	0	$+\infty$

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 2.

B. 4.

C. 3.

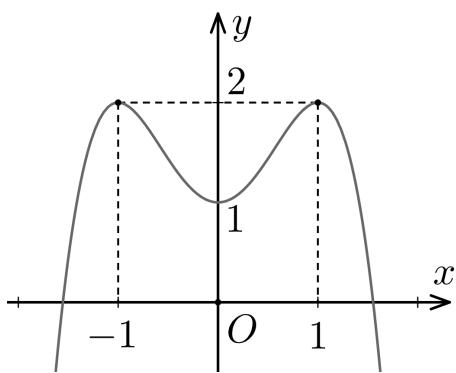
D. 1.

**Lời giải**

**Chọn C**

**Câu 27:** Cho hàm số bậc bốn  $y=f(x)$  có đồ thị là đường cong trong hình bên. Số nghiệm thực của

phương trình  $f(x)=\frac{3}{2}$  là



A. 0.

B. 2.

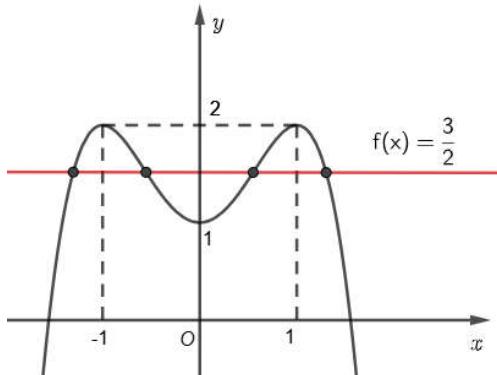
C. 4.

D. 3.

**Lời giải**

**Chọn C**

Phương trình  $f(x) = \frac{3}{2}$  có đồ thị là đường thẳng đi qua điểm có tọa độ  $\left(0; \frac{3}{2}\right)$  và song song với trục  $Ox$  cắt đồ thị tại 4 điểm phân biệt.



**Câu 28:** Cho số phức  $z$  có  $\bar{z} = -5 + 6i$ . Phần ảo của  $z$  bằng

A. 5.

B. -6.

C. 6.

D. -5.

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có:  $\bar{z} = -5 + 6i$  nên  $z = -5 - 6i$

Vậy phần ảo của  $z$  là: -6

**Câu 29:** Với  $a, b$  là hai số thực lớn hơn 1,  $\log_{ab}b$  bằng

A.  $1 - \log_b a$ .

B.  $1 + \log_b a$ .

C.  $\frac{1}{\log_b a}$ .

D.  $\frac{1}{1 + \log_b a}$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có:  $\log_{ab}b = \frac{1}{\log_b ab}$

$$\log_{ab}b = \frac{1}{\log_b a + \log_b b}$$

$$\log_{ab}b = \frac{1}{\log_b a + 1}$$

**Câu 30:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $A(1; 2; -1)$  và mặt phẳng  $(P): 2x - z + 1 = 0$ . Đường thẳng đi qua  $A$  và vuông góc với  $(P)$  có phương trình là

A.  $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 - t \\ z = -1 + t \end{cases}$

B.  $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = -2 \\ z = 1 - t \end{cases}$

C.  $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 2t \\ z = -1 - t \end{cases}$

D.  $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 \\ z = -1 - t \end{cases}$

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có: VTPT  $\vec{n}_{(P)} = (2; 0; -1)$

Vì đường thẳng  $\perp (P)$  nên VTCT  $\vec{u} = \vec{n}_{(P)} = (2; 0; -1)$

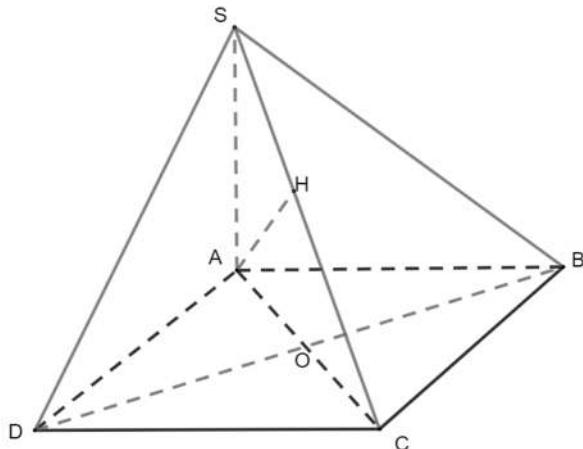
Phương trình đường thẳng có dạng  $\begin{cases} x = x_o + 2t \\ y = y_o \\ z = z_o - t \end{cases}$

Mà  $A(1; 2; -1) \in$  đường thẳng nên Phương trình đường thẳng cần tìm là  $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 \\ z = -1 - t \end{cases}$ .

**Câu 31:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình vuông cạnh  $a$ , cạnh bên  $SA$  vuông góc với mặt phẳng đáy và  $SA = \sqrt{2}a$ . Khoảng cách từ  $C$  đến mặt phẳng  $(SBD)$  bằng

- A.**  $\frac{\sqrt{10}}{5}a$ .      **B.**  $\frac{2\sqrt{10}}{5}a$ .      **C.**  $\frac{\sqrt{10}}{10}a$ .      **D.**  $\frac{\sqrt{6}}{3}a$ .

### Lời giải



### Chọn A

Gọi  $O = AC \cap BD$ .

$$\text{Ta có } \frac{d(C; (SBD))}{d(A; (SBD))} = \frac{CO}{AO} = 1 \Rightarrow d(C; (SBD)) = d(A; (SBD)).$$

Ta chứng minh được  $(SAO) \perp (SBD)$  và  $(SAO) \cap (SBD) = SO$

Trong tam giác  $SAO$  kẻ  $AH \perp SO$  ( $H \in SO$ )  $\Rightarrow AH \perp (SBD)$

Do đó  $d(A; (SBD)) = AH$ .

Xét tam giác vuông  $SAO$  vuông tại  $A$ , ta có

$$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AS^2} + \frac{1}{AO^2} = \frac{1}{2a^2} + \frac{1}{AC^2} = \frac{1}{2a^2} + \frac{4}{2a^2} = \frac{5}{2a^2}$$

$$\Rightarrow AH = \frac{\sqrt{10}a}{5}.$$

**Câu 32:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(1; 2; 3)$  và  $B(3; 2; 5)$ . Gọi  $M$  là điểm thoả mãn  $\overrightarrow{MB} = 3\overrightarrow{MA}$ , độ dài của vectơ  $\overrightarrow{OM}$  bằng

- A.**  $2\sqrt{2}$ .      **B.**  $\frac{\sqrt{74}}{2}$ .      **C.**  $2\sqrt{14}$ .      **D.** 8.

### Lời giải

**Chọn A**

$$\overrightarrow{MB} = 3\overrightarrow{MA} \Rightarrow \begin{cases} x_M = \frac{3x_A - x_B}{3-1} = \frac{3 \cdot 1 - 3}{2} = 0 \\ y_M = \frac{3y_A - y_B}{3-1} = \frac{3 \cdot 2 - 2}{2} = 2 \\ z_M = \frac{3z_A - z_B}{3-1} = \frac{3 \cdot 3 - 5}{2} = 2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow M(0; 2; 2) \Rightarrow OM = \sqrt{0^2 + 2^2 + 2^2} = 2\sqrt{2}$$

**Câu 33:** Cho số phức  $z = 3+4i$ . Môđun của số phức  $iz$  bằng

A. 25.

B. 49.

C. 7.

D. 5.

**Lời giải**

**Chọn D**

$$\text{Ta có } iz = i(3+4i) = -4+3i \Rightarrow |iz| = \sqrt{(-4)^2 + 3^2} = 5$$

**Câu 34:** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy là tam giác vuông cân tại  $A$ ,  $BC = 2a$ , cạnh bên  $SA$  vuông góc với mặt phẳng đáy  $SA = \sqrt{3}a$ . Góc giữa hai mặt phẳng  $(SBC)$  và  $(ABC)$  bằng

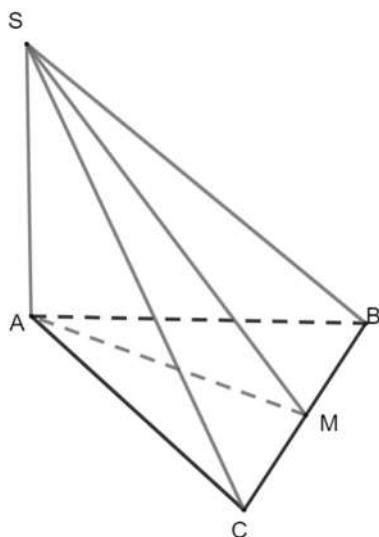
A.  $45^\circ$ .

B.  $60^\circ$ .

C.  $90^\circ$ .

D.  $30^\circ$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

Gọi  $M$  là trung điểm của  $BC$ .

Tam giác vuông cân tại  $A$  nên  $AM \perp BC$  và  $AM = \frac{BC}{2} = a$ .

Mà  $BC \perp SA$  (do  $SA$  vuông góc với mặt phẳng đáy) nên  $BC \perp (SAM) \Rightarrow BC \perp SM$ .

Khi đó góc giữa hai mặt phẳng  $(SBC)$  và  $(ABC)$  bằng  $\widehat{SMA}$ .

Xét tam giác  $SMA$  vuông tại  $A$ , ta có:  $\tan \widehat{SMA} = \frac{AS}{AM} = \frac{\sqrt{3}a}{a} = \sqrt{3} \Rightarrow \widehat{SMA} = 60^\circ$ .

**Câu 35:** Giá trị lớn nhất của hàm số  $f(x) = -6x^3 + 27x^2 - 16x + 1$  trên đoạn  $[1; 5]$  bằng

A. 6.

B.  $-\frac{14}{9}$ .

C. -154.

D.  $\frac{329}{9}$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

$$f(x) = -6x^3 + 27x^2 - 16x + 1 \Rightarrow f'(x) = -18x^2 + 54x - 16$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{8}{3} \in [1;5] \\ x = \frac{1}{3} \notin [1;5] \end{cases}.$$

Ta có  $f(1) = 6$ ;  $f\left(\frac{8}{3}\right) = \frac{329}{9}$ ;  $f(5) = -154$ .

Giá trị lớn nhất của hàm số  $f(x) = -6x^3 + 27x^2 - 16x + 1$  trên đoạn  $[1;5]$  bằng  $\frac{329}{9}$ .

**Câu 36:** Một ô tô đang chuyển động với vận tốc  $20 \text{ m/s}$  thì người lái xe đạp phanh. Từ thời điểm đó, ô tô chuyển động thẳng, chậm dần đều với vận tốc biến thiên theo thời gian được xác định bởi quy luật  $v(t) = -4t + 20 (\text{m/s})$  trong đó  $t$  là khoảng thời gian tính bằng giây kể từ lúc người lái xe bắt đầu đạp phanh. Quãng đường ô tô đi được từ lúc người lái xe bắt đầu đạp phanh đến khi xe dừng hẳn bằng

- A.  $50 \text{ m.}$       B.  $30 \text{ m.}$       C.  $32 \text{ m.}$       D.  $48 \text{ m.}$

**Lời giải****Chọn A**

Lấy mốc thời gian là lúc ô tô bắt đầu phanh:  $t_0 = 0 (\text{s})$

Gọi  $t$  là thời điểm ô tô dừng lại. Khi đó vận tốc lúc dừng là  $v(t) = 0 (\text{m/s})$

Vậy thời gian từ lúc đạp phanh đến lúc dừng lại là:  $v(t) = 0 \Leftrightarrow -4t + 20 = 0 \Leftrightarrow t = 5 (\text{s})$

Gọi  $S(t)$  là quãng đường ô tô đi được trong thời gian  $t$ , ta có:

$$S(t) = \int_0^5 v(t) dt = \int_0^5 (-4t + 20) dt = 50 (\text{m})$$

**Câu 37:** Trên hai tia  $Ox, Oy$  của góc nhọn  $xOy$  lần lượt cho 5 điểm và 6 điểm phân biệt khác  $O$ . Chọn ngẫu nhiên 3 điểm từ 12 điểm (gồm điểm  $O$  và 11 điểm đã cho), xác suất để 3 điểm chọn được là ba đỉnh của một tam giác bằng

- A.  $\frac{27}{44}.$       B.  $\frac{3}{4}.$       C.  $\frac{39}{44}.$       D.  $\frac{19}{22}.$

**Lời giải****Chọn B**

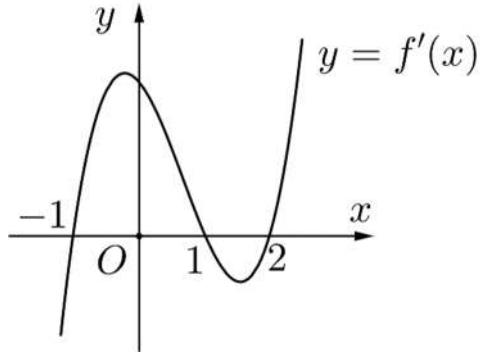
Không gian mẫu  $\Omega$  “Chọn ngẫu nhiên 3 điểm trong 12 điểm phân biệt”  $\Rightarrow n_\Omega = C_{12}^3 = 220$

Biến cỏ  $A$  “3 điểm được chọn là 3 đỉnh của một tam giác”

$$n_A = C_{12}^3 - C_6^3 - C_7^3 = 165$$

Xác suất để 3 điểm chọn được là ba đỉnh của một tam giác là:  $P(A) = \frac{n_A}{n_\Omega} = \frac{165}{220} = \frac{3}{4}$

**Câu 38:** Cho hàm số bậc bốn  $y = f(x)$ . Hàm số  $y = f'(x)$  có đồ thị là đường cong trong hình bên.

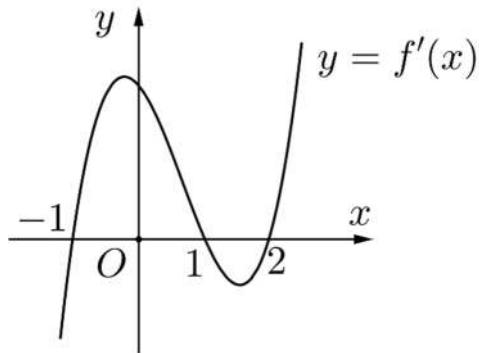


Hàm số  $y = f(x)$  đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A.**  $(-1; 2)$ .      **B.**  $(-1; 1)$ .      **C.**  $(-\infty; -1)$ .      **D.**  $s(1; 2)$ .

**Lời giải**

**Chọn B**



Dựa vào đồ thị hàm số ta có bảng biến thiên:

$x$	$-\infty$	$-1$	$1$	$2$	$+\infty$		
$y=f'(x)$	-	0	+	0	-	0	+

Nên ta có hàm số  $y = f(x)$  đồng biến trên khoảng  $(-1; 1)$  và  $(2; +\infty)$

**Câu 39:** Cho hàm số bậc bốn  $y = f(x)$  có ba điểm cực trị là  $-\frac{7}{2}; -1; \frac{3}{2}$  và đạt giá trị lớn nhất trên  $\mathbb{R}$ .

Bất phương trình  $f(x) \geq m$  có nghiệm thuộc đoạn  $[-3; 0]$  khi và chỉ khi

- A.**  $m \leq f(-1)$ .      **B.**  $f(-1) \leq m \leq f(0)$ .      **C.**  $m \leq f(0)$ .      **D.**  $m \leq f(-3)$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

Cho hàm số bậc bốn  $y = f(x)$  có ba điểm cực trị là  $-\frac{7}{2}; -1; \frac{3}{2}$  và đạt giá trị lớn nhất trên  $\mathbb{R}$

nên ta có:

Gọi  $f'(x) = a \left( x + \frac{7}{2} \right) (x + 1) \left( x - \frac{3}{2} \right)$  và  $a > 0$

Đặt  $t = x + 1$  với  $x \in [-3; 0] \Rightarrow t \in [-2; 1]$

Khi đó hàm số  $y = f(x)$  trở thành hàm số  $y = g(t)$  có ba điểm cực trị  $-\frac{5}{2}; 0; \frac{5}{2}$

Nên  $g'(t) = a \cdot t (4t^2 - 25)$

Do đó  $y = g(t)$  là hàm trùng phương có hệ số  $a < 0$  nên  $g(-2) > g(1) \Rightarrow f(-3) > f(0)$

Để bất phương trình  $f(x) \geq m$  có nghiệm thuộc đoạn  $[-3; 0] \Leftrightarrow m \leq f(-3)$

**Câu 40:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có  $f(0) = \frac{1}{2}$  và  $f'(x) = \tan^3 x + \tan x, \forall x \in \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$ . Biết

$\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} (x+1)f(x)dx = a\pi\sqrt{3} + b\sqrt{3} + c\ln 3$ , với  $a, b, c$  là các số hữu tỉ, giá trị của  $a+b+c$  thuộc

khoảng nào dưới đây?

