

Mikroelektronik 2 Vorlesungsmitschriebe

Florian Leuze

Inhaltsverzeichnis

Abbildungsverzeichnis	4
1 Grundlagen	5
1.1 SI-Basiseinheiten	5
1.2 Vorsatzzeichen	5
1.3 Misc	5
1.3.1 Atome	5
2 Vorlesungsmitschriebe	6
2.1 10. April 2018: Vorlesung 1	6
2.1.1 Halbleitertypen	6
2.1.2 Silizium: Das Material der Mikroelektronik	6
2.1.2.1 Halbleiterklassen	6
2.1.2.2 Bindungen - Elektronenpaarbindung	7
2.2 17. April 2018: Vorlesung 2	8
2.2.1 Silizium: Das Material der modernen Mikroelektronik	8
2.2.1.1 Transistortypen	8
2.2.1.2 Weltmarkt	8
2.2.1.3 Fünf Gründe für die Dominanz von Silizium	8
2.2.2 Some facts	9
2.3 24. April 2018: Vorlesung 3	10
2.3.1 Die Arbeitsweise des Computers	11
2.3.2 Standard Gatter	12
2.4 08. Mai 2018: Vorlesung 4	13
2.4.1 Areniusplot	13
2.4.2 Verlustleistung	13
2.4.3 Moores Law	14
2.4.4 Some facts	14
2.5 15. Mai 2018: Vorlesung 5	15
2.5.1 Komplementär	15
2.5.2 Speichertypen	16
2.5.3 Thyristoren	16
2.5.4 Bindung und Strukturen	16
2.5.5 Some facts	17
2.6 Einschub Graphen/Kohlenstoffnanoröhrchen	18
2.6.1 Kristallstrukturen und Eigenschaften von Graphit	18
2.6.2 Graphen	18
2.6.3 Kohlenstoffnanoröhren	19
2.6.3.1 Strukturen	19
2.7 15. Mai 2018: Vorlesung 6	20
2.7.1 Monokristallines Si	20
2.7.2 Atomaufbau	20
2.7.3 Some facts	21
2.8 29. Mai 2018: Vorlesung 7	22

INHALTSVERZEICHNIS

2.8.1	Die Bohrschen Postulate	22
2.8.2	Bohrsches Atommodell für das Wasserstoffatom	22
2.8.3	Some facts	24
2.9	05. Juni 2018: Vorlesung 8	26
2.9.1	Quanten	26
2.9.1.1	Erweiterte Bohrsche Postulate	26
2.9.2	Dipolmoment	28
2.9.3	Some facts	28
2.10	05. Juni 2018a: Vorlesung 9a	29
2.10.1	Metalle und metallische Leitfähigkeit	29
2.10.2	Bandstruktur	29
2.10.3	Metallische Bindung	29
2.10.4	Ohmsches Gesetz	31
2.10.5	Homogen dotiertes Silizium	32
2.10.6	Some facts	32
2.11	05. Juni 2018b: Vorlesung 9b	34
3	Vortragsübungen	35
4	Anhänge	36
4.1	Abkürzungen/Formelzeichen	36
4.2	Wichtige Donatoren und Akzeptoren	38
4.3	Effektive Massen	39
4.4	Bandlücken wichtiger Materialien	39
4.5	Eckdaten wichtiger Halbleiter	39
4.6	Niederfeld- und Niederdotierungsbeweglichkeiten ($T = 300K$)	40
4.7	Konstanten	40
4.8	Formelverzeichnis	40
5	Literatur	40

Versionierung

Datum	Vers.	Kürzel	Änderung
08.06.2018	0.1	FL	Erzeugung Dokument; Erzeugung Inhaltsverzeichnis; Erzeugung Versionierung; Erzeugung Literaturverzeichnis;
10.08.2018	0.2	FL	Vorlesung 1 - 3
13.08.2018	0.3	FL	Vorlesung 4 - 5
15.08.2018	0.4	FL	Einschub Graph./Kohl.stoff.n.röhr.; Vorlesung 6-7
16.08.2018	0.4.1	FL	Korrektur Formelzeichen; Vorlesung 6 - 9a

Abbildungsverzeichnis

1	Halbleiterklassen	6
2	Wabenstruktur	7
3	AND-Gatter (deutsche Darstellung)	12
4	AND-Gatter (international)	12
5	NAND-Gatter (deutsche Darstellung)	12
6	NAND-Gatter (international)	12
7	Areniusplot	13
8	Kennlinie komplementär (Schulze 2018)	15
9	Monokristalline Graphitlage (Schulze 2018)	16
10	Strukturen von Kohlenstoffnanoröhrchen(Chandrasekhar 2018)	19
11	Gravitation	20
12	Coulombkraft	20
13	Atommodell/Bahnen (Tobi 2018)	22
14	Kraftwirkung auf Elektron (Tobi 2018)	22
15	Bahnwechsel (Tobi 2018)	24
16	Dipolmoment eines Elektrons	28
17	Impulsraum	29
18	Ortsraum	29
19	Kugelschale	30
20	Potentielle Energie im Ortsraum 2D	30
21	Potentielle Energie im Ortsraum 1D	30
22	Homogene Halbleiter U/I Kurve	32
23	Homogene Halbleiter Konzentration	32

1 Grundlagen

1.1 SI-Basiseinheiten

Bezeichnung	Einheit	Bedeutung
Meter	m	Einheit der Länge
Kilogramm	kg	Einheit der Masse
Sekunde	s	Einheit der Zeit
Ampere	A	Einheit der Stromstärke
Kelvin	K	Einheit der Temperatur
Mol	mol	Einheit der Stoffmenge
Candela	cd	Einheit der Lichtstärke

1.2 Vorsatzzeichen

Name	Zeichen	Zehnerpotenz	Name	Zeichen	Zehnerpotenz
Yotta	Y	10^{24}	Dezi	d	10^{-1}
Zetta	Z	10^{21}	Centi	c	10^{-2}
Exa	E	10^{18}	Milli	m	10^{-3}
Peta	P	10^{15}	Mikro	μ	10^{-6}
Tera	T	10^{12}	Nano	n	10^{-9}
Giga	G	10^9	Piko	p	10^{-12}
Mega	M	10^6	Femto	f	10^{-15}
Kilo	k	10^3	Atto	a	10^{-18}
Hekto	h	10^2	Zepto	z	10^{-21}
Deka	da	10^1	Yokto	y	10^{-24}

1.3 Misc

1.3.1 Atome

- Atome sind im Grundzustand neutral
- Ändert sich die Zahl der Elektronen spricht man von Ionisierung:
 - positives Ion = Kation (weniger Elektronen)
 - negatives ion = Anion (mehr Elektronen)
- Elektron $q_e = -e$, Elektronenmasse: $m_e = 9,109\dots \cdot 10^{-31} kg$
- Proton $q_p = +e$, Protonenmasse: $m_p = 1,672\dots \cdot 10^{-27} kg$

2 Vorlesungsmitschriebe

2.1 10. April 2018: Vorlesung 1

2.1.1 Halbleitertypen

- organische HL:
 - Kohlenwasserstoffverbindung
 - lange Ketten
- anorganische HL:
 - elementare HL
 - HL-Legierungen

Beispiele siehe Vorlesungsfolien.

Verbinungshalbleiter im stöchiometrischen Verhältnis 1:1 sind Gallium-Schwermetall, Stickstoff-isol. Gas. Halbleiterlegierungen bestehen aus Materialien die bereits halbleitende Eigenschaften besitzen. Verbindungshalbleiter dagegen bestehen nicht zwangsläufig nur aus Materialien die bereits einzeln halbleitend sind.

2.1.2 Silizium: Das Material der Mikroelektronik

2.1.2.1 Halbleiterklassen

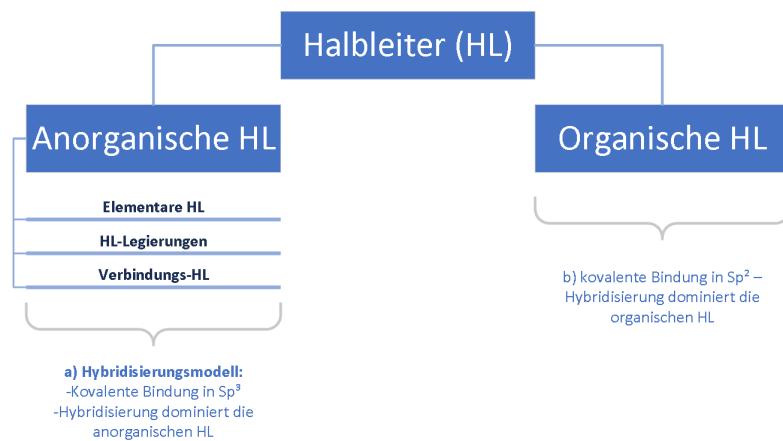


Abbildung 1: Halbleiterklassen

Definition 2.1. *Halbleiter: Ein Material, das grundsätzlich leitfähig ist und dessen Verhalten bei Erhitzung metallischer und beim absoluten Nullpunkt isolierend wird.*

2.1.2.2 Bindungen - Elektronenpaarbindung

Beim Nullpunkt sind alle Bindungen fest. Bei Erhitzung muss um das die Bindung zu lösen dem Elektron so viel Energie zugefügt werden, dass es aus der Bindung herraus "geschossen" wird.

