AG2 - Actividad Guiada 2

Nombre: David Pérez-Sevilla Pérez-Medrano
Link: https://colab.research.google.com/drive/1F1jp9VrZZI6KwuaEQXdxlszowYTsxS-q?usp=sharing
Github: https://github.com/daperezs/03MIAR---Algoritmos-de-Optimizacion.git

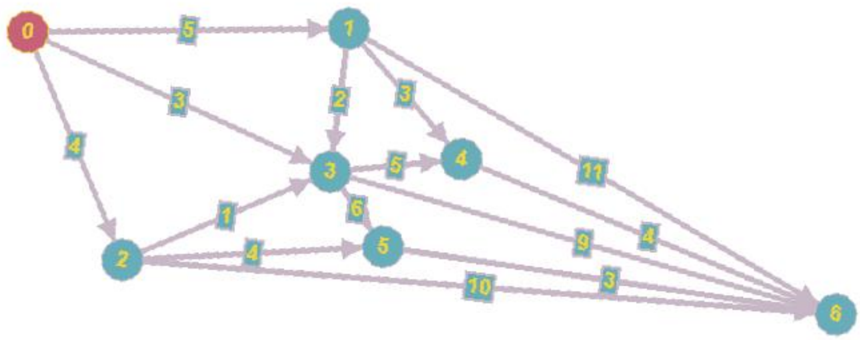
```
import math
```

Programación Dinámica. Viaje por el rio

- **Definición**: Es posible dividir el problema en subproblemas más pequeños, guardando las soluciones para ser utilizadas más adelante.
- **Características** que permiten identificar problemas aplicables:
  -Es posible almacenar soluciones de los subproblemas para ser utilizados más adelante
  -Debe verificar el principio de optimalidad de Bellman: “en una secuencia optima de decisiones, toda sub-secuencia también es óptima” (*)
  -La necesidad de guardar la información acerca de las soluciones parciales unido a la recursividad provoca la necesidad de preocuparnos por la complejidad espacial (cuantos recursos de espacio usaremos)

Problema

En un río hay **n** embarcaderos y debemos desplazarnos río abajo desde un embarcadero a otro. Cada embarcadero tiene precios diferentes para ir de un embarcadero a otro situado más abajo. Para ir del embarcadero i al j, puede ocurrir que sea más barato hacer un trasbordo por un embarcadero intermedio k. El problema consiste en determinar la combinación más barata.