- A.**  $\left(0; \frac{1}{3}\right)$ .      **B.**  $\left(\frac{2}{3}; 1\right)$ .      **C.**  $\left(-\frac{1}{3}; 0\right)$ .      **D.**  $\left(\frac{1}{3}; \frac{2}{3}\right)$ .

### Lời giải

#### Chọn A

Ta có:  $f'(x) = \tan^3 x + \tan x, \forall x \in \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$

$$f'(x) = \tan^3 x + \tan x = \tan x (\tan^2 x + 1) = \frac{\sin x}{\cos^3 x}$$

$$\Rightarrow f(x) = \int \frac{\sin x}{\cos^3 x} dx, \text{ đặt } t = \cos x \Rightarrow dt = -\sin x dx$$

$$\Rightarrow f(x) = \int \frac{\sin x}{\cos^2 x} dx = \int \frac{-1}{t^3} dt = \frac{1}{2t^2} + C = \frac{1}{2\cos^2 x} + C$$

$$\text{Mà: } f(0) = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{1}{2\cos^2 0} + C = \frac{1}{2} \Rightarrow C = 0$$

$$\text{Vậy } f(x) = \frac{1}{2\cos^2 x}$$

$$\text{Ta có: } I = \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} (x+1)f(x)dx = \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} (x+1) \frac{1}{2\cos^2 x} dx$$

$$\text{Đặt } u = x+1 \Rightarrow du = dx, dv = \frac{1}{\cos^2 x} dx \Rightarrow v = \tan x$$

$$I = \frac{1}{2} \left[ (x+1)\tan x \Big|_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} - \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} \tan x dx \right]$$

$$= \frac{1}{2} \left[ (x+1)\tan x \Big|_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} - \ln |\cos x| \Big|_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} \right]$$

$$= \frac{1}{2} \left[ \left( \frac{\pi}{3} + 1 \right) \sqrt{3} - \left( \frac{\pi}{6} + 1 \right) \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} + \ln \frac{1}{2} - \ln \frac{\sqrt{3}}{2} \right]$$

$$= \frac{1}{2} \left[ \left( \frac{\pi}{3} + 1 \right) \sqrt{3} - \left( \frac{\pi}{6} + 1 \right) \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} + \ln \frac{1}{2} - \ln \frac{\sqrt{3}}{2} \right]$$

$$= \frac{5\sqrt{3}}{36}\pi + \frac{1}{3}\cdot\sqrt{3} - \frac{1}{4}\ln 3$$

$$\text{Vậy } a = \frac{5}{36}, b = \frac{1}{3}, c = -\frac{1}{4} \Rightarrow a+b+c = \frac{5}{36} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} = \frac{2}{9}$$

**Câu 41:** Có bao nhiêu số nguyên  $a$  lớn hơn 1 sao cho úng với mỗi  $a$  tồn tại không quá 7 số nguyên  $b$  thỏa mãn  $2^{b^2} < 8^{-b} \cdot a^{b+3}$ ?

A. 15.

B. 31.

C. 16.

D. 32.

Lời giải

**Chọn B**

$$2^{b^2} < 8^{-b} \cdot a^{b+3} \Leftrightarrow 2^{b^2} < 2^{-3b} \cdot a^{b+3}.$$

$$\Leftrightarrow 2^{b^2+3b} < a^{b+3}.$$

$$\Leftrightarrow b(b+3) \cdot \log_a 2 < b+3.$$

$$\Leftrightarrow (b+3)(b \log_a 2 - 1) < 0.$$

Vì  $a$  nguyên lớn hơn 1  $\begin{cases} \log_2 a > 0 \\ \log_a 2 > 0 \end{cases}$

Vì không quá 7 giá trị  $b$  nguyên nên  $\log_2 a \leq 5 \Rightarrow a \leq 2^5 = 32$ .

$\Rightarrow$  có 31 số nguyên  $a$  lớn hơn 1 thỏa mãn.

**Câu 42:** Trong không gian, cho hình thoi  $ABCD$  có  $AB=6$  và  $BD=4$ . Khi quay hình thoi  $ABCD$  quanh trục  $AB$  thì đường gấp khúc  $ADCB$  tạo thành hình tròn xoay ( $H$ ). Thể tích của khối tròn xoay được giới hạn bởi ( $H$ ) bằng

A.  $\frac{256\pi}{3}$ .

B.  $\frac{8704\pi}{81}$ .

C.  $\frac{2368\pi}{27}$ .

D.  $\frac{64\pi}{3}$ .

Lời giải

**Chọn A**

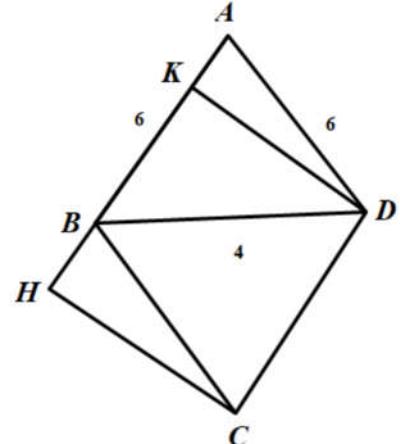
Nửa chu vi tam giác  $ABD$  là  $p = \frac{6+6+4}{2} = 8$ .

$$S_{ABD} = \sqrt{p(p-6)(p-6)(p-4)} = 8\sqrt{2}$$

$$\Rightarrow S_{ABCD} = 16\sqrt{2} \Rightarrow CH = DK = \frac{8\sqrt{2}}{3}$$

Vì khi quay  $AD$  và  $BC$  tạo hai hình nón bằng nhau nên thể tích là thể tích lăng trụ do  $CD$  quay tạo ra.

$$V = \pi \cdot CH^2 \cdot CD = \frac{256}{3}\pi.$$



**Câu 43:** Xét phương trình bậc hai  $az^2 + bz + c = 0$  ( $a, b, c \in \mathbb{R}, a \neq 0$ ) có hai nghiệm phức  $z_1, z_2$  có phần ảo khác 0 và  $\left|2z_1 - \frac{1}{7}\right| = |z_1 - z_2|$ . Giả sử  $|z_1| = \frac{1}{\sqrt{k}}$  và  $w$  là số phức thỏa mãn  $cw^2 + bw + a = 0$ , có bao nhiêu số nguyên dương  $k$  sao cho úng với mỗi  $k$  tồn tại đúng 5 số phức  $z_3$  có phần ảo nguyên,  $|z_3 - w|$  là số thuần ảo và  $|z_3| \leq |w|$ ?

A. 10.

B. 5.

C. 6.

D. 11.

Lời giải

**Chọn A**

**Cách 1:**

Đặt  $w = x + yi$

do  $w$  thỏa mãn  $cw^2 + bw + a = 0$

Thoả mãn yêu cầu bài toán  $\Leftrightarrow |y| \leq 2$

Khi đó ta có  $\frac{1}{w}$  là nghiệm của  $az^2 + bz + c = 0$

từ  $\left|2z_1 - \frac{1}{7}\right| = |z_1 - z_2| \Rightarrow z_1$  có phần thực là  $\frac{1}{14}$

$\Rightarrow \frac{1}{w}$  có phần thực là  $\frac{1}{14}$

$\Rightarrow \frac{\overline{w}}{|w|^2}$  có phần thực là  $\frac{1}{14}$

$\Rightarrow \frac{x}{x^2 + y^2} = \frac{1}{14}$

Mặt khác  $|z| = \frac{1}{\sqrt{k}}$  với  $k \in N^*$

$\Rightarrow x^2 + y^2 = k$  với  $k \in N^*$

$\Rightarrow \frac{x}{k} = \frac{1}{14} \Rightarrow x = \frac{k}{14}$

$\Rightarrow y^2 = k - \frac{k^2}{196}$

$\Rightarrow 4 \leq k - \frac{k^2}{196} < 9$

do  $k \in N^* \Rightarrow k \in \{5; 6; 7; 8; 9; 187; 188; 189; 190; 191\}$

**Câu 44:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho đường thẳng  $\Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y-3}{5} = \frac{z-1}{-1}$  và mặt phẳng  $(P): 2x + y + z = 0$ . Đường thẳng đối xứng với  $\Delta$  qua  $(P)$  có phương trình là

A.  $\frac{x+3}{3} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+1}{-1}$ . B.  $\frac{x+4}{1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+2}{1}$ .

C.  $\frac{x}{3} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-2}{-1}$ . D.  $\frac{x-3}{1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-1}{1}$ .

### Lời giải

#### Chọn B

Xét đường thẳng  $\Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y-3}{5} = \frac{z-1}{-1}$  có một véc-tơ chỉ phương  $\vec{u} = (1; 5; -1)$ .

Xét mặt phẳng  $(P): 2x + y + z = 0$  có một véc-tơ pháp tuyến  $\vec{n} = (2; 1; 1)$ .

Vì  $\vec{u} \cdot \vec{n} \neq 0$  nên  $\Delta$  cắt  $(P)$ .

Gọi  $M = \Delta \cap (P)$  suy ra  $M(1+t; 3+5t; 1-t)$

Ta có  $M \in (P) \Leftrightarrow 2(1+t) + 3 + 5t + 1 - t = 0 \Leftrightarrow t = -1$  suy ra  $M(0; -2; 2)$ .

Gọi  $N(1; 3; 1) \in \Delta$  và  $H(a; b; c)$  là hình chiếu của  $N$  lên  $(P)$ .

Ta có  $H \in (P) \Leftrightarrow 2a + b + c = 0$  và  $\overrightarrow{NH} = (a-1; b-3; c-1)$

Ta có  $\overrightarrow{NH}$  và  $\vec{n}$  cùng phương nên  $\frac{a-1}{2} = \frac{b-3}{1} = \frac{c-1}{1} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{a-1}{2} = \frac{b-3}{1} \\ \frac{a-1}{2} = \frac{c-1}{1} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a-2b=-5 \\ a-2c=-1 \end{cases}$

Giải hệ phương trình ta được  $\begin{cases} a=-1 \\ b=2 \\ c=0 \end{cases}$  suy ra  $H(-1;2;0)$

Gọi  $N'$  là điểm đối xứng của  $N$  qua  $H$  suy ra  $H$  là trung điểm của  $NN'$ , nghĩa là

$$\begin{cases} x_H = \frac{x_N + x_{N'}}{2} \\ y_H = \frac{y_N + y_{N'}}{2} \\ z_H = \frac{z_N + z_{N'}}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 = \frac{1+x_{N'}}{2} \\ 2 = \frac{3+y_{N'}}{2} \\ 0 = \frac{1+z_{N'}}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_{N'} = -3 \\ y_{N'} = 1 \\ z_{N'} = -1 \end{cases}$$

Suy ra  $N'(-3;1;-1)$

Ta có  $\overrightarrow{MN'} = (-3;3;-3)$ .

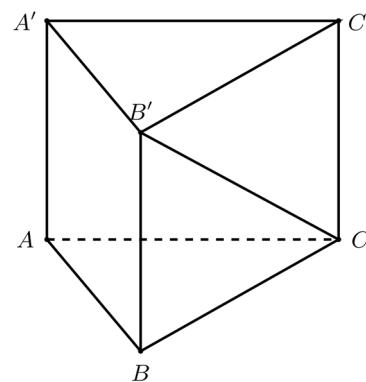
Đường thẳng đối xứng với  $\Delta$  qua  $(P)$  đi qua  $N'(-3;1;-1)$  và nhận  $\vec{u}_1 = -\overrightarrow{MN'} = (1;-1;1)$  làm véc tơ chỉ phương có phương trình là  $\frac{x+4}{1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+2}{1}$ .

**Câu 45:** Cho khối lăng trụ đứng  $ABC.A'B'C'$  có đáy  $ABC$  là tam giác vuông tại  $C$ ,  $AB = \sqrt{3}a$  và  $AC = a$ . Biết góc giữa đường thẳng  $B'C$  và mặt phẳng  $(ABC)$  bằng  $30^\circ$ , thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

- A.  $\frac{\sqrt{3}}{3}a^3$ .      B.  $\frac{2\sqrt{3}}{3}a^3$ .      C.  $\frac{\sqrt{3}}{9}a^3$ .      D.  $\sqrt{3}a^3$ .

### Lời giải

**Chọn A**



Vì  $BB' \perp (ABC)$  nên suy ra  $CB$  là hình chiếu của  $B'C$  lên  $(ABC)$

Suy ra  $(B'C; (ABC)) = (B'C; BC) = \widehat{B'C} = 30^\circ$

Xét  $\Delta ABC$  vuông tại  $C$  ta có  $BC = \sqrt{AB^2 - AC^2} = \sqrt{(a\sqrt{3})^2 - a^2} = a\sqrt{2}$ .

Diện tích  $\Delta ABC$  là  $S = \frac{1}{2} AC \cdot CB = \frac{1}{2} \cdot a \sqrt{2} \cdot a = \frac{a^2 \sqrt{2}}{2}$

Xét  $\Delta BB'C$  vuông tại  $B$  ta có  $\tan \widehat{B'CB} = \frac{BB'}{BC} \Rightarrow BB' = BC \cdot \tan \widehat{B'CB} = a\sqrt{2} \cdot \tan 30^\circ = \frac{a\sqrt{6}}{3}$

$$\text{Vậy thể tích khối trụ là } V = S \cdot BB' = \frac{a^2 \sqrt{2}}{2} \cdot \frac{a\sqrt{6}}{3} = \frac{a^3 \sqrt{3}}{3}.$$

- Câu 46:** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số  $m$  sao cho ứng với mỗi  $m$  tồn tại đúng hai số phức  $z$  thỏa mãn  $|z+1-7i| + |z+1+7i| = 14$  và  $|z-1-i| = m$ ?

**A.** 4.

**B.** 5.

**C.** 2.

**D.** 3.

### Lời giải

#### Chọn A

Gọi  $M$  là điểm biểu diễn cho số phức  $z$

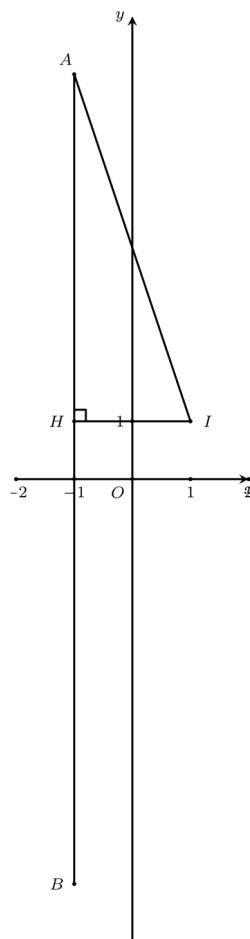
Đặt  $z_1 = -1 + 7i$  có điểm biểu diễn là  $A(-1; 7)$  và  $z_2 = -1 - 7i$  có điểm biểu diễn là  $B(-1; -7)$

Vì  $AB = \sqrt{(-1+1)^2 + (-7-7)^2} = 14$  kết hợp với hệ thức  $|z+1-7i| + |z+1+7i| = 14$  ta suy ra

hệ thức  $MA + MB = AB$

Từ đó suy ra  $M \in AB$  (1).

Mặt khác:  $|z-1-i| = m$  nên suy ra  $M$  thuộc đường tròn tâm  $I(1; 1)$  bán kính  $R = m$  (2)



Từ (1), (2) suy ra điều kiện  $IH < m < IA \Leftrightarrow 2 < m < \sqrt{6^2 + 2^2} \Leftrightarrow 2 < m < \sqrt{40}$

Suy ra  $m \in \{3; 4; 5; 6\}$ .