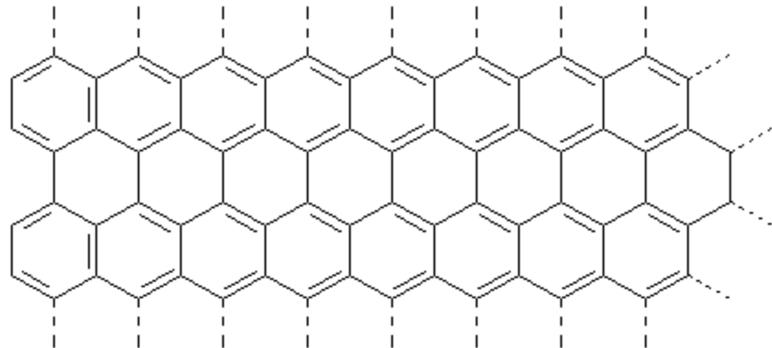


Abbildung 2: Wabenstruktur
(o.A. n.d.)

2.2 17. April 2018: Vorlesung 2

Bemerkung 2.1. Zu (2.1.2.2): *Elektronenpaarbindungen entsprechen Doppelbindungen.*

Üblich ist Sp^3 Hybridisierung, Kohlenstoff kann aber auch Sp^2 Hybride bilden.

2.2.1 Silizium: Das Material der modernen Mikroelektronik

2.2.1.1 Transistortypen

Definition 2.2. *BJT: Bipolar Junction Transistor bzw. Bipolartransistor
CMOS: Complementary Metal Oxide Semiconductor*

Bemerkung 2.2. *Transistortypen: NPN bzw. komplementär dazu PNP.*

Definition 2.3. *Transistor: Transfer Resistor*

Definition 2.4. *Complementary: Innen Elektronen, aussen Löcher. Kleiner Elektronenstrom an der Basis um großen Strom anzutreiben.*

2.2.1.2 Weltmarkt

- 95% Si-basiert, davon knapp 90% CMOS
- 90% aller hergestellten Bauelemente sind Transistoren
- Von 10€ wird 1€ weltweit mit Halbleitern verdient
- Nach Sauerstoff ist Silizium das zweithäufigste Element (Sand = Siliziumdioxid, im Allgemeinen wird Quarzsand aus dem Bergbau verwendet, siehe Mikro 1)
- 1kg Si < 10€ im Vergleich zu 4000€ - 5000€ um 500gr Arsen zu gewinnen
- Bei einer Umstellung auf GaAs könnte man ca. 10 Tage die Fertigung aufrecht erhalten, danach wären alle Rohstoffe verbraucht
- FET Technologie funktioniert mit Germanium nicht, nur mit Silizium

2.2.1.3 Fünf Gründe für die Dominanz von Silizium

- 1) Si ist ein Elementarhalbleiter
 - Substrat entspricht Wafermaterial
 - Leichte Substratherstellung
- 2) Man findet Si praktisch "wie Sand am Meer" (wenn auch nicht ganz da hauptsächlich Quarzsand verwendet wird)
 - → Kostengünstig, ünbegrenzt"verfügbar

- Bipolar: Löcherstrom und Elektronenstrom
 - Atome pro cm: 10^{23}
 - Nicht unterhalb der intrinsischen Grenze $\sim 10^{10}$, gilt aber bei Raumtemperatur (was hab ich damit gemeint?)
- 3) Si lässt sich in einem sehr weiten Bereich von $10^{15} - 10^{20} \frac{1}{cm^3}$ dotieren
 - 4) Si ist ungiftig
 - 5) Si bildet mit SiO₂ einen elektrisch perfekten Isolator \Rightarrow MOSFET-Technologie möglich
 - 6) Schutz der Investition
 - Moderne Halbleiter-Fabrik kostet ungefähr 3 Milliarden €
 - Betrieb ca. 2 Millionen €

2.2.2 Some facts

- Der erste Transistor wurde 1938 von Robert Wichard Pohl und Rudolf Hilsch der erste Transistor aus Kalium-Bromid hergestellt. Das Material war aber eher ungeeignet, da es wasserlöslich ist.
- Der BP (Bipolar) Transistor ist sehr viel schneller als der MOSFET, daher in vor allem in der HF (Hochfrequenz) Technik häufig genutzt
- MOSFETs können als normally on/off umgesetzt werden. Am gebräuchlichsten ist normally off

2.3 24. April 2018: Vorlesung 3

- 1) Natürliche Zahlen $\mathbb{N} = \{1, 2, 3, \dots, \infty\}$
Natürliche Zahlen sind natürlich da sie einfach 'da' sind. Alle anderen Zahlmengen sind aus den natürlichen Zahlen heraus gebaute Konstrukte.
- 2) Verknüpfungen werden definiert (allgemein $*$)
 - Additiv
 - Multiplikativ

$$a * b \rightarrow c$$

Bei der Verknüpfung darf die Menge nicht verlassen werden (Abgeschlossenheit), d.h. $a, b \in \mathbb{N} \Rightarrow c \in \mathbb{N}$.

Addition und Multiplikation sind in \mathbb{N} abgeschlossen, Division und Subtraktion allerdings nicht. Zur Erweiterung der Menge müssen das neutrale Element und das inverse Element definiert werden (siehe HM1).

	Erweiterung von \mathbb{N} zu \mathbb{Z}	Erweiterung von \mathbb{N} zu \mathbb{Q}
– Neutrale Elemente	$a - a =: 0$ $a + 0 = 0 + a = a$	$a \cdot a^{-1} = e$ $e \cdot a = a \cdot e = a$

- 3) Begriffe: Gruppe, Ringe, Körper
 - Die einfachste algebraische Struktur ist die Gruppe. Dann kommt der Ring und danach der Körper.
 - Gruppe: Vereinigung einer Zahlenmenge und einer Verknüpfung
 - Abelsche Gruppe: Ist eine Gruppe weiterhin kommutativ ist sie abelsch
 - Ring: Vereinigung aus einer Zahlenmenge und zwei Verknüpfungen (additiv und multiplikativ); Wortherkunft: Verbund von Elementen die untereinander unterschiedlich sind aber eine Aufgabe erfüllen(z.B. Verbrecherring)
 - Körper: Alle Eigenschaften von Ringen und zusätzlich Distributivität.
- 4) $\mathbb{Q} \rightarrow \mathbb{R}$: Cauchy-Folge (erzeugt Reelle Zahlen, konvergiert gegen jede denkbare irrationale Zahl)
- 5) Komplexe Zahlen

$$\sqrt{b} = ? \text{ für } b < 0$$

$$a : a * a = b$$

$$\sqrt{-1} =: i \text{ bzw. in der Elektrotechnik oftmals } j$$

$$\Rightarrow \mathbb{C} : \mathbb{Z} = a + ib \quad a, b \in \mathbb{R}$$

$$Re\{Z\} = a \quad Im\{Z\} = b$$

\Rightarrow Vorteil: Real- und Imaginärteil immer getrennt

6) Gibt es n-dimensionale Zahlen?

$$y = a + ib + kc, \quad \sqrt{i} = \sqrt{k} = -1, \quad a, b, c \in \mathbb{R}$$

Fügt man noch einen weiteren Term an erhält man die Quaternionen mit denen gerechnet werden kann.

7) Abbildungen:

$$\{M\}f : M \rightarrow N\{N\}$$

Definition 2.5. *Algebra: Aus dem arabischen von al-ğabr abgeleitet. Es bedeutet im übertragenen Sinne 'das Zusammenfügen gebrochener Teile', kann aber auch einfach als 'Rechnen' interpretiert werden.*

2.3.1 Die Arbeitsweise des Computers

Notwendig für ein Computer auf Basis von Binärzahlen:

$$\mathbb{R} \xrightarrow{f} B, \quad \text{mit } B \text{ als Menge der Binärzahlen}$$

Notwendige Bedingung damit die Abbildung geeignet ist: f muss ein *bijektiver Homomorphismus* sein, was nichts anderes als ein *Isomorphismus*.

Definition 2.6.

Morphologie: Struktur (Form)

Homo: Gleich im Sinne von ähnlich

Iso: Gleich im Sinne von identisch

Homomorphismus: Ähnlich in der Struktur

Isomorphismus: Identisch in der Struktur

D.h. es muss bewiesen werden, dass die Menge der binären Zahlen die gleiche algebraische Struktur aufweisen, wie die Menge der reellen Zahlen aus der sie konstruiert wurde (also ein Zahlenkörper). Dazu:

$$\begin{aligned} a, b \in \mathbb{R} \quad & a * b = c \\ f(a) = b_a \quad & f(b) = b_b \quad b_a * b_b = \tilde{x} \\ \Rightarrow c = f^{-1}(\tilde{x}) \end{aligned}$$

Beispiel:

$$\begin{aligned} a &= 13, \quad a \in \mathbb{R} \\ B : b_a &= \sum_{i=-n}^{+m} \alpha_i 2^i \quad \alpha_i \in \{0, 1\} \end{aligned}$$

Darstellung:

$$\begin{array}{c}
 Z_m Z_{m-1} \dots Z_0, Z_{-1} \dots Z_{-n} \\
 2^3 \quad 2^2 \quad 2^1 \quad 2^0 \\
 \Rightarrow 13 \rightarrow \frac{8 \quad 4 \quad 2 \quad 1}{1 \quad 1 \quad 0 \quad 1} \Rightarrow 13 \rightarrow 1101
 \end{array}$$

Die Algebra auf der Menge der Binärzahlen wird *boolesche Algebra* genannt (Logik).