*Consideramos una tabla TARIFAS(i,j) para almacenar todos los precios que nos ofrecen los embarcaderos.
*Si no es posible ir desde i a j daremos un valor alto para garantizar que ese trayecto no se va a elegir en la ruta óptima(modelado habitual para restricciones)

```
#Viaje por el rio - Programación dinámica
################################################################################

TARIFAS = [
[0,5,4,3,float("inf"),999,999],   #desde nodo 0
[999,0,999,2,3,999,11],  #desde nodo 1
[999,999, 0,1,999,4,10], #desde nodo 2
[999,999,999, 0,5,6,9],
[999,999, 999,999,0,999,4],
[999,999, 999,999,999,0,3],
[999,999,999,999,999,999,0]
]

#999 se puede sustituir por float("inf") del modulo math
TARIFAS
```

```
[[0, 5, 4, 3, inf, 999, 999],
 [999, 0, 999, 2, 3, 999, 11],
 [999, 999, 0, 1, 999, 4, 10],
 [999, 999, 999, 0, 5, 6, 9],
 [999, 999, 999, 999, 0, 999, 4],
 [999, 999, 999, 999, 999, 0, 3],
 [999, 999, 999, 999, 999, 999, 0]]
```

```
#Calculo de la matriz de PRECIOS y RUTAS
#  PRECIOS - contiene la matriz del mejor precio para ir de un nodo a otro
#  RUTAS   - contiene los nodos intermedios para ir de un nodo a otro
################################################################
def Precios(TARIFAS):
################################################################
  #Total de Nodos
  N = len(TARIFAS[0])

  #Inicialización de la tabla de precios
  PRECIOS = [ [9999]*N for i in [9999]*N]  #n x n
  RUTA = [ [""]*N for i in [""]*N]

  #Se recorren todos los nodos con dos bucles(origen - destino)
  #  para ir construyendo la matriz de PRECIOS
  for i in range(N-1):
    for j in range(i+1, N):
      MIN = TARIFAS[i][j]
      RUTA[i][j] = i

      for k in range(i, j):
        if PRECIOS[i][k] + TARIFAS[k][j] < MIN:
            MIN = min(MIN, PRECIOS[i][k] + TARIFAS[k][j] )
            RUTA[i][j] = k
        PRECIOS[i][j] = MIN

  return PRECIOS,RUTA


PRECIOS,RUTA = Precios(TARIFAS)
#print(PRECIOS[0][6])

print("PRECIOS")
for i in range(len(TARIFAS)):
  print(PRECIOS[i])

print("\nRUTA")
for i in range(len(TARIFAS)):
  print(RUTA[i])
```

```
PRECIOS
[9999, 5, 4, 3, 8, 8, 11]
[9999, 9999, 999, 2, 3, 8, 7]
[9999, 9999, 9999, 1, 6, 4, 7]
[9999, 9999, 9999, 9999, 5, 6, 9]
[9999, 9999, 9999, 9999, 9999, 999, 4]
[9999, 9999, 9999, 9999, 9999, 9999, 3]
[9999, 9999, 9999, 9999, 9999, 9999, 9999]

RUTA
['', 0, 0, 0, 1, 2, 5]
['', '', 1, 1, 1, 3, 4]
['', '', '', 2, 3, 2, 5]
['', '', '', '', 3, 3, 3]
['', '', '', '', '', 4, 4]
['', '', '', '', '', '', 5]
['', '', '', '', '', '', '']
```

```
#Calculo de la ruta usando la matriz RUTA
def calcular_ruta(RUTA, desde, hasta):
  if desde == RUTA[desde][hasta]:
  #if desde == hasta:
    #print("Ir a :" + str(desde))
    return desde
  else:
    return str(calcular_ruta(RUTA, desde, RUTA[desde][hasta])) +  ',' + str(RUTA[desde][hasta])

print("\nLa ruta es:")
calcular_ruta(RUTA, 0,6)
```