**Câu 47:** Xét hàm số  $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$  ( $a, b, c, d \in \mathbb{R}, a > 0$ ) có hai điểm cực trị  $x_1, x_2$  (với  $x_1 < x_2$ ) thỏa mãn  $x_1 + x_2 = 0$ . Hình phẳng giới hạn bởi đường  $y = f'(x)f''(x)$  và trục hoành có diện tích bằng  $\frac{9}{16}$ . Biết  $\int_{x_1}^{x_2} \frac{f'(x)}{2^x + 1} dx = -\frac{5}{2}$ , giá trị của  $\int_0^{x_2} (x+2)f''(x)dx$  thuộc khoảng nào dưới đây?

- A.  $\left(\frac{7}{2}; \frac{9}{2}\right)$ .      B.  $\left(-\frac{3}{2}; -\frac{1}{2}\right)$ .      C.  $\left(\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right)$ .      D.  $\left(-\frac{9}{2}; -\frac{7}{2}\right)$ .

### Lời giải

#### Chọn C

Ta có  $f'(x) = 3ax^2 - 3x^2$ ,  $n_2 > 0 \Rightarrow f'(x)$  là hàm số chẵn

$$\Rightarrow \int_{x_1}^{x_2} \frac{f'(x)}{2^x + 1} dx = \int_{-x_2}^{x_2} \frac{f'(x)}{2^x + 1} dx = 2 \int_0^{x_2} f'(x) dx$$

$$\Leftrightarrow 2a(x^3 - 3x \cdot x_2^2) \Big|_0^{x_2} = \frac{-5}{2} \Leftrightarrow ax_2^3 = \frac{5}{8} \quad (1)$$

$f''(x) = 6ax \Rightarrow f' \cdot f''$  là hàm lẻ.

$$\begin{aligned} S &= \frac{9}{16} = \int_{-x_2}^{x_2} |f'(x) \cdot f''(x)| dx = \int_0^{x_2} 2f'(x) df'(x) = (f')^2 \Big|_0^{x_2} \\ &= 9a^2 x_2^4 \Rightarrow ax_2^2 = \frac{1}{4} \quad (2) \end{aligned}$$

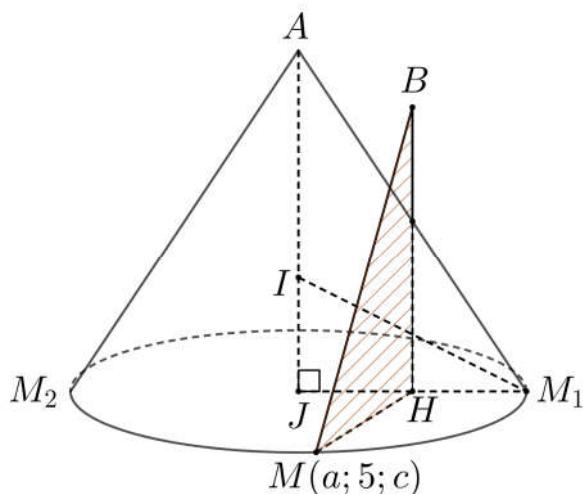
$$\text{Từ (1) và (2)} \Rightarrow x_1 = \frac{5}{2} \Rightarrow x = \frac{1}{25}$$

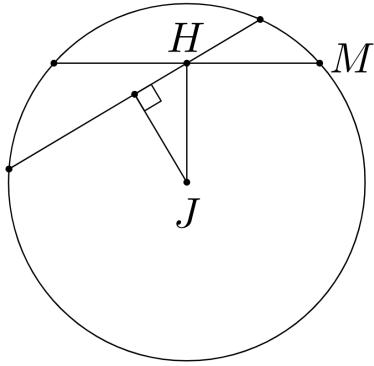
$$\int_0^{x_2} (x+2)f''(x) dx = \int_0^{\frac{5}{2}} (x+2) \frac{6}{25} x dx = \frac{11}{4}$$

**Câu 48:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(1; -2; -1)$ ,  $B(2; -4; -1)$  và mặt cầu  $(S)$  tâm  $I(1; 2; -1)$  đi qua  $A$ . Điểm  $M(a; b; c)$  (với  $c > 0$ ) thuộc  $(S)$  sao cho  $IAM$  là tam giác tù, có diện tích bằng  $2\sqrt{7}$  và khoảng cách giữa hai đường thẳng  $BM$  và  $IA$  lớn nhất. Giá trị của  $a+b+c$  thuộc khoảng nào dưới đây?

- A.  $\left(\frac{17}{2}; 9\right)$ .      B.  $\left(2; \frac{5}{2}\right)$ .      C.  $\left(\frac{5}{2}; 3\right)$ .      D.  $\left(8; \frac{17}{2}\right)$ .

### Lời giải





**Chọn D**

$$S_{\Delta IAM} = 2\sqrt{7} \Rightarrow \sin \widehat{AIM} = \frac{\sqrt{7}}{4}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} AM = 2\sqrt{14}; JM = \sqrt{7} \\ AJ = 7 \Rightarrow J(1; 5; -1) \end{cases}$$

Suy ra (P):  $y = 5 \Rightarrow H(2; 5; -1) \Rightarrow JH = 1$

$$d_{(AJ, BM)} = d_{(J; (BMH))_{\max}} = d_{(J; MH)_{\max}} = JH.$$

$$\Leftrightarrow JH \perp HM \Rightarrow \begin{cases} \overrightarrow{HM} \cdot \overrightarrow{JH} = 0 \Leftrightarrow a = 0 \\ JM^2 = (a-1)^2 + (c+1)^2 = 7 \end{cases} \Rightarrow c = -1 + \sqrt{6} \text{ (do } c > 0).$$

Suy ra  $a+b+c = 6 + \sqrt{6} \in \left(8; \frac{17}{2}\right)$ .

**Câu 49:** Xét hàm số bậc bốn  $y = f(x)$  có  $f(-1) = -6$ . Hàm số  $y = f'(x)$  đồng biến trên khoảng  $(-\infty, +\infty)$ ,  $f'(4) = 0$  và  $f'(-1) = a$ . Có bao nhiêu số nguyên  $a \in (-100; 0)$  sao cho ứng với mỗi số  $a$ , hàm số  $y = \left|f(x) + \frac{6}{x^2}\right|$  có đúng 3 điểm cực trị thuộc khoảng  $(-1, +\infty)$ ?

**A. 11**

**B. 12**

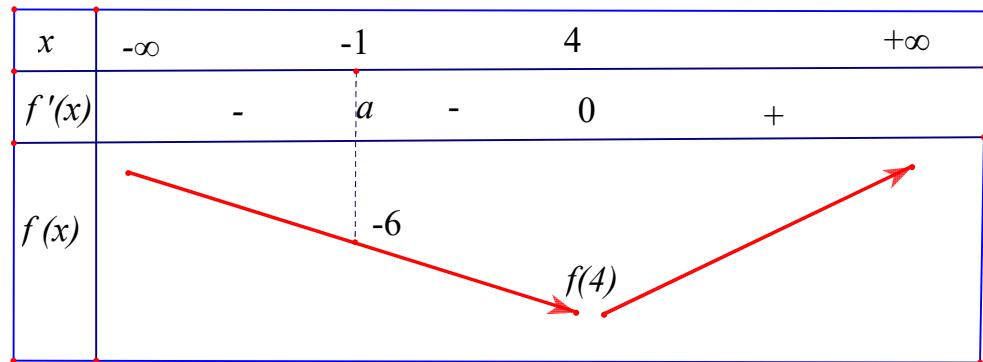
**C. 87**

**D. 88**

**Lời giải**

**Chọn B**

Do  $f'(x)$  đồng biến trên  $(-\infty; +\infty)$  và  $f'(4) = 0$  nên ta có bảng biến thiên.



$$\text{Xét } g(x) = f(x) + \frac{6}{x^2} \Rightarrow g'(x) = f'(x) - \frac{12}{x^3}$$

$$\text{Ta có } g(-1) = 0; g(4) = f(4) + \frac{6}{16} < -6 + \frac{6}{16} < 0$$

Mặt khác  $\lim_{x \rightarrow 0} g(x) = +\infty$ ;  $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = +\infty$  nên phương trình  $g(x) = 0$  có hai nghiệm phân biệt

thuộc khoảng  $(0; +\infty)$ . Nên hàm số  $y = \left| f(x) + \frac{6}{x^2} \right|$  có ba cực trị thuộc khoảng  $(0; +\infty)$

Do đó để hàm số  $y = \left| f(x) + \frac{6}{x^2} \right|$  có đúng ba điểm cực trị thuộc khoảng  $(-1; +\infty)$  thì hàm số

$y = g(x)$  không có cực trị thuộc khoảng  $(-1; 0)$  hay  $g'(x) = 0$  không có nghiệm thuộc khoảng  $(-1; 0)$  từ đó ta được  $g'(-1) \geq 0 \Leftrightarrow a+12 \geq 0 \Leftrightarrow a \geq -12$  (do dễ thấy  $g'(x)$  là hàm đồng biến).

Vậy có tất cả 12 giá trị nguyên của  $a$ .

**Câu 50:** Cho hàm số  $f(x) = \frac{5}{x^2} + \ln \frac{x+2}{x-2}$  có bao nhiêu số nguyên  $a \in (-\infty; 2100)$  thỏa mãn

$$f(a-2023) + f(5a-29) \geq 0?$$

A. 336

B. 410

C. 2093

D. 1758

### Lời giải

#### Chọn B

Tập xác định:  $D = R \setminus [-2; 2]$

$$f(x) = \frac{5}{x^2} + \ln \frac{x+2}{x-2} \text{ khi đó } \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = +\infty; \lim_{x \rightarrow -2^-} f(x) = -\infty; \lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 0$$

Ta có  $f'(x) = \frac{-15}{x^4} - \frac{4}{(x-2)^2} \cdot \frac{x+2}{x-2} < 0 \quad \forall x \in D$  nên  $f(x)$  là hàm nghịch biến. Mặt khác dễ thấy

$y = f(x)$  là hàm số lẻ nên ta có:

$$f(a-2023) + f(5a-29) \geq 0 \Leftrightarrow f(a-2023) \geq -f(5a-29) \quad (*)$$

ta xét các trường hợp sau

$$\text{TH1: } \begin{cases} a-2023 > 2 \\ 29-5a < -2 \end{cases} \Leftrightarrow a > 2025 \text{ khi đó } f(a-2023) > 0; f(29-5a) < 0 \text{ nên } (*) \text{ đúng.}$$

$$\text{TH2: } \begin{cases} a-2023 < -2 \\ 29-5a > 2 \end{cases} \Leftrightarrow a < \frac{31}{5} \text{ dễ thấy không thỏa mãn } (*)$$

$$\text{TH3: } \begin{cases} a-2023 > 2 \\ 29-5a > 2 \end{cases} \text{ (không có giá trị } a \text{ thỏa mãn)}$$

$$\text{TH4: } \begin{cases} a-2023 < -2 \\ 29-5a < -2 \end{cases} \Leftrightarrow \frac{31}{5} < a < 2021 \text{ khi đó } (*) \Leftrightarrow a-2023 \leq 29-5a \Leftrightarrow a \leq 342$$

Kết hợp điều kiện và do  $a$  là số nguyên nên  $7 \leq a \leq 342$

Vậy số số nguyên  $a$  là: 410.

----- HẾT -----

**BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO**  
**KỲ THI TỐT NGHIỆP TRUNG HỌC PHỔ THÔNG NĂM 2024**  
**BÀI THI TOÁN**  
**MÃ ĐỀ: 104**

**Câu 1:** Cho số phức  $z = 1 + 2i$ . Số phức  $2z$  bằng

- A.**  $3 + 2i$ .      **B.**  $3 + 4i$ .      **C.**  $-3 + 4i$ .      **D.**  $2 + 4i$ .

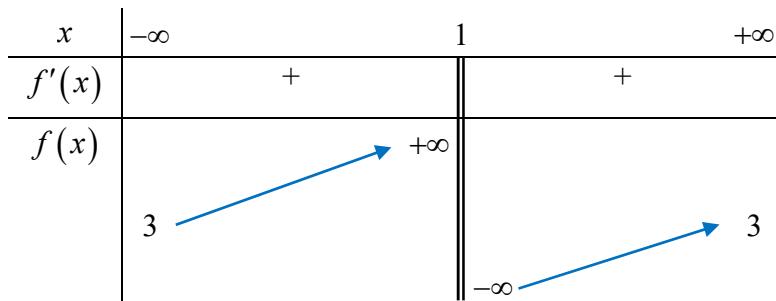
**Câu 2:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho đường thẳng  $d: \frac{x-2}{-1} = \frac{y-5}{2} = \frac{z+1}{3}$ . Điểm nào dưới đây thuộc  $d$ ?

- A.** Điểm  $M(-1; 2; 3)$ .    **B.** Điểm  $Q(1; 3; 2)$ .    **C.** Điểm  $P(-2; -5; 1)$ .    **D.** Điểm  $N(2; 5; -1)$ .

**Câu 3:** Nếu  $\int_1^3 f(x)dx = -2$  thì  $\int_3^1 f(x)dx$  bằng

- A.** 2.      **B.** -2.      **C.**  $-\frac{1}{2}$ .      **D.**  $\frac{1}{2}$ .

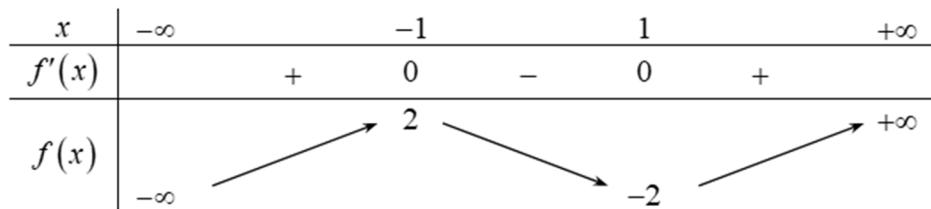
**Câu 4:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như sau



Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho có phương trình là

- A.**  $y = 3$ .      **B.**  $x = 1$ .      **C.**  $x = 3$ .      **D.**  $y = 1$ .

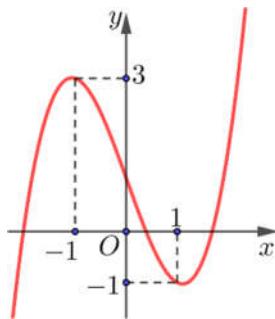
**Câu 5:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như sau:



Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

- A.** -2.      **B.** -1.      **C.** 2.      **D.** 1.

**Câu 6:** Cho hàm số bậc ba  $y = f(x)$  có đồ thị là đường cong trong hình bên dưới.



Số nghiệm thực của phương trình  $f(x) = 2$  là

- A.** 2.      **B.** 1.      **C.** 0.      **D.** 3.

**Câu 7:** Cho khối chóp tứ giác có diện tích đáy  $B = 3$  và chiều cao  $h = 6$ . Thể tích của khối chóp đã cho bằng  
**A.** 12.      **B.** 24.      **C.** 6.      **D.** 18.

**Câu 8:** Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A.**  $\int \cos 2x dx = \frac{1}{2} \cos 2x + C$ .      **B.**  $\int \cos 2x dx = \frac{1}{2} \sin 2x + C$ .  
**C.**  $\int \cos 2x dx = -2 \cos 2x + C$ .      **D.**  $\int \cos 2x dx = -\frac{1}{2} \sin 2x + C$ .

**Câu 9:** Trên khoảng  $(-\infty; +\infty)$ , đạo hàm của hàm số  $y = 4^x$  là

- A.**  $y' = x \cdot 4^{x-1}$ .      **B.**  $y' = \frac{4^{x+1}}{x+1}$ .      **C.**  $y' = 4^x \ln 4$ .      **D.**  $y' = \frac{4^x}{\ln x}$ .

**Câu 10:** Tập nghiệm của bất phương trình  $\log_{\frac{1}{2}}(x+1) > -1$  là

- A.**  $(-1; 1)$ .      **B.**  $(0; 1)$ .      **C.**  $(-\infty; 1)$ .      **D.**  $(1; +\infty)$ .

**Câu 11:** Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn của số phức  $z = 3 + 5i$  có tọa độ là

- A.**  $(5; -3)$ .      **B.**  $(3; -5)$ .      **C.**  $(5; 3)$ .      **D.**  $(3; 5)$ .