2.3.2 Standard Gatter

Das AND-Gatter:

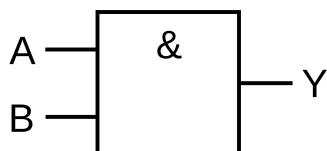


Abbildung 3: AND-Gatter (deutsche Darstellung)

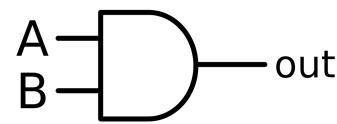


Abbildung 4: AND-Gatter (international)

AND	A(In 1)	B(In 2)	Y(Out)
	0	0	0
	0	1	0
	1	0	0
	1	1	1

Verknüpft man ein AND-Gatter mit einer Negation erhält man das NAND-Gatter (über das sämtliche logische Verknüpfungen realisiert werden können):

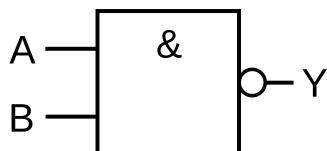


Abbildung 5: NAND-Gatter (deutsche Darstellung)

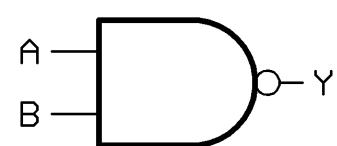


Abbildung 6: NAND-Gatter (international)

AND	A(In 1)	B(In 2)	Y(Out)
	0	0	1
	0	1	1
	1	0	1
	1	1	0

2.4 08. Mai 2018: Vorlesung 4

2.4.1 Areniusplot

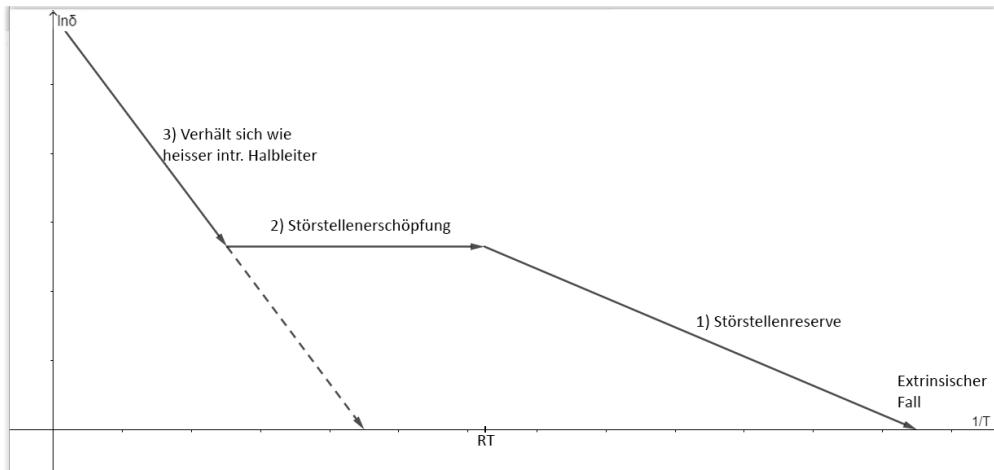


Abbildung 7: Areniusplot

Der Areniusplot (hier dotiert) stellt die Temperatur und die Leitfähigkeit ins Verhältnis (Achtung, $\ln \sigma$ und $\frac{1}{T}$). Es gilt:

$$n(t) \sim e^{-\frac{E}{K_B T}}$$

Die gestrichelte Linie stellt das Verhalten dar, das ein intrinsischer Halbleiter hätte.

- 1) Störstellenreserve: Die Dotieratome (z.B. Phosphor) geben ihre zusätzliches Elektron ab. Das läuft solange ab bis alle Dotieratome ihr Elektron abgegeben haben.
- 2) Störstellenerschöpfung: Dotieratome haben alle ihr zusätzliches Elektron abgegeben, Energie ist aber noch zu niedrig um weitere Bindungen aufzubrechen.
- 3) Energie ist hoch genug, dass Bindungen zwischen Silizium und Phosphor aufbrechen, Halbleiter wird mit Elektronen so stark überschwemmt dass die Dotierung keine Rolle mehr spielt (daher Verhalten wie im intrinsischen Fall) und es gilt $n \sim p$.

Im Bereich 1) arbeitet der Chip nicht mehr zuverlässig. Gewünscht ist der Bereich um RT (Raumtemperatur).

2.4.2 Verlustleistung

Durch permanente Miniaturisierung wurde die Leistung der Chips höher, dabei wird aber auch mehr Abwärme durch Verlustleistung produziert. Abschätzung der Verlustleistung in einem N(P)Mos-Inverter. Folgende Annahmen sind zu treffen:

- 1) N-Inverter miteinander verschaltet
- 2) Pro Takt sind $\frac{N}{2}$ der FETs im Off- bzw. On-Zustand
- 3) $I_{stat} = I$

$$\Rightarrow P_{total} \cong \frac{N}{2} I \cdot V_{cc} + N \cdot I_{dyn} V_{cc} \quad (2.4.1)$$

Hier ist die Verlustleistung als Funktion der Anzahl der Inverterstufen gegeben.

2.4.3 Moores Law

- Formuliert durch Gordon E. Moore in 1965
- Beobachtung: Vervierfachung der Anzahl der Transistoren auf einem Chip alle drei Jahre

2.4.4 Some facts

- Erstes kommerzielles transistorbasiertes Produkt: Texas Instruments Taschenrechner
- Schmelztemperatur Si: 1400°
- 1 Angström entspricht $1 \cdot 10^{-10}m$
- Bei Transistorgrößen $< 5\text{nm}$ überwiegen quantenmechanische Eigenschaften
⇒ undeterministisches Verhalten

2.5 15. Mai 2018: Vorlesung 5

$$(2.4.1) = \frac{N}{2} I \cdot V_{cc} + N \cdot C_L \cdot f \cdot V_{cc}^2$$

Umbau von MOS in CMOS
→

$$P_{total} \cong NC_L f V_{cc}^2 \quad (2.5.1)$$

Wachstum von N und F ist exponentiell, daher werden die Chips immer heißer, was immer effizienteres Kühlen erforderlich macht. Die Lösung ist der CMOS, da hier der statische Verluststrom weg fällt (da der CMOS im ausgeschalteten Zustand so gut sperrt, dass praktisch kein Strom fließt). Somit wird auch die Temperatur in der der HL in den intrinsischen Modus verfällt später erreicht.

2.5.1 Komplementär

Definition 2.7. Zwei elektronische Bauelemente heißen *komplementär* zueinander, wenn der Verlauf der Kennlinie erhalten bleibt, sich jedoch das Vorzeichen invertiert.

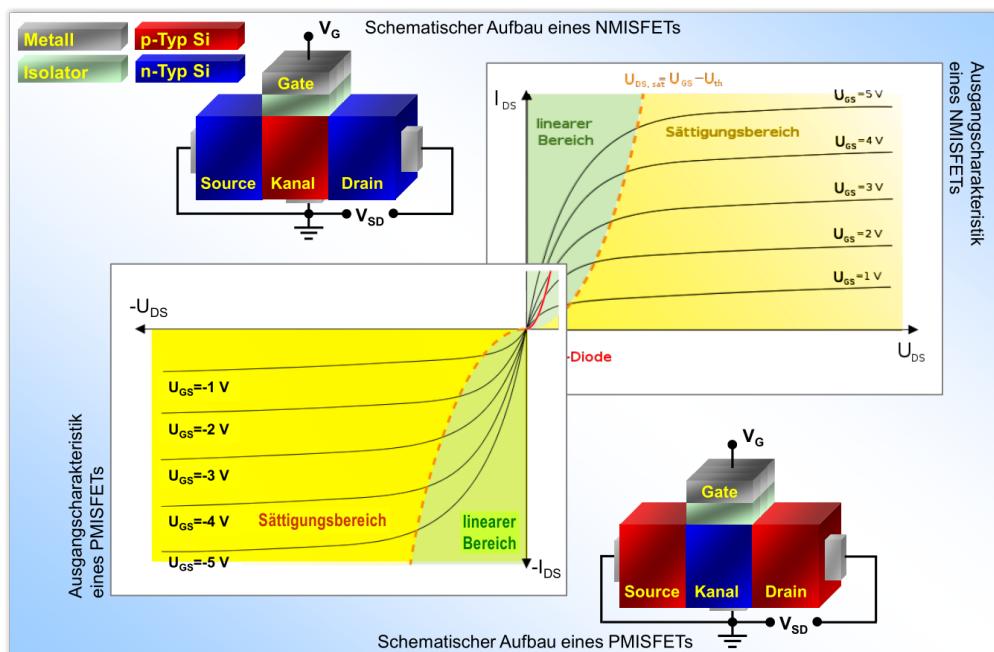


Abbildung 8: Kennlinie komplementär (Schulze 2018)

Aus (2.5.1) folgt wiederrum

$$\rightarrow \frac{P_{total}}{C_L V_{cc}^2} = N \cdot f = konstant \quad (2.5.2)$$

Hierbei spricht man vom "Power Delay Produkt". Zwischen N und f findet ein "Tradeoff statt. Da das Produkt konstant ist, kann keiner der beiden Faktoren

beliebig erhöht werden. Wird N erhöht so muss f gesenkt werden und umgekehrt. Das "Power Delay Produkt" kann weiterhin wie folgt beschrieben werden:

$$\text{Power Delay Produkt: } \ln(Nf) = \ln(N) + \ln(f) = \ln(\text{konst}) = \text{konst} \quad (2.5.3)$$

2.5.2 Speichertypen

Die meistgenutzten Speichertypen sind:

SRAM	DRAM
<u>Static Random Access Memory</u> Schneller aber teurer Flip Flop basiert	<u>Dynamic Random Access Memory</u> Langsamer aber günstiger Kondensatorbasiert

2.5.3 Thyristoren

- Verschachtelung von PNP und NPN Bipolartransistoren
- Drei PN Übergänge und damit drei Schottky Kontakte
- Einmal angeschaltet geht der Thyristor erst bei 0V wieder aus
- Anwendungsbereich: Hochspannung $\sim 800kV$

2.5.4 Bindung und Strukturen

Die Elemente Kohlenstoff, Silizium, Germanium und weitere haben die gleiche Kristallstruktur, verhalten sich aber unterschiedlich. Graphit lässt sich selbst in unterschiedliche Strukturen bringen die alle ein anderes Leitverhalten vorweisen. Polykristallin ist Graphit leitend, monokristallin lässt sich das Verhalten nur noch durch einen Tensor beschreiben.

