

## Κεραίες και Διάδοση - Σειρά Ασκήσεων 1

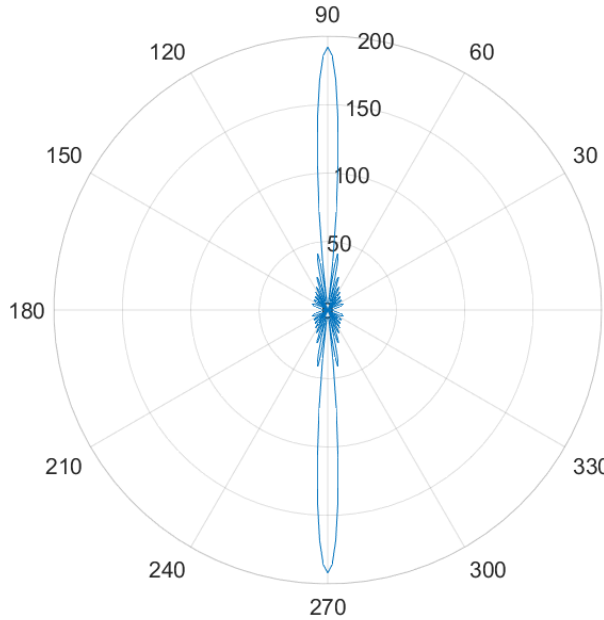
Δάφνη Νικολαΐδου - AEM 10546

### 1.1 Δισδιάστατες Στοιχειοκεραίες

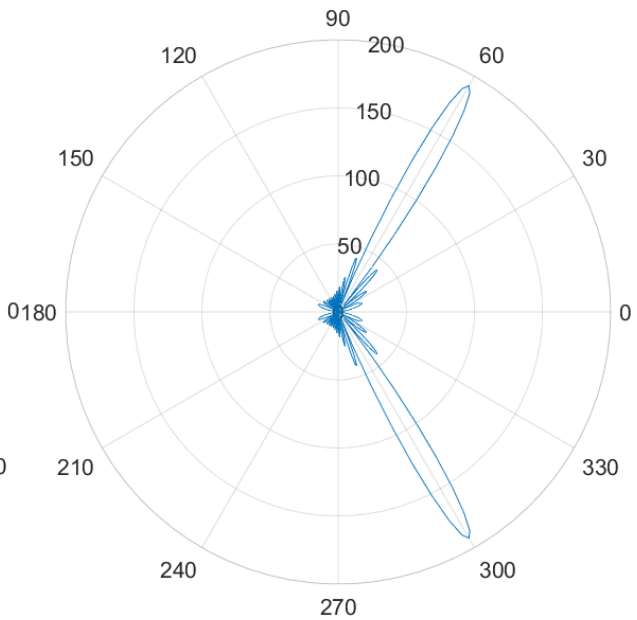
α. Σχεδίαση οριζόντιου και κατακόρυφου διαγράμματος ακτινοβολίας στο MATLAB

Οριζόντια διαγράμματα ακτινοβολίας

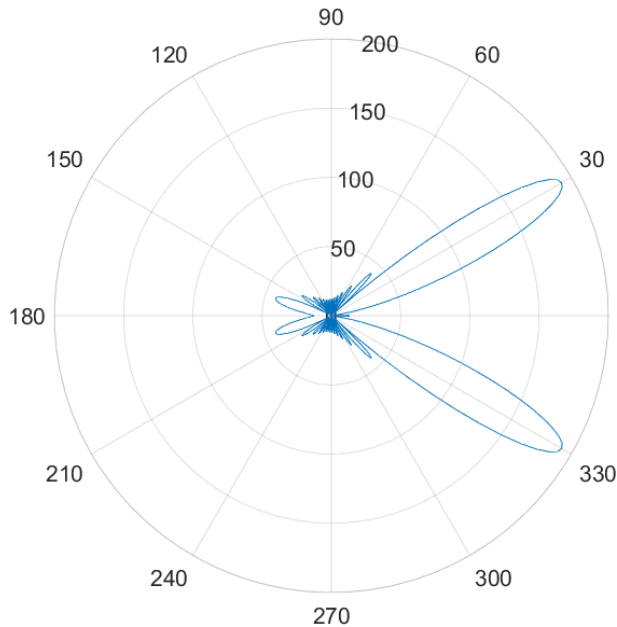
Οριζόντια Ακτινοβολία,  $d = 0.5$ ,  $\theta = 0$  μοίρες



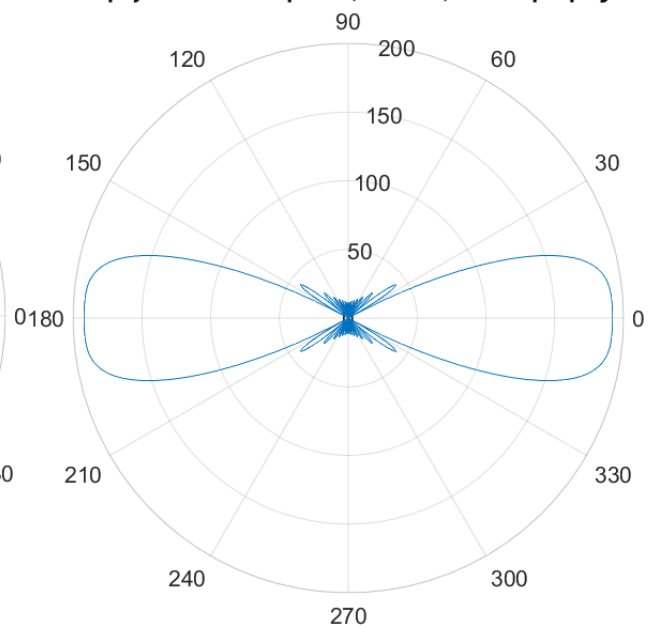
Οριζόντια Ακτινοβολία,  $d = 0.5$ ,  $\theta = 30$  μοίρες



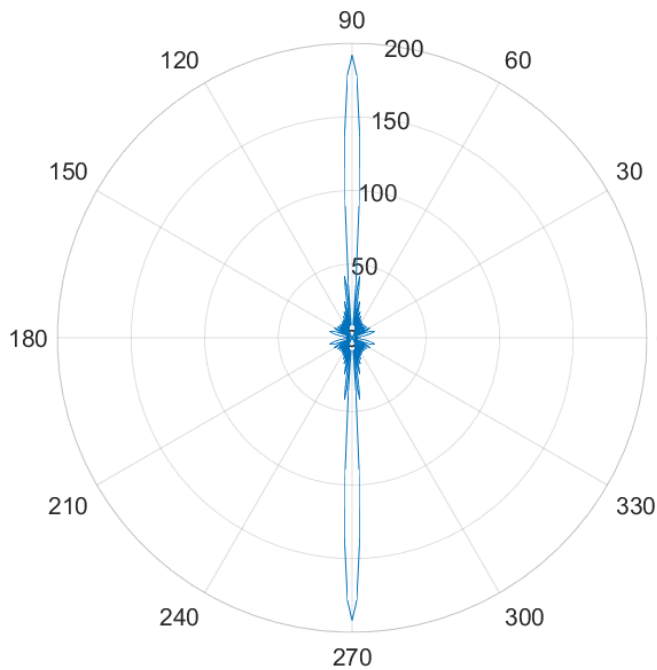
Οριζόντια Ακτινοβολία,  $d = 0.5$ ,  $\theta = 60$  μοίρες



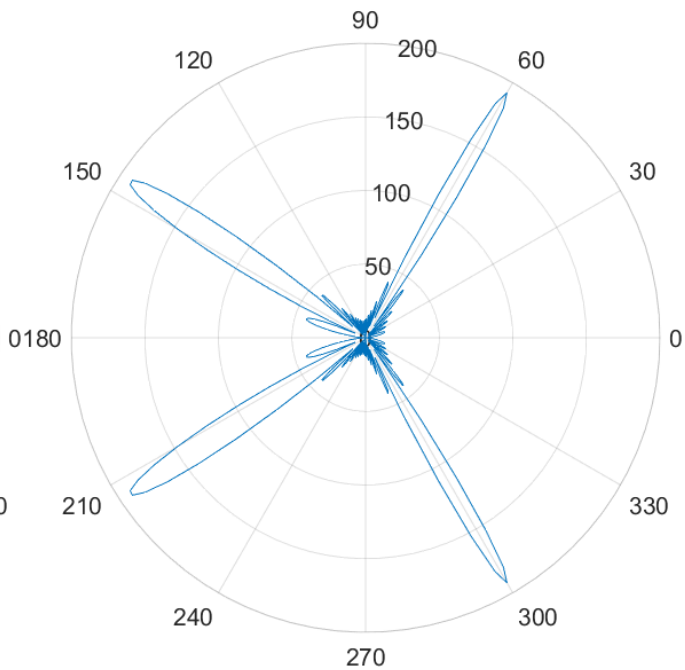
Οριζόντια Ακτινοβολία,  $d = 0.5$ ,  $\theta = 90$  μοίρες