Haz doble clic (o pulsa Intro) para editar

Problema de Asignacion de tarea

```
#Asignacion de tareas - Ramificación y Poda
################################################################################
#    T A R E A
#   A
#   G
#   E
#   N
#   T
#   E

COSTES=[[11,12,18,40],
        [14,15,13,22],
        [11,17,19,23],
        [17,14,20,28]]



#Calculo del valor de una solucion parcial
def valor(S,COSTES):
  VALOR = 0
  for i in range(len(S)):
    VALOR += COSTES[S[i]][i]
  return VALOR
```

```
valor((3,2,  ),COSTES)
```

```
34
```

```
#Coste inferior para soluciones parciales
#  (1,3,) Se asigna la tarea 1 al agente 0 y la tarea 3 al agente 1

def CI(S,COSTES):
  VALOR = 0
  #Valores establecidos
  for i in range(len(S)):
    VALOR += COSTES[i][S[i]]

  #Estimacion
  for i in range( len(S), len(COSTES)   ):
    VALOR += np.min( [ COSTES[j][i] for j in range(len(S), len(COSTES))  ])
  return VALOR

def CS(S,COSTES):
  VALOR = 0
  #Valores establecidos
  for i in range(len(S)):
    VALOR += COSTES[i][S[i]]

  #Estimacion
  for i in range( len(S), len(COSTES)   ):
    VALOR += np.max( [ COSTES[j][i] for j in range(len(S), len(COSTES))  ])
  return VALOR

print(CI((0,1),COSTES))
print(CS((0,1),COSTES))
```

```
68
74
```

```
#Genera tantos hijos como como posibilidades haya para la siguiente elemento de la tupla
#(0,) -> (0,1), (0,2), (0,3)
def crear_hijos(NODO, N):
  HIJOS = []
  for i in range(N ):
    if i not in NODO:
      HIJOS.append({'s':NODO +(i,)    })
  return HIJOS
```

```
crear_hijos((0,) , 4)
```

```
[{'s': (0, 1)}, {'s': (0, 2)}, {'s': (0, 3)}]
```

```
def ramificacion_y_poda(COSTES):
#Construccion iterativa de soluciones(arbol). En cada etapa asignamos un agente(ramas).
#Nodos del grafo  { s:(1,2),CI:3,CS:5  }
  #print(COSTES)
  DIMENSION = len(COSTES)
  MEJOR_SOLUCION=tuple( i for i in range(len(COSTES)) )
  CotaSup = valor(MEJOR_SOLUCION,COSTES)
  #print("Cota Superior:", CotaSup)

  NODOS=[]
  NODOS.append({'s':(), 'ci':CI((),COSTES)    } )

  iteracion = 0

  while( len(NODOS) > 0):
    iteracion +=1

    nodo_prometedor = [ min(NODOS, key=lambda x:x['ci']) ][0]['s']
    #print("Nodo prometedor:", nodo_prometedor)

    #Ramificacion
    #Se generan los hijos
    HIJOS =[ {'s':x['s'], 'ci':CI(x['s'], COSTES)   } for x in crear_hijos(nodo_prometedor, DIMENSION) ]

    #Revisamos la cota superior y nos quedamos con la mejor solucion si llegamos a una solucion final
    NODO_FINAL = [x for x in HIJOS if len(x['s']) == DIMENSION  ]
    if len(NODO_FINAL ) >0:
      #print("\n********Soluciones:",  [x for x in HIJOS if len(x['s']) == DIMENSION  ] )
      if NODO_FINAL[0]['ci'] < CotaSup:
        CotaSup = NODO_FINAL[0]['ci']
        MEJOR_SOLUCION = NODO_FINAL

    #Poda
    HIJOS = [x for x in HIJOS if x['ci'] < CotaSup   ]

    #Añadimos los hijos
    NODOS.extend(HIJOS)

    #Eliminamos el nodo ramificado
    NODOS =  [  x for x in NODOS if x['s'] != nodo_prometedor    ]

  print("La solucion final es:" ,MEJOR_SOLUCION , " en " , iteracion , " iteraciones" , " para dimension: " ,DIMENSION  )



ramificacion_y_poda(COSTES)
```

```
La solucion final es: [{'s': (1, 2, 0, 3), 'ci': 64}]  en  10  iteraciones  para dimension:  4
```

EJERCICIO EXTRA

```
import numpy as np

# Definir las dimensiones de la matriz
dimensiones = (5,5)  # Puedes ajustar las dimensiones según tus necesidades

# Generar una matriz con valores aleatorios
matriz_aleatoria = np.random.randint(1, 51, size=dimensiones)

# Mostrar la matriz generada
print(matriz_aleatoria)
```

```
[[35 11 16 36 30]
 [48  3 48 12  4]
 [30 11 34 47 10]
 [25  7 20 26  7]
 [33 28 25 22 24]]
```