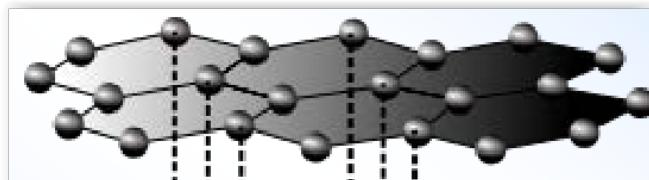


Abbildung 9: Monokristalline Graphitlage (Schulze 2018)

Legt man ein elektrisches Feld horizontal an weißt das Material eine extrem gute Leitfähigkeit auf. Legt man das Feld vertikal an so wirkt das Material wie ein Isolator. Man spricht hier von einem anisotropen Leitverhalten.

Definition 2.8.

Iso: gleich

Trop: Raum

Isotrop leitend: Im Raum in allen Richtungen gleich leitend

Anisotrop leitend: Im Raum in unterschiedlichen Richtungen unterschiedlich gut leitend → Leitfähigkeitstensor

2.5.5 Some facts

- PNP üblicherweise breiter als NPN da die Beweglichkeit von Löchern kleiner als die von Elektronen ist
→ bei gleicher Baugröße treibt ein PNP Transistor weniger Strom als ein NPN Transistor
- Eine Elektronenpaarbindung ist eine kovalente Bindung
- Zinn ist ein sogenannter Zero-Bandgap Halbleiter, also ein Halbleiter bei dem die Bandlücke 0eV beträgt. Er verhält sich somit metallisch und wird auch als Halbmetall bezeichnet.

2.6 Einschub Graphen/Kohlenstoffnanoröhrchen

2.6.1 Kristallstrukturen und Eigenschaften von Graphit

Graphit lässt sich in unterschiedlichen Strukturen vorfinden, die allesamt unterschiedliche Eigenschaften, insbesondere mit Bezug auf das Verhalten als Leiter, Halbleiter oder nichtleiter, haben. Von amorphem Kohlenstoff spricht man, wenn die Atome ohne eine langreichweitige Ordnung vernetzt sind. Weder aus der Ferne, noch aus der Nähe erkennt man eine Struktur im Material.

Um einen polykristallinen Graphitblock herzustellen, komprimiert man mehrere Bruchstücke eines Graphitkristalls zu einer festen Struktur. Bei der Betrachtung in der Nähe erkennt man so eine perfekte Kristallstruktur, bei der Betrachtung aus der Ferne jedoch sieht man allerdings die abrupten Übergänge der einzelnen Bruchstücke. Dadurch ist polykristalliner Graphit schlechter leitfähig als in monokristalliner Form.

Ein monokristalliner Graphitblock ist ein gewachsener Graphitkristall, der sowohl in der Nähe als auch in der Ferne eine perfekte Kristallstruktur aufweist. Die Leitfähigkeit eines solchen monokristallinen Graphitblocks ist abhängig von der Lage des elektrischen Felds bezüglich zu den einzelnen Kristallschichten. Zur korrekten Beschreibung ist ein Tensor zweiter Ordnung nötig. Parallel zu den Schichten weist ein monokristalliner Graphitblock eine sehr gute, beinahe metallische Leitfähigkeit von $0,03 \cdot 10^6 \frac{S}{cm}$ auf (vgl. Weinschenk n.d.). Vertikal zu den Schichten verhält er sich nahezu wie ein Isolator.

2.6.2 Graphen

Mit Graphen bezeichnet man ein 1 Atom dickes, hexagonales Kohlenstoffgitter. Sogesehen ist Graphen eine Kristallschicht eines monokristallinen Kohlenstoffblocks. Dabei zeigt Graphen Eigenschaften, die es für eine mechanische und elektrotechnische Nutzung interessant machen. Es ist einerseits mit $3,35 \text{ \AA}$ und einer Dichte von $0,77 \frac{mg}{m^2}$ ultimativ dünn, weist aber andererseits eine mit $42 \frac{N}{m}$ im Vergleich zu Stahl ($0,4 \frac{N}{m}$) sehr hohe Bruchstärke auf (vgl. Chandrasekhar 2018). Weiterhin zeichnet sich das Material durch eine elektrische Leitfähigkeit von $0,96 \cdot 10^6 \frac{S}{cm}$ aus und übertrifft damit die Leitfähigkeit von Kupfer mit $0,60 \cdot 10^6 \frac{S}{cm}$ deutlich (vgl. Chandrasekhar 2018). Ähnlich verhält es sich bei der thermischen Leitfähigkeit, bei der Graphen mit $\approx 5000 W K^{-1} m^{-1}$ ebenfalls deutlich leitender als Kupfer mit $\approx 400 W K^{-1} m^{-1}$ ist (vgl. Chandrasekhar 2018).

2.6.3 Kohlenstoffnanoröhren

Die Wände einer Kohlenstoffnanoröhre bestehen wie Graphen aus einer 1 Atom dicken Kohlenstofflage. Somit kann man sich Kohlenstoffnanoröhren wie ein kleines Stück Graphen, dass zu einer Röhre aufgerollt wurde, vorstellen. Üblicherweise liegen die Durchmesser der Röhren in einem Bereich von $1 - 50\text{nm}$, die kleinsten bisher hergestellten Röhren haben einen Durchmesser von $0,4\text{nm}$ (vgl. Fujita & Suzuki 2013). Dabei sind in der Herstellung Längen von bis zu einem halben Meter realisierbar (vgl. Fujita & Suzuki 2013).

Es sind zwei Unterarten von Kohlenstoffnanoröhrchen (CNT = carbon nanotubes) zu unterscheiden, mit denen ein hoher Grad an struktureller Perfektion erreicht werden kann. Sogenannte single-walled nanotubes (SWNTs) bestehen aus einer einzelnen Kristalllage, die zu einem Zylinder aufgerollt ist. Multi-walled nanotubes (MWNTs) bestehen dagegen aus einer konzentrischen Anordnung mehrerer SWNTs. Aufgrund dieser Anordnung können unterschiedliche Leitytypen erzeugt werden und somit das grundsätzliche Verhalten der CNTs angepasst werden. (Vgl. Baughman, Zakhidov & de Heer 2002)

2.6.3.1 Strukturen

Je nach Verscherung bzw. Atomanordnung der Kristalllage der Röhrchen ist es möglich die Leitfähigkeit stark zu beeinflussen. Man spricht hier hauptsächlich von drei Typen. Armchair CNTs weisen ein metallisches Verhalten auf, Zigzag CNTs dagegen halbleitende Eingeschafeten (vgl. Chandrasekhar 2018). Die folgende Graphik zeigt die unterschiedlichen Strukturen der Wabenanordnung, die auch namensgebend für die jeweiligen Typen ist.

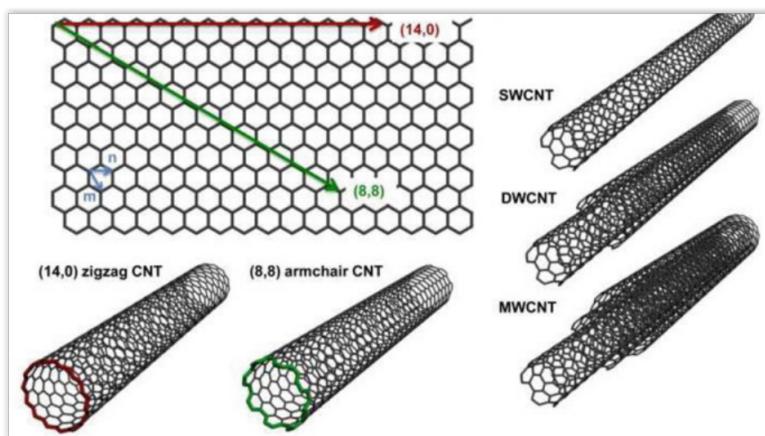


Abbildung 10: Strukturen von Kohlenstoffnanoröhrchen (Chandrasekhar 2018)

Eine weitere gängige Form Chiral CNTs. Dabei handelt es sich um Armchair CNTs, die verschert aufgerollt wurden. Chiral CNTs weisen wie Zigzag CNTs halbleitende Eigenschaften auf.

2.7 15. Mai 2018: Vorlesung 6

Definition 2.9. *Morph: Form*

a: ohne

Amorph: Ohne Form

Polykristallin	Monokristallin
Nur in Nahordnung wie ein gewachsener Kristall In Fernordnung unregelmäßig	Einzelner komplett gewachsener Kristall Nah- und Fernordnung absolut regelmäßig

2.7.1 Monokristallines Si

$$\vec{j} = \underbrace{\vec{\sigma}}_{\text{Bei monokristallinem Si Tensor 2. Ordnung}} \vec{\varepsilon} \quad (2.7.1)$$

Trägheitstensor für monokristallines Si:

$$\vec{\sigma} = \begin{pmatrix} \vec{\sigma} & 0 & 0 \\ 0 & \vec{\sigma} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (2.7.2)$$

2.7.2 Atomaufbau

Vergleich zur Mechanik und Elektrodynamik:

$$\text{Gravitation: } \vec{F}_G = -\gamma \frac{M_1 M_2}{|\vec{r}_{12}|} \frac{\vec{r}_{12}}{|\vec{r}_{12}|} \quad (2.7.3)$$

$$\text{Coulombkraft: } \vec{F}_e = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{|\vec{r}_{12}|^2} \frac{\vec{r}_{12}}{|\vec{r}_{12}|} \quad (2.7.4)$$



Abbildung 11: Gravitation



Abbildung 12: Coulombkraft

Vermutung: Elektronen umkreisen Atomkern wie Planeten die Sonne → nach Kepler also in einer Elipsenbahn.