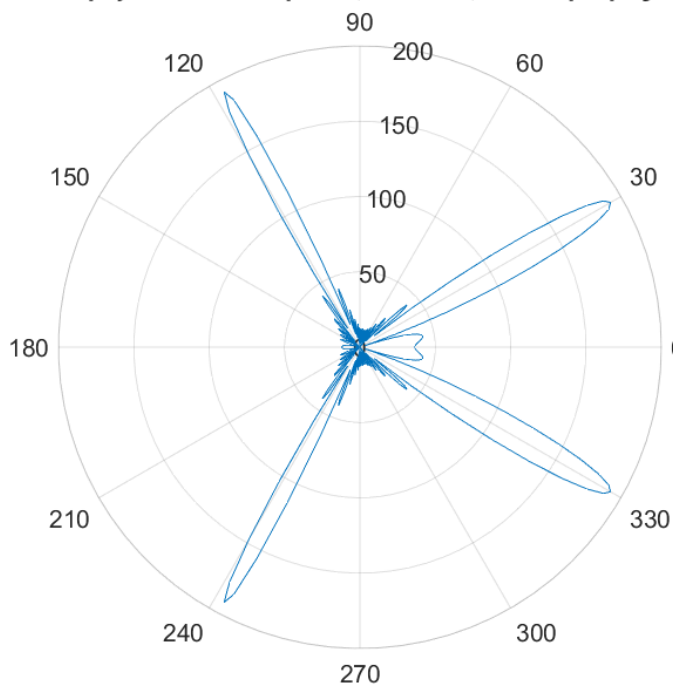
Οριζόντια Ακτινοβολία,  $d = 0.75$ ,  $\theta = 0$  μοίρες



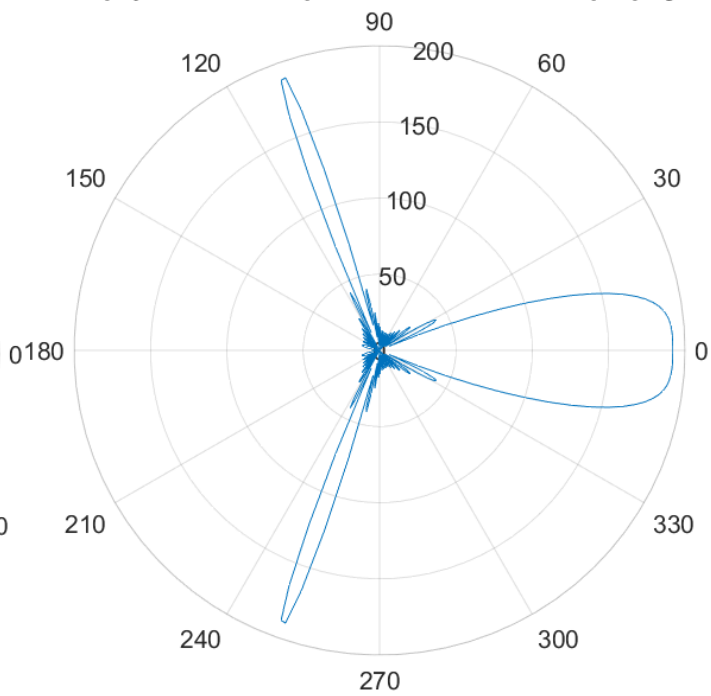
Οριζόντια Ακτινοβολία,  $d = 0.75$ ,  $\theta = 30$  μοίρες



Οριζόντια Ακτινοβολία,  $d = 0.75$ ,  $\theta = 60$  μοίρες

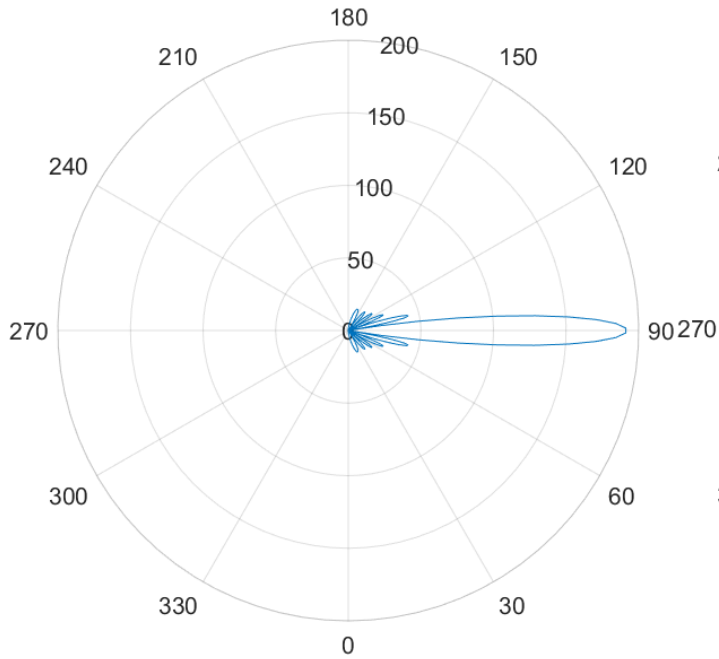


Οριζόντια Ακτινοβολία,  $d = 0.75$ ,  $\theta = 90$  μοίρες

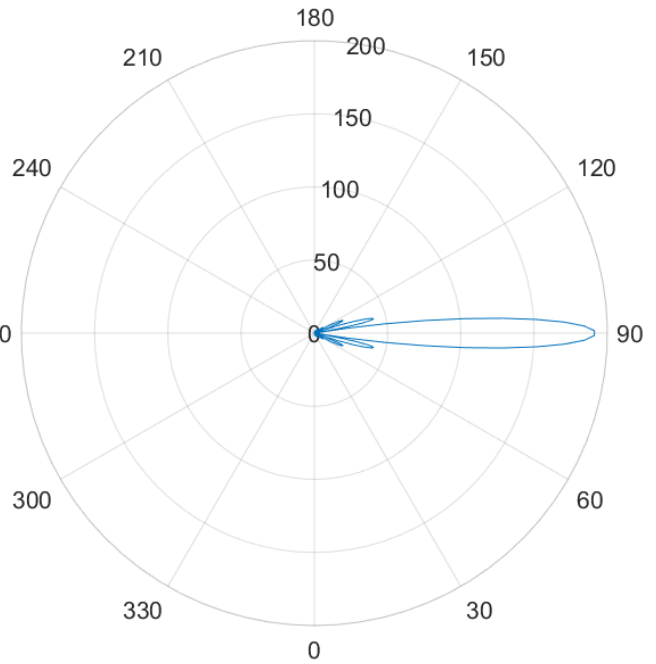


Κατακόρυφα διαγράμματα ακτινοβολίας

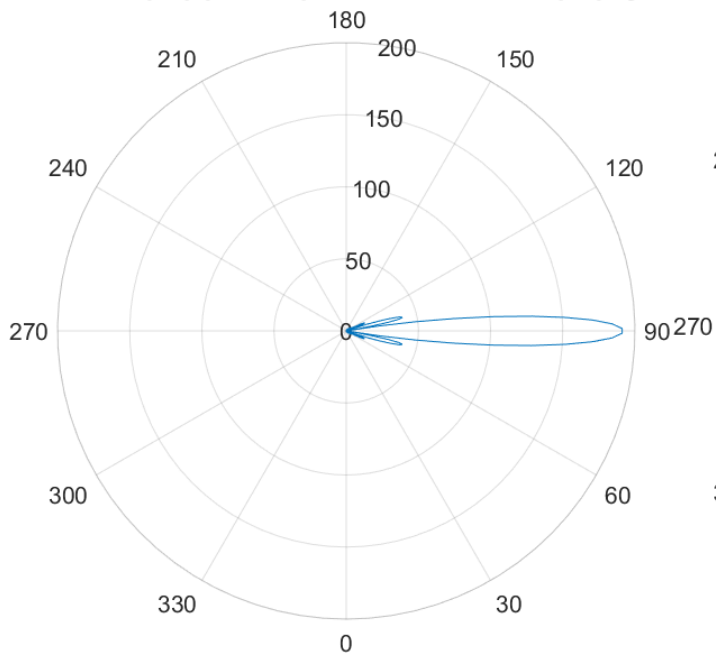
Κατακόρυφη Ακτινοβολία,  $d = 0.5$ ,  $\theta = 0$  μοίρες



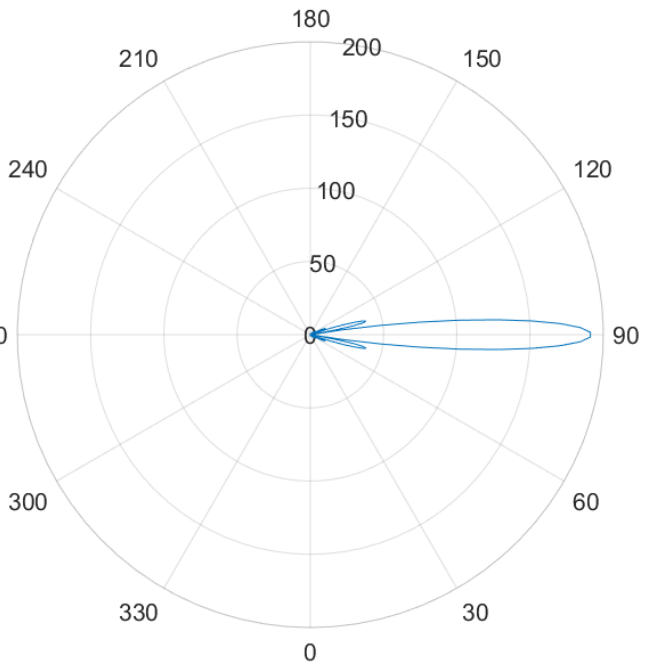
Κατακόρυφη Ακτινοβολία,  $d = 0.5$ ,  $\theta = 30$  μοίρες