¿A partir de que dimensión el algoritmo por fuerza bruta deja de ser una opción?

```
import itertools

def fuerza_bruta(COSTES):
  mejor_valor = 10e10
  mejor_solucion = ()

  for s in list(itertools.permutations(range(len(COSTES)))):
    valor_tmp = valor(s, COSTES)
    if np.sum(valor_tmp) < mejor_valor:
      mejor_valor = np.sum(valor_tmp)
      mejor_solucion = s

  print("La mejor solucion es: ", mejor_solucion, " con valor:", mejor_valor)
fuerza_bruta(matriz_aleatoria)
```

```
La mejor solucion es:  (3, 1, 0, 4, 2)  con valor: 76
```

```
import time

exceso = False
i=5

while(exceso==False and i<99):
  dimensiones = (i, i)

  matriz_aleatoria = np.random.randint(1, 51, size=dimensiones)

  print("Dimensiones: ", dimensiones)

  inicio = time.time()
  fuerza_bruta(matriz_aleatoria)
  fin = time.time()

  tiempo = fin - inicio
  i = i+1

  print("Tiempo: ", tiempo)

  if(tiempo > 10):
    exceso = True

  print("-------------------------------------")

print("A partir de la dimensión ", dimensiones, " el algoritmo por fuerza bruta deja de ser una opción con tiempo=", tiempo)
```

```
Dimensiones:  (5, 5)
La mejor solucion es:  (2, 4, 1, 0, 3)  con valor: 78
Tiempo:  0.0017485618591308594
-------------------------------------
Dimensiones:  (6, 6)
La mejor solucion es:  (3, 0, 4, 5, 1, 2)  con valor: 82
Tiempo:  0.008748292922973633
-------------------------------------
Dimensiones:  (7, 7)
La mejor solucion es:  (4, 3, 5, 1, 6, 0, 2)  con valor: 46
Tiempo:  0.05729794502258301
-------------------------------------
Dimensiones:  (8, 8)
La mejor solucion es:  (1, 4, 2, 5, 6, 3, 0, 7)  con valor: 64
Tiempo:  0.3816969394683838
-------------------------------------
Dimensiones:  (9, 9)
La mejor solucion es:  (0, 4, 1, 2, 5, 8, 7, 6, 3)  con valor: 72
Tiempo:  3.4956815242767334
-------------------------------------
Dimensiones:  (10, 10)
La mejor solucion es:  (0, 4, 5, 6, 8, 1, 2, 7, 9, 3)  con valor: 67
Tiempo:  40.26266098022461
-------------------------------------
A partir de la dimensión  (10, 10)  el algoritmo por fuerza bruta deja de ser una opción con tiempo= 40.26266098022461
```

¿Hay algún valor de la dimensión a partir de la cual el algoritmo de ramificación y poda también deja de ser una opción válida?

```
import time

exceso = False
i=5

while(exceso==False and i<99):
  dimensiones = (i, i)

  matriz_aleatoria = np.random.randint(1, 51, size=dimensiones)

  print("Dimensiones: ", dimensiones)

  inicio = time.time()
  ramificacion_y_poda(matriz_aleatoria)
  fin = time.time()

  tiempo = fin - inicio
  i = i+1

  if(tiempo > 10):
    exceso = True

  print("-------------------------------------")

print("A partir de la dimensión ", dimensiones, " el algoritmo por ramificación y poda deja de ser una opción con tiempo=", tiempo)
```

```
Dimensiones:  (5, 5)
La solucion final es: [{'s': (4, 1, 2, 0, 3), 'ci': 40}]  en  15  iteraciones  para dimension:  5
-------------------------------------
Dimensiones:  (6, 6)
La solucion final es: [{'s': (1, 3, 5, 2, 0, 4), 'ci': 66}]  en  99  iteraciones  para dimension:  6
-------------------------------------
Dimensiones:  (7, 7)
La solucion final es: [{'s': (6, 3, 4, 0, 2, 5, 1), 'ci': 65}]  en  671  iteraciones  para dimension:  7
-------------------------------------
Dimensiones:  (8, 8)
La solucion final es: [{'s': (4, 1, 2, 7, 6, 3, 5, 0), 'ci': 82}]  en  985  iteraciones  para dimension:  8
-------------------------------------
Dimensiones:  (9, 9)
La solucion final es: [{'s': (2, 0, 1, 6, 8, 7, 5, 4, 3), 'ci': 107}]  en  2197  iteraciones  para dimension:  9
-------------------------------------
Dimensiones:  (10, 10)
La solucion final es: [{'s': (2, 4, 6, 7, 5, 8, 3, 0, 1, 9), 'ci': 113}]  en  710  iteraciones  para dimension:  10
-------------------------------------
Dimensiones:  (11, 11)
La solucion final es: [{'s': (5, 10, 9, 3, 8, 0, 4, 1, 7, 2, 6), 'ci': 75}]  en  20103  iteraciones  para dimension:  11
-------------------------------------
A partir de la dimensión  (11, 11)  el algoritmo por ramificación y poda deja de ser una opción con tiempo= 56.0012845993042
```

