Modelo Ak (Crecimiento endógeno)

Abandonamos el supuesto de una función de producción neoclásica.

(1) $\boldsymbol{Y_t = AK_t}$ Función lineal en el stock de capital

Donde;

A: es una variable constante (no hay crecimiento del progreso tecnológico)

A primera vista, se observa que no incluye el factor trabajo; no obstante, lo incluye a través del concepto ***capital humano*** (recursos en forma de comida, educación, etc.)

El capital humano se entiende como el capital en sentido amplio, es decir, el capital físico y el capital humano, para el capital humano se requiere inversión y se sacrifica consumo presente.

No es una función de producción neoclásica porque no cumple con todos los supuestos:

- Tiene rendimientos positivos, pero no decrecientes del capital
$$\frac{\partial Y}{\partial K} = A$$
$$\frac{\partial^2 Y}{\partial K^2} = 0$$
La segunda derivada no es negativa como en el modelo de Solow
- No satisface las condiciones INADA dado que el $PMg_k = A$, es decir, $\frac{\partial Y}{\partial K} = A$ por lo que no se aproxima o converge a cero cuando K se aproxima a infinito a cero.
- Sí tiene rendimientos constantes a escala
$$F(\lambda K) = \lambda(AK_t) = \lambda Y_t$$

Desarrollo del modelo

Supuestos
- $\boldsymbol{s}$ Economía cerrada y sin gasto de Gobierno
- $\boldsymbol{s}$ Constante
- $\boldsymbol{n}$ Constante y exógena
- $\boldsymbol{\delta}$ Constante
- $\boldsymbol{A_t}$ donde su tasa de crecimiento $\boldsymbol{g = 0}$

De la ecuación fundamental de Solow tenemos que:

$\dot{k} = s\,f(k_t) - (n + \delta + g)\,k_t$ sabemos que $g = 0$

Por lo cual: $\dot{k} = s\,f(k_t) - (n + \delta)\,k_t$ **(2)**

Función de producción agregada

$$Y_t = AK_t$$

En per cápita

(3) $y = f(k_t) = Ak_t$ Función de producción intensiva

A fin de conocer la tasa de crecimiento sustituimos la $f(k_t)$ en la ecuación **(2)** y dividimos por k_t

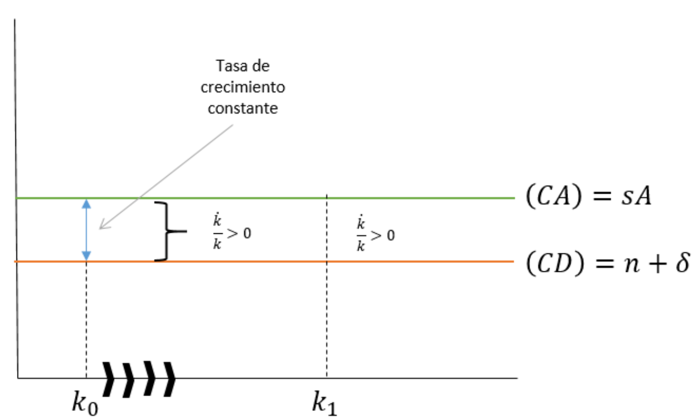
$$\frac{\dot{k}}{k} = \frac{s\,Ak}{k} - (n + \delta)\frac{k_t}{k_t}$$

(4) $\frac{\dot{k}}{k} = sAk - (n + \delta)$ *Tasa de crecimiento del stock de capital per cápita

Curva de ahorro

Curva de depreciación

* La tasa de crecimiento es constante (diferencia de números constantes)



Suponemos que sA > n+δ

$\gamma_k = \gamma_y^* = s\,A - (n + \delta)$

Derivado de lo anterior, en el estado estacionario las variables per cápita crecen a:

(5)
$$\frac{\dot{y}}{y} = sA - (n+\delta)$$
$$\frac{\dot{k}}{k} = sA - (n+\delta)$$
$$\frac{\dot{c}}{c} = sA - (n+\delta)$$