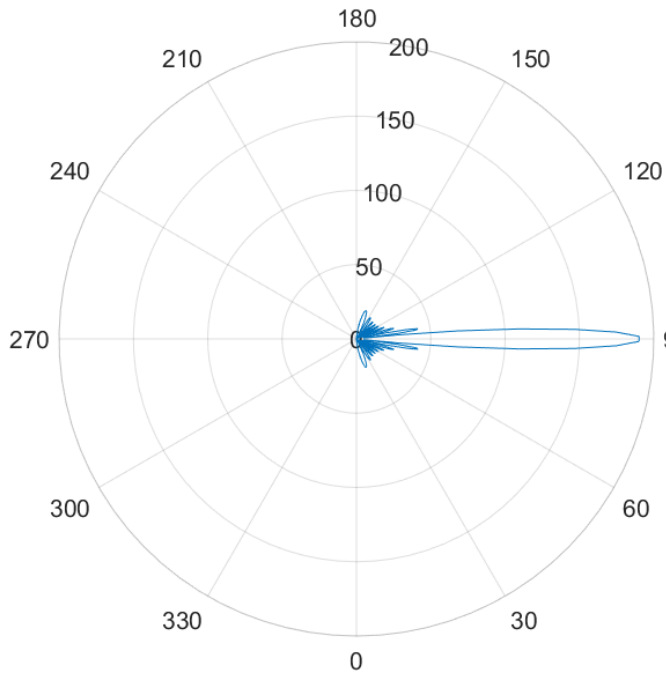
Κατακόρυφη Ακτινοβολία,  $d = 0.5$ ,  $\theta = 60$  μοίρες



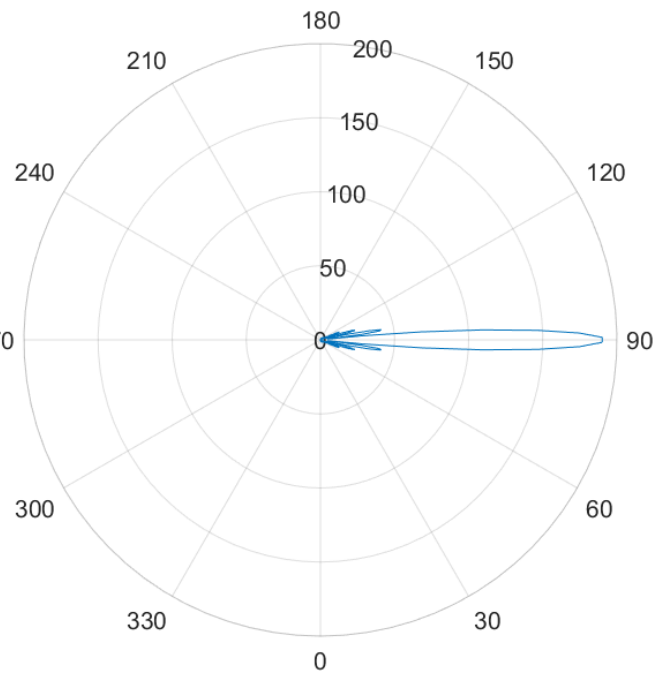
Κατακόρυφη Ακτινοβολία,  $d = 0.5$ ,  $\theta = 90$  μοίρες



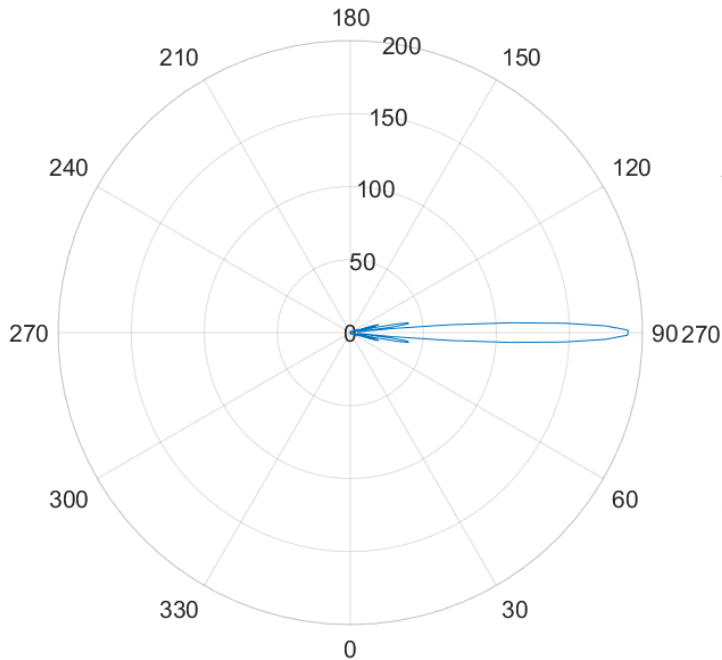
**Κατακόρυφη Ακτινοβολία,  $d = 0.75$ ,  $\theta = 0$  μοίρες**



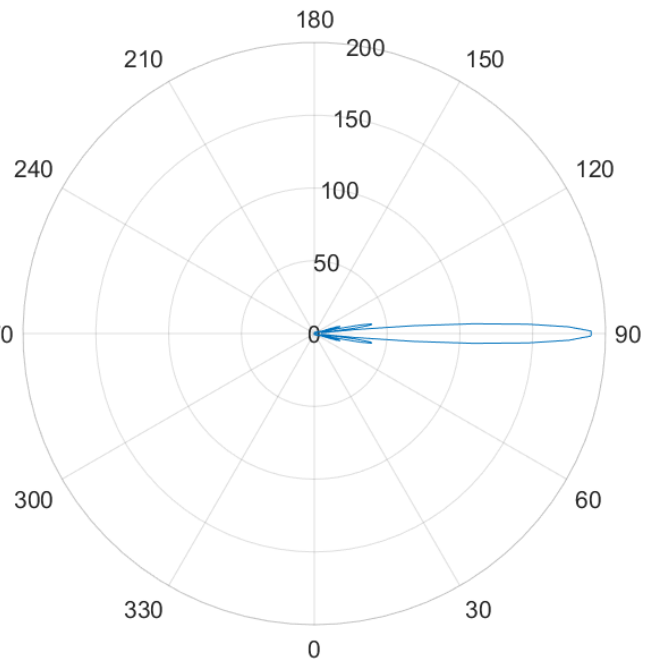
**Κατακόρυφη Ακτινοβολία,  $d = 0.75$ ,  $\theta = 30$  μοίρες**



**Κατακόρυφη Ακτινοβολία,  $d = 0.75$ ,  $\theta = 60$  μοίρες**

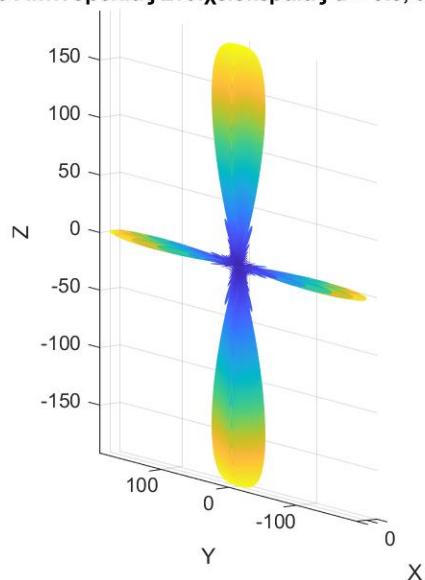


**Κατακόρυφη Ακτινοβολία,  $d = 0.75$ ,  $\theta = 90$  μοίρες**

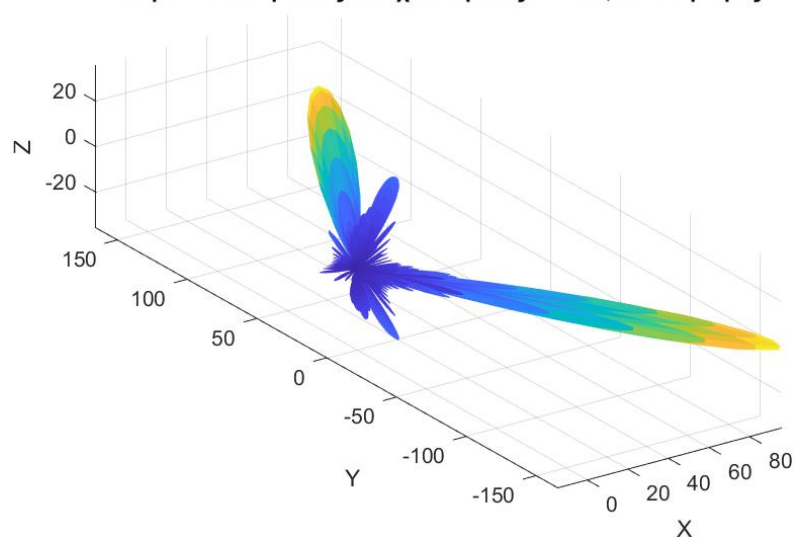


β. Σχεδίαση στερεού ακτινοβολίας στο MATLAB

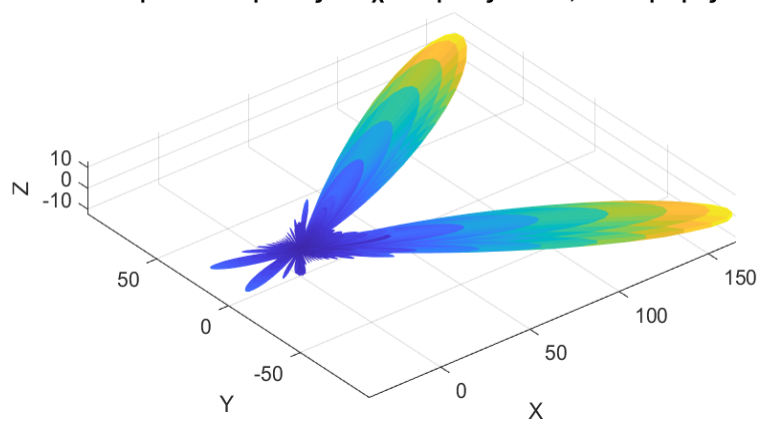
Στερέο Ακτινοβολίας Στοιχειοκεραίας  $d = 0.5$ ,  $\theta = 0$  μοίρες



