Teorema 1. Sean A, B, C conjuntos, entonces:

$$A \setminus (B \cup C) = (A \setminus B) \cap (A \setminus C).$$

Proof. Demostrando la doble contención:

1. A$\setminus(B \cup C) \subseteq (A \setminus B) \cap (A \setminus C)$

$$\begin{aligned}
Sea\ \ x \in A \setminus (B \cup C) &\Leftrightarrow x \in A \ \ y \ \ x \notin (B \cup C) \\
&\Leftrightarrow x \in A \ \ y \ \ (x \notin B \ \ y \ \ x \notin C) \\
&\Leftrightarrow (x \in A \ \ y \ \ x \notin B) \ \ y \ \ (x \in A \ \ y \ \ x \notin C) \\
&\Leftrightarrow x \in (A \setminus B) \ \ y \ \ x \in (A \setminus C) \\
&\Leftrightarrow x \in (A \setminus B) \cap (A \setminus B).
\end{aligned}$$

Con lo que se demuestra la primera y segunda contención, dado que los conectores son del tipo "sí solo sí". Sin embargo, por cuestiones didácticas, a continuación se demostrará la segunda contención de manera explícita.

2. (A$\setminus B) \cap (A \setminus C) \subseteq \ \ A \setminus (B \cup C)$

$$\begin{aligned}
Sea\ \ x \in (A \setminus B) \cap (A \setminus C) &\Leftrightarrow x \in (A \setminus B) \ \ y \ \ x \in (A \setminus C) \\
&\Leftrightarrow (x \in A \ \ y \ \ x \notin B) \ \ y \ \ (x \in A \ \ y \ \ x \notin C) \\
&\Leftrightarrow (x \in A \ \ y \ \ x \in A) \ \ y \ \ (x \notin B \ \ y \ \ x \notin C) \\
&\Leftrightarrow x \in A \ \ y \ \ (x \notin B \ \ y \ \ x \notin C) \\
&\Leftrightarrow x \in A \setminus (B \cup C).
\end{aligned}$$

■

Teorema 2. Sean A, B, C conjuntos, entonces:

$$A \setminus (B \cap C) = (A \setminus B) \cup (A \setminus C).$$

Proof. Demostrando la doble contención:

1. A$\setminus(B \cap C) \subseteq (A \setminus B) \cup (A \setminus C)$

$$\begin{aligned} Sea\ \ x \in A \setminus (B \cap C) &\Leftrightarrow x \in A\ \ y\ \ x \notin (B \cap C) \\ &\Leftrightarrow x \in A\ \ y\ \ (x \notin B\ \ o\ \ x \notin C) \\ &\Leftrightarrow (x \in A\ \ y\ \ x \notin B)\ \ o\ \ (x \in A\ \ y\ \ x \notin C) \\ &\Leftrightarrow x \in (A \setminus B)\ \ o\ \ x \in (A \setminus C) \\ &\Leftrightarrow x \in (A \setminus B) \cup (A \setminus B). \end{aligned}$$

Con lo que se demuestra la primera y segunda contención, dado que los conectores son del tipo "sí solo sí". Sin embargo, por cuestiones didácticas, a continuación se demostrará la segunda contención de manera explícita.

2. $(\mathrm{A} \setminus B) \cup (A \setminus C) \subseteq \ \ A \setminus (B \cap C)$

$$\begin{aligned} Sea\ \ x \in (A \setminus B) \cup (A \setminus C) &\Leftrightarrow x \in (A \setminus B)\ \ o\ \ x \in (A \setminus C) \\ &\Leftrightarrow (x \in A\ \ y\ \ x \notin B)\ \ o\ \ (x \in A\ \ y\ \ x \notin C) \\ &\Leftrightarrow (x \in A\ \ o\ \ x \in A)\ \ y\ \ (x \notin B\ \ o\ \ x \notin C) \\ &\Leftrightarrow x \in A\ \ y\ \ (x \notin B\ \ o\ \ x \notin C) \\ &\Leftrightarrow x \in A\ \ y\ \ x \notin (B \cap C) \\ &\Leftrightarrow x \in A \setminus (B \cap C). \end{aligned}$$

■