Definition 2.10.

Mono: Ein

Chrom: Farbe

Monochromatisch: Einfarbig

2.7.3 Some facts

- Im Periodensystem nach unten werden die Atome räumlich größer
- Zinn hat bis $13^{\circ}C$ die gleiche Kristallstruktur wie Silizium, danach baut es sich zu sogenanntem Beta-Zinn um, das dieselbe Struktur wie Metall hat.
- Isotope: Bei Isotopen sind die Anzahl der Protonen gleich der Anzahl von Neutronen = der Anzahl von Elektronen. Isotope sind damit die Grundzustände von Atomen
- Beschleunigt bewegte Ladungen geben Energie in Form von EM-Wellen (elektromagnetischen Wellen) ab
- Größenordnung zwischen Atomen: Angström
- Größenordnung im Atomkern: $10^{-15} m$
- Eine Glühlampe gibt nicht monochromatisches Licht ab
- Spektren vergaßter Elemente sind charakteristisch → Elemente können eindeutig erkannt werden
- Frauenhofer-Linien im Sonnenspektrum durch Wasserstoff und Helium absorbiert → Elemente können aus dem Spektrum genau die Frequenzen absorbieren, die sie emittieren (Absorptionsspektrum)²

2.8 29. Mai 2018: Vorlesung 7

2.8.1 Die Bohrschen Postulate

Postulat 1: In den Atomen bewegen sich die Elektronen nach den Gesetzen der klassischen Mechanik auf diskreten Kreisbahnen mit den Energien E_n .

Postulat 2: Die Bewegung des Elektrons erfolgt strahlungslos. Beim Übergang des Elektrons von einem stationären Zustand mit der Energie E_a in einen stationären Zustand niedriger Energie E_e wird ein Photon emittiert.

2.8.2 Bohrsches Atommodell für das Wasserstoffatom

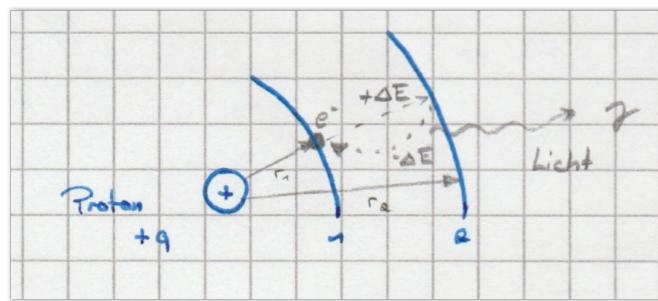


Abbildung 13: Atommodell/Bahnen (Tobi 2018)

Herleitung zur Energie der Bahnradien

$$\vec{F}_c = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_1 Q_2}{|\vec{r}|^3} \vec{r} \quad (2.8.1)$$

$$Q_1 = +q, \quad Q_2 = -q, \quad \vec{r} = \vec{r}_1$$

$$\vec{F}_{c,1} = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q^2}{|\vec{r}_1|^2} \frac{\vec{r}_1}{|\vec{r}_1|} \Rightarrow |\vec{F}_{c,1}| = F_{c,1} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q^2}{|\vec{r}_1|^2} \quad (2.8.2)$$

Es gilt

$$E_{ges} = E_{pot} + E_{kin} = \frac{1}{2} m |\vec{v}|^2 + E_{pot} = (*) \quad (2.8.3)$$

Mit $\vec{p} = m\vec{v}$ folgt:

$$(*) = \frac{|\vec{p}|^2}{2m} + E_{pot} \quad (2.8.4)$$

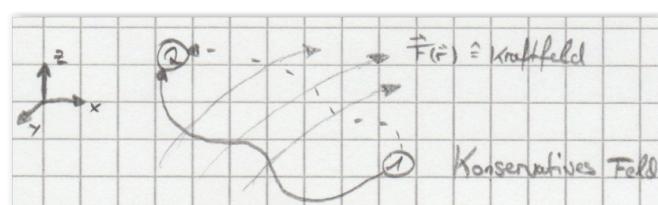


Abbildung 14: Kraftwirkung auf Elektron (Tobi 2018)

Es gilt:

$$W = \int_1^2 \vec{F}(\vec{r}) d\vec{r} \quad (2.8.5)$$

Definition 2.11. Ist die nötige Arbeit unabhängig vom Weg den das Teilchen zurücklegt spricht man von einem konservativen Kraftfeld.

D.h.:

$$\text{Konservatives Feld} \rightarrow \oint \vec{F}(\vec{r}) d\vec{r} = 0 \quad (2.8.6)$$

$$\Leftrightarrow \text{rot } \vec{F}(\vec{r}) = \vec{\nabla} \times \vec{F}(\vec{r}) = 0 \leftarrow \text{Wirbelfreies Feld} \quad (2.8.7)$$

$$\Leftrightarrow \vec{F}(\vec{r}) = -\text{grad} \Phi(\vec{r}) = \vec{\nabla} \phi(\vec{r}) \quad (2.8.8)$$

Damit gilt:

$$\vec{F}_c(\vec{r}) = -\text{grad} E_{pot,c} \quad (2.8.9)$$

$$\Rightarrow E_{pot,c} = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{Q_1 Q_2}{|\vec{r}|} \quad (2.8.10)$$

$$\Rightarrow E_{pot,c,1} = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q^2}{|r_1|^2} \quad (2.8.11)$$

und somit folgt

$$\vec{F}_c(\vec{r}) = - \begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial z} \end{pmatrix} E_{pot,c,1} = - \begin{pmatrix} \frac{\partial E_{pot,c,1}}{\partial x} \\ \frac{\partial E_{pot,c,1}}{\partial y} \\ \frac{\partial E_{pot,c,1}}{\partial z} \end{pmatrix} \quad (2.8.12)$$

Es gilt aufgrund des Vergleichs zum Planetenmodell weiter

$$\vec{F}_c = \vec{F}_{zp} = m \vec{a}_{zp} \quad (2.8.13)$$

Annahme: Das Elektron bewegt sich gleichförmig auf einer Kreisbahn. Dann ist

$$vva_{zp} = \frac{v_1^2}{r_1} \quad (2.8.14)$$

Wir versuchen nun die Gleichung auf die Form $1/2mv^2$ zu bringen:

$$\begin{aligned} &\Rightarrow \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q^2}{r_1^2} = m \frac{v_1^2}{r_1} \\ &\Rightarrow \frac{1}{2} mv_1^2 = \frac{1}{2} \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q^2}{r_1} \\ &\Rightarrow E_{ges,1} = \frac{1}{2} \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q^2}{r_1} - \frac{1}{2} \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q^2}{r_1} \\ &= -\frac{1}{2} \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q^2}{r_1} \end{aligned} \quad (2.8.15)$$

Bzw. verallgemeinert

$$E_{ges,i} = -\frac{1}{2} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q^2}{r_i} \quad , i = 1, 2, 3, \dots \quad (2.8.16)$$

Beim Wechsel von einer äusseren auf eine innere Bahn wird also Energie (in Form eines Photons) frei, beim Wechsel von einer inneren auf eine äussere Bahn muss Energie aufgebracht werden.

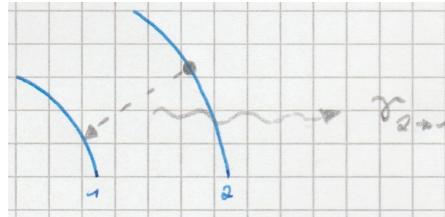


Abbildung 15: Bahnwechsel (Tobi 2018)

$$\begin{aligned} E_{\gamma_{2 \rightarrow 1}} &= E_{ges,2} - E_{ges,1} \\ &= \frac{1}{2} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} q^2 \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) \end{aligned} \quad (2.8.17)$$

Bzw. allgemein

$$E_{\gamma_{a \rightarrow e}} = \frac{1}{2} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} q^2 \left(\frac{1}{r_e} - \frac{1}{r_a} \right) \quad (2.8.18)$$

Damit allerdings sind alle Bahnradien bisher erlaubt, es liegt keine Einschränkung vor. Das würde heißen, dass das Atom das komplette Spektrum emittieren würde (also nicht diskret wäre). Es stellt sich zunächst die Frage, mit welcher Frequenz die Energie $E_{\gamma_{a \rightarrow e}}$ emittiert wird.

Idee: Nutzung der Erkenntnisse zum äusseren photoelektrischen Effekt:

$$E_{\gamma_{a \rightarrow e}} \stackrel{?}{=} h \cdot f_{a \rightarrow e} \quad c_0 = \lambda f \quad (2.8.19)$$

2.8.3 Some facts

- Systemarten

Systemart	Anzahl Teilchen
Mikroskopisch	Maximal 3 Teilchen
Mesoskopisch	$\sim 100 - 1000$ Teilchen
Makroskopisch	\sim Millionen und mehr Teilchen

Bei Makroskopischen Systemen wird statistisch gearbeitet. D.h. es wird der Mittelwert des Systems untersucht um so das Problem auf ein Ein-Teilchen Problem zu reduzieren.