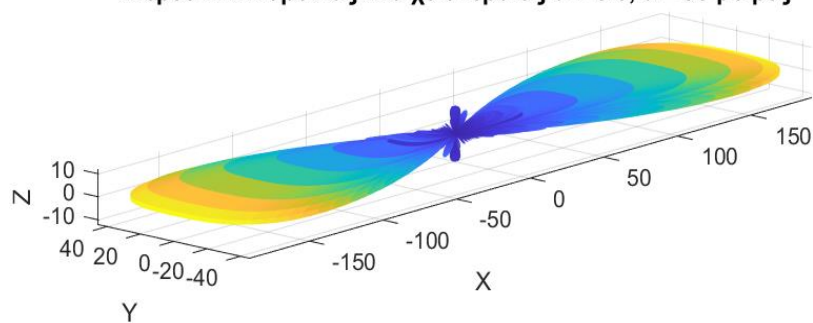
Στερέο Ακτινοβολίας Στοιχειοκεραίας  $d = 0.5$ ,  $\theta = 30$  μοίρες



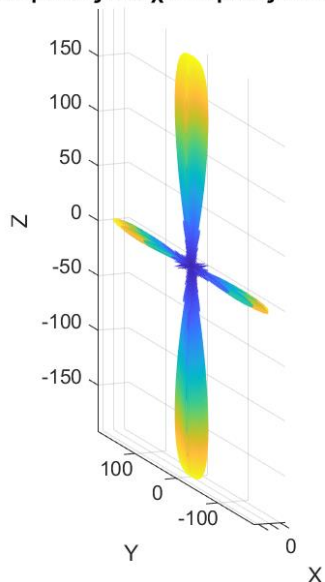
Στερέο Ακτινοβολίας Στοιχειοκεραίας  $d = 0.5$ ,  $\theta = 60$  μοίρες



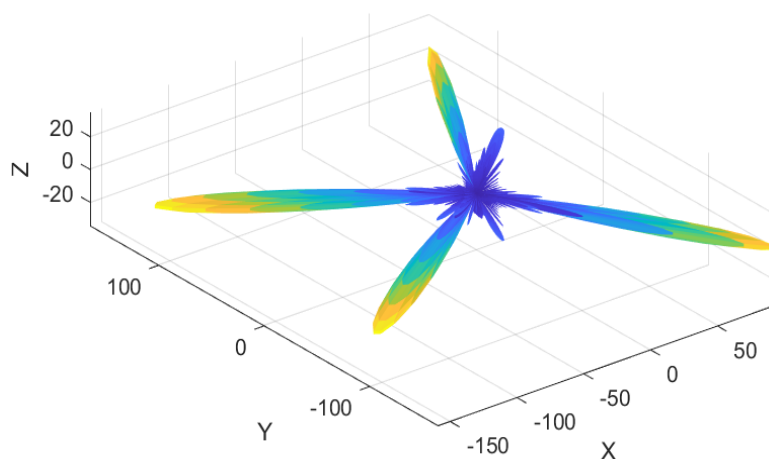
Στερέο Ακτινοβολίας Στοιχειοκεραίας  $d = 0.5$ ,  $\theta = 90$  μοίρες



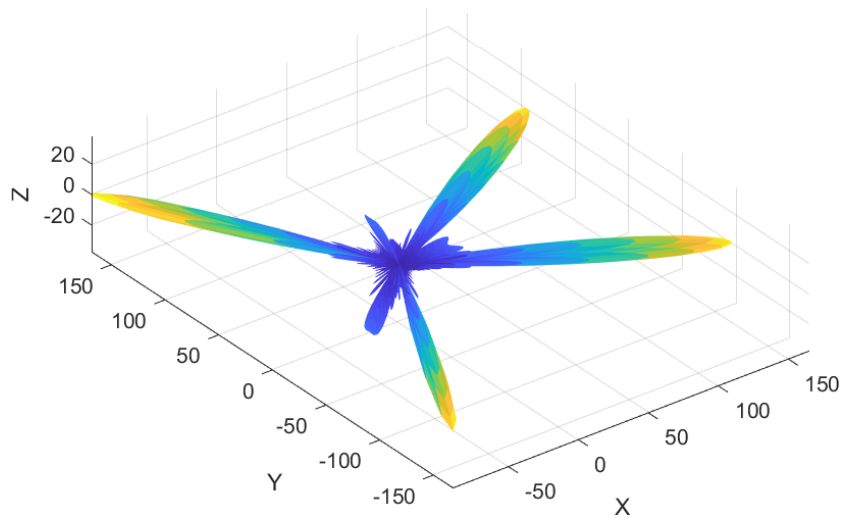
Στερέο Ακτινοβολίας Στοιχειοκεραίας  $d = 0.75$ ,  $\theta = 0$  μοίρες



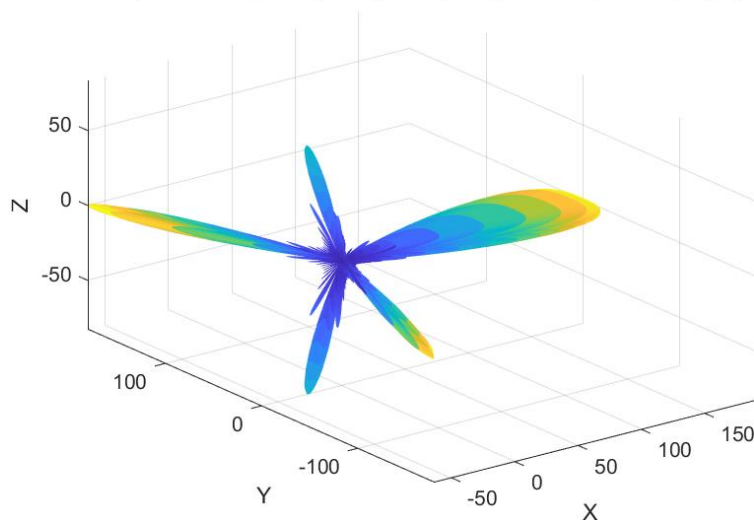
Στερέο Ακτινοβολίας Στοιχειοκεραίας  $d = 0.75$ ,  $\theta = 30$  μοίρες



Στερέο Ακτινοβολίας Στοιχειοκεραίας  $d = 0.75$ ,  $\theta = 60$  μοίρες



Στερέο Ακτινοβολίας Στοιχειοκεραίας  $d = 0.75$ ,  $\theta = 90$  μοίρες



### 1ος τρόπος:

Κάνουμε χρήση της σχέσης  $D = \pi \cos(\theta_0) D_x D_y$ . Η μέθοδος αυτή μπορεί να χρησιμοποιηθεί μόνο για στοιχειοκεραίες με ευρύπλευρη ή σχεδόν ευρύπλευρη λειτουργία. Αυτό σημαίνει ότι λαμβάνουμε αποτελέσματα για  $\theta_0 = 0, 30, 60$  μοίρες, αλλά δεν μπορούμε να την εφαρμόσουμε στην περίπτωση που  $\theta_0 = 90$  μοίρες.

Η γραμμική στοιχειοκεραία στον άξονα z λειτουργεί ως ευρύπλευρη άρα μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε τον τύπο  $D_z = 2M \frac{dz}{\lambda}$

Αντιθέτως, η γραμμική στοιχειοκεραία στον άξονα x δεν λειτουργεί ως ευρύπλευρη. Για τις περιπτώσεις όμως των γωνιών  $\theta_0 = 0, 30, 60$  μοίρες, θεωρούμε ότι δεν υπάρχει σημαντική απόκλιση από την ευρύπλευρη. Γι' αυτό μπορούμε να υπολογίσουμε τη κατευθυντικότητα της ως εξής:

$$D_x = D_{\text{ευρ}} \frac{HPBW_{\text{ευρ}}}{HPBW_{\theta_0}} \text{ με } HPBW_{\text{ευρ}} = 2N_x \frac{dx}{\lambda} \text{ και τα } HPBW_{\theta_0} \text{ να δίνονται από το γνωστό διάγραμμα}$$

Τελικά, καταλήγουμε στα εξής:

Για γωνία  $\theta = 0$  μοίρες: Κατευθυντικότητα 27.17 dBi

Για γωνία  $\theta = 30$  μοίρες: Κατευθυντικότητα 25.97 dBi

Για γωνία  $\theta = 60$  μοίρες: Κατευθυντικότητα 21.15 dBi

Για γωνία  $\theta = 90$  μοίρες: Κατευθυντικότητα -142.53 dBi

Το αποτέλεσμα που προκύπτει για  $\theta = 90$  από την υπολοίηση στο MATLAB είναι ενδεικτικό του γεγονότος ότι η μέθοδος δεν είναι αποτελεσματική για μη ευρύπλευρη στοιχειοκεραία.

### 2ος τρόπος:

Θα χρησιμοποιήσουμε μια εναλλακτική σχέση που αξιοποιεί τα HPBWs των επιμέρους γραμμικών στοιχειοκεραίων στους άξονες z και x. Η κατευθυντικότητα σε αυτή τη περίπτωση δίνεται από τη σχέση:

$$D = \frac{32400}{\theta_h \Psi_h}, \text{ όπου } \theta_h = \frac{\theta_x}{\cos(\theta_0)} \text{ και } \Psi_h = \theta_z$$

Η z στοιχειοκεραία είναι ευρύπλευρη, επομένως  $\theta_z = 48,4^\circ \frac{\lambda}{Nz dz}$

Η x στοιχειοκεραία έχει απόκλιση  $\theta_0$  από την ευρύπλευρη και το  $\theta_x$  προκύπτει από το γνωστό διάγραμμα

Οι αριθμητικές τιμές του HPBW για κάθε μία από τις γωνίες  $\theta_0$  συναρτήσει του αριθμού των στοιχείων ( $N=16$ ) δίνονται στον παρακάτω πίνακα και οι τιμές που πήραμε είναι οι εξής:

HPBW(0)= 7

HPBW(30)= 8

HPBW(60)= 14

HPBW(90)= 40

Τα τελικά αποτελέσματα είναι:

Για γωνία  $\theta = 0$  μοίρες: Κατευθυντικότητα 27.59 dBi

Για γωνία  $\theta = 30$  μοίρες: Κατευθυντικότητα 26.38 dBi

Για γωνία  $\theta = 60$  μοίρες: Κατευθυντικότητα 21.57 dBi

Για γωνία  $\theta = 90$  μοίρες: Κατευθυντικότητα 20.02 dBi

Παρατηρούμε ότι τα αποτελέσματα των δύο μεθόδων για  $\theta_0 = 0, 30, 60$  μοίρες σχεδόν ταυτίζονται, ενώ η δεύτερη μέθοδος χρησιμοποιείται επιτυχώς και στην περίπτωση που  $\theta=90$  μοίρες.