Las variables agregadas crecen a:

$$k = \frac{K}{L}$$
$$K = L * k$$

Aplicando logaritmos naturales

$$\ln K = \ln L + \ln k$$
$$\frac{\partial lnK}{\partial t} = \frac{\partial lnL}{\partial t} + \frac{\partial lnk}{\partial t}$$
$$\frac{\dot{K}}{K} = \frac{\dot{L}}{L} + \frac{\dot{k}}{k}$$
$$\frac{\dot{K}}{K} = \cancel{n} + \ [sA - (\cancel{n} + \delta)]$$

$$\textbf{(6)}\ \frac{\dot{\boldsymbol{K}}}{\boldsymbol{K}} = \boldsymbol{sA - \delta}$$

$$y = \frac{Y}{L}$$
$$Y = y * L$$

$$\frac{\partial lnY}{\partial t} = \frac{\partial lny}{\partial t} + \frac{\partial lnL}{\partial t}$$
$$\frac{\dot{Y}}{Y} = \frac{\dot{y}}{y} + \frac{\dot{L}}{L}$$
$$\frac{\dot{Y}}{Y} = s\,A - n - \ \delta + n$$

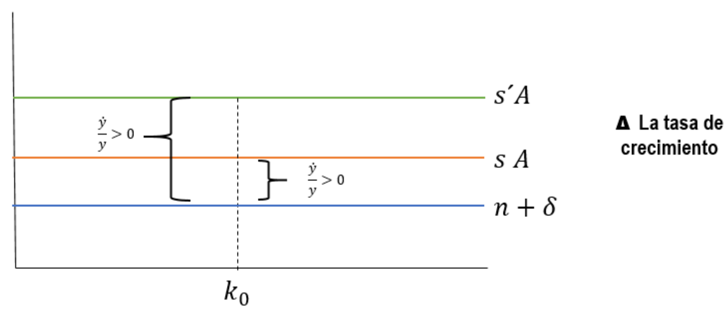
$$\textbf{(7)}\ \frac{\dot{\boldsymbol{Y}}}{\boldsymbol{Y}} = \boldsymbol{s\,A - \ \delta}$$

Resultados

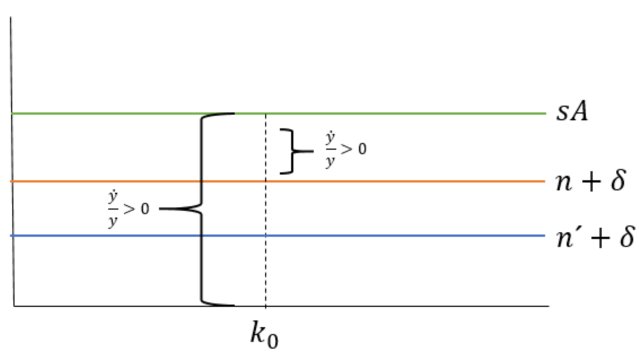
1. La tasa de crecimiento del producto per cápita puede ser positiva sin tener que suponer que alguna variable crece continua y exógenamente
2. No hay una transición al estado estacioneario ya que siempre se crece a $\gamma^* = sA - \delta$ independientemente del valor del capital
   Lo anterior, dado que no hay rendimientos decrecientes de capital

3. No predice convergencia porque no cumple con las condiciones INADA
4. La tasa de crecimiento viene determinada por factores visibles
   4.1. Las políticas de ahorro impulsadas por el Gobierno afectan la tasa de crecimiento de la economía

a. Supongamos que la tasa de ahorro aumenta de s a s´



b. Supongamos que disminuye la tasa de crecimiento de la población n a n´, tal que n´< n



Cambios en la tasa de crecimiento de la población afecta la tasa de crecimiento de la economía.

Por lo tanto, las políticas demográficas de control poblacional tienen efectos sobre la tasa de crecimiento de la economía.