

# GDE Formelsammlung

Florian Leuze

# Inhaltsverzeichnis

|  |           |
|--|-----------|
| <b>1 Grundlagen</b>  | <b>4</b>  |
| 1.1 Misc . . . . .   | 4         |
| 1.1.1 Atome . . . . .  | 4         |
| 1.2 Das elektrische Feld . . . . .                                   | 4         |
| 1.2.1 Coulombsches Gesetz . . . . .                                  | 4         |
| 1.2.2 Feldstärke und Ladung . . . . .                                | 4         |
| 1.2.3 Potentielle Energie einer Probeladung $q$ im elektrischen Feld | 5         |
| 1.2.4 Wegarbeit . . . . .  | 5         |
| 1.3 Spannung und Potential . . . . .                                 | 5         |
| 1.4 Bewegung von Ladungsträgern im Vakuum . . . . .                  | 6         |
| 1.5 Bewegung von Ladungsträgern in Materie . . . . .                 | 6         |
| 1.6 Energie und Leistung . . . . .                                   | 6         |
| 1.6.1 Widerstände . . . . .  | 6         |
| <b>2 Gleichstromkreise</b>   | <b>8</b>  |
| 2.1 Kirchhoffsche Gesetze . . . . .                                  | 8         |
| 2.1.1 Kirchhoffsche Gesetze . . . . .                                | 8         |
| 2.2 Einfache Regeln für Widerstandsnetzwerke . . . . .               | 8         |
| 2.2.1 Spannungsteiler . . . . .                                      | 9         |
| 2.3 Brückenschaltungen . . . . .                                     | 9         |
| 2.3.1 Brückenschaltung . . . . .                                     | 9         |
| 2.3.2 Abgegliche Brückenschaltung . . . . .                          | 9         |
| <b>3 Quellen</b>   | <b>10</b> |
| 3.1 Ideale Quellen . . . . .   | 10        |
| 3.1.1 Ideale Stromquelle . . . . .                                   | 10        |
| 3.1.2 Ideale Spannungsquelle . . . . .                               | 10        |
| 3.2 Reale Quellen . . . . .  | 10        |
| 3.2.1 Grenzfälle . . . . .   | 11        |
| 3.3 Quellenwandlung . . . . .  | 11        |
| <b>4 Systematische Verfahren zur Netzwerkanalyse</b>                 | <b>12</b> |
| 4.1 Grundbegriffe . . . . .  | 12        |
| 4.2 Maschenstromanalyse . . . . .                                    | 12        |
| 4.3 Knotenspannungsanalyse . . . . .                                 | 15        |
| 4.4 Superpositionsprinzip nach Helmholtz . . . . .                   | 16        |
| <b>5 Das statische elektrische Feld</b>                              | <b>18</b> |
| 5.1 Elektrischer Fluss . . . . .                                     | 18        |
| 5.2 Elektrische Dipole . . . . .                                     | 18        |
| 5.3 Kapazitäten . . . . .  | 18        |
| 5.3.1 Plattenkondensatoren . . . . .                                 | 18        |
| 5.3.2 Kugelkondensator . . . . .                                     | 19        |
| 5.3.3 Zylinderkondensator . . . . .                                  | 19        |

|          |   |           |
|----------|---|-----------|
| 5.3.4    | Kapazitiver Schaltungen . . . . .   | 19        |
| 5.4      | Ladevorgang . . . . .   | 19        |
| 5.5      | Entladevorgang . . . . .  | 20        |
| <b>6</b> | <b>Das statische magnetische Feld</b>   | <b>21</b> |
| 6.1      | Lorentzkraft und Flussdichte . . . . .  | 21        |
| 6.2      | Magnetischer Fluss, Feldstärke und Durchflutung . . . . .   | 21        |
| 6.3      | Stromdurchflossene Leiter . . . . .   | 21        |
| 6.3.1    | Leiterschleife . . . . .  | 21        |
| 6.4      | Magnetische Reluktanz . . . . .   | 21        |
| 6.5      | Luftspalt . . . . .   | 22        |
| <b>7</b> | <b>Zeitlich veränderliche Felder</b>  | <b>23</b> |
| 7.1      | Allgemeines Induktionsgesetz . . . . .  | 23        |
| 7.2      | Induktivität einer Spule . . . . .  | 23        |
| 7.2.1    | Ringspule . . . . .   | 23        |
| 7.2.2    | Hubmagnet . . . . .   | 23        |
| 7.3      | Magnetische Energie . . . . .   | 23        |
| 7.4      | Schaltungen von Induktivitäten . . . . .  | 24        |
| 7.5      | Einschaltvorgang . . . . .  | 24        |
| 7.6      | Abschaltvorgang . . . . .   | 24        |
| <b>8</b> | <b>Anhänge</b>  | <b>25</b> |
| 8.1      | Abkürzungen/Formelzeichen . . . . .   | 25        |
| 8.2      | Konstanten . . . . .  | 27        |
| 8.2.1    | Spezifische Widerstände [ $\mu\Omega cm$ ] . . . . .  | 28        |
| 8.2.2    | Temperaturkoeffizienten $\alpha$ ohmscher Widerstände bei $20^\circ C$<br>in $[\frac{1}{^\circ C}]$ . . . . . | 28        |
| 8.3      | SI-Basiseinheiten . . . . .   | 28        |
| 8.4      | Vorsatzzeichen . . . . .  | 28        |
| 8.5      | Kurzzusammenfassung . . . . .   | 29        |
| 8.5.1    | Elektrostatik . . . . .   | 29        |
| 8.5.2    | Kondensator . . . . .   | 30        |
| 8.5.3    | Magnet 1 . . . . .  | 31        |
| 8.5.4    | Magnet 2 . . . . .  | 32        |
| 8.5.5    | Spule . . . . .   | 33        |
| 8.5.6    | Komplexe Rechnung . . . . .   | 34        |
| 8.5.7    | Zeiger . . . . .  | 35        |
| 8.5.8    | Übertrager . . . . .  | 36        |
| 8.6      | Nachwort . . . . .  | 37        |

## Versionierung

| Datum      | Vers. | Kürzel | Änderung  |
|------------|-------|--------|---|
| 08.09.2018 | 0.1   | FL     | Erzeugung Dokument; Erzeugung 1-9 incl. Anhänge |

# 1 Grundlagen

## 1.1 Misc

### 1.1.1 Atome

- Atome sind im Grundzustand neutral
- Ändert sich die Zahl der Elektronen spricht man von Ionisierung:
  - positives Ion = Kation (weniger Elektronen)
  - negatives ion = Anion (mehr Elektronen)
- Elektron  $q_e = -e$ , Elektronenmasse:  $m_e = 9,109... * 10^{-31} kg$
- Proton  $q_p = +e$ , Protonenmasse:  $m_p = 1,672... * 10^{-27} kg$

## 1.2 Das elektrische Feld

### 1.2.1 Coulombsches Gesetz

$$\begin{array}{ll} \text{Coulombsches} & : \quad \vec{F}_{21} = Q_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qQ}{r^2} \hat{r} \\ \text{Gesetz} & \end{array} \quad (1.2.1)$$

### 1.2.2 Feldstärke und Ladung

$$\begin{array}{ll} \text{Elektrische} & : \quad \vec{E} := \frac{\vec{F}}{q} \\ \text{Feldstärke} & \end{array} \quad (1.2.2)$$

Wobei  $\vec{E}$  die Kraft auf die positive Ladungseinheit bezeichnet.

$$\begin{array}{ll} \text{Feldstärke} & : \quad \vec{E} = \sum_i \frac{1}{4\pi\epsilon_0 r_i^2} Q_i \frac{\vec{r}_i}{r_i} \\ \text{verteilter} & \\ \text{Ladungen} & \end{array} \quad (1.2.3)$$

$$\begin{array}{ll} \text{Elektrischer} & : \quad \Psi_E = \int \int_A \vec{E} \, d\vec{f} \\ \text{Fluss} & \end{array} \quad (1.2.4)$$

$$\begin{array}{ll} \text{Elektrischer} & \\ \text{Fluss -} & : \quad \Psi_E = \frac{Q}{\epsilon_0} \\ \text{Spezialfall} & \\ \text{Punktladung} & \end{array} \quad (1.2.5)$$

$$\begin{array}{ll} \text{Ladungsdichte} & : \quad \varrho := \frac{\Delta Q}{\Delta V} \end{array} \quad (1.2.6)$$

Wobei  $Q$  die Ladung im Würfel und  $V$  das Volumen des Würfels bezeichnen.

$$\begin{array}{ll} \text{Gesamtladung} & : \quad Q = \int \int \int_V \frac{\varrho}{\epsilon_0} dV \end{array} \quad (1.2.7)$$

$$\begin{array}{ll} \text{1. Maxwellsche} & : \quad \text{div } \vec{E} = \frac{\varrho}{\epsilon_0} \\ \text{Gleichung} & \end{array} \quad (1.2.8)$$

$$\begin{array}{ll} \text{Poisson} & \\ \text{Gleichung} & : \quad \Delta\varphi = -\frac{\rho}{\varepsilon_0} \end{array} \quad (1.2.9)$$

$$\begin{array}{ll} \text{Laplace} & \\ \text{Gleichung} & : \quad \Delta\varphi = 0 \end{array} \quad (1.2.10)$$

$$\begin{array}{ll} \text{Zusammenhang} & \\ \text{Feld und} & : \quad \vec{E} = -\text{grad } \varphi \\ \text{Potential} & \end{array} \quad (1.2.11)$$

### 1.2.3 Potentielle Energie einer Probeladung $q$ im elektrischen Feld

$V$  bezeichne im Folgenden die potentielle Energie, mit  $P_0$  sei allgemein ein Bezugspunkt bezeichnet.

$$\begin{array}{ll} \text{Potentielle} & \\ \text{Energie} & : \quad V(P) = \int_P^{P_0} \vec{F} d\vec{r} = - \int_{P_0}^P \vec{F} d\vec{r} \end{array} \quad (1.2.12)$$

$$\begin{array}{ll} \text{Pot. Energie im} & \\ \text{Feld einer} & : \quad V(P) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{Qq}{R} \\ \text{Punktladung} & \end{array} \quad (1.2.13)$$