**Câu 12:** Cho khối lăng trụ tam giác có thể tích  $V = 36a^3$  và diện tích đáy  $B = 4a^2$ . Chiều cao của khối lăng trụ đã cho bằng

- A.**  $3a$ .      **B.**  $6a$ .      **C.**  $27a$ .      **D.**  $9a$ .

**Câu 13:** Cho hình trụ có bán kính đáy  $r = 3$  và chiều cao  $h = 5$ . Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

- A.**  $30\pi$ .      **B.**  $9\pi$ .      **C.**  $15\pi$ .      **D.**  $20\pi$ .

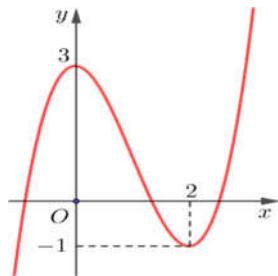
**Câu 14:** Tập xác định của hàm số  $y = (x-1)^{\frac{3}{2}}$  là

- A.**  $(0; +\infty)$ .      **B.**  $(-\infty; +\infty)$ .      **C.**  $(1; +\infty)$ .      **D.**  $(-\infty; 1)$ .

**Câu 15:** Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A.**  $\int 5^x dx = \frac{5^x}{\ln 5} + C$ .      **B.**  $\int 5^x dx = 5^x \ln 5 + C$ .      **C.**  $\int 5^x dx = \frac{5^{x+1}}{\ln 5} + C$ .      **D.**  $\int 5^x dx = 5^x + C$ .

**Câu 16:** Cho hàm số bậc ba  $y = f(x)$  có đồ thị là đường cong trong hình bên dưới.



Điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

- A.**  $x=0$ .      **B.**  $x=2$ .      **C.**  $x=3$ .      **D.**  $x=-1$ .

**Câu 17:** Cho hàm số  $y=f(x)$  có đạo hàm  $f'(x)=2-x$ ,  $\forall x \in \mathbb{R}$ . Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A.**  $(-\infty; 2)$ .      **B.**  $(2; +\infty)$ .      **C.**  $(-\infty; +\infty)$ .      **D.**  $(0; 5)$ .

**Câu 18:** Với  $a, b$  là các số thực dương tùy ý,  $\log_2(ab)$  bằng

- A.**  $\log_2 a + \log_2 b$ .      **B.**  $\log_2 a - \log_2 b$ .      **C.**  $\log_2 a \cdot \log_2 b$ .      **D.**  $b \log_2 a$ .

**Câu 19:** Cho số phức  $z = 2024 - 2i$ . Số phức liên hợp của  $z$  là

- A.**  $2 + 2024i$ .      **B.**  $-2024 + 2i$ .      **C.**  $-2 + 2024i$ .      **D.**  $2024 + 2i$ .

**Câu 20:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(1; 2; -4)$  và  $B(3; -2; 0)$ . Vecto  $\overrightarrow{AB}$  có toạ độ là

- A.**  $(2; -4; 4)$ .      **B.**  $(4; 0; -4)$ .      **C.**  $(2; 0; -2)$ .      **D.**  $(-2; 4; -4)$ .

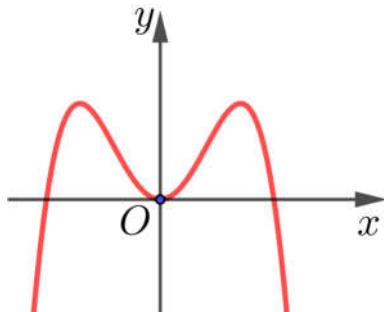
**Câu 21:** Cho hàm số  $f(x)$  có đạo hàm liên tục trên  $\mathbb{R}$  và  $f(-2) = -5$ ,  $f(3) = 7$ . Giá trị của  $\int_{-2}^3 f'(x) dx$  bằng

- A.**  $-35$ .      **B.**  $12$ .      **C.**  $-12$ .      **D.**  $2$ .

**Câu 22:** Trong không gian  $Oxyz$ , điểm nào dưới đây thuộc mặt phẳng ( $Oxy$ )?

- A.** Điểm  $Q(0; 3; 1)$ .      **B.** Điểm  $N(-1; 0; 5)$ .      **C.** Điểm  $P(2; 0; 5)$ .      **D.** Điểm  $M(2; 3; 0)$ .

**Câu 23:** Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong như hình bên dưới?



- A.**  $y = x^2 - 2x$ .      **B.**  $y = 2x^3 + x^2$ .      **C.**  $y = -x^4 + 2x^2$ .      **D.**  $y = \frac{3x-1}{x+2}$ .

**Câu 24:** Nghiệm của phương trình  $2^{2x+1} = \frac{1}{8}$  là

- A.**  $x = -2$ .      **B.**  $x = -1$ .      **C.**  $x = 1$ .      **D.**  $x = 2$ .

**Câu 25:** Từ một đội văn nghệ gồm 6 nam và 5 nữ, có bao nhiêu cách chọn một nam và một nữ để hát song ca với nhau?

A. 110.

B. 30.

C. 11.

D. 55.

- Câu 26:** Cho khối nón có diện tích đáy  $B = 8$  và chiều cao  $h = 9$ . Thể tích của khối nón đã cho bằng  
A. 24. B. 192. C. 72. D. 216.

- Câu 27:** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  với  $u_1 = 3$  công sai  $d = 6$ . Giá trị của  $u_2$  bằng  
A. -3. B. 9. C. 18. D. 3.

- Câu 28:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 2z - 3 = 0$ . Tâm của  $(S)$  có tọa độ là  
A.  $(-1; 2; -1)$ . B.  $(-2; 4; -2)$ . C.  $(2; -4; 2)$ . D.  $(1; -2; 1)$ .

- Câu 29:** Cho số phức  $z$  thỏa mãn  $z \bar{z} = 4$ . Môđun của  $z$  bằng  
A. 2. B. 4. C.  $\sqrt{2}$ . D.  $2\sqrt{2}$ .

- Câu 30:** Với  $a, b$  là hai số thực lớn hơn 1,  $\log_{ab} a$  bằng

A.  $1 - \log_a b$ . B.  $\frac{1}{1 + \log_a b}$ . C.  $1 + \log_a b$ . D.  $\frac{1}{\log_a b}$ .

- Câu 31:** Trên hai tia  $Ox, Oy$  của góc nhọn  $xOy$  lần lượt cho 5 điểm và 8 điểm phân biệt khác 0. Chọn ngẫu nhiên 3 điểm từ 14 điểm (gồm điểm  $O$  và 13 điểm đã cho), xác suất để 3 điểm chọn được là ba đỉnh của một tam giác bằng

A.  $\frac{5}{7}$ . B.  $\frac{149}{182}$ . C.  $\frac{75}{91}$ . D.  $\frac{55}{91}$ .

- Câu 32:** Trong không gian  $Oxy$ , cho điểm  $M(1; -2; 1)$  và đường thẳng  $d: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 + 2t \\ z = 1 - t \end{cases}$ . Đường thẳng đi qua  $M$  và song song với  $d$  có phương trình là

A.  $\frac{x-2}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+1}{1}$ . B.  $\frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-1}{-1}$ .  
C.  $\frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-1}{1}$ . D.  $\frac{x+1}{2} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+1}{-1}$ .

- Câu 33:** Cho hình chóp tứ giác đều  $S.ABCD$  có tất cả các cạnh bằng  $2a$ . Khoảng cách từ  $A$  đến mặt phẳng  $(SCD)$  bằng

A.  $\frac{2\sqrt{6}}{3}a$ . B.  $\frac{\sqrt{3}}{4}a$ . C.  $\frac{\sqrt{6}}{3}a$ . D.  $\frac{\sqrt{3}}{2}a$ .

- Câu 34:** Một ô tô đang chuyển động với vận tốc  $24 \text{ m/s}$  thì người lái xe đạp phanh. Từ thời điểm đó, ô tô chuyển động thẳng, chậm dần đều với vận tốc biến thiên theo thời gian được xác định bởi quy luật  $v(t) = -4t + 24$  ( $\text{m/s}$ ) trong đó  $t$  là khoảng thời gian tính bằng giây kể từ lúc người lái xe bắt đầu đạp phanh. Quãng đường ô tô đi được từ lúc người lái xe bắt đầu đạp phanh đến khi xe dừng hẳn bằng

A. 64 m. B. 42 m. C. 72 m. D. 50 m.

- Câu 35:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình vuông,  $BD = 2a$ , cạnh bên  $SA$  vuông góc với mặt phẳng đáy và  $SA = a$ . Góc giữa hai mặt phẳng  $(SBD)$  và  $(ABCD)$  bằng

- A.  $90^\circ$ .      B.  $30^\circ$ .      C.  $45^\circ$ .      D.  $60^\circ$ .

**Câu 36:** Trong không gian  $Oxyz$ , mặt phẳng đi qua hai điểm  $M(3;1;-1)$ ,  $N(2;-1;4)$  và vuông góc với mặt phẳng  $(P): 2x - y + 3z - 1 = 0$  có phương trình là

- A.  $x + 2y + z - 4 = 0$ .    B.  $2x - 11y - 5z = 0$ .  
 C.  $x - 13y - 5z - 5 = 0$ .    D.  $x - 13y - 5z + 5 = 0$ .

**Câu 37:** Giá trị nhỏ nhất của hàm số  $f(x) = 6x^3 - 21x^2 + 20x + 1$  trên đoạn  $[1;4]$  bằng

- A.  $\frac{61}{9}$ .      B.  $\frac{34}{9}$ .      C. 6.      D. 129.

**Câu 38:** Hàm số  $f(x) = \sqrt{x^2 - 4}$  đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A.  $(-2;2)$ .      B.  $(-\infty; -2)$ .      C.  $(0; +\infty)$ .      D.  $(2; +\infty)$ .

**Câu 39:** Cho hàm số bậc bốn  $y = f(x)$  có ba điểm cực trị là  $-\frac{3}{2}; 2; \frac{11}{2}$  và đạt giá trị nhỏ nhất trên  $\mathbb{R}$ .

Bất phương trình  $f(x) \leq m$  có nghiệm thuộc đoạn  $[0;3]$  khi và chỉ khi

- A.  $m \geq f(2)$ .      B.  $f(2) \geq m \geq f(3)$ .    C.  $m \geq f(0)$ .      D.  $m \geq f(3)$ .

**Câu 40:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có  $f(e) = \frac{1}{5}$  và  $f'(x) = \frac{1}{3} \ln x ; \forall x \in (0; +\infty)$ . Biết

$\int_e^{e^3} \frac{f(x)}{x^2} dx = a.e^{-3} + b.e^{-1} + c$  với  $a, b, c$  là các số hữu tỷ giá trị của  $a - b + c$  thuộc khoảng nào dưới đây:

- A.  $\left(\frac{1}{2}; \frac{3}{4}\right)$ .      B.  $\left(0; \frac{1}{4}\right)$ .      C.  $\left(\frac{1}{4}; \frac{1}{2}\right)$ .      D.  $\left(\frac{3}{4}; 1\right)$ .

**Câu 41:** Có bao nhiêu số nguyên  $a$  lớn hơn 1 sao cho ứng với mỗi  $a$  tồn tại không quá 4 số nguyên  $b$  thỏa mãn:  $5^{b^2} < 25^{-b} \cdot a^{b+2}$

- A. 100.      B. 99.      C. 125.      D. 124.

**Câu 42:** Xét phương trình bậc hai  $az^2 + bz + c = 0$  ( $a, b, c \in \mathbb{R}, a \neq 0$ ) có hai nghiệm  $z_1, z_2$  có phần ảo khác

0 và  $\left|2z_1 - \frac{1}{9}\right| = |z_1 - z_2|$ . Giả sử  $|z_1| = \frac{1}{\sqrt{k}}$  và  $w$  là số phức thoả mãn  $cw^2 + bw + a = 0$ , có bao nhiêu số nguyên dương  $k$  sao cho ứng với mỗi  $k$  tồn tại đúng 9 số phức  $z_3$  có phần ảo nguyên,  $z_3 - w$  là số thuần ảo và  $|z_3| \leq |w|$ ?

- A. 12.      B. 22.      C. 23.      D. 11.

**Câu 43:** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số  $m$  sao cho ứng với mỗi  $m$  tồn tại đúng hai số phức  $z$  thoả mãn  $|z - 1 - 5i| + |z - 1 + 5i| = 10$  và  $|z - 2 - i| = m$ ?

- A. 2.      B. 4.      C. 5.      D. 3.

**Câu 44:** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy là tam giác vuông cân tại  $A$ ,  $AB = 2a$ , mặt bên là tam giác  $SAB$  đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Diện tích của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp đã cho bằng

A.  $\frac{28\pi}{9}a^2$ .      B.  $\frac{28\pi}{3}a^2$ .      C.  $\frac{25\pi}{3}a^2$ . D.  $\frac{25\pi}{9}a^2$ .

**Câu 45:** Cho hình lăng trụ đứng  $ABC.A'B'C'$  có đáy  $ABC$  là tam giác vuông cân tại  $A$ ,  $AB = a$ . Biết góc giữa hai mặt phẳng  $(A'BC)$  và  $(ABC)$  bằng  $30^\circ$ , thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng.

A.  $\frac{3\sqrt{6}}{4}a^3$       B.  $\frac{\sqrt{6}}{4}a^3$       C.  $\frac{\sqrt{6}a^3}{12}$       D.  $\frac{\sqrt{6}a^3}{36}$

**Câu 46:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai đường thẳng  $d_1: \frac{x-2}{1} = \frac{y-4}{3} = \frac{z+3}{-5}$  và  $d_2: \frac{x+2}{1} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z+1}{-1}$ . Trong các mặt cầu tiếp xúc với cả hai đường thẳng  $d_1$  và  $d_2$ , gọi  $(S)$  là mặt cầu có bán kính nhỏ nhất, phương trình của  $(S)$  là

A.  $x^2 + (y+1)^2 + z^2 = 6$ . B.  $x^2 + (y-3)^2 + (z+4)^2 = 6$ .  
 C.  $(x+1)^2 + y^2 + (z-1)^2 = 6$ . D.  $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z+1)^2 = 6$ .

**Câu 47:** Cho hàm số  $f(x) = \frac{2}{x^3} + \ln \frac{x+3}{x-3}$ . Có bao nhiêu số nguyên  $a \in (-\infty; 2100)$  thoả mãn  $f(a-2024) + f(6a-27) \geq 0$ ?

A. 1807.      B. 288.      C. 2096.      D. 360.

**Câu 48:** Xét hàm số  $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$  ( $a, b, c, d \in \mathbb{R}; a > 0$ ) có hai cực trị  $x_1, x_2$  (với  $x_1 < x_2$ ) thoả mãn  $x_1 + x_2 = 0$ . Hình phẳng giới hạn bởi đường  $y = f'(x)f''(x)$  và trục hoành có diện tích bằng  $\frac{9}{4}$ . Biết  $\int_{x_1}^{x_2} \frac{f'(x)}{3^x + 1} dx = -\frac{7}{2}$ , giá trị của  $\int_0^{x_2} (x+2)f''(x) dx$  thuộc khoảng nào dưới đây?  
 A.  $(-7; -6)$ .      B.  $(0; 1)$ .      C.  $(6; 7)$ .      D.  $(-1; 0)$ .

**Câu 49:** Xét hàm số bậc bốn  $y = f(x)$  có  $f(-1) = -5$ . Hàm số  $y = f'(x)$  đồng biến trên khoảng  $(-\infty; +\infty)$ ,  $f'(4) = 0$  và  $f'(-1) = a$ . Có bao nhiêu số nguyên  $a \in (-100; 0)$  sao cho ứng với mỗi  $a$ , hàm số  $y = \left|f(x) + \frac{5}{x^2}\right|$  có đúng 3 điểm cực trị thuộc khoảng  $(-1; +\infty)$ ?  
 A. 9.      B. 10.      C. 90.      D. 89.

**Câu 50:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(1; 6; -1)$ ,  $B(2; -4; -1)$  và mặt cầu  $(S)$  tâm  $I(1; 2; -1)$  đi qua điểm  $A$ . Điểm  $M(a; b; c)$  (với  $c > 0$ ) thuộc  $(S)$  sao cho  $IAM$  là tam giác tù, có diện tích bằng  $2\sqrt{7}$  và khoảng cách giữa hai đường thẳng  $BM$  và  $IA$  lớn nhất. Giá trị của  $a+b+c$  thuộc khoảng nào dưới đây?

