

# Mikroelektronik 2 Vorlesungsmitschriebe

Florian Leuze

# Inhaltsverzeichnis

<b>Abbildungsverzeichnis</b>	<b>3</b>
<b>1 Grundlagen</b>	<b>4</b>
1.1 SI-Basiseinheiten . . . . .	4
1.2 Vorsatzzeichen . . . . .	4
1.3 Misc . . . . .	4
1.3.1 Atome . . . . .	4
<b>2 Vorlesungsmitschriebe</b>	<b>5</b>
2.1 10. April 2018: Vorlesung 1 . . . . .	5
2.1.1 Halbleitertypen . . . . .	5
2.1.2 Silizium: Das Material der Mikroelektronik . . . . .	5
2.1.2.1 Halbleiterklassen . . . . .	5
2.1.2.2 Bindungen - Elektronenpaarbindung . . . . .	5
2.2 17. April 2018: Vorlesung 2 . . . . .	6
2.2.1 Silizium: Das Material der modernen Mikroelektronik . . . . .	6
2.2.1.1 Transistortypen . . . . .	6
2.2.1.2 Weltmarkt . . . . .	6
2.2.1.3 Fünf Gründe für die Dominanz von Silizium . . . . .	7
2.2.2 Some facts . . . . .	7
2.3 24. April 2018: Vorlesung 3 . . . . .	8
2.3.1 Die Arbeitsweise des Computers . . . . .	9
2.3.2 Standard Gatter . . . . .	10
2.4 08. Mai 2018: Vorlesung 4 . . . . .	11
2.4.1 Areniusplot . . . . .	11
2.4.2 Verlustleistung . . . . .	11
2.4.3 Moores Law . . . . .	12
2.4.4 Some facts . . . . .	12
2.5 15. Mai 2018: Vorlesung 5 . . . . .	13
2.5.1 Komplementär . . . . .	13
2.5.2 Speichertypen . . . . .	14
2.5.3 Thyristoren . . . . .	14
2.5.4 Bindung und Strukturen . . . . .	14
2.5.5 Some facts . . . . .	15
2.6 Einschub Graphen/Kohlenstoffnanoröhrchen . . . . .	16
2.6.1 Kristallstrukturen und Eigenschaften von Graphit . . . . .	16
2.6.2 Graphen . . . . .	16
2.6.3 Kohlenstoffnanoröhrchen . . . . .	17
2.6.3.1 Strukturen . . . . .	17
2.7 15. Mai 2018: Vorlesung 6 . . . . .	18
2.7.1 Monokristallines Si . . . . .	18
2.7.2 Atomaufbau . . . . .	18
2.7.3 Some facts . . . . .	19
2.8 29. Mai 2018: Vorlesung 7 . . . . .	19

2.8.1	Die Bohrschen Postulate . . . . .	19
2.8.2	Bohrsches Atommodell für das Wasserstoffatom . . . . .	19
2.8.3	Some facts . . . . .	21
<b>3</b>	<b>Vortragsübungen</b>	<b>23</b>
<b>4</b>	<b>Anhänge</b>	<b>24</b>
4.1	Abkürzungen/Formelzeichen . . . . .	24
4.2	Wichtige Donatoren und Akzeptoren . . . . .	26
4.3	Effektive Massen . . . . .	27
4.4	Bandlücken wichtiger Materialien . . . . .	27
4.5	Eckdaten wichtiger Halbleiter . . . . .	27
4.6	Niederfeld- und Niederdotierungsbeweglichkeiten ( $T = 300K$ ) . . . .	28
4.7	Konstanten . . . . .	28
4.8	Formelverzeichnis . . . . .	28
<b>5</b>	<b>Literatur</b>	<b>28</b>

## Versionierung

Datum	Vers.	Kürzel	Änderung
08.06.2018	0.1	FL	Erzeugung Dokument; Erzeugung Inhaltsverzeichnis; Erzeugung Versionierung; Erzeugung Literaturverzeichnis;
10.08.2018	0.2	FL	Vorlesung 1 - 3
13.08.2018	0.3	FL	Vorlesung 4 - 5
15.08.2018	0.4	FL	Einschub Graph./Kohl.stoff.n.röhr.; Vorlesung 6-7

## Abbildungsverzeichnis

1	Halbleiterklassen . . . . .	5
2	Wabenstruktur . . . . .	6
3	AND-Gatter (deutsche Darstellung) . . . . .	10
4	AND-Gatter (international) . . . . .	10
5	NAND-Gatter (deutsche Darstellung) . . . . .	10
6	NAND-Gatter (international) . . . . .	10
7	Areniusplot . . . . .	11
8	Kennlinie komplementär (Schulze 2018) . . . . .	13
9	Monokristalline Graphitlage (Schulze 2018) . . . . .	14
10	Strukturen von Kohlenstoffnanoröhrchen(Chandrasekhar 2018) . . .	17
11	Gravitation . . . . .	18
12	Coulombkraft . . . . .	18
13	Atommodell/Bahnen (Tobi 2018) . . . . .	19
14	Kraftwirkung auf Elektron (Tobi 2018) . . . . .	20
15	Bahnwechsel (Tobi 2018) . . . . .	21