### 1.2.4 Wegarbeit

$$\begin{array}{ll} \text{Wegarbeit(a)} & : \quad W_{AB}(t) = \int_A^B \vec{F}(\vec{r}, t) d\vec{r} \end{array} \quad (1.2.14)$$

## 1.3 Spannung und Potential

$$\begin{array}{ll} \text{Spannung(a)} & : \quad U_{12} = \frac{1}{q} \int_{P_1}^{P_2} \vec{F} d\vec{r} = \int_{P_1}^{P_2} \vec{E} d\vec{r} \end{array} \quad (1.3.1)$$

Wobei (1.2.2) verwendet wurde.

$$\begin{array}{ll} \text{Potential} & : \quad \varphi(P) = \int_P^{P_0} \vec{E} d\vec{r} \end{array} \quad (1.3.2)$$

Mit Integration von (1.3.1) und einsetzen von (1.3.2) erhält man für ausschließlich konservative Felder

$$\begin{array}{ll} \text{Spannung(b)} & : \quad U_{12} = \int_{P_1}^{P_2} P_2 \vec{E} d\vec{r} = \int_{P_1}^{P_0} \vec{E} d\vec{r} + \int_{P_0}^{P_2} \vec{E} d\vec{r} \\ & \quad \quad \quad = \varphi(P_1) - \varphi(P_2) \end{array} \quad (1.3.3)$$

## 1.4 Bewegung von Ladungsträgern im Vakuum

$$\text{Ausgeübte Kraft} : \vec{F} = q\vec{E} = m\vec{a} = m\frac{d\vec{v}}{dt} \quad (1.4.1)$$

$$\text{Wegarbeit(a)} : W_{AB}(t) = \int_A^B \vec{F}(\vec{r}, t) d\vec{r} = q \int_A^B \vec{E} d\vec{r} = qU_{AB} \quad (1.4.2)$$

## 1.5 Bewegung von Ladungsträgern in Materie

$$\text{Elektronenstromdichte} : J_n = q\mu_n n\mathcal{E} + qD_n \frac{dn}{dx} = \sigma_n \mathcal{E} + qD_n \frac{dn}{dx} \quad (1.5.1)$$

$$\text{Löcherstromdichte} : J_p = q\mu_p p\mathcal{E} + qD_p \frac{dp}{dx} = \sigma_p \mathcal{E} + qD_p \frac{dp}{dx} \quad (1.5.2)$$

$$\begin{aligned} \text{Gesamtstromdichte} : J_{tot} &= J_n + J_p \\ &= J_{drift,n} + J_{diff,n} + J_{drift,p} + J_{diff,p} \end{aligned} \quad (1.5.3)$$

$$\text{Stromdichte vereinfacht} : J = \frac{I}{A} \quad (1.5.4)$$

$$\text{Elektrischer Strom} : i(t) = \frac{dQ(t)}{dt} = \int_A \vec{j}(\vec{r}, t) d\vec{A} \quad (1.5.5)$$

## 1.6 Energie und Leistung

$$\text{Momentanleistung} : p(t) = \frac{dW}{dt} = i(t)u_{AB}(t) \quad (1.6.1)$$

$$\text{Gesamtenergie} : W = \int_{t=t_1}^{t_2} p(t) dt = \int_{t=t_1}^{t_2} i(t)u_{AB}(t) dt \quad (1.6.2)$$

$$\text{Leistung(a)} : p(t) = i(t) \cdot u(t) \quad (1.6.3)$$

$$\text{Leistung(b)} : p(t) = R \cdot i(t)^2 \quad (1.6.4)$$

$$\text{Leistung(c)} : p(t) = G \cdot u(t)^2 \quad (1.6.5)$$

### 1.6.1 Widerstände

$$\text{Ohmsches Gesetz(a)} : u(t) = R \cdot i(t) \quad (1.6.6)$$

$$\text{Ohmwiderstand} : R = \frac{u(t)}{i(t)} \quad (1.6.7)$$

$$\text{Spezifischer Widerstand} : \varrho = \frac{1}{-enb} \quad (1.6.8)$$

$$\begin{array}{lll} \text{Ohmsches} & & \\ \text{Gesetz(b)} & : & i(t) = Gu(t) \end{array} \quad (1.6.9)$$

$$\begin{array}{lll} \text{Leitwert} & : & G = \frac{1}{R} \end{array} \quad (1.6.10)$$

$$\begin{array}{lll} \text{Spezifischer} & & \\ \text{Leitwert} & : & \kappa = -enb \end{array} \quad (1.6.11)$$

## 2 Gleichstromkreise

### 2.1 Kirchhoffsche Gesetze

$$\begin{array}{ll} 1. & \\ \text{Kirchhoffsches} & : \sum_{n=1}^k i_n = i_1 + i_2 + \dots + i_k = 0 \\ \text{Gesetz} & \end{array} \quad (2.1.1)$$

Oder wörtlich gesprochen die Summe aller in einen Knoten hineinfließenden Ströme muss 0 ergeben.

#### 2.1.1 Kirchhoffsche Gesetze

$$\begin{array}{ll} 2. & \\ \text{Kirchhoffsches} & : \sum_{n=1}^k u_n = u_1 + u_2 + \dots + u_k = 0 \\ \text{Gesetz} & \end{array} \quad (2.1.2)$$

Oder wörtlich gesprochen die Summe aller Spannungen in einer Masche muss immer 0 ergeben.

### 2.2 Einfache Regeln für Widerstandsnetzwerke

$$\begin{array}{ll} \text{Spannungsteiler-} & \\ \text{regel} & : \frac{i_1}{i_2} = \frac{R_1}{R_2} \end{array} \quad (2.2.1)$$

$$\begin{array}{ll} \text{Stromteilerregel} & : \frac{i_1}{i_2} = \frac{G_1}{G_2} = \frac{R_2}{R_1} \end{array} \quad (2.2.2)$$

$$\begin{array}{ll} \text{Reihenschal-} & \\ \text{tung(a)} & : R_g = \sum_{n=1}^k R_n = R_1 + R_2 + \dots + R_n \end{array} \quad (2.2.3)$$

$$\begin{array}{ll} \text{Parallelschal-} & \\ \text{tung(a)} & : R_g = \frac{1}{\sum_{n=1}^k R_n} = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_n}} \\ & = \frac{1}{G_1 + G_2 + \dots + G_n} \end{array} \quad (2.2.4)$$

$$\begin{array}{ll} \text{Reihenschal-} & \\ \text{tung(b)} & : G_g = \frac{1}{\sum_{n=1}^k G_n} = \frac{1}{\frac{1}{G_1} + \frac{1}{G_2} + \dots + \frac{1}{G_n}} \\ & = \frac{1}{R_1 + R_2 + \dots + R_n} \end{array} \quad (2.2.5)$$

$$\begin{array}{ll} \text{Parallelschal-} & \\ \text{tung(b)} & : G_g = \sum_{n=1}^k G_n = G_1 + G_2 + \dots + G_n \end{array} \quad (2.2.6)$$



### 2.2.1 Spannungsteiler

$$\begin{array}{lcl} \text{Unbelasteter} & & \\ \text{Spannungsteiler} & : & \frac{R_g}{R_2} = \frac{U_g}{U_2} \Rightarrow U_2 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} U_g \end{array} \quad (2.2.7)$$

$$\begin{array}{lcl} \text{Belasteter} & & \\ \text{Spannungsteiler} & : & U_2 = \frac{R_2 R_L}{R_1 R_2 + R_1 R_L + R_2 R_L} U_g \end{array} \quad (2.2.8)$$

## 2.3 Brückenschaltungen

### 2.3.1 Brückenschaltung

Betrachtet man zwei gegenüberliegende Spannungsteiler erhält man eine sogenannte Brückenschaltung. Greift man die Spannung zwischen den beiden mittleren Knoten der Spannungsteiler ab erhält man die Brückenspannung. Man bestimmt sie bei einer unbelasteten Brücke am besten über die Betrachtung der einzelnen Potentiale  $\varphi_1$  und  $\varphi_2$ .

$$\begin{aligned} \varphi_1 = U_{a1} &\stackrel{(?)}{=} \frac{R_2}{R_1 + R_2} U_g, & \varphi_2 = U_{a2} &\stackrel{(?)}{=} \frac{R_4}{R_3 + R_4} U_g \\ U_{AB} = \varphi_1 - \varphi_2 &= \left( \frac{R_2}{R_1 + R_2} - \frac{R_4}{R_3 + R_4} \right) U_g \end{aligned} \quad (2.3.1)$$

### 2.3.2 Abgegliche Brückenschaltung

Häufig ist man bemüht eine sogenannte abgegliche Brückenschaltung zu erreichen. Bei einer abgeglichenen Brücke ist die Brückenspannung  $U_{AB}$  per Definition gleich Null.

$$\text{Abgleichbedingung: } U_{AB} = \varphi_1 - \varphi_2 = 0 \Rightarrow \varphi_1 = \varphi_2 \quad (2.3.2)$$

Diese Schaltung wird häufig zur Messung eingesetzt, man spricht dann von Messbrücken. Aus obiger Abgleichbedingung lassen sich weiterhin die Verhältnisse für die Widerstände folgern:

$$\Rightarrow \frac{R_2}{R_1 + R_2} = \frac{R_4}{R_3 + R_4} \Rightarrow \frac{R_1}{R_2} = \frac{R_3}{R_4} \quad (2.3.3)$$

Das ist auch ganz logisch. Sollen die Potentiale im Mittelpunkt beider Spannungsteiler identisch sein müssen die Widerstandsverhältnisse beider Spannungsteiler ebenfalls identisch sein.