- Die Intensität einer Welle hängt vom Quadrat der Amplitude ab

- Die Energie einer EM-Welle hängt von der Frequenz und Intensität ab
- Grenzfrequenz lässt sich mit klassischer Physik nicht richtig erklären
- Einstein hat bei der Untersuchung des photoelektrischen Effekts den Begriff des Photons geprägt
- Mehr Intensität \Rightarrow mehr Photonen \Rightarrow Photon $\cong h \cdot f$ \Rightarrow abhängig von der Frequenz

2.9 05. Juni 2018: Vorlesung 8

Definition 2.12. Planksches Wirkungsquantum:

$$[h] = 1 \text{ Js} = 1 \text{ Nms} = 1 \text{ kg} \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \text{ ms} = 1 \text{ kg} \frac{\text{m}^2}{\text{s}} = 1 \underbrace{\text{kg}}_{\text{Masse}} \underbrace{\frac{\text{m}}{\text{s}}}_{\text{Geschwindigkeit}} \underbrace{\text{m}}_{\text{Strecke}}$$

$$\Rightarrow h \sim \underbrace{\text{m} \cdot \text{v}}_p \cdot l = p \cdot l$$

Bekannt ist die Kombination aus Impuls und Strecke bereits vom Drehimpuls:

$$\vec{L} := \vec{r} \times \vec{p} \quad (2.9.1)$$

Bei einer gleichförmigen Kreisbewegung steht \vec{p} immer senkrecht auf \vec{r}

$$\Rightarrow |\vec{L}| = mvr$$

Die Annahme liegt also Nahe, dass es sich bei dem plankschen Wirkungsquantum um einen Bahndrehimpuls handelt.

2.9.1 Quanten

Was ist ein Quantum? Ein Quantum ist eine Grundportion bzw. kleines Einheit. Ein Photon ist ein Energiequantum.

Alltag	Quantenphysik
Kontinuierliche Größen	Alles besteht aus Grundquanten und alles ist ein natürliches Vielfaches davon

2.9.1.1 Erweiterte Bohrsche Postulate

Postulat 1: In den Atomen bewegen sich die Elektronen nach den Gesetzen der klassischen Mechanik auf diskreten Kreisbahnen mit den Energien E_n .

Postulat 2: Die Bewegung des Elektrons erfolgt strahlungslos. Beim Übergang des Elektrons von einem stationären Zustand mit der Energie E_a in einen stationären Zustand niedriger Energie E_e wird ein Photon der Frequenz $f = \frac{(E_a - E_e)}{h}$ emittiert, wobei h das Planksche Wirkungsquantum ist.

Postulat 3: Der Drehimpuls eines Elektrons in einem stationären Zustand nimmt nur diskrete Werte $2 \cdot \pi \cdot m \cdot v \cdot r = n \cdot h$ an, wobei n eine natürliche Zahl ist.

Formt man das dritte Postulat um erhält man:

$$2 \cdot \pi \cdot m \cdot v \cdot r = n \cdot h$$

$$2\pi pr = nh$$

$$\text{Bahnumfang des Elektrons} \rightarrow 2\pi r = \frac{nh}{p} = n \frac{h}{p} \quad (2.9.2)$$

Also sind nur solche Bahnen zulässig, die ein Vielfaches von $\frac{h}{p}$ sind. Was ist das?

$$\text{Wellenlänge: } \lambda = \frac{h}{p} \Rightarrow \text{Impuls: } p = \frac{h}{\lambda} \quad (2.9.3)$$

Damit ist der Bahnradius ein vielfaches der Wellenlänge. Das entspricht dem Verhalten einer stehenden Welle. Hier scheitert die klassische Mechanik, denn dabei wäre für ein massebehaftetes Teilchen keine Wellenlänge vorgesehen ist.

Definition 2.13. *Dirac-Konstante:*

$$\hbar = \frac{h}{2\pi} \quad (2.9.4)$$

$$\begin{aligned} mvr &= n \frac{h}{2\pi} = n\hbar \\ \Rightarrow r_n &= n^2 \hbar^2 4\pi \varepsilon_0 \frac{1}{mq^2} \quad , n \in \mathbb{N}_{\setminus \{0\}} \\ \Rightarrow r_n &= n^2 r_1 \\ r_1 &= \hbar^2 4\pi \varepsilon_0 \frac{1}{mq^2} = 0,0529 nm \end{aligned}$$

r_1 wird Bohrscher Radius genannt. Im Wasserstoffatom ist es der kleinste zulässige Radius. Setzt man dies in (2.8.17) ein und stellt (2.8.19) nach der Frequenz um, erhält man

$$\begin{aligned} f_{\gamma_{a \rightarrow b}} &= \frac{E_{\gamma_{a \rightarrow b}}}{h} = \frac{1}{2} \frac{1}{4\pi \varepsilon_0} \frac{q^2}{h} \left(\frac{mq^2}{n_e^2 4\pi \varepsilon_0 \hbar^2} - \frac{mq^2}{n_a^2 4\pi \varepsilon_0 \hbar^2} \right) \\ &= \frac{1}{2} \frac{1}{4\pi \varepsilon_0} \frac{q^2}{h} \frac{mq^2}{4\pi \varepsilon_0 \frac{h^2}{(2\pi)^2}} \left(\frac{1}{n_e^2} - \frac{1}{n_a^2} \right) = \frac{mq^4}{8\varepsilon_0^2 8\pi^3 \frac{h^3}{8\pi^3}} \left(\frac{1}{n_e^2} - \frac{1}{n_a^2} \right) \\ &= \frac{mq^4}{(4\pi \hbar)^3 \varepsilon_0^2} \left(\frac{1}{n_e^2} - \frac{1}{n_a^2} \right) \end{aligned} \quad (2.9.5)$$

Die so berechneten Spektrallinien stimmen exakt mit denen von Wasserstoff überein. Damit ist es recht wahrscheinlich, dass die Rechnung richtig ist. Je schwerer die Atome werden, desto weniger exakt ist das Modell allerdings. Im Kristall kommen die Atome mikroskopisch nah zusammen. Dabei fächern sich die energetischen Zustände zu Energiebändern auf. Die Energiedifferenzen zwischen den Radien geben dabei die Bandlücken an.

2.9.2 Dipolmoment

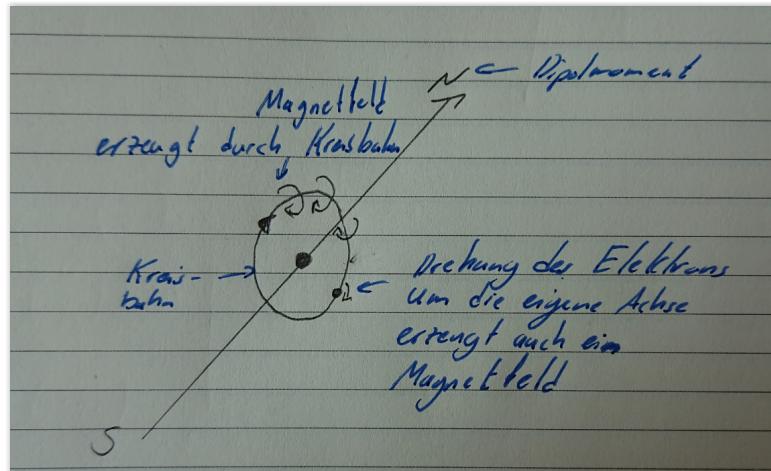


Abbildung 16: Dipolmoment eines Elektrons

Die Bewegung des Elektrons entlang der Kreisbahn erzeugt ein Magnetfeld, die Drehung um die eigene Achse (Spin) erzeugt wiederum auch ein eigenes Magnetfeld. Zusätzlich zu den Bahnradien gibt es nach Sommerfeld $n - 1$ stabile Ellipsen in denen sich Elektronen befinden können. Dabei spricht man von Energieschalen.

2.9.3 Some facts

- PTB = Physikalisch Technische Bundesanstalt, im Prinzip ein Eichinstitut
- Pauliprinzip: Jeder Zustand (auch einzelne Spins) ist entweder frei oder durch nur ein Elektron besetzbbar

2.10 05. Juni 2018a: Vorlesung 9a

2.10.1 Metalle und metallische Leitfähigkeit

Metalle zeichnen sich insbesondere durch

- Hohe elektrische Leitfähigkeit die mit steigender Temperatur abnimmt
- Hohe Wärmeleitfähigkeit
- Duktilität (Verformbarkeit, Schmiedbarkeit)
- Metallischer Glanz (Spiegelglanz)

aus. Weiterhin leiten Metalle elektromagnetische Wellen nicht.

2.10.2 Bandstruktur

Zur kompletten Beschreibung der Bandstruktur würde man eine Dimension für die Energie, drei für den Impuls und drei für den Ort benötigen. Zur Darstellung unterteilt man oft in den Impuls- sowie den Ortsraum.

