3. considere una economía que se ajusta al modelo de Solow con progreso tecnológico, la información de la economía es la siguiente:

$$Y_t = F(K_t, A_tL_t) = K_t^\alpha (A_tL_t)^{1-\alpha}$$

$$s; n; g$$

a. **Calcule los valores en el estado estacionario de Y, K y C en unidades de trabajo eficiente**

Desarrollo:

1. Función de producción en unidades de trabajo eficiente

$$\frac{Y_t}{A_tL_t} = \left(\frac{Y_t}{A_tL_t}\right)^\alpha \cancel{\left(\frac{A_tL_t}{A_tL_t}\right)^{1-\alpha}}$$

2. Por lo cual, $\hat{y} = \hat{k}^\alpha$
3. De conformidad con la ecuación fundamental de Solow, tenemos que:

$$\hat{k}_t = sf(\hat{k}) - (n + \delta + g)\hat{k}$$

Sabemos que $\hat{k} = 0$

Sustituyendo:

$$0 = s\hat{k}^\alpha - (n + \delta + g)\hat{k}$$

$$s\hat{k}^\alpha = (n + \delta + g)\hat{k}$$

Despejando $\hat{k}$

$$\frac{\hat{k}}{\hat{k}^\alpha} = \frac{s}{n + \delta + g}$$

$$\hat{k}^{1-\alpha} = \frac{s}{n+\delta+g}$$

$$\hat{k}^* = \left(\frac{s}{n+\delta+g}\right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}}$$ ***Valor del capital de estado estacionario en términos de trabajo eficiente***

4. Partiendo del numeral 2 anterior, $\hat{y} = f(\hat{k}) = \hat{k}^\alpha$

Con base en lo anterior, $\hat{y}^* = f(\hat{k}^*) = \hat{k}^{*\,\alpha}$

Por lo cual, $\hat{y}^* = \hat{k}^{*\,\alpha} = \left[\left(\frac{s}{n+\delta+g}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}}\right]^\alpha$

$\hat{y}_t{}^* = \left(\frac{s}{n+\delta+g}\right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}}$ ***Valor del producto de estado estacionario en términos de trabajo eficiente***

5. Una vez obtenidos los datos anteriores, sustituimos en la ecuación del modelo $\hat{c}_t{}^* = (1-s)\,\hat{y}_t{}^*$

6. Sustituyendo el valor de $\hat{y}_t{}^*$

$$\hat{c}_t{}^* = (1-s)\left(\frac{s}{n+\delta+g}\right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}}$$

Valor del consumo de estado estacionario en términos de trabajo eficiente

b. Calcule las tasas de crecimiento de $\boldsymbol{Y_t}$

Sabemos que $\hat{y}_t{}^* = \left(\frac{Y_t}{A_t L_t}\right) = \left(\frac{s}{n+\delta+g}\right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}}$

Despejando Y_t $\quad Y_t = \left(\frac{s}{n+\delta+g}\right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} A_t L_t$

Aplicando *logaritmo natural*

$\ln Y_t = \frac{\alpha}{1-\alpha}\ln\left(\frac{s}{n+\delta+g}\right) + \ln A_t + ln\ L_t$

Derivamos respecto a t

$$\frac{d\ln Y_t}{dt} = \frac{\alpha}{1-\alpha}\ d\ \frac{\ln\left(\frac{s}{n+\delta+g}\right)}{dt} + d\ \frac{\ln A_t}{dt} + d\,\frac{\ln L_t}{dt}$$

$$\frac{\dot{Y}_t}{Y_t} = 0 + \frac{\dot{A}_t}{A_t} + \frac{\dot{L}_t}{L_t}$$

Sabemos que:

- La tasa de crecimiento del progreso tecnológico es $\frac{\dot{A}_t}{A_t} = g$
- La tasa de crecimiento de la población es $\frac{\dot{L}_t}{L_t} = n$

Por lo que se concluye que la tasa de crecimiento del producto en términos agregados es $\frac{\dot{Y}_t}{Y_t} = g + n$

c. Calcule la tasa de crecimiento de y

$$\hat{y}_t{}^* = \frac{Y_t}{A_t L_t}$$

Despejando $\frac{Y_t}{L_t} = \left(\frac{s}{n+\delta+g}\right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} A_t$

Sabemos que $\frac{Y_t}{L_t} = y_t$

Por lo cual, $y_t = \left(\frac{s}{n+\delta+g}\right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} A_t$