### 3 Quellen

$$\begin{array}{ll} \text{Verbraucher-} & \\ \text{strom} & : \quad I = \frac{U_0}{R_i + R} \end{array} \quad (3.0.1)$$

$$\begin{array}{ll} \text{Verbraucher-} & \\ \text{spannung} & : \quad U = U_0 - U_i = \frac{R}{R_i + R} U_q = I \cdot R \end{array} \quad (3.0.2)$$

$$\begin{array}{ll} \text{Quellenleistung} & : \quad P_q = U_0 \cdot I = \frac{U_0^2}{R_i + R} \end{array} \quad (3.0.3)$$

$$\begin{array}{ll} \text{Verbraucherleis-} & \\ \text{tung} & : \quad P = UI = \frac{R}{(R_i + R)^2} U_0^2 \end{array} \quad (3.0.4)$$

$$\begin{array}{ll} \text{Wirkungsgrad} & : \quad \eta = \frac{P}{P_q} \leq 1 \end{array} \quad (3.0.5)$$

$$\begin{array}{ll} \text{Leistungsanpas-} & \\ \text{sung} & : \quad R_L \stackrel{!}{=} R_i \end{array} \quad (3.0.6)$$

$$\begin{array}{ll} \text{Wirkungsgrad-} & \\ \text{maximierung} & : \quad R_i \rightarrow 0 \end{array} \quad (3.0.7)$$

#### 3.1 Ideale Quellen

##### 3.1.1 Ideale Stromquelle

Die ideale Stromquelle liefert unabhängig von der Belastung einen konstanten Strom. Es gilt:

$$I = \text{const.} \quad (3.1.1)$$

$$P_q = I_q \cdot U \quad (3.1.2)$$

$$\text{Leerlauf } (U \rightarrow \infty) : P \rightarrow \infty \quad (3.1.3)$$

##### 3.1.2 Ideale Spannungsquelle

Die ideale Spannungsquelle liefert unabhängig von der Belastung eine konstante Spannung. Es gilt:

$$U = \text{const.} \quad (3.1.4)$$

$$P_q = U_g \cdot I \quad (3.1.5)$$

$$\text{Kurzschluss } (I \rightarrow \infty) : P \rightarrow \infty \quad (3.1.6)$$

#### 3.2 Reale Quellen

$$\begin{array}{ll} \text{Reale} & \\ \text{Stromquelle} & : \quad I = I_q - I_i = I_q - G_i \dot{U} \end{array} \quad (3.2.1)$$

$$\begin{array}{ll} \text{Reale} & \\ \text{Spannungsquelle} & : \quad U = U_q - U_i = U_q - I \cdot R_i \end{array} \quad (3.2.2)$$

### 3.2.1 Grenzfälle

*Leerlauf* ( $I = 0$ ) :

$$U = U_L = U_q = \frac{I_q}{G_i} \quad (3.2.3)$$

*Kurzschluss* ( $U = 0$ ) :

$$I = I_K = I_q = \frac{U_q}{R_i} \quad (3.2.4)$$

Reale Strom- und Spannungsquellen sind äquivalent richtig. Mit:

$$I_q = U_q G_i \text{ oder } U_q = I_q R_i \text{ und } G_i = \frac{1}{R_i} \quad (3.2.5)$$

Ist eine Umwandlung zwischen beiden Perspektiven möglich.

### 3.3 Quellenwandlung

$$\begin{array}{l} \text{Innenwider-} \\ \text{stand/Innenleitwert} \end{array} : G_0 = \frac{1}{R_0} \quad (3.3.1)$$

$$\begin{array}{l} \text{Quellenstrom} \end{array} : I_0 = \frac{U_0}{R_i} = U_0 \cdot G_0 \quad (3.3.2)$$

## 4 Systematische Verfahren zur Netzwerkanalyse

### 4.1 Grundbegriffe

|                           |  |
|---------------------------|--|
| <b>Netzwerk</b>           | : Ein zusammenhängendes Gebilde aus Knoten und Zweigen.  |
| <b>Graph</b>              | : Topologische Struktur des Netzwerks ohne Darstellung der Bauelemente.  |
| <b>Pfad</b>               | : Verbindung zwischen Knoten über mehrere Zweige.  |
| <b>Masche</b>             | : Geschlossener Pfad der sich nicht selbst schneidet.  |
| <b>Vollständiger Baum</b> | : Verbindung aller Knoten im Netzwerk, ohne dass eine Masche gebildet wird. Bei $n$ Knoten besitzt der Baum $b = n - 1$ Zweige.  |
| <b>Baumkomplement</b>     | : Verbindet die restlichen Zweige des Baumes (Verbindungszweige). Anzahl $v = z - b = z + 1 - n$ wobei $z$ die Gesamtanzahl der Zweige im Graphen ist. Wird der vollständige Baum um je einen Zweig des Baumkomplements ersetzt ergeben sich linear unabhängige Maschen. |

Durch Nutzung von Systemen wie der Maschenstromanalyse (siehe 4.2) und der Knotenpotentialanalyse (siehe 4.3) lässt sich die Anzahl der zu lösenden Gleichungen auf  $z - (n - 1)$  bzw  $n - 1$  Gleichungen reduziert werden.

### 4.2 Maschenstromanalyse

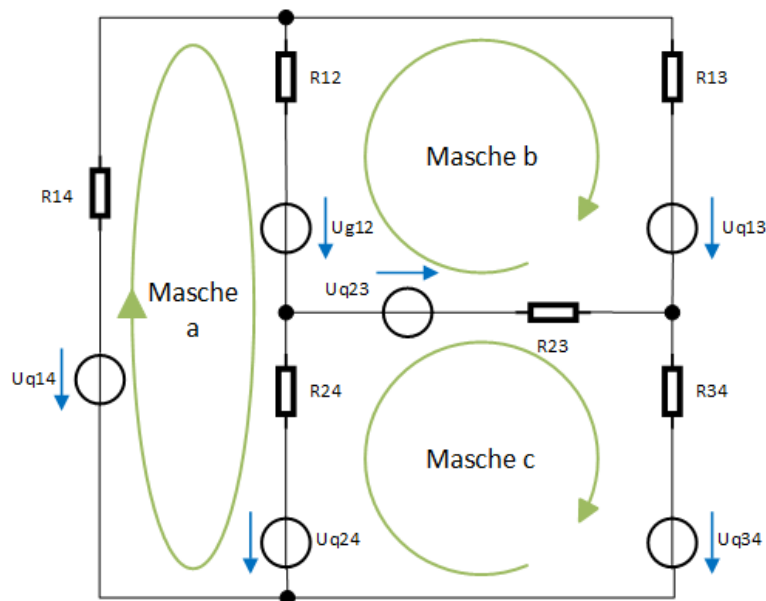


Abbildung 1: Brückenschaltung mit Maschen

Zur Maschenstromanalyse werden zunächst linear unabhängige Maschen aufgestellt. Im nächsten Schritt sind die Spannungssummen zu bilden, die nach dem

2. Kirchhoffschen Gesetz Null ergeben müssen.

$$\begin{aligned}
 \text{Masche a:} \quad & -U_{q14} + U_{q12} + U_{q24} + (I_a - I_b)R_{12} + (I_a - I_c)R_{24} + R_{14}I_a = 0 \\
 \text{Masche b:} \quad & -U_{q12} + U_{q13} - U_{q23} + (I_b - I_c)R_{23} + (I_b - I_a)R_{12} + I_b R_{13} = 0 \\
 \text{Masche c:} \quad & -U_{q24} + U_{q23} + U_{q34} + (I_c - I_a)R_{24} + (I_c - I_b)R_{23} + I_c R_{34} = 0
 \end{aligned} \tag{4.2.1}$$

Aus diesen so erhaltenen Maschengleichungen wird nun ein LGS aufgebaut:

| Masche    | $I_a$                      | $I_b$                      | $I_c$                      | Quellen                       |
|-----------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|-------------------------------|
| <b>a:</b> | $R_{14} + R_{12} + R_{24}$ | $-R_{12}$                  | $-R_{24}$                  | $U_{q14} - U_{q12} - U_{q24}$ |
| <b>b:</b> | $-R_{12}$                  | $R_{12} + R_{13} + R_{23}$ | $-R_{23}$                  | $U_{q12} - U_{q23} + U_{q13}$ |
| <b>c:</b> | $-R_{24}$                  | $-R_{23}$                  | $R_{23} + R_{24} + R_{34}$ | $U_{q24} - U_{q23} - U_{q34}$ |

(4.2.2)

Dies lässt sich als Matrix einfacher darstellen:

$$\begin{pmatrix} R_{14} + R_{12} + R_{24} & -R_{12} & -R_{24} \\ -R_{12} & R_{12} + R_{13} + R_{23} & -R_{23} \\ -R_{24} & -R_{23} & R_{23} + R_{24} + R_{34} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} U_{q14} - U_{q12} - U_{q24} \\ U_{q12} - U_{q23} + U_{q13} \\ U_{q24} - U_{q23} - U_{q34} \end{pmatrix} \tag{4.2.3}$$

Diese Matrix lässt sich nun am einfachsten mit der Cramerschen Regel lösen. Da es sich um eine  $3 \times 3$  Matrix handelt, kann bequem mit der Sarruschen Regel gearbeitet werden.

Es gilt zunächst die Cramersche Regel:

$$I_a = \frac{\det D_a}{\det D} \quad I_b = \frac{\det D_b}{\det D} \quad I_c = \frac{\det D_c}{\det D} \tag{4.2.4}$$

Die Determinanten werden über die Sarrussche Regel bestimmt:

$$\begin{aligned}
 \det X &= \begin{vmatrix} X_{aa} & X_{ab} & X_{ac} \\ X_{ba} & X_{bb} & X_{bc} \\ X_{ca} & X_{cb} & X_{cc} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} X_{aa} & X_{ab} & X_{ac} \\ X_{ba} & X_{bb} & X_{bc} \\ X_{ca} & X_{cb} & X_{cc} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} X_{aa} & X_{ab} \\ X_{ba} & X_{bb} \\ X_{ca} & X_{cb} \end{vmatrix} \\
 &\Rightarrow \det X = X_{aa}X_{bb}X_{cc} + X_{ab}X_{bc}X_{ca} + X_{ac}X_{ba}X_{cb} \\
 &\quad - X_{ca}X_{bb}X_{ac} - X_{cb}X_{bc}X_{aa} - X_{cc}X_{ba}X_{ab}
 \end{aligned} \tag{4.2.5}$$

Für die Berechnung der *Determinanten*  $D_a$ ,  $D_b$  und  $D_c$  wird nach der Cramerschen Regel jeweils die Spalte in der Matrix mit dem gesuchten Strom durch die Quellenspalte ausgetauscht.