# 1 Grundlagen

## 1.1 SI-Basiseinheiten

Bezeichnung	Einheit	Bedeutung
Meter	m	Einnheit der Länge
Kilogramm	kg	Einheit der Masse
Sekunde	s	Einheit der Zeit
Ampere	A	Eineit der Stromstärke
Kelvin	K	Einheit der Temperatur
Mol	mol	Einheit der Stoffmenge
Candela	cd	Einheit der Lichtstärke

## 1.2 Vorsatzzeichen

Name	Zeichen	Zehnerpotenz	Name	Zeichen	Zehnerpotenz
Yotta	Y	$10^{24}$	Dezi	d	$10^{-1}$
Zetta	Z	$10^{21}$	Centi	c	$10^{-2}$
Exa	E	$10^{18}$	Milli	m	$10^{-3}$
Peta	P	$10^{15}$	Mikro	$\mu$	$10^{-6}$
Tera	T	$10^{12}$	Nano	n	$10^{-9}$
Giga	G	$10^9$	Piko	p	$10^{-12}$
Mega	M	$10^6$	Femto	f	$10^{-15}$
Kilo	k	$10^3$	Atto	a	$10^{-18}$
Hekto	h	$10^2$	Zepto	z	$10^{-21}$
Deka	da	$10^1$	Yokto	y	$10^{-24}$

## 1.3 Misc

### 1.3.1 Atome

- Atome sind im Grundzustand neutral
- Ändert sich die Zahl der Elektronen spricht man von Ionisierung:
  - positives Ion = Kation (weniger Elektronen)
  - negatives ion = Anion (mehr Elektronen)
- Elektron  $q_e = -e$ , Elektronenmasse:  $m_e = 9,109... * 10^{-31} kg$
- Proton  $q_p = +e$ , Protonenmasse:  $m_p = 1,672... * 10^{-27} kg$

## 2 Vorlesungsmitschriebe

### 2.1 10. April 2018: Vorlesung 1

#### 2.1.1 Halbleitertypen

- organische HL:
  - Kohlenwasserstoffverbindung
  - lange Ketten
- anorganische HL:
  - elementare HL
  - HL-Legierungen

Beispiele siehe Vorlesungsfolien.

Verbindungshalbleiter im stöchiometrischen Verhältnis 1:1 sind Gallium-Schwermetall, Stickstoff-isol. Gas. Halbleiterlegierungen bestehen aus Materialien die bereits halbleitende Eigenschaften besitzen. Verbindungshalbleiter dagegen bestehen nicht zwangsläufig nur aus Materialien die bereits einzeln halbleitend sind.

#### 2.1.2 Silizium: Das Material der Mikroelektronik

##### 2.1.2.1 Halbleiterklassen

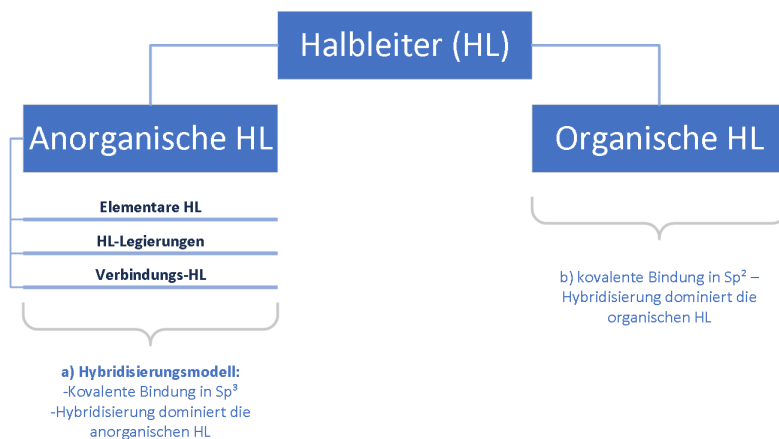


Abbildung 1: Halbleiterklassen

**Definition 2.1.** *Halbeiter: Ein Material, das grundsätzlich leitfähig ist und dessen Verhalten bei Erhitzung metallischer und beim absoluten Nullpunkt isolierend wird.*

### 2.1.2.2 Bindungen - Elektronenpaarbindung

Beim Nullpunkt sind alle Bindungen fest. Bei Erhitzung muss um das die Bindung zu lösen dem Elektron so viel Energie zugefügt werden, dass es aus der Bindung heraus "geschossen" wird.

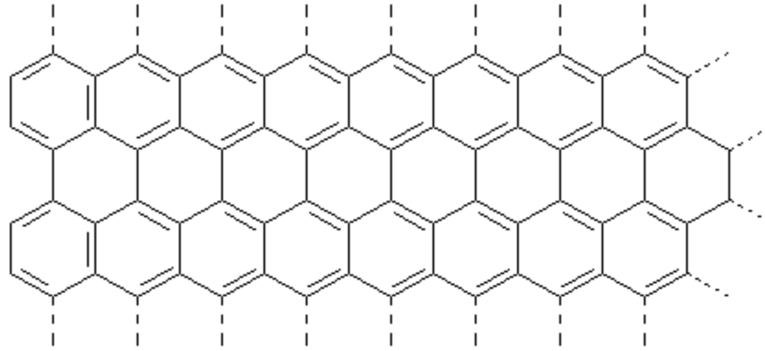


Abbildung 2: Wabenstruktur  
(o.A. n.d.)