A.  $\left(1; \frac{3}{2}\right)$ .      B.  $\left(2; \frac{5}{2}\right)$ .      C.  $\left(\frac{3}{2}; 2\right)$ .      D.  $\left(\frac{5}{2}; 3\right)$ .

## ĐÁP ÁN VÀ HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT THAM KHẢO

<b>1D</b>	<b>2D</b>	<b>3A</b>	<b>4B</b>	<b>5C</b>	<b>6D</b>	<b>7C</b>	<b>8B</b>	<b>9C</b>	<b>10A</b>	<b>11D</b>	<b>12D</b>	<b>13A</b>	<b>14C</b>	<b>15A</b>
<b>16B</b>	<b>17A</b>	<b>18A</b>	<b>19D</b>	<b>20A</b>	<b>21B</b>	<b>22D</b>	<b>23C</b>	<b>24A</b>	<b>25B</b>	<b>26A</b>	<b>27B</b>	<b>28D</b>	<b>29A</b>	<b>30B</b>
<b>31A</b>	<b>32B</b>	<b>33A</b>	<b>34C</b>	<b>35C</b>	<b>36D</b>	<b>37B</b>	<b>38D</b>	<b>39C</b>	<b>40C</b>	<b>41D</b>	<b>42B</b>	<b>43D</b>	<b>44B</b>	<b>45C</b>
<b>46C</b>	<b>47D</b>	<b>48C</b>	<b>49B</b>	<b>50B</b>										

**Câu 1:** Cho số phức  $z = 1 + 2i$ . Số phức  $2z$  bằng

- A.  $3+2i$ .      B.  $3+4i$ .      C.  $-3+4i$ .      D.  $2+4i$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có:  $z = 1 + 2i \Rightarrow 2z = 2(1 + 2i) = 2 + 4i$ .

**Câu 2:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho đường thẳng  $d: \frac{x-2}{-1} = \frac{y-5}{2} = \frac{z+1}{3}$ . Điểm nào dưới đây thuộc  $d$ ?

- A. Điểm  $M(-1; 2; 3)$ .    B. Điểm  $Q(1; 3; 2)$ .    C. Điểm  $P(-2; -5; 1)$ .    D. Điểm  $N(2; 5; -1)$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

Điểm thuộc đường thẳng  $d: \frac{x-2}{-1} = \frac{y-5}{2} = \frac{z+1}{3}$  là  $(2; 5; -1)$ .

**Câu 3:** Nếu  $\int_1^3 f(x)dx = -2$  thì  $\int_3^1 f(x)dx$  bằng

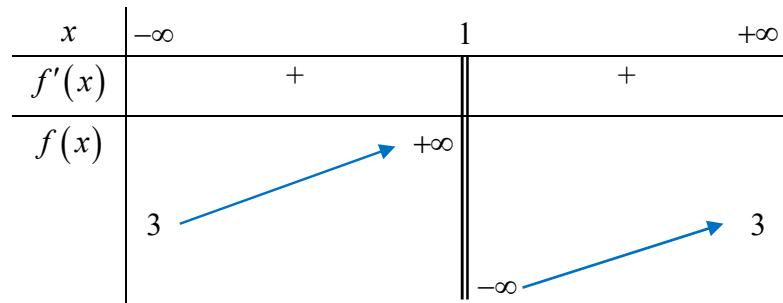
- A.  $2$ .      B.  $-2$ .      C.  $-\frac{1}{2}$ .      D.  $\frac{1}{2}$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

$$\int_1^3 f(x)dx = -2 \Rightarrow \int_3^1 f(x)dx = -\int_1^3 f(x)dx = 2.$$

**Câu 4:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như sau



Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho có phương trình là

A.  $y = 3$ .

B.  $x = 1$ .

C.  $x = 3$ .

D.  $y = 1$ .

Lời giải

**Chọn B**

Dựa vào bảng biến thiên ta có tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã có phương trình là  $x = 1$ .

**Câu 5:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như sau:

$x$	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-	0	+	
$f(x)$	$-\infty$	↗	2	↘	-2	↗	$+\infty$

Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

A. -2.

B. -1.

C. 2.

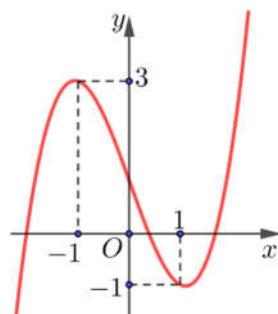
D. 1.

Lời giải

**Chọn C**

Dựa vào bảng biến thiên ta có giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng 2.

**Câu 6:** Cho hàm số bậc ba  $y = f(x)$  có đồ thị là đường cong trong hình bên dưới.



Số nghiệm thực của phương trình  $f(x) = 2$  là

A. 2.

B. 1.

C. 0.

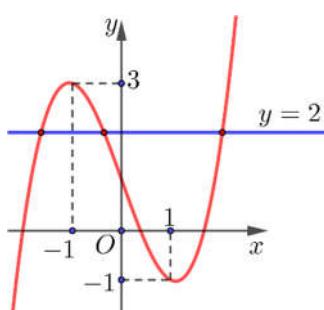
D. 3.

Lời giải

**Chọn D**

Xét phương trình  $f(x) = 2$ :

Ta kẻ đường thẳng  $y = 2$  cắt đồ thị hàm số  $y = f(x)$  tại ba điểm phân biệt.



Do đó phương trình  $f(x) = 2$  có ba nghiệm thực.

**Câu 7:** Cho khối chón tú giác có diện tích đáy  $B = 3$  và chiều cao  $h = 6$ . Thể tích của khối chón đã cho bằng

A. 12.

B. 24.

C. 6.

D. 18.

Lời giải

**Chọn C**

$$V = \frac{1}{3}Bh = \frac{1}{3} \cdot 3 \cdot 6 = 6.$$

**Câu 8:** Khẳng định nào dưới đây đúng?

A.  $\int \cos 2x dx = \frac{1}{2} \cos 2x + C.$

B.  $\int \cos 2x dx = \frac{1}{2} \sin 2x + C.$

C.  $\int \cos 2x dx = -2 \cos 2x + C.$

D.  $\int \cos 2x dx = -\frac{1}{2} \sin 2x + C.$

Lời giải

**Chọn B**

$$\int \cos 2x dx = \frac{1}{2} \sin 2x + C.$$

**Câu 9:** Trên khoảng  $(-\infty; +\infty)$ , đạo hàm của hàm số  $y = 4^x$  là

A.  $y' = x \cdot 4^{x-1}.$

B.  $y' = \frac{4^{x+1}}{x+1}.$

C.  $y' = 4^x \ln 4.$

D.  $y' = \frac{4^x}{\ln x}.$

Lời giải

**Chọn C**

$$y = 4^x \Rightarrow y' = 4^x \ln 4.$$

**Câu 10:** Tập nghiệm của bất phương trình  $\log_{\frac{1}{2}}(x+1) > -1$  là

A.  $(-1; 1).$

B.  $(0; 1).$

C.  $(-\infty; 1).$

D.  $(1; +\infty).$

Lời giải

**Chọn A**

Điều kiện:  $x+1 > 0 \Leftrightarrow x > -1.$

Ta có:  $\log_{\frac{1}{2}}(x+1) > -1 \Leftrightarrow x+1 < 2 \Leftrightarrow x < 1.$

Vậy nghiệm của bất phương trình:  $S = (-1; 1).$

**Câu 11:** Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn của số phức  $z = 3 + 5i$  có tọa độ là

A.  $(5; -3).$

B.  $(3; -5).$

C.  $(5; 3).$

D.  $(3; 5).$

Lời giải

**Chọn D**

Ta có điểm biểu diễn số phức  $z = 3 + 5i$  là  $M(3; 5)$ .

**Câu 12:** Cho khối lăng trụ tam giác có thể tích  $V = 36a^3$  và diện tích đáy  $B = 4a^2$ . Chiều cao của khối lăng trụ đã cho bằng

A.  $3a$ .

B.  $6a$ .

C.  $27a$ .

D.  $9a$ .

**Lời giải****Chọn D**

Ta có  $V = 36a^3 \Leftrightarrow B.h = 36a^3 \Leftrightarrow 4a^2.h = 36a^3 \Rightarrow h = 9a$ .

**Câu 13:** Cho hình trụ có bán kính đáy  $r = 3$  và chiều cao  $h = 5$ . Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

A.  $30\pi$ .

B.  $9\pi$ .

C.  $15\pi$ .

D.  $20\pi$ .

**Lời giải****Chọn A**

Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

$$S_{xq} = 2\pi rh \Rightarrow S_{xq} = 2\pi \cdot 3 \cdot 5 = 30\pi.$$

**Câu 14:** Tập xác định của hàm số  $y = (x-1)^{\frac{3}{2}}$  là

A.  $(0; +\infty)$ .

B.  $(-\infty; +\infty)$ .

C.  $(1; +\infty)$ .

D.  $(-\infty; 1)$ .

**Lời giải****Chọn C**

Điều kiện xác định:  $x-1 > 0 \Leftrightarrow x > 1$ .

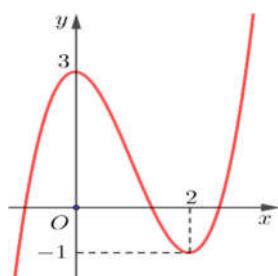
**Câu 15:** Khẳng định nào dưới đây đúng?

A.  $\int 5^x dx = \frac{5^x}{\ln 5} + C$ .    B.  $\int 5^x dx = 5^x \ln 5 + C$ .    C.  $\int 5^x dx = \frac{5^{x+1}}{\ln 5} + C$ .    D.  $\int 5^x dx = 5^x + C$ .

**Lời giải****Chọn A**

$$\text{Ta có: } \int 5^x dx = \frac{5^x}{\ln 5} + C.$$

**Câu 16:** Cho hàm số bậc ba  $y = f(x)$  có đồ thị là đường cong trong hình bên dưới.



Điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

A.  $x=0$ .

B.  $x=2$ .

C.  $x=3$ .

D.  $x=-1$ .

Lời giải

**Chọn B**

Dựa vào đồ thị, ta có điểm trị cực tiểu của hàm số đã cho là  $x=2$ .

**Câu 17:** Cho hàm số  $y=f(x)$  có đạo hàm  $f'(x)=2-x$ ,  $\forall x \in \mathbb{R}$ . Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A.  $(-\infty; 2)$ .

B.  $(2; +\infty)$ .

C.  $(-\infty; +\infty)$ .

D.  $(0; 5)$ .

Lời giải

**Chọn A**

$$f'(x) > 0 \Leftrightarrow 2-x > 0 \Leftrightarrow x < 2.$$

Khi đó hàm số  $y=f(x)$  đồng biến trên  $(-\infty; 2)$ .

**Câu 18:** Với  $a, b$  là các số thực dương tùy ý,  $\log_2(ab)$  bằng

A.  $\log_2 a + \log_2 b$ .

B.  $\log_2 a - \log_2 b$ .

C.  $\log_2 a \cdot \log_2 b$ .

D.  $b \log_2 a$ .

Lời giải

**Chọn A**

Với  $a > 0, b > 0$ , ta có:  $\log_2(ab) = \log_2 a + \log_2 b$ .

**Câu 19:** Cho số phức  $z = 2024 - 2i$ . Số phức liên hợp của  $z$  là

A.  $2 + 2024i$ .

B.  $-2024 + 2i$ .

C.  $-2 + 2024i$ .

D.  $2024 + 2i$ .

Lời giải

**Chọn D**

Ta có số phức liên hợp của  $z = 2024 - 2i$  là  $\bar{z} = 2024 + 2i$ .

**Câu 20:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(1; 2; -4)$  và  $B(3; -2; 0)$ . Vectơ  $\overrightarrow{AB}$  có toạ độ là

A.  $(2; -4; 4)$ .

B.  $(4; 0; -4)$ .

C.  $(2; 0; -2)$ .

D.  $(-2; 4; -4)$ .

Lời giải

**Chọn A**

$$\overrightarrow{AB} = (2; -4; 4).$$

**Câu 21:** Cho hàm số  $f(x)$  có đạo hàm liên tục trên  $\mathbb{R}$  và  $f(-2) = -5$ ,  $f(3) = 7$ . Giá trị của  $\int_{-2}^3 f'(x) dx$  bằng

A.  $-35$ .

B.  $12$ .

C.  $-12$ .

D.  $2$ .

Lời giải

**Chọn B**

$$\text{Ta có: } \int_{-2}^3 f'(x) dx = f(3) - f(-2) = 12.$$

**Câu 22:** Trong không gian  $Oxyz$ , điểm nào dưới đây thuộc mặt phẳng  $(Oxy)$ ?

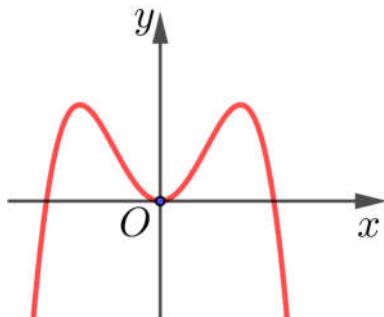
- A. Điểm  $Q(0;3;1)$ .      B. Điểm  $N(-1;0;5)$ .    C. Điểm  $P(2;0;5)$ .    D. Điểm  $M(2;3;0)$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

Điểm thuộc mặt phẳng  $(Oxy)$  là điểm  $M(2;3;0)$ .

**Câu 23:** Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong như hình bên dưới?



- A.  $y = x^2 - 2x$ .      B.  $y = 2x^3 + x^2$ .      C.  $y = -x^4 + 2x^2$ .      D.  $y = \frac{3x-1}{x+2}$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

Quan sát đồ thị ta thấy là hình dạng của đồ thị hàm số bậc 4 trùng phương có hệ số  $a < 0$ .

Nên chọn  $y = -x^4 + 2x^2$

**Câu 24:** Nghiệm của phương trình  $2^{2x+1} = \frac{1}{8}$  là

- A.  $x = -2$ .      B.  $x = -1$ .      C.  $x = 1$ .      D.  $x = 2$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có:  $2^{2x+1} = \frac{1}{8} \Leftrightarrow 2x+1 = -3 \Leftrightarrow x = -2$ .

**Câu 25:** Từ một đội văn nghệ gồm 6 nam và 5 nữ, có bao nhiêu cách chọn một nam và một nữ để hát song ca với nhau?

- A. 110.      B. 30.      C. 11.      D. 55.

**Lời giải**

**Chọn B**

Số cách chọn một bạn nam để hát song ca là: 6 (cách).

Ứng với mỗi một cách chọn bạn nam ta có 5 cách chọn bạn nữ để hát song ca.

Áp dụng quy tắc nhân ta có số cách chọn một nam và một nữ để hát song ca với nhau là:  $6 \cdot 5 = 30$  (cách).

**Câu 26:** Cho khối nón có diện tích đáy  $B = 8$  và chiều cao  $h = 9$ . Thể tích của khối nón đã cho bằng

**A.** 24.

**B.** 192.

**C.** 72 .

**D.** 216 .

**Lời giải**

**Chọn A**

$$\text{Thể tích của khối nón } V = \frac{1}{3} B.h = \frac{1}{3} \cdot 8 \cdot 9 = 24.$$

**Câu 27:** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  với  $u_1 = 3$  công sai  $d = 6$ . Giá trị của  $u_2$  bằng

**A.** -3 .

**B.** 9 .

**C.** 18 .

**D.** 3 .

**Lời giải**

**Chọn B**

Cấp số cộng  $(u_n)$  với  $u_1 = 3$  công sai  $d = 6 \Rightarrow u_2 = u_1 + d \Rightarrow u_2 = 9$ .

**Câu 28:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 2z - 3 = 0$ . Tâm của  $(S)$  có tọa độ là

**A.**  $(-1; 2; -1)$ .

**B.**  $(-2; 4; -2)$ .

**C.**  $(2; -4; 2)$ .

**D.**  $(1; -2; 1)$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

Tâm của mặt cầu  $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 2z - 3 = 0$  là  $I(1; -2; 1)$ .