Allgemein gilt also:

$$X = \begin{pmatrix} X_{aa} & X_{ab} & X_{ac} \\ X_{ba} & X_{bb} & X_{bc} \\ X_{ca} & X_{cb} & X_{cc} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Y_a \\ Y_b \\ Y_c \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \det X_a &= \begin{vmatrix} Y_a & X_{ab} & X_{ac} \\ Y_b & X_{bb} & X_{bc} \\ Y_c & X_{cb} & X_{cc} \end{vmatrix} \\ &= Y_a X_{bb} X_{cc} + X_{ab} X_{bc} Y_c + X_{ac} Y_b X_{cb} - X_{ac} X_{bb} Y_c - Y_a X_{bc} X_{cb} - X_{ab} Y_b X_{cc} \end{aligned} \quad (4.2.6)$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \det X_b &= \begin{vmatrix} X_{aa} & Y_a & X_{ac} \\ X_{ba} & Y_b & X_{bc} \\ X_{ca} & Y_c & X_{cc} \end{vmatrix} \\ &= X_{aa} Y_b X_{cc} + Y_a X_{bc} X_{ca} + X_{ac} X_{ba} Y_c - X_{ac} Y_b X_{ca} - X_{aa} X_{bc} Y_c - Y_a X_{ba} X_{cc} \end{aligned} \quad (4.2.7)$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \det X_c &= \begin{vmatrix} X_{aa} & X_{ab} & Y_a \\ X_{ba} & X_{bb} & Y_b \\ X_{ca} & X_{cb} & Y_c \end{vmatrix} \\ &= X_{aa} X_{bb} Y_c + X_{ab} Y_b X_{ca} + Y_a X_{ba} X_{cb} - Y_a X_{bb} X_{ca} - X_{aa} Y_b X_{cb} - X_{ab} X_{ba} Y_c \end{aligned} \quad (4.2.8)$$

Somit ergibt sich für die einzelnen Ströme:

$$\begin{aligned} I_a &= \frac{\det D_a}{\det D} = \frac{\begin{vmatrix} Y_a & X_{ab} & X_{ac} \\ Y_b & X_{bb} & X_{bc} \\ Y_c & X_{cb} & X_{cc} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} X_{aa} & X_{ab} & X_{ac} \\ X_{ba} & X_{bb} & X_{bc} \\ X_{ca} & X_{cb} & X_{cc} \end{vmatrix}} \\ &= \frac{Y_a(X_{bb}X_{cc} - X_{bc}X_{cb}) + Y_b(X_{ac}X_{cb} - X_{ab}X_{cc}) + Y_c(X_{ab}X_{bc} - X_{ac}X_{bb})}{X_{aa}X_{bb}X_{cc} + X_{ab}X_{bc}X_{ca} + X_{ac}X_{ba}X_{cb} - X_{ca}X_{bb}X_{ac} - X_{cb}X_{bc}X_{aa} - X_{cc}X_{ba}X_{ab}} \end{aligned} \quad (4.2.9)$$

$$\begin{aligned} I_b &= \frac{\det D_b}{\det D} = \frac{\begin{vmatrix} X_{aa} & Y_a & X_{ac} \\ X_{ba} & Y_b & X_{bc} \\ X_{ca} & Y_c & X_{cc} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} X_{aa} & X_{ab} & X_{ac} \\ X_{ba} & X_{bb} & X_{bc} \\ X_{ca} & X_{cb} & X_{cc} \end{vmatrix}} \\ &= \frac{Y_a(X_{bc}X_{ca} - X_{ba}X_{cc}) + Y_b(X_{aa}X_{cc} - X_{ac}X_{ca}) + Y_c(X_{ac}X_{ba} - X_{aa}X_{bc})}{X_{aa}X_{bb}X_{cc} + X_{ab}X_{bc}X_{ca} + X_{ac}X_{ba}X_{cb} - X_{ca}X_{bb}X_{ac} - X_{cb}X_{bc}X_{aa} - X_{cc}X_{ba}X_{ab}} \end{aligned} \quad (4.2.10)$$

$$\begin{aligned}
 I_c &= \frac{\det D_c}{\det D} = \frac{\begin{vmatrix} X_{aa} & X_{ab} & Y_a \\ X_{ba} & X_{bb} & Y_b \\ X_{ca} & X_{cb} & Y_c \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} X_{aa} & X_{ab} & X_{ac} \\ X_{ba} & X_{bb} & X_{bc} \\ X_{ca} & X_{cb} & X_{cc} \end{vmatrix}} \\
 &= \frac{Y_a(X_{ba}X_{cb} - X_{bb}X_{ca}) + Y_b(X_{ab}X_{ca} - X_{aa}X_{cb}) + Y_c(X_{aa}X_{bb} - X_{ab}X_{ba})}{X_{aa}X_{bb}X_{cc} + X_{ab}X_{bc}X_{ca} + X_{ac}X_{ba}X_{cb} - X_{ca}X_{bb}X_{ac} - X_{cb}X_{bc}X_{aa} - X_{cc}X_{ba}X_{ab}} \\
 &\quad (4.2.11)
 \end{aligned}$$

Nach Einsetzen der entsprechenden Werte erhält man somit die Lösungen für die einzelnen Maschenströme.

### 4.3 Knotenspannungsanalyse

Bei der Knotenspannungsanalyse (Knotenpotenzialverfahren) wird jedem Knoten  $i$  ein Potential  $\varphi_i$  gegenüber einem Bezugspotential (in der Regel Masse) zugeordnet. Bei der Knotenspannungsanalyse werden entsprechend die Knotenpotentiale berechnet. Aus der Differenz der Potentiale lässt sich so die Spannung zwischen zwei Knoten bestimmen. Dieses Verfahren eignet sich besonders für die Betrachtung von idealen Stromquellen. Sind Spannungsquellen vorhanden, sollten diese durch Einführung eines endlichen Innenwiderstandes  $R_i$  dann in ideale Stromquellen umformuliert werden. Bei der endgültigen Lösung muss dann allerdings zwingend  $R_i \rightarrow 0$  beachtet werden.

- $I_{qkl}$  ist die Summe aller Stromquellen zwischen den Knoten  $k$  und  $l$ .
- Es ergeben sich bei insgesamt  $n$  Knoten insgesamt  $n - 1$  unabhängige Knotengleichungen.

Allgemein ergibt sich damit:

| Knoten      | $\varphi_1$ | $\varphi_2$ | ... | $\varphi_{n-1}$ | Quellenstrom in Knoten |
|-------------|-------------|-------------|-----|-----------------|------------------------|
| <b>1:</b>   | $G_{ii}$    | $-G_{12}$   | ... | $-G_{1,n-1}$    | $I_{q,1}$              |
| <b>2:</b>   | $-G_{21}$   | $G_{22}$    | ... | ...             | $I_{q,2}$              |
| .           | ...         | ...         | ... | ...             | ...                    |
| <b>n-1:</b> | ...         | ...         | ... | $G_{n-1,n-1}$   | $I_{q,n-1}$            |

(4.3.1)

Wobei gilt:

- $G_{ii}$  ist die Summe aller Leitwerte die mit dem Knoten  $i$  direkt verbunden sind und positiv ins Schema einzutragen.
- $G_{ij}$  ist die Summe aller Leitwerte zwischen den Knoten  $i$  und  $j$  und negativ ins Schema einzutragen.

- $I_{qi}$  ist die Summe aller durch Stromquellen in den Knoten  $i$  fließenden Ströme.
- Wurde als Bezugsknoten  $\varphi_n = 0$  gewählt gilt für die Knotenspannungen:  
 $U_{kn} = \varphi_k - \varphi_n = \varphi_k$ .

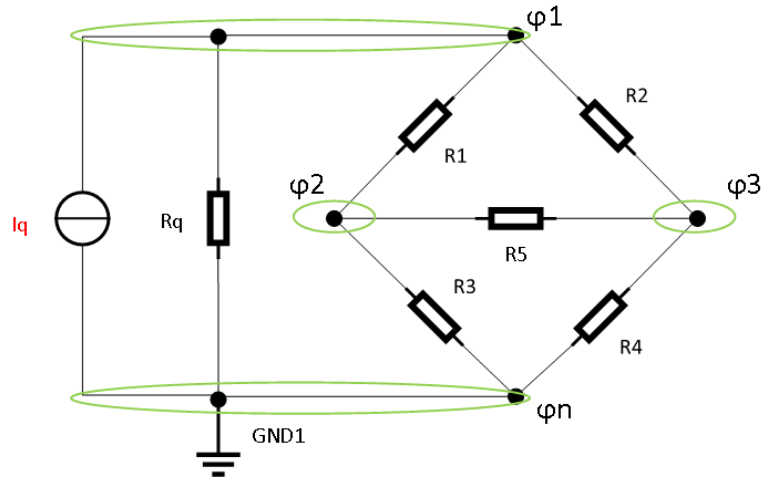


Abbildung 2: Brückenschaltung mit Knoten

Diese Schaltung lässt sich einfach mit dem oben beschriebenen Schema als LGS formulieren:

| Knoten | $\varphi_1$                                     | $\varphi_2$                                     | $\varphi_3$                                     | Quellen |
|--------|---|---|---|---------|
| 1:     | $\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_q}$ | $-\frac{1}{R_1}$                                | $-\frac{1}{R_2}$                                | $I_q$   |
| 2:     | $-\frac{1}{R_1}$                                | $\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_5}$ | $-\frac{1}{R_5}$                                | 0       |
| 3:     | $-\frac{1}{R_2}$                                | $-\frac{1}{R_5}$                                | $\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5}$ | 0       |

(4.3.2)

Bzw. als Matrix:

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_q} & -\frac{1}{R_1} & -\frac{1}{R_2} \\ -\frac{1}{R_1} & \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_5} & -\frac{1}{R_5} \\ -\frac{1}{R_2} & -\frac{1}{R_5} & \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \varphi_1 \\ \varphi_2 \\ \varphi_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} I_q \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (4.3.3)$$

#### 4.4 Superpositionsprinzip nach Helmholtz

Bei Netzwerken mit ausschließlich linearen Netzwerken kann die Berechnung vereinfacht werden, in dem die Spannungsquellen/Stromquellen einzeln betrachtet werden, d.h. es werden immer alle Quellen bis auf eine "ausgeschaltet" betrachtet. Hierbei gilt für die nichtaktiven Quellen:

- Ideale Spannungsquelle: Kurzschließen



- Ideale Stromquelle : "Offen lassen ", d.h. Leerlauf

Es werden zunächst alle einzelnen Ströme für Quelle 1:  $I'_1, I'_2, \dots, I'_n$ , Quelle 2:  $I''_1, I''_2, \dots, I''_n$ , ... bis Quelle  $n$  im Zustand mit deaktivierten Quellen berechnet. Die Gesamtströme ergeben sich dann aus

$$I_i = I'_i + I''_i + \dots + i_i^{(n)} \quad (4.4.1)$$

## 5 Das statische elektrische Feld

Siehe hierzu insbesondere auch 1.2.

