

# **Modèle linéaire mixte et estimation de l'aptitude au mélange de variétés de blé en dispositif incomplet**

Inès Krissaane  
Master 1 - UPMC

Christophe Ambroise, Stéphane Robin, Tristan Mary-Huard

Statistique & Génome

# Introduction

## Contexte

### Mélange de différentes variétés de blé

- Écologie : mobiliser la diversité génétique
- Agronomie : éviter les stress biotiques et abiotiques
- Agriculteurs : modifier les pratiques agro-écologiques

### Association végétale

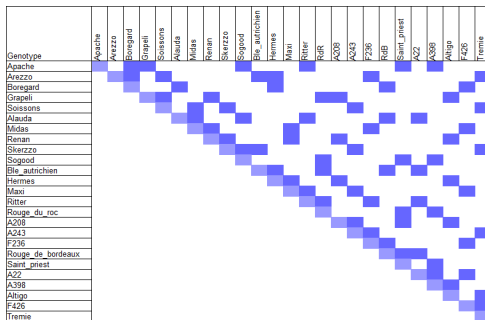
Association de plusieurs plantes appartenant à une même espèce mais à des variétés différentes



# Introduction

## Données et questionnements

- Comment évaluer les performances en mélange des variétés ?
- Quels modèles statistiques faut-il choisir?
- Quels dispositifs expérimentaux permettraient de mieux estimer l'aptitude au mélange ?



# Modélisation de l'aptitude au mélange

## Définitions

*"The term 'general combining ability' is used to designate the average performance of a line in hybrid combination... The term 'specific combining ability' is used to designate those cases in which certain combinations do relatively better or worse than would be expected on the basis of the average performance of the lines involved."*

Griffing - 1956

### General Mixing Ability - GMA

Performance moyenne d'un génotype en mélange ( $GMA_i$ )

### Specific Mixing Ability - SMA

Performance d'un mélange dû à l'interaction entre les deux génotypes ( $SMA_{ij}$ )

Essai	Genotype1	Genotype2	Rendement	...
melanges	Altigo	Tremie	75.06	...
melanges	Altigo	A208	80.20	...
	⋮	⋮	⋮	
pur	Alauda		58,44	...
pur	Sogood		72.78	...



	G1	G2	G3	G4
G1	$Y_{11}$	$Y_{12}$	$Y_{13}$	$Y_{14}$
G2	$Y_{21}$	$Y_{22}$	$Y_{23}$	$Y_{24}$
G3			$Y_{33}$	$Y_{34}$
G4				$Y_{44}$



**Mélange Génotype 1 - Génotype 2**

$$Y_{12} = \mu + \frac{1}{2}(GMA_1 + GMA_2) + \frac{1}{4}(SMA_{11} + SMA_{22}) + \frac{1}{2}(SMA_{12}) + E_{12}$$

# Modélisation de l'aptitude au mélange

## Modèle

### Modèle linéaire mixte

$$Y = X\beta + Z_g \mathbf{U}_g + Z_c \mathbf{U}_c + \mathbf{E},$$

$\mathbf{U}_g$  effet aléatoire associé aux GMA des génotypes

$$U_g \sim \mathcal{N}(0, \mathbf{D}_g), \text{ où } \mathbf{D}_g = \sigma_g^2 \mathbf{I}$$

$\mathbf{U}_c$  effet aléatoire associé aux SMA des génotypes croisés

$$U_c \sim \mathcal{N}(0, \mathbf{D}_c), \text{ où } \mathbf{D}_c = \sigma_c^2 \mathbf{I}$$

$\mathbf{E}$  terme d'erreur

$$\mathbf{E} \sim \mathcal{N}(0, \mathbf{D}_e), \text{ où } \mathbf{D}_e = \sigma_e^2 \mathbf{I}$$

$$Z_g = \begin{pmatrix} 0.5 & 0.5 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0.5 & 0.5 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad Z_c = \begin{pmatrix} 0.5 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0.25 & 0.25 \\ 0 & 0.5 & \cdots & 0.25 & 0.25 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