**Câu 29:** Cho số phức  $z$  thỏa mãn  $z \bar{z} = 4$ . Môđun của  $z$  bằng

**A.** 2 .

**B.** 4 .

**C.**  $\sqrt{2}$  .

**D.**  $2\sqrt{2}$  .

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có  $|z|^2 = z \bar{z} = 4 \Rightarrow |z| = 2$ .

**Câu 30:** Với  $a, b$  là hai số thực lớn hơn 1,  $\log_{ab} a$  bằng

**A.**  $1 - \log_a b$  .

**B.**  $\frac{1}{1 + \log_a b}$  .

**C.**  $1 + \log_a b$  .

**D.**  $\frac{1}{\log_a b}$  .

**Lời giải**

**Chọn B**

$$\text{Ta có } \log_{ab} a = \frac{1}{\log_a (ab)} = \frac{1}{\log_a a + \log_a b} = \frac{1}{1 + \log_a b}.$$

**Câu 31:** Trên hai tia  $Ox, Oy$  của góc nhọn  $xOy$  lần lượt cho 5 điểm và 8 điểm phân biệt khác 0. Chọn ngẫu nhiên 3 điểm từ 14 điểm (gồm điểm  $O$  và 13 điểm đã cho), xác suất để 3 điểm chọn được là ba đỉnh của một tam giác bằng

**A.**  $\frac{5}{7}$  .

**B.**  $\frac{149}{182}$  .

**C.**  $\frac{75}{91}$  .

**D.**  $\frac{55}{91}$  .

**Lời giải**

### Chọn A

Ta có:  $n(\Omega) = C_{14}^3 = 364$ .

Gọi  $A$  là biến có: “3 điểm chọn được là ba đỉnh của một tam giác”.

Xét 13 điểm nằm trên hai tia  $Ox, Oy$  không tính điểm  $O$ .

TH1: tam giác có 2 đỉnh thuộc  $Ox$  và 1 đỉnh thuộc  $Oy$  có:  $C_5^2 \cdot 8 = 80$ .

TH2: tam giác có 2 đỉnh thuộc  $Oy$  và 1 đỉnh thuộc  $Ox$  có:  $5 \cdot C_8^2 = 140$ .

Xét tam giác có 1 đỉnh là  $O$ , 1 đỉnh thuộc  $Oy$ , 1 đỉnh thuộc  $Ox$  có:  $1 \cdot 5 \cdot 8 = 40$ .

Vậy  $n(A) = 260$

$$\text{Vậy } P(A) = \frac{260}{364} = \frac{5}{7}.$$

$$\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 + 2t \\ z = 1 - t \end{cases}$$

**Câu 32:** Trong không gian  $Oxy$ , cho điểm  $M(1; -2; 1)$  và đường thẳng  $d$ :

qua  $M$  và song song với  $d$  có phương trình là

**A.**  $\frac{x-2}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+1}{1}$ .      **B.**  $\frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-1}{-1}$ .

**C.**  $\frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-1}{1}$ . **D.**  $\frac{x+1}{2} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+1}{-1}$ .

### Lời giải

### Chọn B

Vì đường thẳng cần tìm song song với đường thẳng  $d$  nên có vecto chỉ phương  $\vec{u} = (2; 2; -1)$ .

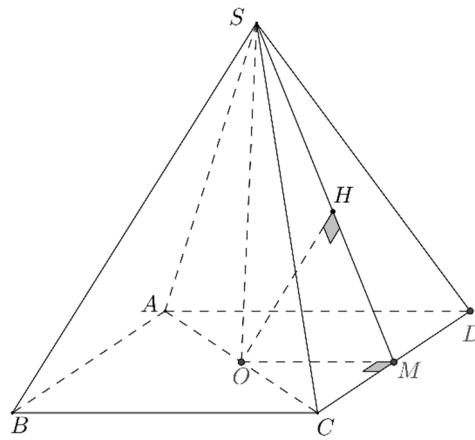
và đi qua  $M(1; -2; 1)$  có phương trình:  $\frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-1}{-1}$ .

**Câu 33:** Cho hình chóp tứ giác đều  $S.ABCD$  có tất cả các cạnh bằng  $2a$ . Khoảng cách từ  $A$  đến mặt phẳng  $(SCD)$  bằng

**A.**  $\frac{2\sqrt{6}}{3}a$ .      **B.**  $\frac{\sqrt{3}}{4}a$ .      **C.**  $\frac{\sqrt{6}}{3}a$ .      **D.**  $\frac{\sqrt{3}}{2}a$ .

### Lời giải

### Chọn A



Gọi  $O$  là tâm hình vuông  $ABCD$  và  $M$  là trung điểm của  $CD$ . Ta có

$$\begin{cases} SO \perp (ABCD) \\ CD \perp OM \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} SO \perp CD \\ CD \perp OM \end{cases} \Rightarrow CD \perp (SOM).$$

Gọi  $H$  là hình chiếu của  $O$  lên  $SM$  thì  $\begin{cases} OH \perp SM \\ OH \perp CD \end{cases} \Rightarrow OH \perp (SCD)$  tại  $H$ .

Do đó  $d(A, (SCD)) = 2d(O, (SCD)) = 2OH$ .

Ta lại có  $\begin{cases} OM = \frac{1}{2}AB = a \\ SO = \sqrt{SA^2 - OA^2} = \sqrt{4a^2 - 2a^2} = a\sqrt{2} \end{cases}$

Xét tam giác  $SOM$  vuông tại  $O$  ta có  $OH = \frac{SO \cdot OM}{\sqrt{SO^2 + OM^2}} = \frac{a\sqrt{2} \cdot a}{\sqrt{2a^2 + a^2}} = \frac{\sqrt{6}}{3}a$ .

Vậy  $d(A, (SCD)) = \frac{2\sqrt{6}}{3}a$ .

**Câu 34:** Một ô tô đang chuyển động với vận tốc  $24 \text{ m/s}$  thì người lái xe đạp phanh. Từ thời điểm đó, ô tô chuyển động thẳng, chậm dần đều với vận tốc biến thiên theo thời gian được xác định bởi quy luật  $v(t) = -4t + 24 (\text{m/s})$  trong đó  $t$  là khoảng thời gian tính bằng giây kể từ lúc người lái xe bắt đầu đạp phanh. Quãng đường ô tô đi được từ lúc người lái xe bắt đầu đạp phanh đến khi xe dừng hẳn bằng

A. 64 m.

B. 42 m.

C. 72 m.

D. 50 m.

**Lời giải**

**Chọn C**

Khi xe dừng hẳn ta có:  $v(t) = 0 \Leftrightarrow -4t + 24 = 0 \Leftrightarrow t = 6 (\text{s})$ .

Ta có quãng đường ô tô đi được là:  $s(t) = \int_0^6 (-4t + 24) dt = 72 (\text{m})$ .

**Câu 35:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình vuông,  $BD = 2a$ , cạnh bên  $SA$  vuông góc với mặt phẳng đáy và  $SA = a$ . Góc giữa hai mặt phẳng  $(SBD)$  và  $(ABCD)$  bằng

A.  $90^\circ$ .

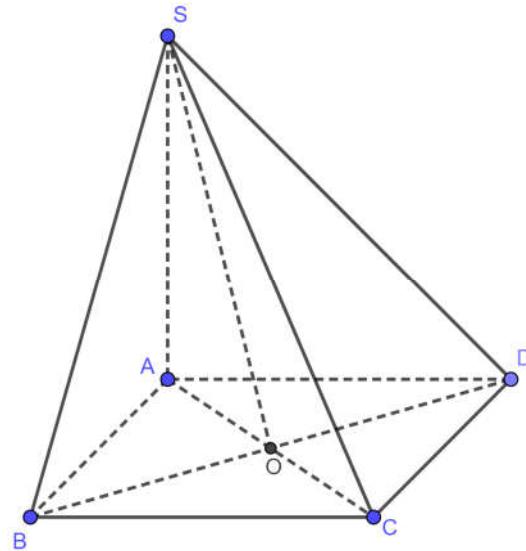
B.  $30^\circ$ .

C.  $45^\circ$ .

D.  $60^\circ$ .

Lời giải

**Chọn C**



$$\text{Ta có: } OA = \frac{BD}{2} = a.$$

$$\begin{cases} BD \perp OA \\ BD \perp SO \end{cases} \Rightarrow ((SBD), (ABCD)) = \widehat{SOA}.$$

$$\tan \widehat{SOA} = \frac{SA}{OA} = 1 \Rightarrow \widehat{SOA} = 45^\circ.$$

- Câu 36:** Trong không gian  $Oxyz$ , mặt phẳng đi qua hai điểm  $M(3;1;-1)$ ,  $N(2;-1;4)$  và vuông góc với mặt phẳng  $(P): 2x - y + 3z - 1 = 0$  có phương trình là
- A.  $x + 2y + z - 4 = 0$ .    B.  $2x - 11y - 5z = 0$ .  
 C.  $x - 13y - 5z - 5 = 0$ .    D.  $x - 13y - 5z + 5 = 0$ .

Lời giải

**Chọn D**

Mặt phẳng cần tìm có cặp VTCP  $\begin{cases} \vec{u} = (2; -1; 3) \\ \vec{MN} = (-1; -2; 5) \end{cases} \Rightarrow VTPT \vec{n} = (1; -13; -5)$ .

$$\text{PTMP: } 1(x-3) - 13(y-1) - 5(z+1) = 0 \Leftrightarrow x - 13y - 5z + 5 = 0.$$

- Câu 37:** Giá trị nhỏ nhất của hàm số  $f(x) = 6x^3 - 21x^2 + 20x + 1$  trên đoạn  $[1; 4]$  bằng

A.  $\frac{61}{9}$ .

B.  $\frac{34}{9}$ .

C. 6.

D. 129.

Lời giải

**Chọn B**

$$f(x) = 6x^3 - 21x^2 + 20x + 1.$$

$$f'(x) = 18x^2 - 42x + 20.$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow 18x^2 - 42x + 20 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{5}{3} \vee x = \frac{2}{3} \text{ (loại).}$$

$$f(1) = 6; f\left(\frac{5}{3}\right) = \frac{34}{9}; f(4) = 129.$$

$$\text{Vậy } \min_{[1;4]} f(x) = \frac{34}{9}.$$

**Câu 38:** Hàm số  $f(x) = \sqrt{x^2 - 4}$  đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A.  $(-2; 2)$ .      B.  $(-\infty; -2)$ .      C.  $(0; +\infty)$ .      D.  $(2; +\infty)$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

Tập xác định  $D = (-\infty; -2] \cup [2; +\infty)$ .

Hàm số đồng biến khi  $f'(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2 - 4}} > 0 \Leftrightarrow x > 0$ . Vậy hàm số đã cho đồng biến trên  $(2; +\infty)$ .

**Câu 39:** Cho hàm số bậc bốn  $y = f(x)$  có ba điểm cực trị là  $-\frac{3}{2}; 2; \frac{11}{2}$  và đạt giá trị nhỏ nhất trên  $\mathbb{R}$ .

Bất phương trình  $f(x) \leq m$  có nghiệm thuộc đoạn  $[0; 3]$  khi và chỉ khi

- A.  $m \geq f(2)$ .      B.  $f(2) \geq m \geq f(3)$ .      C.  $m \geq f(0)$ .      D.  $m \geq f(3)$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

Theo bài ra ta có  $f'(x) = a\left(x + \frac{3}{2}\right)(x - 2)\left(x - \frac{11}{2}\right)$ .

Hàm số  $y = f(x)$  là hàm bậc bốn và đạt giá trị nhỏ nhất nên  $a > 0$ .

Ta có  $f(3) - f(0) = \int_0^3 f'(x) dx = a \int_0^3 \left(x + \frac{3}{2}\right)(x - 2)\left(x - \frac{11}{2}\right) dx = a \cdot \frac{117}{8} > 0$  (vì  $a > 0$ ).

Suy ra  $f(3) > f(0)$ .

Ta có bảng biến thiên của hàm  $y = f(x)$  trên đoạn  $[0; 3]$  là

	x	0	2	3
$f'(x)$		+	0	-
$f(x)$		↗ $f(2)$	↘ $f(3)$	
	$f(0)$			

Bất phương trình  $f(x) \leq m$  có nghiệm thuộc đoạn  $[0; 3]$  khi và chỉ khi

$$m \geq \min_{[0;3]} f(x) \Leftrightarrow m \geq f(0).$$

**Câu 40:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có  $f(e) = \frac{1}{5}$  và  $f'(x) = \frac{1}{3} \ln x ; \forall x \in (0; +\infty)$ . Biết

$\int_e^{e^3} \frac{f(x)}{x^2} dx = a.e^{-3} + b.e^{-1} + c$  với  $a, b, c$  là các số hữu tỷ giá trị của  $a - b + c$  thuộc khoảng nào

dưới đây:

- A.  $\left(\frac{1}{2}; \frac{3}{4}\right)$ .      B.  $\left(0; \frac{1}{4}\right)$ .      C.  $\left(\frac{1}{4}; \frac{1}{2}\right)$ .      D.  $\left(\frac{3}{4}; 1\right)$ .

### Lời giải

#### Chọn C

Ta có:

$$f'(x) = \frac{1}{3} \ln x \Rightarrow f(x) = \int \frac{1}{3} \ln x dx = \frac{1}{3} x \ln x - \frac{1}{3} \int x d(\ln x) = \frac{1}{3} x \ln x - \frac{1}{3} \int x \cdot \frac{1}{x} dx = \frac{1}{3} x \ln x - \frac{1}{3} x + c$$

$$\text{Do } f(e) = \frac{1}{5} \Rightarrow \frac{1}{3} \cdot e \ln e - \frac{1}{3} e + c = \frac{1}{5} \Rightarrow c = \frac{1}{5} \Rightarrow f(x) = \frac{1}{3} x \ln x - \frac{1}{3} x + \frac{1}{5}$$

$$\text{Suy ra: } f(e^3) = \frac{1}{3} e^3 \ln e^3 - \frac{1}{3} e^3 + \frac{1}{5} = \frac{2}{3} e^3 + \frac{1}{5}$$

Ta có:

$$\begin{aligned} \int_e^{e^3} \frac{f(x)}{x^2} dx &= \int_e^{e^3} f(x) d\left(-\frac{1}{x}\right) = \frac{-1}{x} f(x) \Big|_e^{e^3} - \int_e^{e^3} \frac{-1}{x} df(x) = \frac{-1}{x} f(x) \Big|_e^{e^3} + \int_e^{e^3} \frac{1}{x} f'(x) dx = \frac{-1}{x} f(x) \Big|_e^{e^3} + \int_e^{e^3} \frac{1}{x} \cdot \frac{1}{3} \ln x dx \\ &= \frac{-1}{x} f(x) \Big|_e^{e^3} + \frac{1}{3} \int_e^{e^3} \ln x d(\ln x) = \frac{-1}{x} f(x) \Big|_e^{e^3} + \frac{1}{6} \ln^2 x \Big|_e^{e^3} = \left( \frac{-1}{x} f(x) + \frac{1}{6} \ln^2 x \right) \Big|_e^{e^3} \\ &= \left( \frac{-1}{e^3} f(e^3) + \frac{1}{6} \ln^2 e^3 \right) - \left( \frac{-1}{e} f(e) + \frac{1}{6} \ln^2 e \right) \\ &= \left[ \frac{-1}{e^3} \cdot \left( \frac{2}{3} e^3 + \frac{1}{5} \right) + \frac{3}{2} \right] - \left( \frac{-1}{e} + \frac{1}{6} \right) = -\frac{1}{5e^3} + \frac{1}{5e} + \frac{2}{3} = -\frac{1}{5} e^{-3} + \frac{1}{5} e^{-1} + \frac{2}{3} \end{aligned}$$

$$\text{Vậy } \begin{cases} a = \frac{-1}{5} \\ b = \frac{1}{5} \\ c = \frac{2}{3} \end{cases} \Rightarrow a - b + c = \frac{4}{15} \approx 0,266.$$

**Câu 41:** Có bao nhiêu số nguyên  $a$  lớn hơn 1 sao cho ứng với mỗi  $a$  tồn tại không quá 4 số nguyên  $b$  thỏa mãn:  $5^{b^2} < 25^{-b} \cdot a^{b+2}$

- A. 100.      B. 99.      C. 125.      D. 124.