### 5.1 Elektrischer Fluss

$$\begin{array}{ll} \text{Elektrische} & \\ \text{Flussdichte} & : \quad \vec{D} = \varepsilon_0 \varepsilon_r \vec{E} \end{array} \quad (5.1.1)$$

Wird manchmal auch als dielektrische Verschiebung bezeichnet.

$$\begin{array}{ll} \text{Elektrischer} & \\ \text{Fluss} & : \quad \Psi = \int_A \vec{D} d\vec{A} \end{array} \quad (5.1.2)$$

$$\begin{array}{ll} \text{Elektrischer} & \\ \text{Fluss durch} & : \quad \Psi_K = |\vec{D}| A = Q \\ \text{Kugeloberfläche} & \end{array} \quad (5.1.3)$$

### 5.2 Elektrische Dipole

$$\begin{array}{ll} \text{Dipolmoment} & : \quad \vec{p} = Q \vec{r}_{21} \Rightarrow |\vec{p}| = Qd \end{array} \quad (5.2.1)$$

### 5.3 Kapazitäten

$$\begin{array}{ll} \text{Kapazität} & : \quad C = \frac{Q}{U} \end{array} \quad (5.3.1)$$

$$\begin{array}{ll} \text{Gespeicherte} & \\ \text{Energie} & : \quad W = \frac{1}{2} C U_0^2 \end{array} \quad (5.3.2)$$

#### 5.3.1 Plattenkondensatoren

$$\begin{array}{ll} \text{Kapazität ohne} & \\ \text{Dielektrikum} & : \quad C = \frac{Q}{U} = \varepsilon_0 \frac{A}{d} \end{array} \quad (5.3.3)$$

$$\begin{array}{ll} \text{Kapazität mit} & \\ \text{Dielektrikum} & : \quad C = \frac{Q}{U} = \frac{D \cdot A}{E \cdot d} = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_r A}{d} \end{array} \quad (5.3.4)$$

$$\begin{array}{ll} \text{Feld mit} & \\ \text{Dielektrikum} & : \quad E = |\vec{E}| = \frac{U}{d} = \frac{D}{\varepsilon_0 \varepsilon_r} = \frac{Q}{A \varepsilon_0 \varepsilon_r} \end{array} \quad (5.3.5)$$

$$\begin{array}{ll} \text{Spannung} & : \quad U = E \cdot d = \frac{Qd}{A \varepsilon_0 \varepsilon_r} \end{array} \quad (5.3.6)$$

$$\begin{array}{ll} \text{Flussdichte} & : \quad D = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_r U}{d} \end{array} \quad (5.3.7)$$

$$\begin{array}{ll} \text{Verhältnis} & : \quad \frac{Q}{A} = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_r U}{d} \leftrightarrow \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_r A}{d} = C \end{array} \quad (5.3.8)$$

### 5.3.2 Kugelkondensator

$$\text{Kapazität} \quad : \quad C = \frac{Q}{U} = 4\pi\epsilon_0 \frac{r_i r_a}{r_i + r_a} \quad (5.3.9)$$

### 5.3.3 Zylinderkondensator

$$\text{Feld} \quad : \quad E = \frac{Q}{2\pi\epsilon_0\epsilon_r} \quad (5.3.10)$$

$$\text{Kapazität} \quad : \quad C = \frac{Q}{U} = 2\pi\epsilon_0 l \frac{1}{\ln\left(\frac{r_a}{r_i}\right)} \quad (5.3.11)$$

$$\text{Kapazitätsbelag} \quad : \quad C' = \frac{C}{l} = \frac{2\pi\epsilon_0}{\ln\left(\frac{r_a}{r_i}\right)} \quad (5.3.12)$$

### 5.3.4 Kapazitiver Schaltungen

$$\text{Spannungsteiler(a)} \quad : \quad \frac{U_1}{U_2} = \frac{\frac{Q_1}{C_2}}{\frac{Q_1}{C_1}} = \frac{C_2}{C_1} \quad (5.3.13)$$

$$\text{Spannungsteiler(b)} \quad : \quad \frac{U_3}{U_1} = \frac{C_2}{C_2 + C_3} \quad (5.3.14)$$

$$\text{Reihenschaltung(a)} \quad : \quad C_g = \frac{1}{\sum_{k=1}^n \frac{1}{C_k}} \quad (5.3.15)$$

$$\text{Ladungserhaltung(b)} \quad : \quad Q_1 = Q_2 = \dots = Q_n \quad (5.3.16)$$

$$\text{Parallelschaltung(a)} \quad : \quad C_g = \sum_{k=1}^n C_k \quad (5.3.17)$$

$$\text{Parallelschaltung(b)} \quad : \quad Q = Q_1 + Q_2 + \dots + Q_n \quad (5.3.18)$$

## 5.4 Ladevorgang

$$\text{Strom} \quad : \quad i(t) = C \frac{du_C(t)}{dt} \quad (5.4.1)$$

$$\text{Spannung Widerstand} \quad : \quad u_R(t) = RC \frac{du_C(t)}{dt} \quad (5.4.2)$$

$$\text{Ladezeitkonstante} \quad : \quad \tau = RC \quad (5.4.3)$$

$$\begin{array}{ll} \text{Zeitverlauf der} & \\ \text{Spannung} & : \quad u_c(t) = U_0 \left( 1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right) \end{array} \quad (5.4.4)$$

$$\begin{array}{ll} \text{Zeitverlauf des} & \\ \text{Stroms} & : \quad i(t) = C \frac{du_C(t)}{dt} = C \frac{U_0}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}} = \frac{U_0}{R} e^{-\frac{t}{\tau}} = I_0 e^{-\frac{t}{\tau}} \end{array} \quad (5.4.5)$$

$$\begin{array}{ll} \text{Leistung} & : \quad p(t) = U_0 i(t) = \frac{U_0^2}{R} e^{-\frac{t}{\tau}} \end{array} \quad (5.4.6)$$

$$\begin{array}{ll} \text{Entnommene} & \\ \text{Energie} & : \quad W_Q = U_0^2 C \end{array} \quad (5.4.7)$$

$$\begin{array}{ll} \text{Gespeicherte} & \\ \text{Energie} & : \quad W_C = \frac{1}{2} U_0^2 C \end{array} \quad (5.4.8)$$

## 5.5 Entladevorgang

$$\begin{array}{ll} \text{Zeitverlauf der} & \\ \text{Spannung} & : \quad u_c(t) = U_0 e^{-\frac{t}{\tau}} \end{array} \quad (5.5.1)$$

$$\begin{array}{ll} \text{Zeitverlauf des} & \\ \text{Stroms} & : \quad i(t) = C \frac{du_C(t)}{dt} = -\frac{U_0}{R} e^{-\frac{t}{\tau}} = -I_0 e^{-\frac{t}{\tau}} \end{array} \quad (5.5.2)$$

## 6 Das statische magnetische Feld

### 6.1 Lorentzkraft und Flussdichte

$$\text{Lorentzkraft(a)} : \vec{F}_L = q(\vec{v} \times \vec{B}) \quad (6.1.1)$$

$$\text{Lorentzkraft(b)} : |\vec{v} \times \vec{B}| = |\vec{v}||\vec{B}| \sin \alpha \quad (6.1.2)$$

$$\begin{array}{l} \text{Magnetische} \\ \text{Flussdichte} \end{array} : \vec{B} = \frac{\vec{F}_L \times \vec{v}_{max}}{q|\vec{v}_{max}|^2} = \mu_0 \mu_r \vec{H} = \frac{\phi}{A} = \frac{wI}{R_m A_i} \quad (6.1.3)$$

### 6.2 Magnetischer Fluss, Feldstärke und Durchflutung

$$\begin{array}{l} \text{Magnetischer} \\ \text{Fluss} \end{array} : \phi = \int_A \vec{B} d\vec{A} \quad (6.2.1)$$

$$\begin{array}{l} \text{Magnetische} \\ \text{Feldstärke} \end{array} : \vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0 \mu_r} = \frac{\phi}{\mu_0 \mu_r A} = \frac{wI}{R_m A \mu_0 \mu_r} \quad (6.2.2)$$

$$\text{Durchflutungs-} : \oint_S \vec{H} d\vec{r} = \sum_n I_n = Iw = U_{m,q} \quad \text{gesetz} \quad (6.2.3)$$

Das Durchflutungsgesetz heißt auch das Ampersche Gesetz.