Aplicando *logaritmo natural*
$\ln y_t = \frac{\alpha}{1-\alpha} \ln\left(\frac{s}{n+\delta+g}\right) + \ln A_t$

Derivando respecto a t

$$\frac{\dot{y}_t}{y_t} = 0 + \frac{\dot{A}_t}{A_t}$$

Sabemos que:

- La tasa de crecimiento del progreso tecnológico es $\frac{\dot{A}_t}{A_t} = g$

Por lo que se concluye que la tasa de crecimiento del producto en términos per cápita $\frac{\dot{y}_t}{y_t} = g$

4. 4. (Modelo de Solow) Considere dos economías, Canadá y Haití, que se encuentran por debajo de su Estado Estacionario. Dado que estos dos países tienen características muy diferentes, es de esperar que:

a. El PIB per cápita de Haití crezca más rápido en la transición al estado estacionario y termine en un nivel menor en el largo plazo.

b. El PIB per cápita de Canadá crezca más rápido en la transición al estado estacionario, y termine en un nivel mayor en el largo plazo.

c. El PIB per cápita de Haití crezca más lentamente en la transición al estado estacionario y termine en un nivel mayor en el largo plazo.

Con el fin de responder la pregunta debemos analizar el tema de “Hipótesis de la convergencia”.

Basándonos en el concepto anterior tenemos que podríamos asumir a Canadá como un país “rico” y a Haití como un país “pobre”. Por lo cual, estos dos países se diferencian “sólo” por su “renta” y/o “capital”.

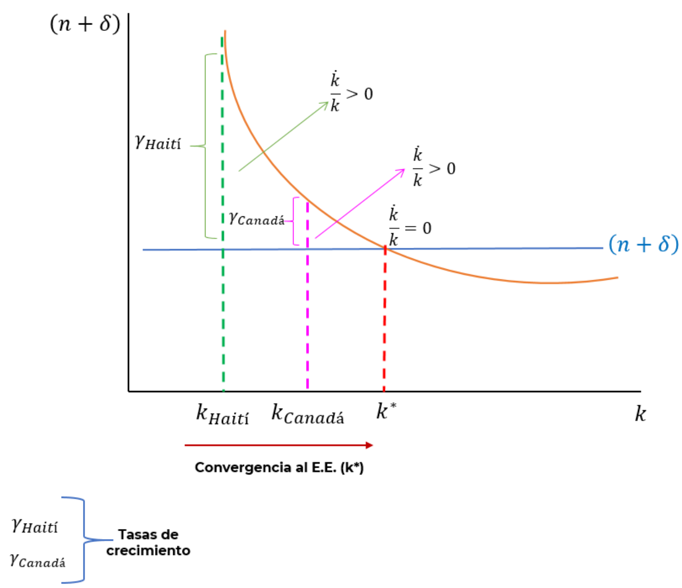
$$y_{Canadá} > y_{Haití}$$

$$k_{Canadá} > k_{Haití}$$

El modelo de Solow predecía que un país entre más pobre sea, su ritmo de crecimiento es mayor. Lo anterior, debido a la hipótesis de convergencia absoluta, ésta indica que:

- Los países más pobres van a crecer más rápido en su convergencia a k* (todos los países convergen a k* dado que a largo plazo no hay crecimiento y hay rendimientos constantes a escala)

Convergencia absoluta



No obstante, es bien sabido que en la realidad no sucede lo anterior, es decir, que los países pobres crezcan más rápido que los ricos. Por lo cual, la hipótesis de la convergencia condicional nos indica que:

- Los países no sólo difieren en su capital o renta per cápita sino también en las variables como la tasa de depreciación, crecimiento poblacional y progreso tecnológico.

$$\delta; n; A$$

- Se intuye que:

$$y_{Canadá} > y_{Haití}$$

$$k_{Canadá} > k_{Haití}$$

$$n_{Canadá} < n_{Haití}$$

$$\delta_{Canadá} < \delta_{Haití}$$

$$A_{Canadá} > A_{Haití}$$

$$s_{Canadá} > s_{Haití}$$

- Ahora el modelo indica que el crecimiento no sólo depende de su capital inicial sino de lo lejos que se está del “equilibrio”
- Ahora predice que como Haití le queda poca trayectoria al estado estacionario crece menos, mientras que a Canadá le queda más, por lo tanto, su crecimiento es mayor.