

Leyes de De Morgan

Daniela Pinto Veizaga

August 18, 2019

*Demostración: **Primera Ley de De Morgan.*** Sean A, B conjuntos, entonces:

$$\overline{(A \cap B)} = \bar{A} \cup \bar{B}.$$

Si $\overline{A \cap B}$ o $\bar{A} \cup \bar{B}$ son conjuntos vacíos, entonces ambas contenciones se cumplen ya que el vacío es subconjunto de cualquier conjunto. Para todos los demás casos, la demostración por doble contención se da la siguiente manera:

$$\begin{aligned} \text{Sea } x \in \overline{A \cap B} &\iff x \notin (A \cap B) \\ &\iff (x \notin A \text{ o } x \notin B) \\ &\iff (x \in \bar{A} \text{ o } x \in \bar{B}) \\ &\iff x \in \bar{A} \cup \bar{B} \end{aligned}$$

■

*Demostración: **Segunda Ley de De Morgan.*** Sean A, B conjuntos, entonces:

$$\overline{(A \cup B)} = \bar{A} \cap \bar{B}.$$

Si $\overline{A \cup B}$ o $\bar{A} \cap \bar{B}$ son conjuntos vacíos, entonces ambas contenciones se cumplen ya que el vacío es subconjunto de cualquier conjunto. Para todos los demás casos, la demostración por doble contención se da la siguiente manera:

$$\begin{aligned} \text{Sea } x \in \overline{A \cup B} &\iff x \notin (A \cup B) \\ &\iff (x \notin A \text{ y } x \notin B) \\ &\iff (x \in \bar{A} \text{ y } x \in \bar{B}) \\ &\iff x \in \bar{A} \cap \bar{B} \end{aligned}$$

■