### 6.3 Stromdurchflossene Leiter

$$\text{Lorentzkraft(c)} : \vec{F}_L = I(\vec{l} \times \vec{B}) \quad (6.3.1)$$

#### 6.3.1 Leiterschleife

$$\begin{array}{l} \text{Magnetisches} \\ \text{Dipolmoment} \end{array} : \vec{m} = \mu_0 I \vec{A} \quad (6.3.2)$$

$$\text{Drehmoment} : \vec{T} = \frac{1}{\mu_0} \vec{m} \times \vec{B} = 2 \frac{w}{2} I l |\vec{B}| \sin \alpha \quad (6.3.3)$$

### 6.4 Magnetische Reluktanz

Allgemeine Definition:

$$\text{Reluktanz(a)} : R_m = \frac{U_m}{\phi} \quad (6.4.1)$$

$$\text{Reluktanz(b)} : R_m = \frac{l}{\mu_0 \mu_r A} \quad (6.4.2)$$

$$\begin{array}{l} \text{Magnetische} \\ \text{Spannung} \end{array} : U_m = \phi R_m \quad (6.4.3)$$

$$\begin{array}{l} \text{Magnetischer} \\ \text{Fluss} \end{array} : \phi = \frac{U_{q,m}}{R_m} \quad (6.4.4)$$

## 6.5 Luftspalt

$$\text{Luftspaltgerade} \quad : \quad B_M = -\mu_0 H_M \frac{l_M A_L}{l_L A_M} \quad (6.5.1)$$

$$\text{Flussdichte} \quad : \quad B_L = B_M \frac{A_M}{A_L} \quad (6.5.2)$$

$$\text{Fluss} \quad : \quad \phi_m = B_m A_L \quad (6.5.3)$$

$$\begin{array}{l} \text{Optimaler} \\ \text{Querschnitt} \end{array} \quad : \quad A_{M,opt} = \frac{A_L B_L}{B_{M,opt}} \quad (6.5.4)$$

$$\text{Optimale Länge} \quad : \quad l_{M,opt} = \frac{l_L B_L}{\mu_0 |H_{M,opt}|} \quad (6.5.5)$$

## 7 Zeitlich veränderliche Felder

### 7.1 Allgemeines Induktionsgesetz

$$\begin{aligned} \text{Induktionsgesetz} & : \oint_S \vec{E} d\vec{r} = - \oint_A \frac{d\vec{B}(t)}{dt} d\vec{A} \\ & = - \oint_s (\vec{u}(\vec{r}) \times \vec{B}(t)) d\vec{r} - \frac{d}{dt} \int_A \vec{B}(t) d\vec{A} \quad (7.1.1) \end{aligned}$$

$$\text{Magnetischer Fluss} : \phi(t) = \int_A \vec{B}(t) d\vec{A} \quad (7.1.2)$$

$$\text{Induktion vereinfacht} : U_{ind} = - \frac{d\phi(t)}{dt} \quad (7.1.3)$$

### 7.2 Induktivität einer Spule

$$\text{Spannung} : u(t) = L \frac{di(t)}{dt} \quad (7.2.1)$$

$$\text{Induktivität} : L = \frac{\mu_{FE} A_{FE}}{l_{FE}} w^2 = \frac{\Psi(t)}{i(t)} \quad (7.2.2)$$

$$\text{Magnetischer Fluss} : \phi(t) = \frac{L}{w} i(t) \quad (7.2.3)$$

$$\text{Flussverkettung} : \Psi(t) = w\phi(t) = Li(t) \quad (7.2.4)$$

#### 7.2.1 Ringspule

$$\text{Reluktanz} : R_m = \frac{2\pi R - h}{\mu_0 \mu_r A} \quad (7.2.5)$$

$$\text{Induktivität} : L = w^2 G_m = \frac{w^2}{R_m} = w^2 \frac{\mu_0 \mu_r A}{2\pi R + h(\mu_r - 1)} \quad (7.2.6)$$

#### 7.2.2 Hubmagnet

$$\text{Fläche Innen} : A_i = \pi(2r_i b + b^2) \quad (7.2.7)$$

$$\text{Fläche Aussen} : A_a = \pi(2r_a b - b^2) \quad (7.2.8)$$

### 7.3 Magnetische Energie

$$\text{Momentanleistung} : p(t) = u(t)i(t) = Li(t) \frac{di(t)}{dt} \quad (7.3.1)$$

$$\text{Energie} : W = \frac{1}{2} Li_0^2 = \frac{1}{2} \Psi i_0 \quad (7.3.2)$$

## 7.4 Schaltungen von Induktivitäten

$$\text{Reihenschaltung} : L_g = \sum_{(n=1)^k} L_n \quad (7.4.1)$$

$$\text{Parallelschal-} : L_g = \frac{1}{\sum_{n=1}^k \frac{1}{L_n}} \quad (7.4.2)$$

$$\text{Reihenschaltung} : L_g = L_1 + L_2 \pm L_{12} \quad (7.4.3)$$

$$\text{Parallelschal-} : L_g = \frac{L_1 L_2 - L_{12}^2}{L_1 + L_2 \mp 2L_{12}} \quad (7.4.4)$$

$$\text{Stromteiler} : \frac{\phi_1}{\phi_g} = \frac{R_{m,g}}{R_{m,1}} \quad (7.4.5)$$

## 7.5 Einschaltvorgang

$$\text{Ladezeitkon-} : \tau = \frac{L}{R} \quad (7.5.1)$$

$$\text{Spannung} : u_L(t) = L \frac{di(t)}{dt} = U_0 e^{-\frac{t}{\tau}} \quad (7.5.2)$$

$$\text{Strom} : i(t) = \frac{U_0}{R} \left( 1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right) \quad (7.5.3)$$

## 7.6 Abschaltvorgang

$$\text{Spannung} : u_L(t) = L \frac{di(t)}{dt} = -I_0 R e^{-\frac{t}{\tau}} \quad (7.6.1)$$

$$\text{Strom} : i(t) = I_0 e^{-\frac{t}{\tau}} \quad (7.6.2)$$



## 8 Anhänge

### 8.1 Abkürzungen/Formelzeichen

| Zeichen    | Einheit                                       | Bedeutung                          |
|------------|---|------------------------------------|
| $A$        | $m^2$   | Fläche                             |
| $a$        | $\frac{m}{s^2}$                               | Beschleunigung                     |
| $b$        | $\frac{cm^2}{Vs}$                             | Ladungsträgerbeweglichkeit         |
| $d$        | $m$   | Dicke                              |
| $D_n$      | $\frac{m^2}{s}$                               | Diffusionskonstante für Elektronen |
| $D_p$      | $\frac{m^2}{s}$                               | Diffusionskonstante für Löcher     |
| $e$        | $C$   | Elementarladung                    |
| $E$        | $\frac{N}{C} = \frac{VAs}{mAs} = \frac{V}{m}$ | Elektrische Feldstärke             |
| $E_c$      | $eV$  | Leitungsbandkante                  |
| $E_F$      | $eV$  | Fermi-Energie                      |
| $E_g$      | $eV$  | Energie der Bandlücke              |
| $E_v$      | $eV$  | Valenzbandkante                    |
| $f$        | $Hz$  | Frequenz                           |
| $\vec{F}$  | $N = \frac{kgm}{s^2}$                         | Kraft                              |
| $G$        | $\frac{A}{V} = \frac{1}{\Omega} = S$          | Leitwert                           |
| $h$        | $eVs$   | Plank-Konstante                    |
| $\hbar$    | $eVs$   | Planksches Wirkungsquantum         |
| $i$        | $A$   | Elektrischer Strom                 |
| $j$        | $\frac{A}{m^2}$                               | Elektrische Stromdichte            |
| $J_n$      | $\frac{A}{m^2}$                               | Elektronenstromdichte              |
| $J_p$      | $\frac{A}{m^2}$                               | Löcherstromdichte                  |
| $J_{diff}$ | $\frac{A}{m^2}$                               | Diffusionsstromdichte              |
| $J_{part}$ | $\frac{A}{m^2}$                               | Partikelstromdichte                |
| $J_{tO}$   | $\frac{A}{m^2}$                               | Totale Stromdichte                 |
| $J_r$      | $\frac{A}{m^2}$                               | Rekombinationsstromdichte          |

Fortsetzung auf Folgeseite

Tabelle 1: Abkürzungen/Formelzeichen

| Zeichen     | Einheit                      | Bedeutung                                 |
|-------------|------------------------------|---|
| $J_{drift}$ | $\frac{A}{m^2}$              | Driftstromdichte                          |
| $l$         | $m$                          | Länge                                     |
| $L$         | $m$                          | Minoritätsladungsträgerdiffusionslänge    |
| $L_n$       | $m$                          | Diffusionslänge Elektronen                |
| $L_p$       | $m$                          | Diffusionslänge Löcher                    |
| $n$         | ...                          | Elektronenkonzentration                   |
| $n_i$       | ...                          | Intrinsische Ladungsträgerdichte          |
| $n_{id}$    | ...                          | Idealität einer Diode                     |
| $N_A$       | $m^{-3}$                     | Akzeptorendichte                          |
| $N_D$       | $m^{-3}$                     | Donatorendichte                           |
| $N_C$       | $cm^{-3}$                    | Effektive Zustandsdichte der Elektronen   |
| $N_V$       | $cm^{-3}$                    | Effektive Zustandsdichte der Löcher       |
| $p$         | ...                          | Lochkonzentration                         |
| $q$         | $C$                          | Probeladung (in der Regel = $e$ )         |
| $\vec{r}$   | $m$                          | Weg                                       |
| $r$         | $\Omega$                     | Differentieller Widerstand                |
| $R$         | $\Omega$                     | Widerstand                                |
| $R_F$       | $\frac{\Omega}{square}$      | Flächenwiderstand                         |
| $U$         | $V$                          | Elektrische Spannung                      |
| $U_g$       | $V$                          | Gesamtspannung                            |
| $v$         | $\frac{m}{s}$                | Geschwindigkeit                           |
| $v_D, v_d$  | $\frac{m}{s}$                | Driftgeschwindigkeit                      |
| $w$         | $m$                          | Weite bzw. Breite                         |
| $W$         | $Ws = J = \frac{kgm^2}{s^2}$ | Arbeit bzw. Energie                       |
| $\alpha$    | $\frac{1}{^\circ C}$         | Temperaturkoeffizient des Ohmwiderstandes |
| $\nu$       | $Hz$                         | Hier Frequenz der Welle                   |
| $\rho$      | $\frac{Vcm}{A} = \Omega cm$  | Spezifischer Widerstand                   |

Fortsetzung auf Folgeseite

Tabelle 1: Abkürzungen/Formelzeichen

| Zeichen         | Einheit                              | Bedeutung                          |
|-----------------|--------------------------------------|------------------------------------|
| $\rho_e$        | ...                                  | Ladungsdichte                      |
| $\kappa$        | $\frac{1}{\Omega cm} = \frac{S}{cm}$ | Spezifische Leitfähigkeit          |
| $\varepsilon_0$ | $\frac{As}{Vm}$                      | Dielektrizitätskonstante im Vakuum |
| $\varphi$       | V                                    | Elektrisches Potential             |
| $\tau$          | s                                    | Stoßzeit                           |
| $\tau$          | s                                    | Minoritätsladungsträgerlebensdauer |
| $\mu$           | $\frac{cm^2}{Vs}$                    | Beweglichkeit                      |