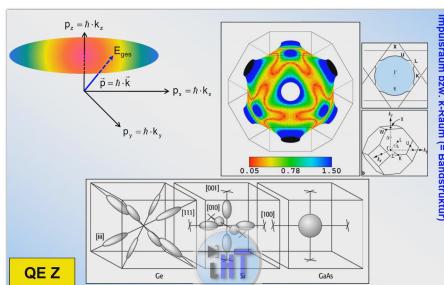


Abbildung 17: Impulsraum

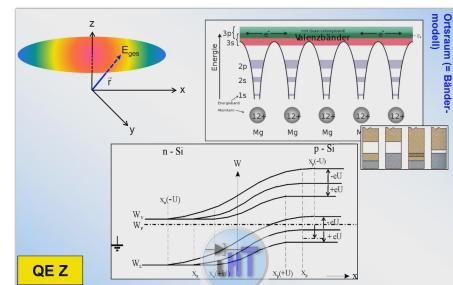


Abbildung 18: Ortsraum

2.10.3 Metallische Bindung

Bei metallischer Bindung entsteht ein sogenanntes Fermi-Gas. Im statistischen Mittel gibt jedes Atom im Metall 1-2 Elektronen in einen sogenannten Fermi-See bzw. in das sogenannte Fermi-Gas ab. Aufgrund des Verhaltens eines Gases lassen sich thermodynamische Prinzipien anwenden. Die Metalle halten durch die Coulombkraft zusammen. Das Metall besteht im Prinzip aus positiv geladenen Metallionenrümpfen die von einem negativen Fermi-See umspült sind.

Zunächst der Versuch der Illustrierung einer Bandstruktur in einem Universum in dem es nur ein einzelnes Elektron gibt.

$$E_{ges} = E_{pot} + E_{kin} \quad (2.10.1)$$

Die potentielle Energie wird zu 0, da es keine weiteren Objekte gibt die eine Kraftwechselwirkung mit dem Elektron haben. Daher gilt $E_{ges} = E_{kin}$. Bei diesem Gedankenexperiment sind alle Energien positiv da es keine weiteren Teilchen und somit keine Bindungen gibt. Also gilt:

$$0 \leq E_{ges} = E_{kin} < E_{max}$$

Mit

$$E_{kin} = \frac{1}{2}m|\vec{v}|^2 = \frac{|\vec{p}|^2}{2m}$$

$$\vec{p} = \begin{pmatrix} p_x \\ p_y \\ p_z \end{pmatrix} \Rightarrow E_{kin} = \frac{1}{2m} (\sqrt{p_x^2 + p_y^2 + p_z^2})^2 = \frac{1}{2m} (p_x^2 + p_y^2 + p_z^2)$$

$$\Leftrightarrow 2mE_{kin} = p_x^2 + p_y^2 + p_z^2$$

$$\Rightarrow \text{konst.} = p_x^2 + p_y^2 + p_z^2$$

Hierbei handelt es sich um eine Kugelgleichung.

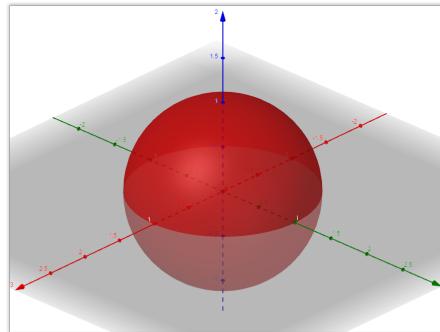


Abbildung 19: Kugelschale

D.h. die Lösungsmenge sind alle Vektoren die auf diese Kugelschale zeigen. Damit ist unklar in welche Richtung sich das Elektron bewegen wird. Es ist Übersichtlicher ist das Ortsmodell. Da das Bohrsche Atommodell zweidimensional ist bleibt im Karthesischen System noch eine Dimension frei, die mit der Energie genutzt werden kann. So lässt sich die gesamte potentielle Energie die ein Teilchen in einer Ebene von positiv geladenen Metallionen haben kann. Dabei gilt:

$$E_{pot,kristall} = \sum_i E_{pot,i} \quad (2.10.2)$$

mit

$$E_{pot,i} = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_{rel}} \frac{Zq^2}{\sqrt{(x-x_i)^2 + (y-y_i)^2 + (z-z_i)^2}} \quad (2.10.3)$$

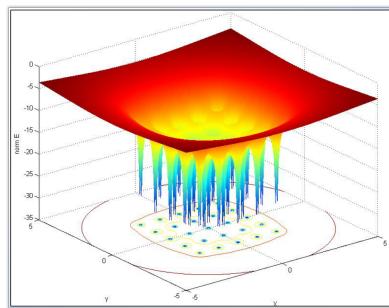


Abbildung 20: Potentielle Energie im Ortsraum 2D

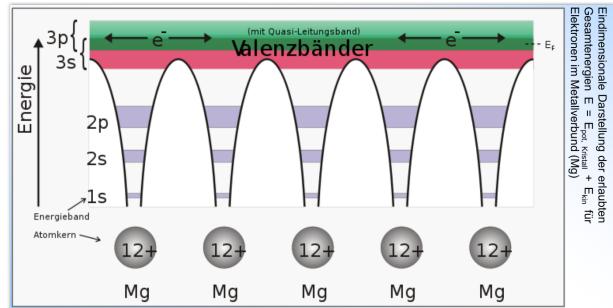


Abbildung 21: Potentielle Energie im Ortsraum 1D

Hat das Teilchen genügend Energie wird es “über die Löcher springen“ und nicht in die Trichter fallen (vgl. Kugel über Trichter). Betrachtet man den Querschnitt von (20) erhält man (21). Ist ein Teilchen mal in einen Trichter gefallen wird es ohne Zugabe von Energie nicht mehr herauskommen.

2.10.4 Ohmsches Gesetz

Es gilt

$$\vec{j} = \sigma \vec{\varepsilon} \quad (2.10.4)$$

$$U = RI \quad (2.10.5)$$

$$\sigma = qn\mu \quad (2.10.6)$$

Mit n als Ladungsträgerdichte und μ als Ladungsträgerbeweglichkeit. Um ohmsches Verhalten (also eine lineare Strom/Spannungs Kennlinie) zu erhalten, muss überall die gleiche Ladungsträgerkonzentration vorhanden sein und es muss sich eine für alle gleiche Driftgeschwindigkeit ergeben, also

$$n = \text{konst.}$$

$$\vec{v}_D = \text{konst.}$$

Damit lässt sich die Kirchhoffsche Regel, die mit

$$\sum_i I_i = 0 \quad (2.10.7)$$

gegeben ist, erklären. Da die Ladungsträgerkonzentration überall konstant sein muss kann sich die Konzentration im Knoten nicht erhöhen. In einem Metall verhält sich das Elektronensystem also wie eine inkompressible Flüssigkeit.

Hierzu betrachten wir die Kontinuitätsgleichung in differentieller Form

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot \vec{j} = 0 \quad (2.10.8)$$

Die Gleichung wird in integrieller Form für große Volumina und in differentieller Form für infinitesimal kleine Volumina genutzt. Die Divergenz auf \vec{j} angewendet ist hierbei die Betrachtung der Differenz dessen was aus dem Knoten heraus und hinein fließt. Dies kann negativ, positiv oder Null sein.

Positiv	Quelle
Negativ	Senke
Null	Neutral

Die Kirchhoffsche Regel ist ein Spezialfall, der sich nur ergibt wenn die Divergenz auf \vec{j} angewandt Null ist, denn dabei muss auch der erste Teil der Summe Null sein.

2.10.5 Homogen dotiertes Silizium

Ein so dotierter Halbleiter ergibt einen linearen U/I Zusammenhang. Ein n-dotierter Halbleiter hat dabei eine steilere Steigung als der p-dotierte Halbleiter. Man würde erwarten das beim Zusammenführen beider Halbleiter ein Ohmsches Verhalten vorliegt, also wieder eine Gerade heraus kommt. Dem ist aber nicht so, da sich dabei eine Diodenkennlinie gibt. Das erklärt sich dadurch, dass die Konzentrationen von Löchern und Elektronen in beiden Halbleitern extrem unterschiedlich sind und somit ein sehr hoher Konzentrationsgradient vorhanden ist. Dadurch unterscheidet es sich deutlich von klassisch ohmschen Widerständen.

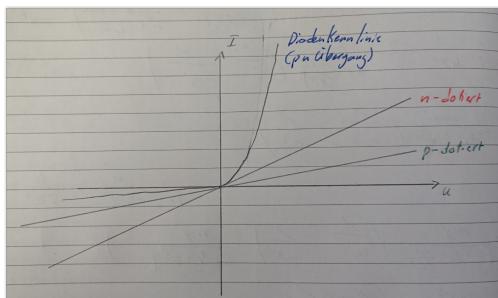


Abbildung 22: Homogene Halbleiter U/I Kurve

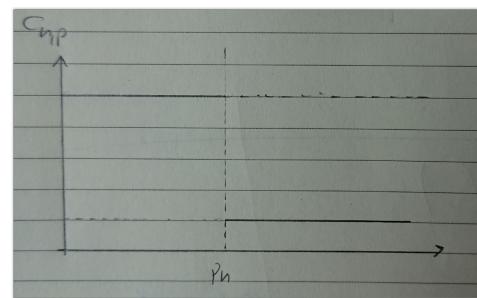


Abbildung 23: Homogene Halbleiter Konzentration

Dabei gilt:

$$n \approx N_D \quad p \approx N_A \quad (2.10.9)$$

$$n = \frac{n_i^2}{N_A} \quad p = \frac{n_i^2}{N_D} \quad (2.10.10)$$

2.10.6 Some facts

- Elemente gehen nur solche chemische Verbindungen ein, dass sie möglichst in Edelgaskonfiguration kommen, also abgeschlossene Außenschalen haben
- Im Periodensystem stehen Metalle meistens in sogenannten Übergangsgruppen bzw. Nebengruppen. Hier ist es schwierig zu sagen ob ein Element Elektronen aufnehmen oder abnehmen sollte um Edelgaskonfiguration zu erreichen
- In Materie befinden sich ca. $10^{23} cm^{-3}$ Atome, gibt nun jedes dieser Atome 1-2 Elektronen in den Fermi-See abgibt erhalten wir ca. $1 - 2 \cdot 10^{23} cm^{-3}$ Elektronen \Rightarrow sehr hohe Leitfähigkeit
- Zu 99% besteht Materie aus nichts
- Komplette Bandstruktur wäre ein 7D Bild
- Metalle werden nach Dichte klassifiziert (Leicht- und Schwermetall)