δ. Υπολογισμός κατευθυντικότητας βάσει του ορισμού

Η κατευθυντικότητα μίας ομοιόμορφης στοιχειοκεραίας ορίζεται από τη σχέση:

$$D = \frac{4\pi |E_0|_{\max}^2 |A|_{\max}^2}{\int_0^\pi \int_0^{2\pi} |E_0|^2 |A|^2 \sin \theta d\theta d\varphi}$$

Σε αυτή την εφαρμογή, προσεγγίζουμε το διπλό ολοκλήρωμα του παρονομαστή με ένα διπλό άθροισμα Riemann

Από την υλοποίηση της παραπάνω σχέσης προκύπτουν κατευθυντικότητες ίσες με:

Για γωνία  $\theta=0$  μοίρες: Κατευθυντικότητα 24.58 dBi

Για γωνία  $\theta=30$  μοίρες: Κατευθυντικότητα 22 dBi

Για γωνία  $\theta=60$  μοίρες: Κατευθυντικότητα 22.09 dBi

Για γωνία  $\theta=90$  μοίρες: Κατευθυντικότητα 23.38 dBi

Υπάρχει μια μικρή απόκλιση μεταξύ αυτών των αποτελεσμάτων και εκείνων που πήραμε από τις προηγούμενες δύο μεθόδους.

ε. Σχεδίαση κεραίας για λειτουργία ως Hansen – Woodyard

Προκειμένου να λειτουργεί επιτυχώς η κεραία ως Hansen – Woodyard, θέτουμε την απόσταση των διπόλων ίση με  $\lambda/4$ .

Η κεραία θα είναι ευρύπλευρη στον κατακόρυφο άξονα, επομένως  $\delta z = 0$  και ακροπυροδοτική Hansen –

Woodyard στον οριζόντιο, άρα  $\delta x = -kd - \frac{2.92}{Nx}$

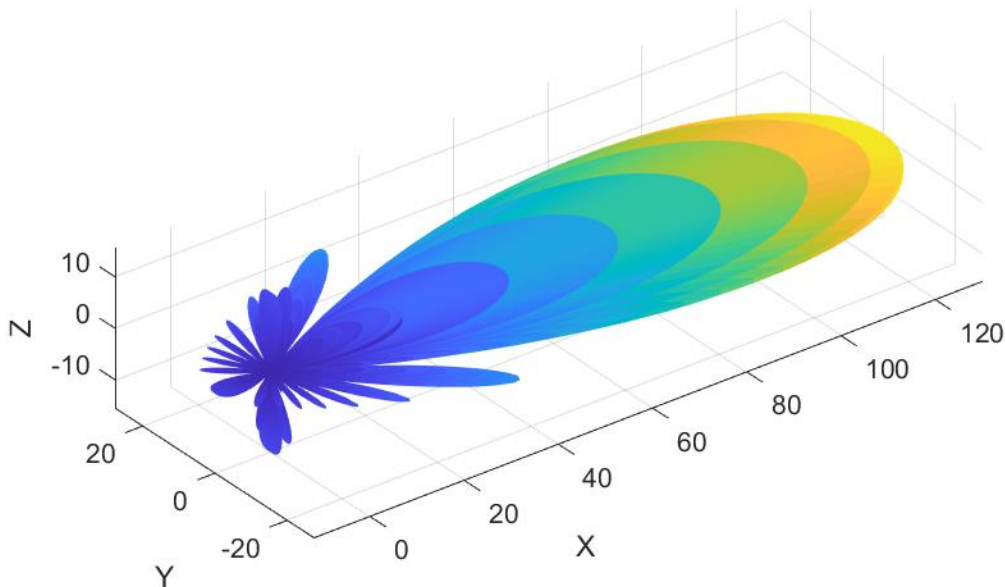
Με τον αναλυτικό τρόπο η κατευθυντικότητα είναι ίση με 21.2119 dBi

Υπολογιστικά, με βάση τον όρισμο, η κατευθυντικότητα υπολογίζεται στα 21.4505 dBi

Παρατηρούμε ότι και αυτή τη φορά η δύο μέθοδοι έχουν ελάχιστη απόκλιση μεταξύ των αποτελεσμάτων τους



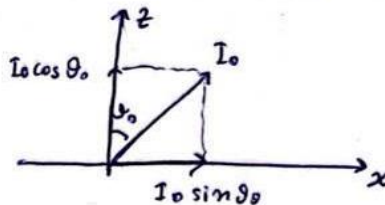
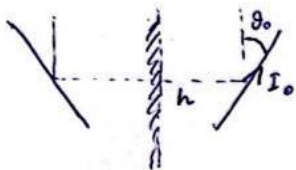
## Στερεό Ακτινοβολίας Στοιχειοκεραίας



### 1.2 Κεκλιμένο Δίπολο

α. Υπολογισμός έκφρασης μακρινού πεδίου

$$\text{Δίπολο } \frac{\lambda}{2} : E(r) = j60 I_0 \frac{e^{-jkr}}{r} \frac{\cos\left(\frac{\theta}{2} \cos\theta\right)}{\sin\theta}$$



Αναλύουμε το ρεύμα  $I_0$  σε δυο συνιστώσες κατά  $x$  και κατά  $z$ . Για κάθε μια εφαρμόζουμε τη μέθοδο των ειδώλων.

▷ Κατά  $x$

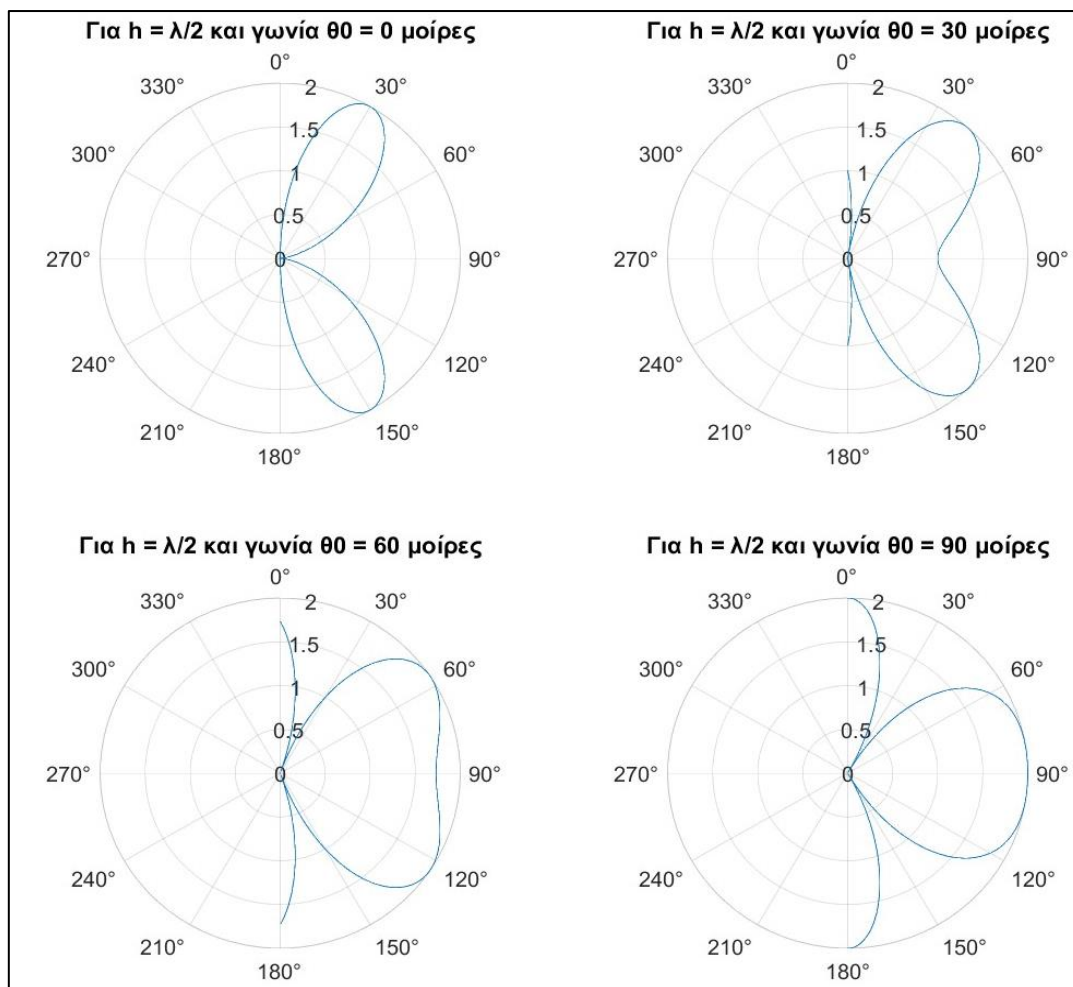
$$\begin{aligned} \rightarrow \quad & \text{Το συνολικό πεδίο κατά } x \text{ θα είναι} \\ E(x) &= E_0 \left[ \sin\theta_0 e^{j\frac{\pi}{2}} e^{-jkh \cos\phi \sin\theta} + \sin\theta_0 e^{j\frac{\pi}{2}} e^{jkh \cos\phi \sin\theta} \right] \\ &= E_0 \underbrace{\left[ j \sin\theta_0 (e^{-jkh \cos\phi \sin\theta} + e^{jkh \cos\phi \sin\theta}) \right]}_{A_x} \end{aligned}$$