## 8.2 Konstanten

| Ze.                | Wert                                      | Bedeutung   |
|--------------------|---|---|
| $c$                | $2,998... \cdot 10^8 [frac{ms}]$          | Lichtgeschwindigkeit                                  |
| $e, q$             | $1,602176... \cdot 10^{-19} [C]$          | Elementarladung                                       |
| $h$                | $6,63 \cdot 10^{-34} [Js]$                | Planck-Konstante                                      |
| $h$                | $4,136... \cdot 10^{-15} [eVs]$           | Planck-Konstante                                      |
| $\hbar$            | $\frac{h}{2\pi}$                          | Plancksches Wirkungsquantum                           |
| $k$                | $8,6173 \cdot 10^{-5} [\frac{eV}{K}]$     | Boltzmann Konstante                                   |
| $kT$               | $25,85 [meV]$                             | mit der Boltzmann Konstante und $T = 300K$            |
| $m_0$              | $9,11 \cdot 10^{-31} [kg]$                | Elektronenmasse                                       |
| $m_{si}^*$         | $0,2 \cdot m_0$                           | Effektive Masse Silizium                              |
| $m_{ge}^*$         | $0,1 \cdot m_0$                           | Effektive Masse Germanium                             |
| $N_V$              | $1,04 \cdot 10^{19} cm^{-3}$              | Zustandsdichte im VB Silizium                         |
| $N_C$              | $2,80 \cdot 10^{19} cm^{-3}$              | Zustandsdichte im LB Silizium                         |
| $R$                | $1,09737 \cdot 10^7 m^{-1}$               | Rydbergkonstante                                      |
| $\varepsilon_0$    | $8,854... \cdot 10^{-12} [\frac{As}{Vm}]$ | Dielektrizitätskonstante des Vakuums                  |
| $\varepsilon_{Si}$ | 11,90                                     | Korrekturfaktor Dielektrizitätskonstante für Silizium |

Fortsetzung auf Folgeseite

Tabelle 2: Konstanten

| Ze.                   | Wert | bedeutung   |
|-----------------------|------|---|
| $\varepsilon_{Ge}$    | 16   | Korrekturfaktor Dielektrizitätskonstante für Germanium        |
| $\varepsilon_{SiO_2}$ | 3,9  | Korrekturfaktor Dielektrizitätskonstante für SiO <sub>2</sub> |

### 8.2.1 Spezifische Widerstände [ $\mu\Omega cm$ ]

|       |      |      |       |      |      |
|-------|------|------|-------|------|------|
| Cu    | Au   | Ag   | Al    | Cr   | Ta   |
| 1,673 | 2,35 | 1,59 | 2,655 | 14,1 | 13,5 |

### 8.2.2 Temperaturkoeffizienten $\alpha$ ohmscher Widerstände bei 20°C in $\left[\frac{1}{^\circ C}\right]$

|                     |                     |                     |                     |                     |                     |                     |
|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|
| Cu                  | Ag                  | Au                  | Al                  | Ta                  | Ni                  | Konst.              |
| $3,9 \cdot 10^{-3}$ | $3,8 \cdot 10^{-3}$ | $3,7 \cdot 10^{-3}$ | $4,0 \cdot 10^{-3}$ | $3,3 \cdot 10^{-3}$ | $6,0 \cdot 10^{-3}$ | $1,0 \cdot 10^{-3}$ |

## 8.3 SI-Basiseinheiten

| Bezeichnung | Einheit | Bedeutung               |
|-------------|---------|-------------------------|
| Meter       | m       | Einnheit der Länge      |
| Kilogramm   | kg      | Einheit der Masse       |
| Sekunde     | s       | Einheit der Zeit        |
| Ampere      | A       | Einheit der Stromstärke |
| Kelvin      | K       | Einheit der Temperatur  |
| Mol         | mol     | Einheit der Stoffmenge  |
| Candela     | cd      | Einheit der Lichtstärke |

## 8.4 Vorsatzzeichen

| Name  | Zeichen | Zehnerpotenz | Name  | Zeichen | Zehnerpotenz |
|-------|---------|--------------|-------|---------|--------------|
| Yotta | Y       | $10^{24}$    | Dezi  | d       | $10^{-1}$    |
| Zetta | Z       | $10^{21}$    | Centi | c       | $10^{-2}$    |
| Exa   | E       | $10^{18}$    | Milli | m       | $10^{-3}$    |
| Peta  | P       | $10^{15}$    | Mikro | $\mu$   | $10^{-6}$    |
| Tera  | T       | $10^{12}$    | Nano  | n       | $10^{-9}$    |
| Giga  | G       | $10^9$       | Piko  | p       | $10^{-12}$   |
| Mega  | M       | $10^6$       | Femto | f       | $10^{-15}$   |
| Kilo  | k       | $10^3$       | Atto  | a       | $10^{-18}$   |
| Hekto | h       | $10^2$       | Zepto | z       | $10^{-21}$   |
| Deka  | da      | $10^1$       | Yokto | y       | $10^{-24}$   |

## 8.5 Kurzzusammenfassung

## 8.5.1 Elektrostatik

Elektrostatik & Co.

Elektronenladung  
 $e = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$

Coulomb Gesetz  

$$F_{\text{el}} = \frac{Q_1 Q_2}{4 \pi \epsilon_0 d^2}$$
 $\epsilon_0 = 8,854 \cdot 10^{-12} \frac{\text{As}}{\text{Vm}}$

Elektrische Feldstärke  

$$E = \frac{F}{Q}$$

Potential  

$$U_B = \frac{1}{q} \int_{\infty}^B F(r) dr = \int_{\infty}^B E(r) dr$$

Spannung  

$$U_{AB} = U_A - U_B = \int_A^B E(r) dr = E \cdot d$$

Arbeit  

$$W_{AB} = q \int_A^B E(r) dr = q U_{AB}$$

Temp- Widerstand  

$$R(T) = R_0 (1 + \alpha (T - T_0))$$

Elektrische Flussdichte (nur von  $Q/A$  abhängig, nicht vom Medium)  

$$D = \epsilon_0 \epsilon_r E$$

$$\vec{D} = D = \frac{Q}{A} \rightarrow A \propto \text{größer (Verdichtung)}$$
Flächenladungsdichte

EL. Fluss  

$$\Psi = \int_A \vec{D} \cdot d\vec{A}$$

$$\Rightarrow \text{Gaußsatz } \Psi = |\vec{D}| \cdot A = Q$$
Fluss durch geschl. Oberfläche

EL Dipolmoment  

$$|\vec{p}| = Q \cdot d$$

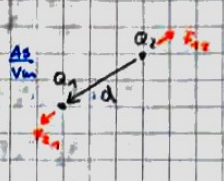


Abbildung 3: Kurzzusammenfassung Elektrostatik

## 8.5.2 Kondensator

Kondensator

Kapazität

$$C = \frac{Q}{U} = \epsilon_0 \epsilon_r \frac{A}{d}$$

$$= \frac{2\pi \epsilon_0 \epsilon_r l}{\ln \frac{r_2}{r_1}} \quad \begin{array}{l} \text{(Plattenkond.)} \\ \text{(Zylinder)} \end{array}$$

$$= 4\pi \epsilon_0 \epsilon_r r \quad \begin{array}{l} \text{Größe} \\ \text{(Kugel)} \end{array}$$

$$= \frac{4\pi \epsilon_0 \epsilon_r}{\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}} \quad \begin{array}{l} \text{(Kugalkond.)} \end{array}$$

| Diele                   | $\epsilon_r$ |
|-------------------------|--------------|
| Luft                    | 1            |
| Papier                  | 4-6          |
| Keramik                 | 6            |
| $\text{SiO}_2$          | 4            |
| $\text{Al}_2\text{O}_3$ | 7-10         |
| $\text{Ta}_2\text{O}_5$ | 22           |

Kondensator vorgeladen Tutorial

① Ladungsbilanz

Ladung vorher = Ladung nachher

$$\Delta Q_{C1} = \Delta Q_{C2}$$

$$Q_{C1, \text{neu}} - Q_{C1, \text{alt}} = Q_{C2, \text{neu}} - Q_{C2, \text{alt}}$$

$$Q_{C1} - Q_0 = Q_{C2}$$

$$C_1 U_{C1} - C_1 U_0 = C_2 U_{C2}$$

② Masche

$$U_n = U_{C1} + U_{C2}$$

Schaltungen

Kondensatoren verhalten sich wie Leitwerte

Abbildung 4: Kurzzusammenfassung Kondensator



## 8.5.3 Magnet 1

Magnetfelder & Co.