# Prédiction des effets aléatoires

$$Y \sim \mathcal{N}(X\beta, \Sigma), \text{ où } \Sigma = Z_g D_g Z_g^t + Z_c D_c Z_c^t + E$$

## Best Linear Unbiased Prediction - BLUP

$$\mathbb{E}(U|Y) = D Z^t \Sigma^{-1} (Y - X\beta)$$

## Mesure d'incertitude

- 1 Variance de la loi conditionnelle

$$\text{Var}(U|Y) = D - D Z^t \Sigma^{-1} Z D$$

- 2 Variance du Blup

$$\text{Var}(\mathbb{E}_\beta(U|Y)) = D Z^t \Sigma^{-1} Z D$$

- 3 Variance du Blup avec prise en compte de l'estimation de  $\beta$

$$\begin{aligned} \text{Var}(\mathbb{E}_{\hat{\beta}}(U|Y)) = \\ \text{Var}(\mathbb{E}_\beta(U|Y)) + D Z^t \Sigma^{-1} X (X^t \Sigma^{-1} X)^{-1} X^t \Sigma^{-1} Z D \end{aligned}$$

# Prédiction des effets aléatoires

## Intervalles de confiance et test

- Simulations suivant le modèle

$$Y \sim \mathcal{N}(X\beta, \Sigma), \text{ où } \Sigma = Z_g D_g Z_g^t + Z_c D_c Z_c^t + D_e$$

- Package lme4

*Matrice d'entrée Z, variances des Blups, test et interface graphique*

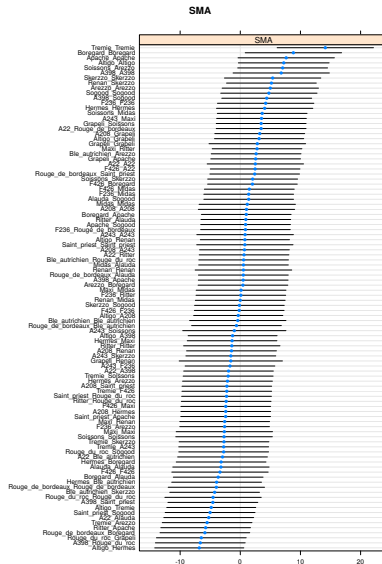
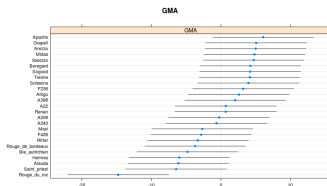
- Approximation par loi de Student - Procédure SAS

*Estimation des degrés de liberté (Satterthwaite), intervalles de confiance*



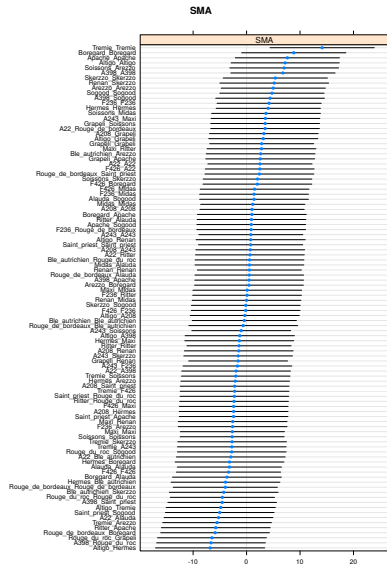
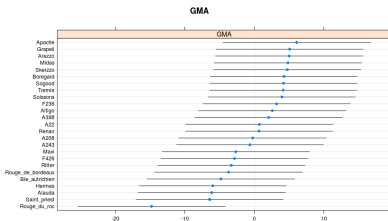
## Prédiction des effets aléatoires