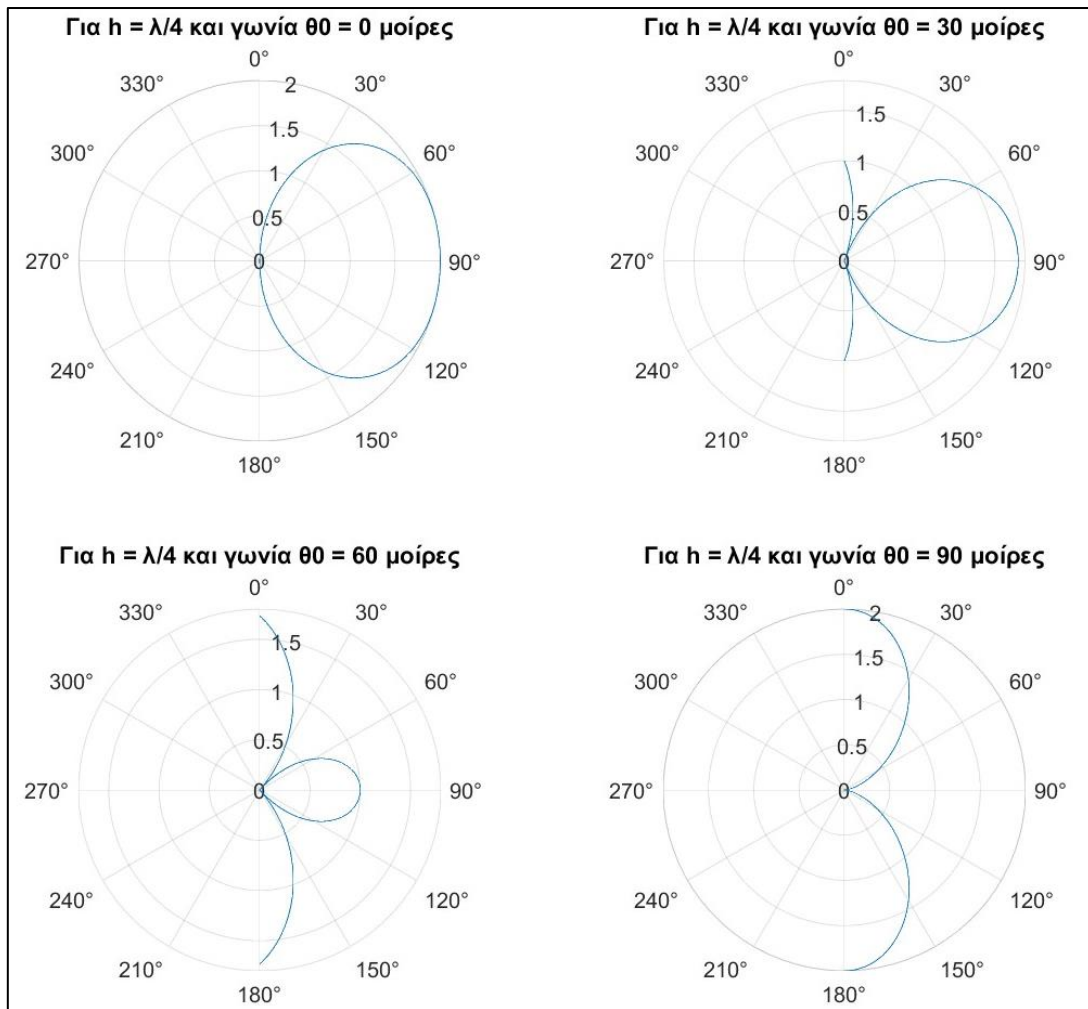
▷ Κατά  $z$

$$\begin{aligned} \downarrow \quad \uparrow \quad & \text{Το συνολικό πεδίο κατά } z \text{ θα είναι :} \\ E(z) &= E_0 \left[ \cos\theta_0 e^{jkh \cos\phi \sin\theta} + \cos\theta_0 e^{j\pi} e^{jkh \cos\phi \sin\theta} \right] \\ &= E_0 \underbrace{\left[ \cos\theta_0 (e^{-jkh \cos\phi \sin\theta} - e^{jkh \cos\phi \sin\theta}) \right]}_{A_z} \end{aligned}$$

Ο συνολικός παράγοντας στοιχειοκεραίας θα είναι  $A = A_x + A_z$

β. Σχεδίαση κατακόρυφων διαγραμμάτων ακτινοβολίας





γ. Εύρεση γωνίας για μέγιστη ακτινοβολία στο οριζόντιο επίπεδο

Για μέγιστη ακτινοβολία στο οριζόντιο επίπεδο  $\theta = 90$  και  $\phi = 0$ .

Θέλουμε να βρούμε τη τιμή της  $\theta_0$  που θα μεγιστοποιεί τον παράγοντα στοιχειοκεραίας  $A$ .

Η ζητούμενη γωνία  $\theta_0$  είναι ίση με 135 μοίρες περίπου.

### 1.3 Σχεδίαση στοιχειοκεραίας με υπολογισμό της αντίστασης εισόδου

α. Υπολογισμός αμοιβαίας σύνθετης αντίστασης δύο διπόλων  $\lambda/2$

Υλοποιούνται στο MATLAB οι σχέσεις που δίνουν την αμοιβαία σύνθετη αντίσταση με χρήση του ολοκληρωτικού ημιτόνου και συνημιτόνου.

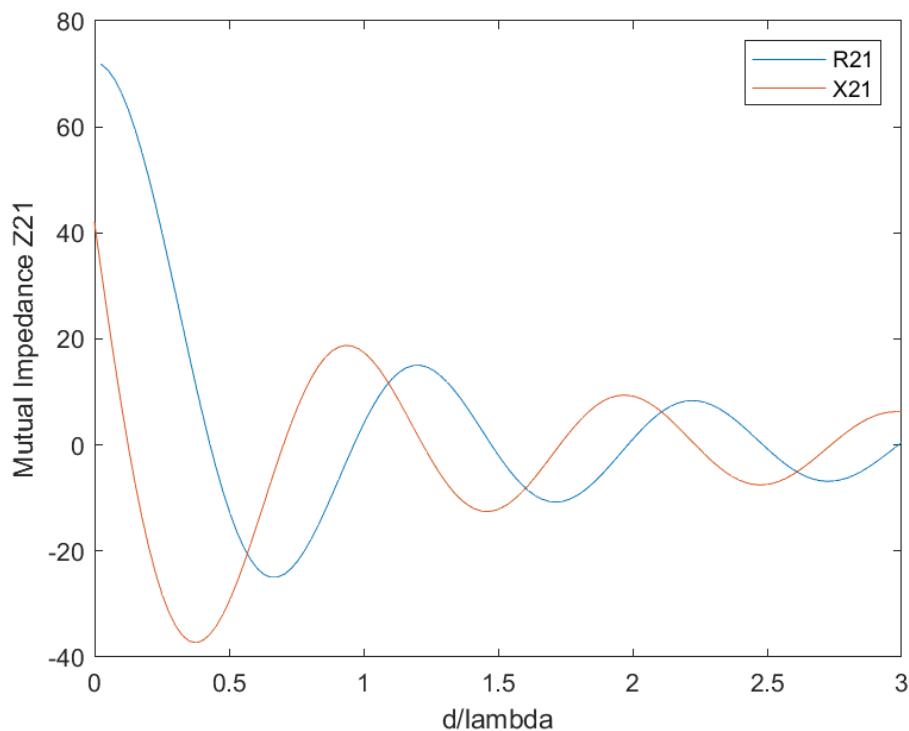
$$R_{21m} = \frac{n}{4\pi} [2C_i(u_0) - C_i(u_1) - C_i(u_2)]$$

$$X_{21m} = -\frac{n}{4\pi} [2S_i(u_0) - S_i(u_1) - S_i(u_2)]$$

$$u_0 = kd$$

$$u_1 = k \left( \sqrt{d^2 + l^2} + l \right)$$

$$u_2 = k \left( \sqrt{d^2 + l^2} - l \right)$$



β. Οριζόντιο διάγραμμα ακτινοβολίας και σύνθετη αντίσταση εισόδου στοιχειοκεραίας

Σε αυτή τη διάταξη 3 κατακόρυφα και παράλληλα τοποθετημένα δίπολα  $\lambda/2$ , εκ των οποίων μόνο το μεσαίο τροφοδοτείται, διαμορφώνουν μία γραμμική στοιχειοκεραία. Η μαθηματική ανάλυση για την εύρεση της σύνθετης αντίστασης εισόδου, που εφαρμόζεται στον κώδικα MATLAB, παρουσιάζεται παρακάτω:

$$\begin{array}{c}
 (1) \quad (2) \quad (3) \\
 \begin{array}{c} | \\ \text{---} \\ | \end{array} \quad \begin{array}{c} | \\ \text{---} \\ | \end{array} \quad \begin{array}{c} | \\ \text{---} \\ | \end{array}
 \end{array}
 \quad
 \begin{aligned}
 V_1 &= Z_{11} I_1 + Z_{12} I_2 + Z_{13} I_3 = 0 \\
 V_2 &= Z_{21} I_1 + Z_{22} I_2 + Z_{23} I_3 \\
 V_3 &= Z_{31} I_1 + Z_{32} I_2 + Z_{33} I_3 = 0
 \end{aligned}$$

Λόγω αμοιβαιότητας:  $Z_{ij} = Z_{ji}$

Επιπλέον, λόγω συμμετρίας  $Z_{12} = Z_{23}$

Θέτω  $Z_{11} = a$ ,  $Z_{12} = Z_{21} = Z_{23} = Z_{32} = b$ ,  $Z_{13} = Z_{31} = c$