Descenso del gradiente

```
import math                       #Funciones matematicas
import matplotlib.pyplot as plt  #Generacion de gráficos (otra opcion seaborn)
import numpy as np               #Tratamiento matriz N-dimensionales y otras (fundamental!)
#import scipy as sc

import random
```

Vamos a buscar el minimo de la funcion paraboloide :

$$f(x) = x^2 + y^2$$

Obviamente se encuentra en (x,y)=(0,0) pero probaremos como llegamos a él a través del descenso del gradiante.

```
#Definimos la funcion
#Paraboloide
f  = lambda X:      X[0]**2 + X[1]**2    #Funcion
df = lambda X: [2*X[0] , 2*X[1]]         #Gradiente

df([1,2])
```

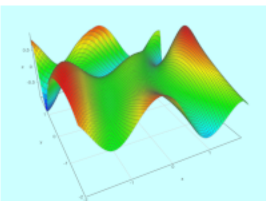
```
[2, 4]
```

```
from sympy import symbols
from sympy.plotting import plot
from sympy.plotting import plot3d
x,y = symbols('x y')
plot3d(x**2 + y**2,
       (x,-5,5),(y,-5,5),
       title='x**2 + y**2',
       size=(10,10))
```

```
#Prepara los datos para dibujar mapa de niveles de Z
resolucion = 100
rango=5.5

X=np.linspace(-rango,rango,resolucion)
Y=np.linspace(-rango,rango,resolucion)
Z=np.zeros((resolucion,resolucion))
for ix,x in enumerate(X):
  for iy,y in enumerate(Y):
    Z[iy,ix] = f([x,y])

#Pinta el mapa de niveles de Z
plt.contourf(X,Y,Z,resolucion)
plt.colorbar()

#Generamos un punto aleatorio inicial y pintamos de blanco
P=[random.uniform(-5,5  ),random.uniform(-5,5 ) ]
plt.plot(P[0],P[1],"o",c="white")

#Tasa de aprendizaje. Fija. Sería más efectivo reducirlo a medida que nos acercamos.
TA=.1

#Iteraciones:50
for _ in range(50):
  grad = df(P)
  #print(P,grad)
  P[0],P[1] = P[0] - TA*grad[0] , P[1] - TA*grad[1]
  plt.plot(P[0],P[1],"o",c="red")

#Dibujamos el punto final y pintamos de verde
plt.plot(P[0],P[1],"o",c="green")
plt.show()
print("Solucion:" , P , f(P))
```

¿Te atreves a optimizar la función?:

$$f(x) = sin(1/2 * x^2 - 1/4 * y^2 + 3) * cos(2 * x + 1 - e^y)$$



```
#Definimos la funcion
f= lambda X: math.sin(1/2 * X[0]**2 - 1/4 * X[1]**2 + 3) *math.cos(2*X[0] + 1 - math.exp(X[1]) )
```

```
#Aproximamos el valor del gradiente en un punto por su definición
def df(PUNTO):
  h = 0.01
  T = np.copy(PUNTO)
  grad = np.zeros(2)
  for it, th in enumerate(PUNTO):
```

```
# Descenso del gradiente
def descenso_gradiente(punto_inicial, tasa_aprendizaje, iteraciones):
    historial = [punto_inicial]

    for i in range(iteraciones):
        gradiente = df(punto_inicial)
        punto_inicial = punto_inicial - tasa_aprendizaje * np.array(gradiente)
        historial.append(np.copy(punto_inicial))

    return historial

# Punto inicial
P=[random.uniform(-5,5  ),random.uniform(-5,5 ) ]

# Parámetros del descenso del gradiente
TA = .1
iteraciones = 100

# Realizamos el descenso del gradiente
result = descenso_gradiente(P, TA, iteraciones)
```