## 1. Variance conditionnelle



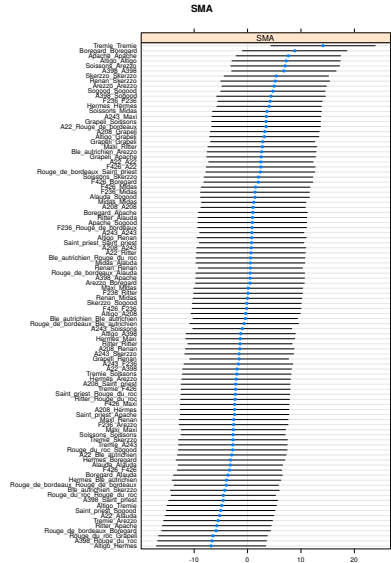
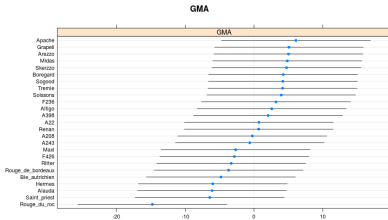
# Prédiction des effets aléatoires

## 2. Variance du blup



## Prédiction des effets aléatoires

### 3. Variance du blup avec prise en compte de l'estimation de beta



# Dispositifs expérimentaux

Modifier la matrice de design Z

	Var1	Var2	Var3	Var4	Var5
Var1					
Var2					
Var3					
Var4					
Var5					

Fig.1: Complete design

	Var1	Var2	Var3	Var4	Var5
Var1					
Var2					
Var3					
Var4					
Var5					

Fig.2: Incomplete design

## Choix du dispositif

- un bloc équilibré répété deux fois qui correspond au dispositif initial

$$Z = \begin{bmatrix} Z1 \\ Z1 \end{bmatrix}$$

- deux blocs équilibrés différents

$$Z = \begin{bmatrix} Z1 \\ Z2 \end{bmatrix}$$

# Mélanges d'ordre supérieur

## Dispositif expérimental

- 16 génotypes en pur
- 24 mélanges binaires
- 28 mélanges quaternaires
- 20 mélanges octonaires

1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
13
14
15
16

1	2
3	4
5	6
7	8
9	10
11	12
13	14
15	16
1	5
2	6
3	11
4	12
1	13
2	14
7	11
8	12
5	13
6	14
9	15
10	16
3	7
4	9
8	16
10	15

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	16
1	2	5	6
3	4	11	12
1	2	13	14
3	4	15	16
5	6	9	10
7	8	11	12
7	8	15	16
9	10	13	14
1	3	5	9
2	6	7	10
5	11	12	13
8	10	14	15
3	4	9	15
2	12	11	16
1	6	7	13
4	8	14	16
1	5	9	13
2	6	10	14
3	7	11	15
4	8	12	16
1	6	11	16
2	7	12	13
3	8	9	14
4	5	10	15

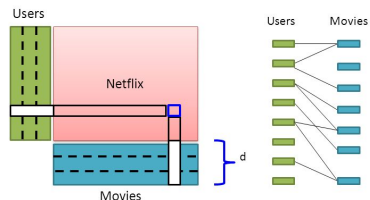
# Conclusion et Perspectives

## 1 Bilan

- Intervalles de confiance et tests : simulations, Satterthwaite, lme4
- Planifications expérimentales : choix de la variance, critères d'optimalité

## 2 Perspectives

- Mélanges d'ordre supérieures
- Intégrer les clusters dans le modèle
- Complétion de matrice



# Références

- Daudin, J.J. (2015). Le modèle linéaire et ses extensions
- Bates, D. (2010). lme4 : Mixed-effects modeling with R
- Bergonzini, J.Cl., (1995). Analyse et planifications des expériences
- Searle, S., Casella, G., E. McCulloch (1992). Variance Components
- Zhou, H., Hu, L., Lange, K., Zhou, J. (2015). MM Algorithms for Variance Components Models. *Statistics and Computing*, Los Angeles
- Zhaoa ,Yusheng. (2015). Genome-based establishment of a high-yielding heterotic pattern for hybrid wheat breeding, *Department of Breeding Research*, Stuttgart