Lorenzkraft  
 $F_L = q v B$  (wenn alles senkrecht)

Magnetische Flusddichte  
 $\vec{B} = \frac{\vec{F}_L \times \vec{v}_{max}}{q (v_{max})^2}$

Magnetischer Fluss  
 $\Phi = \int_A \vec{B} \cdot d\vec{A} \stackrel{!}{=} 0 = B \cdot A \text{ [Tm}^2\text{]} \text{ für geschlossene Oberfläche}$

Magnetische Feldstärke  
 $\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0 \mu_r}$   $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{Vs}{Am}$


Durchleitungsgesetz  
 $\oint \vec{H} \cdot d\vec{s} = \sum I_{\text{durch}} = H \cdot l = \omega \cdot I$

Kraft auf Leiter im B-Feld  
 $|F| = |I| \cdot l \cdot B \cdot \sin \alpha$

Magnetischer Widerstand (Reluktanz)  $\frac{1}{R_m} = (\text{Permeanz})$   
 $R_m = \frac{l}{\mu_0 \mu_r A} \text{ [}\frac{A}{Vs}\text{]}$

Magnetische Quellspannung  
 $\Theta = \omega \cdot I = \Phi \cdot R_m$   $\Phi \propto \text{Strom}$

Magnetischer Flussleiter  
 $\Phi_x = \Phi_0 \cdot \frac{G_{mx}}{G_{mx} + G_{mz}}$

Magnetische Sättigung  

 wenn Strom zu hoch wird E in Wärme verschwendet

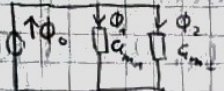
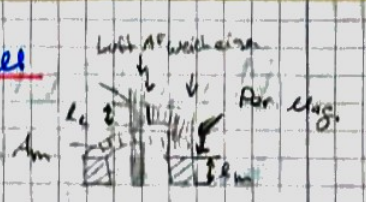


Abbildung 5: Kurzzusammenfassung Magnet 1

## 8.5.4 Magnet 2

Permanent magnet mit Luftspalt

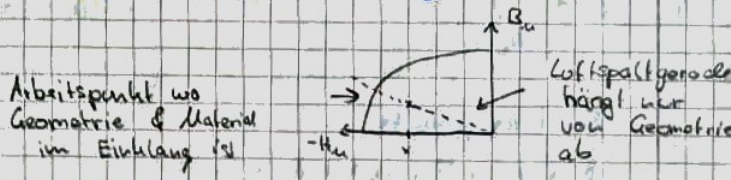


① Durchflutungsgesetz  
 $\oint \vec{H}(\vec{r}) d\vec{r} = I = 0$  da Per. Mag.  
 $\Rightarrow H_m l_m + H_L l_L = 0$   
 Magnet  $\rightarrow$  Luft

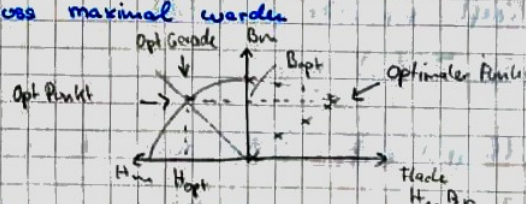
② Quellenfreiheit des Magnetfeldes  
 $\Phi_m = \Phi_{Luft} \Rightarrow B_m \cdot A_m = B_L \cdot A_L$   
 Mag. Fluss in Fläche muss auch wieder austreten Fluss immer geschlossen

③ Arbeitsgerade Luftspalt  
 $B_m = -\mu_0 H_m \cdot \frac{l_m A_L}{l_L A_m}$  mit I  $B_m = \mu_0 \frac{(I - H_m l_m) A_L}{l_L A_m}$

④ Wert aus Kennlinie ablesen und in ③ einsetzen



⑤ Optimale Arbeitsgerade für  $V_m$  minimal  
 $\Rightarrow |B_m \cdot H_m|$  muss maximal werden



$B_{mopt}$  &  $H_{mopt}$  ablesen in ③ & ⑤ einsetzen

Induktionsgesetz

$$\oint_S \vec{E}(\vec{r}) d\vec{r} = - \oint_S \vec{u}(\vec{r}) \times \vec{B}(\vec{r}) d\vec{r} = - \frac{d}{dt} \int_A \vec{B}(\vec{r}) dA$$

Wenn Integrationsweg  $S$  eine Leiterschleife ist:

$$U_{ind}(t) = - \frac{d\Phi(t)}{dt}$$

$$U_{ind, max} = B L v$$

Abbildung 6: Kurzzusammenfassung Magnet 2



## 8.5.5 Spule

Spule

Induktivität

$$L = \frac{\mu_0 \mu_r A}{l} \omega^2 = G_m \cdot \omega^2 \quad H = L \cdot \frac{\omega}{\omega_{spule}}$$

Differenzialformel

$$u(t) = L \frac{di(t)}{dt}$$

Fluss an Spule

$$\Phi(t) = \frac{L}{\omega} i(t)$$

Flussverkehlung

$$\Psi(t) = \omega \Phi(t) = L i(t)$$

Energie in Spule

$$W = \frac{1}{2} L i_0^2$$

Kopplungsinduktivität

$$L_{ges} = L_1 + L_2 \pm L_{12} \cdot 2$$

$$L_{ges} = \frac{L_1 L_2 - L_{12}^2}{L_1 + L_2 \pm 2 L_{12}}$$

Abbildung 7: Kurzzusammenfassung Spule

## 8.5.6 Komplexe Rechnung

Komplexe Rechnung

Darstellungsform

$$\underline{z} = a + jb = |\underline{z}| e^{j\varphi} = |\underline{z}| \cos \varphi + j |\underline{z}| \sin \varphi$$

$$\underline{z}^* = a - jb = |\underline{z}| e^{-j\varphi} \quad \text{mit } \varphi = \arg(\underline{z}) = \frac{\operatorname{Im}(\underline{z})}{\operatorname{Re}(\underline{z})}$$

Komplexer Wechselstrom

$$\underline{u}(t) = |\underline{u}| \cdot e^{j(\omega t + \varphi_u)}$$

$$\underline{i}(t) = |\underline{i}| \cdot e^{j(\omega t + \varphi_i)}$$

wobei  $|\underline{u}| = \hat{u}$  (maximaler Wert)

$\Rightarrow u(t) = \operatorname{Re}(\underline{u}(t)) = |\underline{u}| \cdot \cos(\omega t + \varphi_u)$

$i(t) = \operatorname{Re}(\underline{i}(t)) = \dots$

Wichtige Rechenregeln

$$\underline{z} \cdot \underline{z}^* = |\underline{z}|^2$$

$$\arg\left(\frac{1}{\underline{z}}\right) = -\arg(\underline{z})$$

$$\left(\frac{\underline{z}_1}{\underline{z}_2}\right)^* = \frac{\underline{z}_1^*}{\underline{z}_2^*}$$

$$|\underline{z}_1 \cdot \underline{z}_2| = |\underline{z}_1| \cdot |\underline{z}_2|$$

$$|\underline{z}_1 + \underline{z}_2| \leq |\underline{z}_1| + |\underline{z}_2|$$

$$|\underline{y}| = \left|\frac{1}{\underline{z}}\right| = \frac{1}{|\underline{z}|}$$

$$\arg\left(\frac{\underline{z}_1}{\underline{z}_2}\right) = \arg(\underline{z}_1) - \arg(\underline{z}_2)$$

Winkel zwischen Zeigern

$$\varphi_{12} = \arg\left(\frac{\underline{z}_1}{\underline{z}_2}\right)$$

Abbildung 8: Kurzzusammenfassung Komplexe Rechnung



## 8.5.7 Zeiger

Zeiger & Co

Spitzenwerte

$$\hat{u} = \hat{i} R$$
$$\underline{u} = \underline{i} R$$

Leistungen

$$S_R = u_{\text{eff}} \cdot I_{\text{eff}} = \frac{\hat{u} \cdot \hat{i}}{2} = \frac{1}{2} \underline{u} \cdot \underline{i}^*$$
$$u_{12} = u_1 - u_2$$

Abbildung 9: Kurzzusammenfassung Zeiger

## 8.5.8 Übertrager

Übertrager

Ströme

$$I_1 = G_1 (U_1 - U_{w1})$$

$$I_2 = G_2 (U_2 - U_{w2})$$

$$I_3 = Y_3 \cdot U_{w3}$$

$$I_4 = Y_4 \cdot U_{w4}$$

$$I_5 = Y_5 \cdot U_{w5}$$

Spannungsverhältnisse

$$\frac{U_{w1}}{U_{w2}} = \frac{w_1}{w_2} \quad \frac{U_{w2}}{U_{w3}} = \frac{w_2}{w_3} \quad \frac{U_{w3}}{U_{w4}} = \frac{w_4}{w_3} \quad \frac{U_{w4}}{U_{w5}} = \frac{w_5}{w_4} \dots$$

Durchflutungsgesetz

$$\sum I_x \cdot w_x = 0$$

$$I_1 \cdot w_1 + I_2 \cdot w_2 = I_3 \cdot w_3 - I_4 \cdot w_4 - I_5 \cdot w_5 = 0$$

Beim idealen Übertrager gilt:

$$U_{prim} = \dot{u} \cdot U_{sek}$$

$$I_{prim} = -\frac{1}{\dot{u}} \cdot I_{sek}$$

OPV

Idealer OPV

(1)  $V \rightarrow \infty$  (2)  $R_a \rightarrow \infty$  d.h. kein I im OPV (3)  $R_a \rightarrow 0$   $U_a$  unabh. von Last

für  $V \rightarrow \infty$  ist  $\Delta U = 0$  bei Rückkopplung (auf „-“)

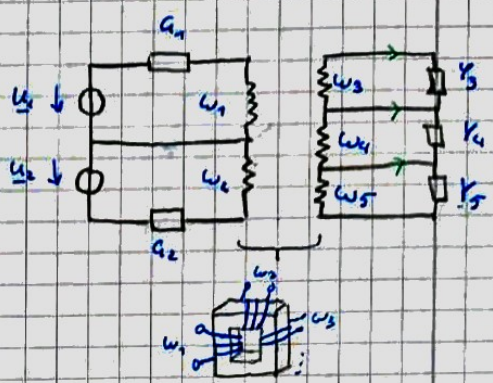
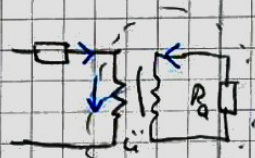



Abbildung 10: Kurzzusammenfassung Übertrager

## 8.6 Nachwort

Diese Formelsammlung wurde nahezu ausschließlich auf Basis des Grundlagen der Elektrotechnik I-II Scripts von Prof. Dr.-Ing. Norbert Frühauf erstellt. Nahezu sämtliche Formeln und Werte sind direkt dem Script und der Vorlesung entnommen und wurden nicht für diese Sammlung eigenständig hergeleitet. Für ausführlichere Beschreibungen empfehle ich sehr das eben angesprochene Script zu studieren. Diese Formelsammlung ist einzig ein Hilfsmittel für mich und meine Kommilitonen und sehr wahrscheinlich nicht fehlerfrei. Sollten Fehler gefunden werden, würde ich mich sehr freuen wenn man mir das kurz in einer E-Mail ([f.leuze@outlook.de](mailto:f.leuze@outlook.de)) mitteilen würde, damit ich entsprechende Korrekturen vornehmen kann. Die angefügte Kurzformelsammlung wurde freundlicherweise von unserem Elektrotechnik Tutor zur Verfügung gestellt.