άρα

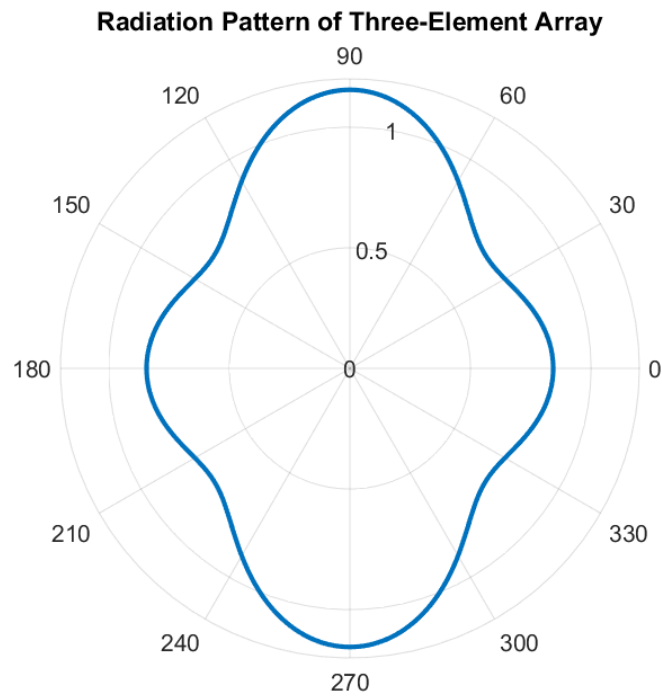
$$\begin{cases} a I_1 + b I_2 + c I_3 = 0 \\ V_2 = b I_1 + a I_2 + b I_3 \\ c I_1 + b I_2 + a I_3 = 0 \end{cases}
 \xrightarrow[\text{συμμετρία}]{I_1 = I_3}
 \begin{cases} 0 = a I_1 + b I_2 + c I_1 \\ V_2 = b I_1 + a I_2 + b I_1 \\ 0 = c I_1 + b I_2 + a I_1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow I_1 = -\frac{b}{a+c} I_2, \quad I_3 = \frac{a+c}{-b} I_1$$

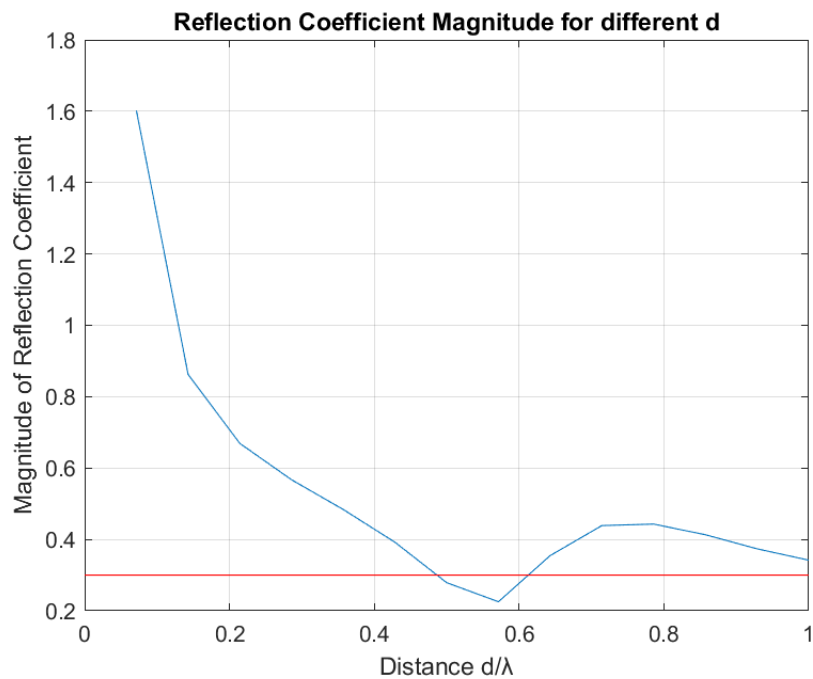
Τότε  $Z_{in} = \frac{V_2}{I_2} = \frac{b I_1}{I_2} + a + b \frac{I_1}{I_2} = a + 2b \left( -\frac{b}{a+c} \right)$

$$\Rightarrow Z_{in} = a - \frac{2b^2}{a+c}$$

Προκύπτει αντίσταση εισόδου  $Z_{in} = 61.863 + 119.08i$  και το παρακάτω διάγραμμα ακτινοβολίας:



γ. Συντελεστής ανάκλασης για διάφορες αποστάσεις  $d$



Από το διάγραμμα που τυπώσαμε, συμπεραίνουμε ότι η απαίτηση για μέτρο του συντελεστή ανάκλασης μικρότερο του 0.3 ικανοποιείται για αποστάσεις μεταξύ των στοιχείων  $d$  από  $0.49\lambda$  έως  $0.61\lambda$ .

δ. Στοιχειοκεραία με ανακλαστήρα - Συντελεστής ανάκλασης

Με τη προσθήκη του ανακλαστήρα η γεωμετρία του προβλήματος αλλάζει, εφαρμόζουμε τη μέθοδο των ειδώλων και τα αποτελέσματα δίνονται πλέον από την ακόλουθη ανάλυση



Μεθόδους των ειδωθών

$$\begin{aligned} I_1 &= -I_4 \\ I_2 &= -I_5 \\ I_3 &= -I_6 \end{aligned}$$

Ενώ λόγω συμμετρίας  
εξαιρουμένων να  
16xύουν :

$$I_1 = I_3$$

αρχά και  $I_4 = I_6$

Υπολογισμός αμοιβαίων ενδυστων αντίστασεων

(1) με (2)  
(2) με (3)  
(4) με (5)  
(5) με (6)

Απόσταση d  
(Z<sub>1</sub>)

(1) με (3)  
(4) με (6)

Απόσταση 2d  
(Z<sub>2</sub>)

(1) με (4)  
(2) με (5)  
(3) με (6)

Απόσταση 2h  
(Z<sub>3</sub>)

(2) με (4)  
(1) με (5)  
(3) με (5)  
(2) με (6)

Απόσταση  $\sqrt{(2h)^2 + d^2}$   
(Z<sub>4</sub>)

(3) με (4)  
(1) με (6)

Απόσταση  $\sqrt{(2h)^2 + (2d)^2}$   
(Z<sub>5</sub>)

Αυτοαυτίσταξεις

$$\begin{aligned} Z_{11} &= Z_{22} = Z_{33} = \\ &= Z_{44} = Z_{55} = Z_{66} \\ &= 73.1 + j42.5 \end{aligned}$$

(Z<sub>0</sub>)

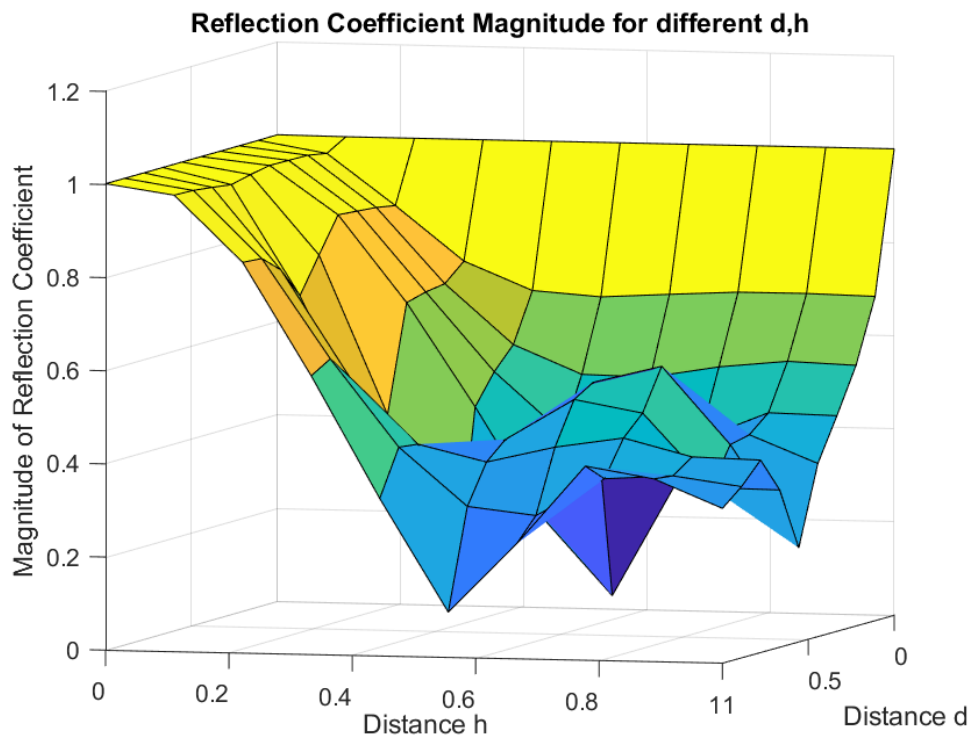
- $V_1 = 0 = (Z_0 - Z_3) I_1 + (Z_1 - Z_4) I_2 + (Z_2 - Z_5) I_3$
- $V_2 = (Z_0 - Z_3) I_2 + (Z_1 - Z_4) I_1 + (Z_2 - Z_5) I_3$
- $V_3 = 0 = (Z_0 - Z_3) I_3 + (Z_1 - Z_4) I_2 + (Z_2 - Z_5) I_1$

Από το σύστημα :