### Lời giải

#### Chọn D

Ta có  $5^{b^2} < 25^{-b} \cdot a^{b+2} \Leftrightarrow 5^{b^2} \cdot 25^b < a^{b+2} \Leftrightarrow 5^{b^2+2b} < a^{b+2}$

$$\Leftrightarrow b(b+2) < (b+2) \log_5 a \Leftrightarrow (b+2)(b - \log_5 a) < 0 \Leftrightarrow -2 < b < \log_5 a \text{ (do } \log_5 a > 0 \text{)}$$

Để thỏa mãn thì  $\log_5 a \leq 3 \Leftrightarrow a \leq 125$ .

Do  $a$  nguyên và lớn hơn 1 nên có 124 giá trị thỏa mãn.

**Câu 42:** Xét phương trình bậc hai  $az^2 + bz + c = 0$  ( $a, b, c \in \mathbb{R}, a \neq 0$ ) có hai nghiệm  $z_1, z_2$  có phần ảo khác 0 và  $\left|2z_1 - \frac{1}{9}\right| = |z_1 - z_2|$ . Giả sử  $|z_1| = \frac{1}{\sqrt{k}}$  và  $w$  là số phức thỏa mãn  $cw^2 + bw + a = 0$ , có bao nhiêu số nguyên dương  $k$  sao cho ứng với mỗi  $k$  tồn tại đúng 9 số phức  $z_3$  có phần ảo nguyên,  $z_3 - w$  là số thuần ảo và  $|z_3| \leq |w|$ ?

**A.** 12.

**B.** 22.

**C.** 23.

**D.** 11.

**Lời giải**

### Chọn B

Đặt  $z_1 = x + iy$ , ( $x, y \in \mathbb{R}$ )  $\Rightarrow z_2 = x - iy$ .

$$\begin{aligned} \text{Ta có } \left|2z_1 - \frac{1}{9}\right| = |z_1 - z_2| &\Leftrightarrow \left(2x - \frac{1}{9}\right)^2 + 4y^2 = 4y^2 \Leftrightarrow x = \frac{1}{18}. \\ \Rightarrow z_1 = \frac{1}{18} + yi; z_2 = \frac{1}{18} - yi. \end{aligned}$$

Ta thấy  $w$  là số phức thỏa mãn  $cw^2 + bw + a = 0$  nên  $w = \frac{1}{z}$ .

$$\Rightarrow \frac{1}{w} = z \text{ có phần thực là } \frac{1}{18}.$$

$$\Rightarrow w = \frac{1}{z} = k \cdot \bar{z} \Rightarrow w \text{ có phần thực là } \frac{k}{18}.$$

Do  $z_3 - w$  là số thuần ảo nên  $z_3$  có phần thực là  $\frac{k}{18}$ .

Khi đó  $z_3 = \frac{k}{18} + mi$ , ( $m \in \mathbb{Z}$ ). Do ứng với mỗi  $k$  tồn tại đúng 9 số phức  $z_3$  nên  $m \in \{\pm 1; \pm 2; \pm 3; \pm 4; 0\}$ . (1)

$$\text{Ta lại có } |z_3| \leq |w| = \frac{1}{|z|} = \sqrt{k} \Rightarrow |z_3|^2 \leq k \Leftrightarrow \frac{k^2}{324} + m^2 \leq k \Leftrightarrow m^2 \leq k - \frac{k^2}{324} \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra

$$16 \leq k - \frac{k^2}{324} < 25 \Leftrightarrow \begin{cases} -\frac{k^2}{324} + k - 25 < 0 \\ -\frac{k^2}{324} + k - 16 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k < 162 - 36\sqrt{14} \\ k > 162 + 36\sqrt{14} \\ 162 - 18\sqrt{65} \leq k \leq 162 + 18\sqrt{65} \end{cases}.$$

$$\xrightarrow{k \in \mathbb{N}^*} k \in \{17; 18; 19; \dots; 25; 26; 27; 297; 298; 299; \dots; 306; 307\}.$$

Vậy có 22 số nguyên dương  $k$ .

**Câu 43:** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số  $m$  sao cho ứng với mỗi  $m$  tồn tại đúng hai số phức  $z$  thỏa mãn  $|z - 1 - 5i| + |z - 1 + 5i| = 10$  và  $|z - 2 - i| = m$ ?

A. 2.

B. 4.

C. 5.

D. 3.

Lời giải

**Chọn D**

Giả sử  $M(x; y)$  là điểm biểu diễn cho số phức  $z = x + yi$ , ( $x, y \in \mathbb{R}$ );  $A(1; 5)$ ,  $B(1; -5)$  lần lượt là các điểm biểu diễn cho số phức  $1 + 5i, 1 - 5i$ .

Theo giả thiết  $|z - 1 - 5i| + |z - 1 + 5i| = 10$  suy ta  $MA + MB = 10$ , mà  $AB = 10$  nên tập hợp các điểm  $M$  biểu diễn cho số phức  $z$  là đoạn  $AB$ .

Phương trình đường thẳng  $AB$  là  $x - 1 = 0$

Điều kiện cần để tồn tại hai số phức  $z$  thỏa mãn yêu cầu bài toán là  $m > 0$ .

Với  $m > 0$  ta có điểm  $M$  biểu diễn cho số phức  $z$  thuộc đường tròn  $(C)$  tâm  $I(2; 1)$  và bán kính  $r = m$ .

Yêu cầu bài toán tương đương với điều kiện  $(C)$  cắt đoạn  $AB$  tại hai điểm phân biệt.

$$\text{Điều này xảy ra khi và chỉ khi } \begin{cases} d(I, AB) < r \\ IA \geq r \\ IB \geq r \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 1 \\ m \leq \sqrt{17} \Leftrightarrow 1 < m \leq \sqrt{17} \\ m \leq \sqrt{37} \end{cases}.$$

Vậy có 3 giá trị nguyên của  $m \in \{2; 3; 4\}$ .

**Câu 44:** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy là tam giác vuông cân tại  $A$ ,  $AB = 2a$ , mặt bên là tam giác  $SAB$  đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Diện tích của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp đã cho bằng

A.  $\frac{28\pi}{9}a^2$ .

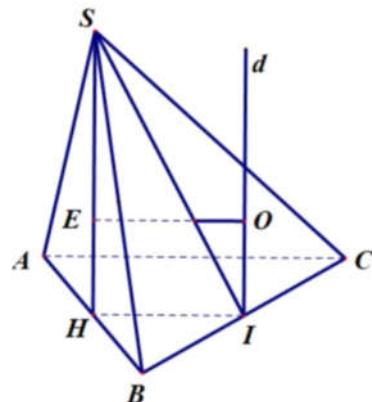
B.  $\frac{28\pi}{3}a^2$ .

C.  $\frac{25\pi}{3}a^2$ .

D.  $\frac{25\pi}{9}a^2$ .

Lời giải

**Chọn B**



Gọi  $I$  là trung điểm của  $BC$ .

Do  $\Delta ABC$  vuông cân tại  $A$  nên  $I$  là tâm đường tròn ngoại tiếp  $\Delta ABC$ .

$$\text{Suy ra } IB = \frac{BC}{2} = a\sqrt{2}.$$

Dựng đường thẳng  $d \perp (ABC)$  tại  $I$ .

Gọi  $H$  là trung điểm của  $AB$ .

Do  $\Delta SAB$  đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với  $(ABC)$  nên  $SH \perp AB$ ;  $SH \perp (ABC)$

Gọi  $E$  là tâm đường tròn ngoại tiếp  $\Delta SAB$ .

$$\text{Ta có } EH = \frac{1}{3} SH = \frac{1}{3} \cdot 2a \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{3}$$

$$\begin{cases} IH \perp AB \\ IH \perp SH \end{cases} \Rightarrow IH \perp (SAB)$$

Dựng đường thẳng  $d' \perp (SAB) \equiv E \Rightarrow d' \cap IH$ ,  $d'$  cắt  $d$  tại  $O$ .

Khi đó  $O$  chính là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp  $S.ABC$  bán kính  $R = OB$ .

Ta có  $OEH$  là hình chữ nhật nên  $OI = EH = \frac{a\sqrt{3}}{3}$ .

$$\Rightarrow R^2 = OB^2 = OI^2 + IB^2 = \left(\frac{a\sqrt{3}}{3}\right)^2 + \left(a\sqrt{2}\right)^2 = \frac{7a^2}{3} \Rightarrow R = \frac{a\sqrt{21}}{3}.$$

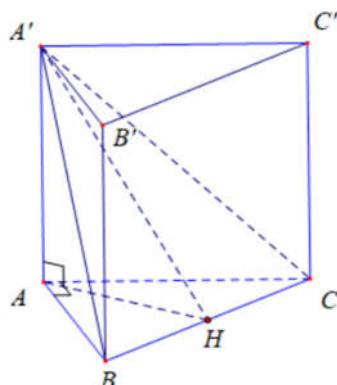
Diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp  $S.ABC$  là  $S = 4\pi R^2 = 4\pi \left(\frac{a\sqrt{21}}{3}\right)^2 = \frac{28a^2}{3}$ .

**Câu 45:** Cho hình lăng trụ đứng  $ABC.A'B'C'$  có đáy  $ABC$  là tam giác vuông cân tại  $A$ ,  $AB = a$ . Biết góc giữa hai mặt phẳng  $(A'BC)$  và  $(ABC)$  bằng  $30^\circ$ , thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng.

- A.**  $\frac{3\sqrt{6}}{4}a^3$       **B.**  $\frac{\sqrt{6}}{4}a^3$       **C.**  $\frac{\sqrt{6}a^3}{12}$       **D.**  $\frac{\sqrt{6}a^3}{36}$

## Lời giải

## Chọn C



Gọi  $H$  là trung điểm  $BC$

$\Delta ABC$  vuông cân tại  $A \Rightarrow AH \perp BC$

Khi đó:  $\begin{cases} BC \perp AH \\ BC \perp AA' \end{cases} \Rightarrow BC \perp (A'HA) \Rightarrow ((A'BC), (ABC)) = (A'H, AH) = \widehat{A'HA}$

Xét  $\Delta A'HA$  vuông tại  $A$  có  $AH = \frac{BC}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$ :

$$\tan \widehat{A'HA} = \frac{AA'}{AH} \Rightarrow AA' = AH \tan 30^\circ = \frac{a\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{a\sqrt{6}}{6}$$

$$\text{Vậy } V = S_{ABC} \cdot AA' = \frac{1}{2} a^2 \cdot \frac{a\sqrt{6}}{6} = \frac{a^3 \sqrt{6}}{12}$$

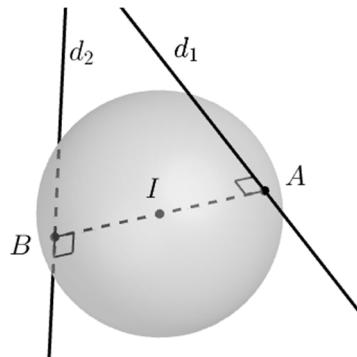
**Câu 46:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai đường thẳng  $d_1: \frac{x-2}{1} = \frac{y-4}{3} = \frac{z+3}{-5}$  và

$d_2: \frac{x+2}{1} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z+1}{-1}$ . Trong các mặt cầu tiếp xúc với cả hai đường thẳng  $d_1$  và  $d_2$ , gọi  $(S)$  là mặt cầu có bán kính nhỏ nhất, phương trình của  $(S)$  là

- A.**  $x^2 + (y+1)^2 + z^2 = 6$ . **B.**  $x^2 + (y-3)^2 + (z+4)^2 = 6$ .  
**C.**  $(x+1)^2 + y^2 + (z-1)^2 = 6$ . **D.**  $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z+1)^2 = 6$ .

### Lời giải

**Chọn C**



Ta có:

$$d_1: \frac{x-2}{1} = \frac{y-4}{3} = \frac{z+3}{-5} \Leftrightarrow d_1: \begin{cases} x = t+2 \\ y = 3t+4 \\ z = -5t-3 \end{cases} \text{ có VTCP } \vec{u}_1 = (1; 3; -5)$$

$$d_2: \frac{x+2}{1} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z+1}{-1} \Leftrightarrow \begin{cases} x = t-2 \\ y = -t-2 \\ z = -t-1 \end{cases} \text{ có VTCP } \vec{u}_2 = (1; -1; -1)$$

Đường tròn vừa tiếp xúc với hai đường thẳng  $d_1$ ,  $d_2$  và có bán kính nhỏ nhất có tâm là trung điểm của đoạn thẳng vuông góc chung của hai đường thẳng  $d_1$  và  $d_2$ .

Gọi  $AB$  là đoạn thẳng vuông góc chung của hai đường thẳng  $d_1$  và  $d_2$  với  $A(t_1 + 2; 3t_1 + 4; -5t_1 - 3) \in d_1$  và  $B(t_2 - 2; -t_2 - 2; -t_2 - 1) \in d_2$

Suy ra  $\overrightarrow{AB} = (t_2 - t_1 - 4; -t_2 - 3t_1 - 6; -t_2 + 5t_1 + 2)$

$$\begin{aligned} \text{Khi đó } & \begin{cases} \overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{u_1} \\ \overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{u_2} \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} t_2 - t_1 - 4 + 3(-t_2 - 3t_1 - 6) - 5(-t_2 + 5t_1 + 2) = 0 \\ t_2 - t_1 - 4 - (-t_2 - 3t_1 - 6) - (-t_2 + 5t_1 + 2) = 0 \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} -35t_1 + 3t_2 = 32 \\ -3t_1 + 3t_2 = 0 \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} t_1 = -1 \\ t_2 = -1 \end{cases} \end{aligned}$$

Nên  $A(1; 1; 2)$ ,  $B(-3; -1; 0)$ ,  $\overrightarrow{AB} = (-4; -2; -2)$

Gọi  $I$  và  $R$  là tâm và bán kính của đường tròn cần tìm

Khi đó  $I$  là trung điểm đoạn thẳng  $AB$  và  $R = \frac{|AB|}{2}$

Suy ra  $I(-1; 0; 1)$ ,  $R = \sqrt{6}$

Phương trình đường tròn cần tìm là:  $(x+1)^2 + y^2 + (z-1)^2 = 6$

**Câu 47:** Cho hàm số  $f(x) = \frac{2}{x^3} + \ln \frac{x+3}{x-3}$ . Có bao nhiêu số nguyên  $a \in (-\infty; 2100)$  thoả mãn  $f(a-2024) + f(6a-27) \geq 0$ ?

**A.** 1807.

**B.** 288.

**C.** 2096.

**D.** 360.

**Lời giải**

**Chọn D**

Tập xác định  $D = (-\infty; -3) \cup (3; +\infty)$ .

Ta thấy  $\forall x \in D$  thì  $\begin{cases} -x \in D \\ f(-x) = \frac{2}{(-x)^3} + \ln \frac{-x+3}{-x-3} = -\frac{2}{x^3} + \ln \frac{x-3}{x+3} = -\frac{2}{x^3} - \ln \frac{x+3}{x-3} = -f(x) \end{cases}$ .

Suy ra hàm số đã cho là hàm số lẻ.

Lại có  $f'(x) = -\frac{6}{x^4} - \frac{6}{(x-3)^2} \cdot \frac{1}{\frac{x+3}{x-3}} < 0, \forall x \in D$ .

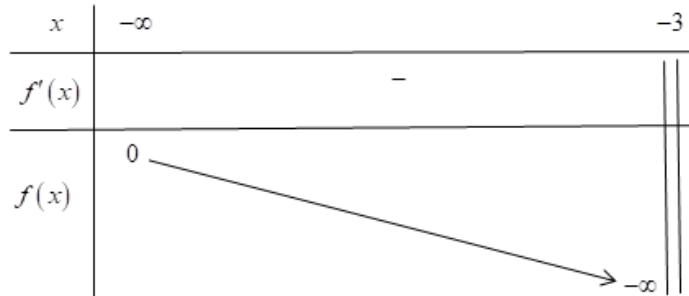
Do đó hàm số nghịch biến trên  $(-\infty; -3)$  và  $(3; +\infty)$ .