- In einem Metall ist der letzte bei $T = 0K$ noch besetzte energetische Zustand das Fermi-Niveau
- Die Elektronen die bei einem Metall hauptsächlich für die Leitfähigkeit eine Rolle spielen sind die Nahe des Fermi-Niveaus, da dort die Hauptmasse der Elektronen ist

2.11 05. Juni 2018b: Vorlesung 9b

3 Vortragsübungen

4 Anhänge

4.1 Abkürzungen/Formelzeichen

Zeichen	Einheit	Bedeutung
A	m^2	Fläche
a	$\frac{m}{s^2}$	Beschleunigung
b	$\frac{cm^2}{Vs}$	Ladungsträgerbeweglichkeit
d	m	Dicke
D_n	$\frac{m^2}{s}$	Diffusionskonstante für Elektronen
D_p	$\frac{m^2}{s}$	Diffusionskonstante für Löcher
e	C	Elementarladung
E	$\frac{N}{C} = \frac{VAs}{mAs} = \frac{V}{m}$	Elektrische Feldstärke
E_c	eV	Leitungsbandkante
E_F	eV	Fermi-Energie
E_g	eV	Energie der Bandlücke
E_v	eV	Valenzbandkante
f	Hz	Frequenz
\vec{F}	$N = \frac{kgm}{s^2}$	Kraft
G	$\frac{A}{V} = \frac{1}{\Omega} = S$	Leitwert
h	eVs	Planksches Wirkungsquantum
\hbar	eVs	Dirac-Konstante
i	A	Elektrischer Strom
j	$\frac{A}{m^2}$	Elektrische Stromdichte
J_n	$\frac{A}{m^2}$	Elektronenstromdichte
J_p	$\frac{A}{m^2}$	Löcherstromdichte
J_{diff}	$\frac{A}{m^2}$	Diffusionsstromdichte
J_{part}	$\frac{A}{m^2}$	Partikelstromdichte
J_{to}	$\frac{A}{m^2}$	Totale Stromdichte
J_r	$\frac{A}{m^2}$	Rekombinationsstromdichte

Fortsetzung auf Folgeseite

Tabelle 1: Abkürzungen/Formelzeichen

Zeichen	Einheit	Bedeutung
J_{drift}	$\frac{A}{m^2}$	Driftstromdichte
l	m	Länge
L	m	Minoritätsladungsträgerdiffusionslänge
L_n	m	Diffusionslänge Elektronen
L_p	m	Diffusionslänge Löcher
n	...	Elektronenkonzentration
n_i	...	Intrinsische Ladungsträgerdichte
n_{id}	...	Idealität einer Diode
N_A	m^{-3}	Akzeptorendichte
N_D	m^{-3}	Donatorenendichte
N_C	cm^{-3}	Effektive Zustandsdichte der Elektronen
N_V	cm^{-3}	Effektive Zustandsdichte der Löcher
p	...	Lochkonzentration
q	C	Probeladung (in der Regel = e)
\vec{r}	m	Weg
r	Ω	Differentieller Widerstand
R	Ω	Widerstand
R_F	$\frac{\Omega}{square}$	Flächenwiderstand
U	V	Elektrische Spannung
U_g	V	Gesamtspannung
v	$\frac{m}{s}$	Geschwindigkeit
v_D, v_d	$\frac{m}{s}$	Driftgeschwindigkeit
w	m	Weite bzw. Breite
W	$Ws = J = \frac{kgm^2}{s^2}$	Arbeit bzw. Energie
α	$\frac{1}{^\circ C}$	Temperaturkoeffizient des Ohmwiderstandes
ν	Hz	Hier Frequenz der Welle
ρ	$\frac{Vcm}{A} = \Omega cm$	Spezifischer Widerstand

Fortsetzung auf Folgeseite

Tabelle 1: Abkürzungen/Formelzeichen

Zeichen	Einheit	Bedeutung
ρ_e	...	Ladungsdichte
κ	$\frac{1}{\Omega cm} = \frac{S}{cm}$	Spezifische Leitfähigkeit
ε_0	$\frac{As}{Vm}$	Dielektrizitätskonstante im Vakuum
φ	V	Elektrisches Potential
τ	s	Stoßzeit
τ	s	Minoritätsladungsträgerlebensdauer
μ	$\frac{cm^2}{Vs}$	Beweglichkeit

4.2 Wichtige Donatoren und Akzeptoren

Ch. Sym.	Name	Typ
B	Bor	Akzeptor
Al	Alluminium	Akzeptor
Ga	Gallium	Akzeptor
In	Indium	Akzeptor
P	Phosphor	Donator
As	Arsen	Donator
Sb	Antimon	Donator
Bi	Wismut	Donator

4.3 Effektive Massen

Band	Wert	Element
$\frac{m_n^*}{m_0}$	1, 08	Silizium
$\frac{m_n^*}{m_0}$	1, 561	Germanium
$\frac{m_n^*}{m_0}$	1, 067	Gallium-Arsenid
$\frac{m_p^*}{m_0}$	1, 10	Silizium
$\frac{m_p^*}{m_0}$	1, 291	Germanium
$\frac{m_p^*}{m_0}$	1, 473	Gallium

4.4 Bandlücken wichtiger Materialien

Zeichen	Wert in eV	Material
E_{g,SiO_2}	9	Siliziumdioxid
$E_{g,C}$	5, 47	Diamant
$E_{g,CdS}$	2, 42	Cadmiumsulfid
$E_{g,GaP}$	2, 26	Galliumphosphid
$E_{g,GaAs}$	1, 42	Gallium-Arsenid
$E_{g,InP}$	1, 35	Indiumphosphid
$E_{g,Si}$	1, 12	Silizium
$E_{g,Ge}$	0, 66	Germanium
$E_{g,InSb}$	0, 17	Indiumantimonid

4.5 Eckdaten wichtiger Halbleiter

Ch. Sym.	E_g in [eV]	N_C in $[cm^{-3}]$	N_V in $[cm^{-3}]$	n_i in $[cm^{-3}]$
Si	1, 124	$2, 81 \cdot 10^{19}$	$2, 88 \cdot 10^{19}$	$1, 04 \cdot 10^{10}$
Ge	0, 67	$1, 05 \cdot 10^{19}$	$3, 92 \cdot 10^{18}$	$1, 55 \cdot 10^{13}$
GaAs	1, 424	$4, 33 \cdot 10^{17}$	$8, 13 \cdot 10^{18}$	$2, 04 \cdot 10^6$

4.6 Niederfeld- und Niederdotierungsbeweglichkeiten ($T = 300K$)

n/p	Si	Ge	GaAs
$\mu_n \left[\frac{cm^2}{Vs} \right]$	1340	3900	8000
$\mu_p \left[\frac{cm^2}{Vs} \right]$	460	1900	400

4.7 Konstanten

Ze.	Wert	Bedeutung
c	$2,998\dots \cdot 10^8 [frac{m}{s}]$	Lichtgeschwindigkeit
e, q	$1,602176\dots \cdot 10^{-19} [C]$	Elementarladung
e, q	$1,602176\dots \cdot 10^{-19} [J]$	Elementarladung
h	$6,63 \cdot 10^{-34} [Js]$	Planck-Konstante
h	$4,136\dots \cdot 10^{-15} [eVs]$	Planck-Konstante
\hbar	$\frac{h}{2\pi}$	Plancksches Wirkungsquantum
k	$8,6173 \cdot 10^{-5} \left[\frac{eV}{K} \right]$	Boltzmann Konstante
kT	$25,85 [meV]$	mit der Boltzmann Konstante und $T = 300K$
m_0	$9,11 \cdot 10^{-31} [kg]$	Elektronenmasse
ε_0	$8,854\dots \cdot 10^{-12} \left[\frac{As}{Vm} \right]$	Dielektrizitätskonstante des Vakuums
ε_{Si}	11,90	Korrekturfaktor Dielektrizitätskonstante für Silizium

4.8 Formelverzeichnis

5 Literatur

Baughman, R. H., Zakhidov, A. A. & de Heer, W. A. (2002), ‘Carbon nanotubes—the route toward applications’, *Science* **297**(5582), 787–792.
URL: <http://science.sciencemag.org/content/297/5582/787>

Chandrasekhar, P. (2018), *Conducting Polymers, Fundamentals and Applications: Including Carbon Nanotubes and Graphene*, 2nd ed. 2018 edn, Springer.
URL: <http://dx.doi.org/10.1007/978-3-319-69378-1>

Fujita, S. & Suzuki, A. (2013), *Electrical conduction in graphene and nanotubes*, Wiley-VCH, Weinheim.

- o.A. (n.d.), ‘Wabenstruktur’.
URL: <http://www.chemieunterricht.de/dc2/kristalle/images/graphen-1.gif>
- Schulze, P. D. J. (2018), ‘Mikroelektronik 2 script’. Vorlesungsscript.
- Tobi (2018), ‘Vorlesungsmitschrieb’.
- Weinschenk, E. (n.d.), *Sammlung gemeinverständlicher wissenschaftlicher Vorträge*, Vol. N:F: 295 Ser. 13, chapter Der Graphit, seine wichtigsten Vorkommen und seine technische Verwerthung.