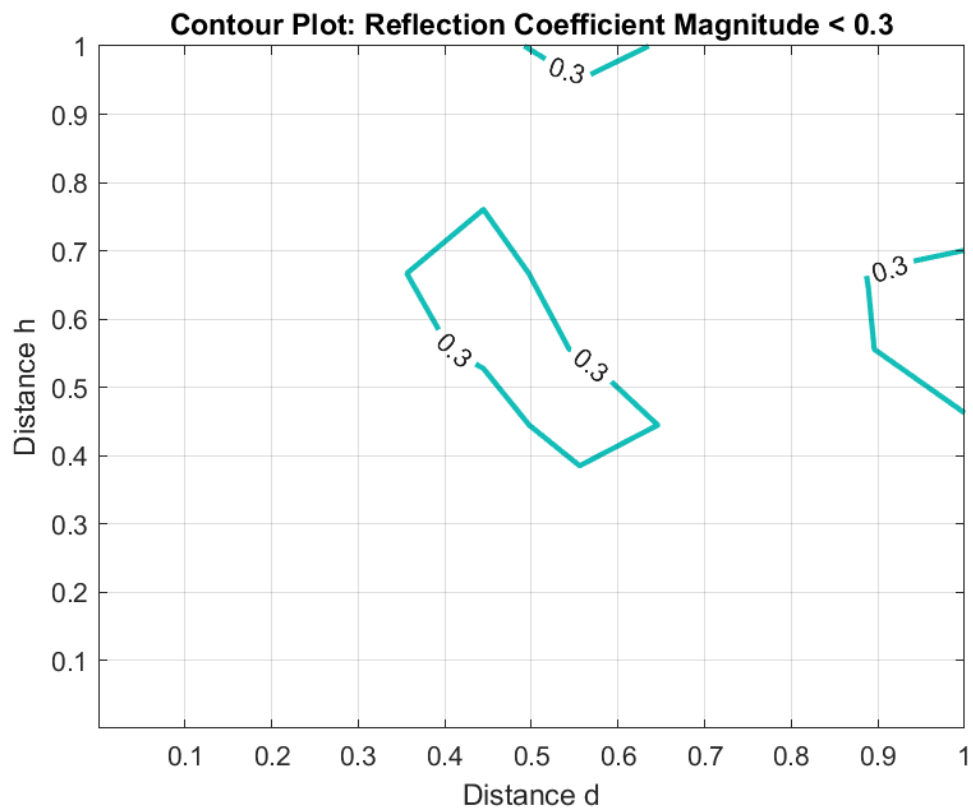
$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{Z_4 - Z_1}{Z_2 - Z_3 - Z_5 + Z_0}$$

και  $Z_{in} = \frac{V_2}{I_2} = (Z_0 - Z_3) + (Z_1 - Z_4) \frac{I_1}{I_2} + (Z_2 - Z_5) \frac{I_1}{I_2}$

Στο σχήμα απεικονίζεται ο συντελεστής ανάκλασης για κάθε συνδυασμό d και h



Οι περιοχές που ο συντελεστής ανάκλασης είναι μικρότερος από 0.3, είναι αυτές που περικλείονται από τις γαλάζιες γραμμές του contour plot.

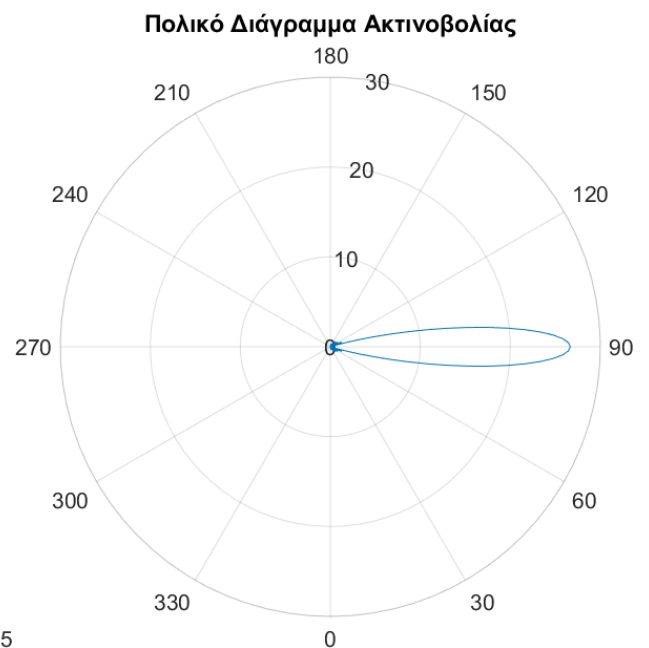
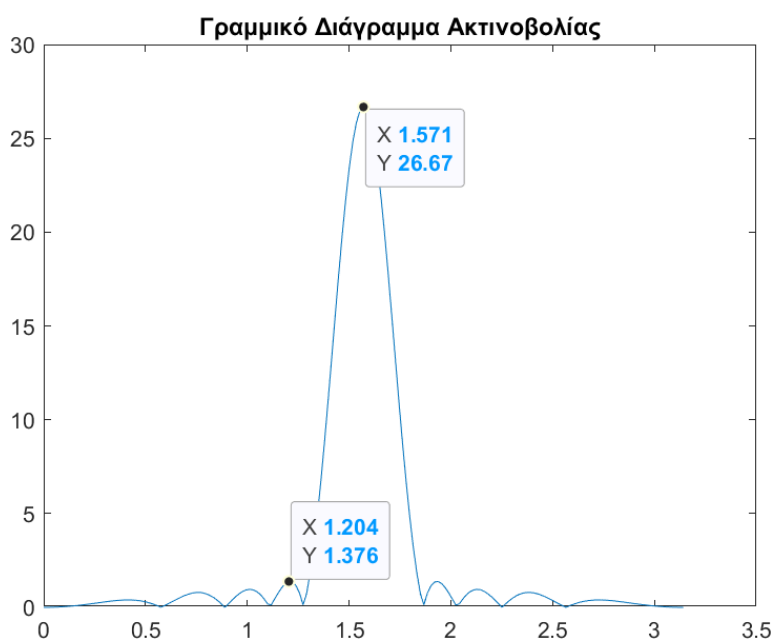


#### 1.4 Σχεδίαση ανομοιόμορφης στοιχειοκεραίας με τεχνικές βελτιστοποίησης

α. Βελτιστοποίηση στοιχειοκεραίας με χρήση γενετικού αλγόριθμου

Οι βέλτιστες τιμές για τα ρευματα  $I_n$  που προκύπτουν είναι οι εξής:

I1	I2	I3	I4	I5
1	1.937	2.72	3.57	4

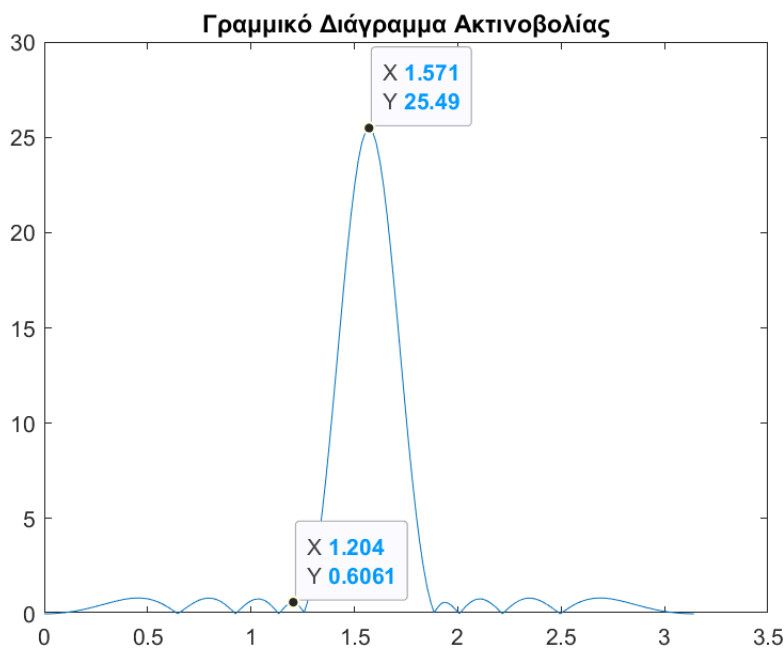


Από το διάγραμμα ακτινοβολίας μπορούμε να υπολογίσουμε το ύψος του 1ου (και υψηλότερου) πλευρικού λοβού σε σχέση με τον κύριο, το οποίο είναι ίσο με  $20 \log_{10} \frac{1.376}{26.67} = -25.748 \text{ dB}$ .

### β. Βελτιστοποίηση με χρήση συντελεστών βάρους

Οι βέλτιστες τιμές για τα ρευματα  $I_n$  που προκύπτουν είναι οι εξής:

I1	I2	I3	I4	I5
1	1.644	2.614	3.485	4



Υπολογίζουμε και πάλι από το διάγραμμα ακτινοβολίας το ύψος του 1ου πλευρικού λοβού σε σχέση με τον κύριο, το οποίο είναι ίσο με  $20 \log_{10} \frac{0.60}{25.49} = -32.564 \text{ dB}$ . Έχει σαφώς βελτιωθεί το αποτέλεσμα.

### γ. Βελτιστοποίηση κατευθυντικότητας κεραίας

Ζητείται η μεγιστοποίηση της παρακάτω σχέσης:

$$D = \frac{kd \left( \sum_{n=0}^{N-1} I_n \right)^2}{\sum_{n=0}^{N-1} \sum_{m=0}^{N-1} I_n I_m^* e^{j(n-m)\delta} \frac{\sin(n-m)kd}{n-m}}$$

Θα χρησιμοποιήσουμε και πάλι τον γενετικό αλγόριθμο, εφαρμοσμένο όμως στην  $-D$ , ώστε να πετύχουμε μεγιστοποίηση (ο ga είναι αλγόριθμος ελαχιστοποίησης της συνάρτησης)

Οι βέλτιστες τιμές για τα ρεύματα  $I_n$  που προκύπτουν είναι οι εξής:

I1	I2	I3	I4	I5
4	4	4	4	4

Πρόκειται, δηλαδή, για ομοιόμορφη στοιχειοκεραία.