Để tồn tại  $f(a-2024), f(6a-27)$  thì

$$\begin{cases} a-2024 \notin [-3; 3] \\ 6a-27 \notin [-3; 3] \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a-2024 < -3 \\ a-2024 > 3 \\ 6a-27 < -3 \\ 6a-27 > 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a < 2021 \\ a > 2027 \\ a < 4 \\ a > 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a < 4 \\ 5 < a < 2021 \\ a > 2027 \end{cases}$$

+ TH1:  $a < 4$  thì  $a-2024 < -3$  và  $6a-27 < -3$ .

Bảng biến thiên hàm số đã cho trên  $(-\infty; -3)$  như sau



Khi đó  $f(a-2024) < 0, f(6a-27) < 0 \Rightarrow f(a-2024) + f(6a-27) < 0$ .

Suy ra  $a < 4$  không thoả mãn bài toán.

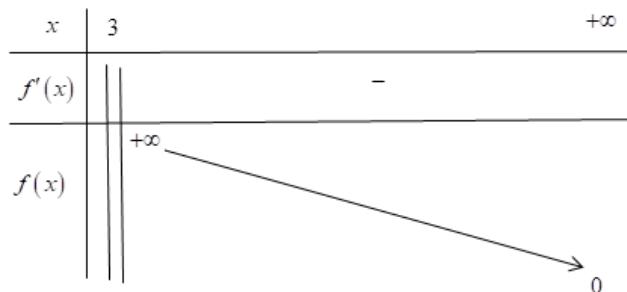
+ TH2:  $5 < a < 2021$  thì  $a-2024 < -3$  và  $6a-27 < -3$ .

Khi đó  $f(a-2024) + f(6a-27) \geq 0 \Leftrightarrow f(a-2024) \geq f(-6a+27) \Leftrightarrow a \leq 293$ .

Suy ra  $5 < a \leq 293$ .

+ TH3:  $a > 2027$  thì  $a-2024 > 3$  và  $6a-27 > 3$ .

Bảng biến thiên hàm số đã cho trên  $(3; +\infty)$  như sau



Khi đó  $f(a-2024) > 0, f(6a-27) > 0 \Rightarrow f(a-2024) + f(6a-27) > 0$ .

Suy ra  $a > 2027$  thoả mãn bài toán.

Vậy  $\begin{cases} 5 < a \leq 293 \\ 2027 < a < 2100 \end{cases}$  hay có 360 giá trị nguyên của  $a \in (-\infty; 2100)$  thoả mãn  $f(a-2024) + f(6a-27) \geq 0$ .

**Câu 48:** Xét hàm số  $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$  ( $a, b, c, d \in \mathbb{R}; a > 0$ ) có hai cực trị  $x_1, x_2$  (với  $x_1 < x_2$ ) thoả mãn  $x_1 + x_2 = 0$ . Hình phẳng giới hạn bởi đường  $y = f'(x)f''(x)$  và trục hoành có diện

tích bằng  $\frac{9}{4}$ . Biết  $\int_{x_1}^{x_2} \frac{f'(x)}{3^x + 1} dx = -\frac{7}{2}$ , giá trị của  $\int_0^{x_2} (x+2)f''(x) dx$  thuộc khoảng nào dưới đây?

- A.  $(-7; -6)$ .      B.  $(0; 1)$ .      C.  $(6; 7)$ .      D.  $(-1; 0)$ .

### Lời giải

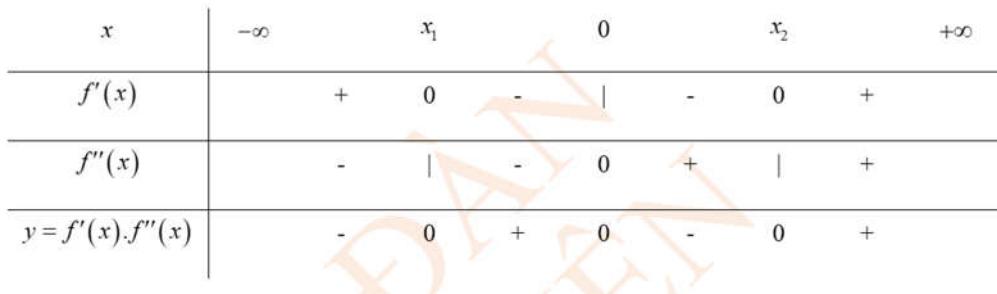
#### Chọn C

Ta có  $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d \Rightarrow f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$ .

Do  $f(x)$  có hai cực trị  $x_1, x_2$  (với  $x_1 < x_2$ ) nên  $f'(x) = 0$  có hai nghiệm  $x_1, x_2$ .

Vì  $x_1 + x_2 = 0$  nên  $\frac{-2b}{3a} = 0 \Rightarrow b = 0$  suy ra  $f'(x) = 3ax^2 + c \Rightarrow f''(x) = 6ax$

Ta có  $f'(x)f''(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = x_1 \\ x = 0 \\ x = x_2 \end{cases}$



Hình phẳng giới hạn bởi đường  $y = f'(x)f''(x)$  và trục hoành có diện tích bằng  $\frac{9}{4}$

$$\frac{9}{4} = \int_{x_1}^{x_2} |f'(x)f''(x)| dx = \int_{x_1}^0 f'(x)f''(x) dx - \int_0^{x_2} f'(x)f''(x) dx$$

$$= \frac{1}{2} [f'(x)]^2 \Big|_{x_1}^0 - \frac{1}{2} [f'(x)]^2 \Big|_0^{x_2} = c^2 \Rightarrow c = -\frac{3}{2} \text{ (do } c < 0\text{)}$$

suy ra  $f'(x) = 3ax^2 - \frac{3}{2} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = -\sqrt{\frac{1}{2a}} \\ x_2 = \sqrt{\frac{1}{2a}} \end{cases}$

Ta có  $\int_{x_1}^{x_2} \frac{f'(x)}{3^x + 1} dx = \int_{x_1}^0 \frac{f'(x)}{3^x + 1} dx + \int_0^{x_2} \frac{f'(x)}{3^x + 1} dx$

Xét  $A = \int_{x_1}^0 \frac{f'(x)}{3^x + 1} dx$ . Đặt  $t = -x$

Ta có  $A = - \int_{-x_1}^0 \frac{f'(-t)}{3^{-t} + 1} dt = - \int_0^{-x_1} \frac{3^t f'(t)}{3^t + 1} dt = \int_0^{x_2} \frac{3^x f'(x)}{3^x + 1} dx$

Do đó  $\int_{x_1}^{x_2} \frac{f'(x)}{3^x + 1} dx = \int_0^{x_2} \frac{3^x f'(x)}{3^x + 1} dx + \int_0^{x_2} \frac{f'(x)}{3^x + 1} dx = \int_0^{x_2} f'(x) dx = \int_0^{\sqrt{\frac{1}{2a}}} \left( 3ax^2 - \frac{3}{2} \right) dx$   
 $= \left( ax^3 - \frac{3}{2}x \right) \Big|_0^{\sqrt{\frac{1}{2a}}} = -\sqrt{\frac{1}{2a}} = -\frac{7}{2} \Rightarrow a = \frac{2}{49} \Rightarrow f''(x) = \frac{12}{49}x$  và  $x_2 = \frac{7}{2}$ .

$$\int_0^{x_2} (x+2) f''(x) dx = \int_0^{\frac{7}{2}} \frac{12}{49} x (x+2) dx = \frac{13}{2}.$$

**Câu 49:** Xét hàm số bậc bốn  $y = f(x)$  có  $f(-1) = -5$ . Hàm số  $y = f'(x)$  đồng biến trên khoảng  $(-\infty; +\infty)$ ,  $f'(4) = 0$  và  $f'(-1) = a$ . Có bao nhiêu số nguyên  $a \in (-100; 0)$  sao cho ứng với mỗi  $a$ , hàm số  $y = \left| f(x) + \frac{5}{x^2} \right|$  có đúng 3 điểm cực trị thuộc khoảng  $(-1; +\infty)$ ?

**A. 9.**

**B. 10.**

**C. 90.**

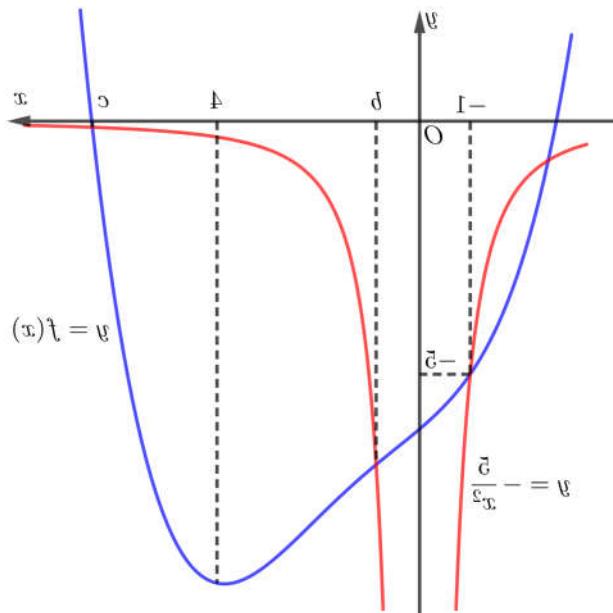
**D. 89.**

**Lời giải**

**Chọn B**

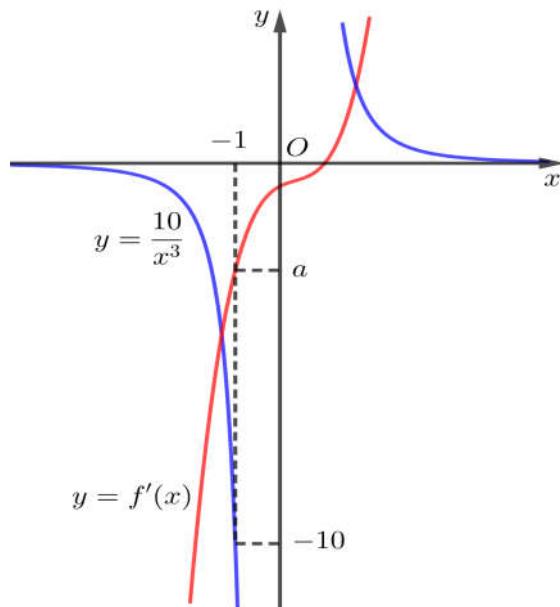
Xét hàm số  $g(x) = f(x) + \frac{5}{x^2} \Rightarrow g'(x) = f'(x) - \frac{10}{x^3}$ .

Từ giả thiết suy ra đồ thị hàm số  $y = f(x)$  như hình vẽ.



$$\text{Ta có: } g(x) = 0 \Leftrightarrow f(x) = -\frac{5}{x^2} \Leftrightarrow \begin{cases} x = b \\ x = c \end{cases}.$$

Từ giả thiết suy ra đồ thị hàm số  $y = f'(x)$  như hình vẽ.



$$\text{Ta có: } g'(x) = 0 \Leftrightarrow f'(x) = \frac{10}{x^3}.$$

Do đó yêu cầu bài toán  $\Leftrightarrow$  Phương trình  $f'(x) = \frac{10}{x^3}$  có nghiệm duy nhất trên khoảng  $(-1; +\infty)$   
 $\Leftrightarrow a \geq -10$ .

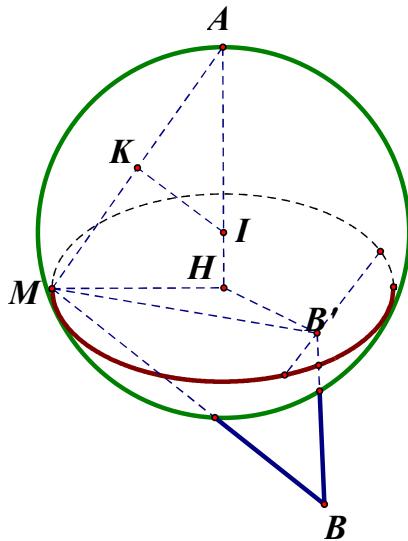
Do  $a$  nguyên thuộc khoảng  $(-100; 0)$  nên  $a \in \{-10; -9; \dots; -1\}$ .

**Câu 50:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(1; 6; -1)$ ,  $B(2; -4; -1)$  và mặt cầu  $(S)$  tâm  $I(1; 2; -1)$  đi qua điểm  $A$ . Điểm  $M(a; b; c)$  (với  $c > 0$ ) thuộc  $(S)$  sao cho  $IAM$  là tam giác tù, có diện tích bằng  $2\sqrt{7}$  và khoảng cách giữa hai đường thẳng  $BM$  và  $IA$  lớn nhất. Giá trị của  $a+b+c$  thuộc khoảng nào dưới đây?

- A.**  $\left(1; \frac{3}{2}\right)$ .      **B.**  $\left(2; \frac{5}{2}\right)$ .      **C.**  $\left(\frac{3}{2}; 2\right)$ .      **D.**  $\left(\frac{5}{2}; 3\right)$ .

## Lời giải

**Chọn B**



Mặt cầu  $(S)$  tâm  $I(1;2;-1)$  bán kính  $R = IA = 4$

Đặt  $KA = x, IK = y$ .

Tam giác  $IAM$  có diện tích bằng:  $IK \cdot IA = 2\sqrt{7} \Leftrightarrow xy = 2\sqrt{7} \Rightarrow y = \frac{2\sqrt{7}}{x}$ .

Vì tam giác  $IAK$  vuông tại  $K$  có  $IA = 4$  nên:

$$x^2 + y^2 = 16 \Rightarrow x^2 + \frac{28}{x^2} = 16 \Leftrightarrow x^4 - 16x^2 + 28 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = 2 \\ x^2 = 14 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \sqrt{2} \\ x = \sqrt{14} \end{cases}.$$

Vì  $IAM$  là tam giác tù nên  $x = \sqrt{2}$  không thỏa mãn. Do đó,  $x = \sqrt{14} \Rightarrow y = \frac{2\sqrt{7}}{\sqrt{14}} = \sqrt{2}$ .

Suy ra,  $AM$  là đường sinh của hình nón đỉnh  $A$ ,  $M$  thuộc đường tròn đáy tâm  $H$

$$\tan \widehat{MAH} = \frac{IK}{AK} = \frac{y}{x} = \frac{1}{\sqrt{7}} \Rightarrow \cos \widehat{MAH} = \frac{\sqrt{7}}{2\sqrt{2}} = \frac{AH}{2x} \Rightarrow AH = 7.$$

Suy ra, bán kính đường tròn đáy của hình nón là:

$$r = \sqrt{(2\sqrt{14})^2 - 7^2} = \sqrt{7} \Rightarrow IH = 7 - 4 = 3 \Rightarrow \overrightarrow{HI} = \frac{3}{7} \overrightarrow{HA} \Rightarrow H(1; -1; -1) \Rightarrow \overrightarrow{AH} = (0; -7; 0).$$

Suy ra,  $M$  thuộc mặt phẳng đi qua  $H$ , có vec tơ pháp tuyến  $\overrightarrow{AH} = (0; -7; 0)$ , có phương trình:

$$(P): y + 1 = 0.$$

Gọi  $B'$  là hình chiếu vuông góc của  $B$  trên mặt phẳng  $(P): y + 1 = 0 \Rightarrow B'(2; -1; -1)$

$$\Rightarrow IB' = \sqrt{10} < R$$

$$d(AI, BM) = d(AI, B'M) = d(H, B'M) \leq HB'.$$

Suy ra,  $d(AI, BM)$  lớn nhất bằng  $HB'$  đạt được khi  $HB' \perp MB' \Rightarrow M(a; -1; c)$

$$\overrightarrow{HB'} = (1; 0; 0), \overrightarrow{MB'} = (2-a; 0; -1-c)$$

$$\overrightarrow{HB'} \cdot \overrightarrow{MB'} = 0 \Leftrightarrow 2-a = 0 \Leftrightarrow a = 2 \Rightarrow M(2; -1; c)$$

$$\text{Vì } HM = r = \sqrt{7} \Rightarrow 1 + (c+1)^2 = 7 \Leftrightarrow \begin{cases} c+1 = \sqrt{6} \\ c+1 = -\sqrt{6} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = -1 + \sqrt{6} (TM) \\ c = -1 - \sqrt{6} (L) \end{cases}$$

Vậy  $a+b+c = 2-1-1+\sqrt{6} \approx 2,45$ .

----- HẾT -----