## 2.2 17. April 2018: Vorlesung 2

**Bemerkung 2.1.** Zu (2.1.2.2): *Elektronenpaarbindungen entsprechen Doppelbindungen.*

Üblich ist  $Sp^3$  Hybridisierung, Kohlenstoff kann aber auch  $Sp^2$  Hybride bilden.

### 2.2.1 Silizium: Das Material der modernen Mikroelektronik

#### 2.2.1.1 Transistortypen

**Definition 2.2.** *BJT: Bipolar Junction Transistor bzw. Bipolartransistor  
CMOS: Complementary Metal Oxide Semiconductor*

**Bemerkung 2.2.** *Transistortypen: NPN bzw. komplementär dazu PNP.*

**Definition 2.3.** *Transistor: Transfer Resistor*

**Definition 2.4.** *Complementary: Innen Elektronen, aussen Löcher. Kleiner Elektronenstrom an der Basis um großen Strom anzutreiben.*

#### 2.2.1.2 Weltmarkt

- 95% Si-basiert, davon knapp 90% CMOS
- 90% aller hergestellten Bauelemente sind Transistoren
- Von 10€ wird 1€ weltweit mit Halbleitern verdient
- Nach Sauerstoff ist Silizium das zweithäufigste Element (Sand = Siliziumdioxid, im Allgemeinen wird Quarzsand aus dem Bergbau verwendet, siehe Mikro 1)
- 1kg Si < 10€ im Vergleich zu 4000€ - 5000€ um 500gr Arsen zu gewinnen
- Bei einer Umstellung auf GaAs könnte man ca. 10 Tage die Fertigung aufrecht erhalten, danach wären alle Rohstoffe verbraucht
- FET Technologie funktioniert mit Germanium nicht, nur mit Silizium

#### 2.2.1.3 Fünf Gründe für die Dominanz von Silizium

- 1) Si ist ein Elementarhalbleiter
  - Substrat entspricht Wafermaterial
  - Leichte Substratherstellung
- 2) Man findet Si praktisch "wie Sand am Meer" (wenn auch nicht ganz da hauptsächlich Quarzsand verwendet wird)
  - → Kostengünstig, unbegrenzt verfügbar

- Bipolar: Löcherstrom und Elektronenstrom
  - Atome pro cm:  $10^{23}$
  - Nicht unterhalb der intrinsischen Grenze  $\sim 10^{10}$ , gilt aber bei Raumtemperatur (was hab ich damit gemeint?)
- 3) Si lässt sich in einem sehr weiten Bereich von  $10^{15} - 10^{20} \frac{1}{cm^3}$  dotieren
  - 4) Si ist ungiftig
  - 5) Si bildet mit SiO<sub>2</sub> einen elektrisch perfekten Isolator  $\Rightarrow$  MOSFET-Technologie möglich
  - 6) Schutz der Investition
    - Moderne Halbleiter-Fabrik kostet ungefähr 3 Milliarden €
    - Betrieb ca. 2 Millionen €

### 2.2.2 Some facts

- Der erste Transistor wurde 1938 von Robert Wichard Pohl und Rudolf Hilsch der erste Transistor aus Kalium-Bromid hergestellt. Das Material war aber eher ungeeignet, da es wasserlöslich ist.
- Der BP (Bipolar) Transistor ist sehr viel schneller als der MOSFET, daher in vor allem in der HF (Hochfrequenz) Technik häufig genutzt
- MOSFETs können als normally on/off umgesetzt werden. Am gebräuchlichsten ist normally off



### 2.3 24. April 2018: Vorlesung 3

- 1) Natürliche Zahlen  $\mathbb{N} = \{1, 2, 3, \dots, \infty\}$   
 Natürliche Zahlen sind natürlich da sie einfach 'da' sind. Alle anderen Zahlenmengen sind aus den natürlichen Zahlen heraus gebaute Konstrukte.
- 2) Verknüpfungen werden definiert (allgemein  $*$ )
  - Additiv
  - Multiplikativ

$$a * b \rightarrow c$$

Bei der Verknüpfung darf die Menge nicht verlassen werden (Abgeschlossenheit), d.h.  $a, b \in \mathbb{N} \Rightarrow c \in \mathbb{N}$ .

Addition und Multiplikation sind in  $\mathbb{N}$  abgeschlossen, Division und Subtraktion allerdings nicht. Zur Erweiterung der Menge müssen das neutrale Element und das inverse Element definiert werden (siehe HM1).

	Erweiterung von $\mathbb{N}$ zu $\mathbb{Z}$	Erweiterung von $\mathbb{N}$ zu $\mathbb{Q}$
– Neutrale Elemente	$a - a =: 0$ $a + 0 = 0 + a = a$	$a \cdot a^{-1} = e$ $e \cdot a = a \cdot e = a$

- 3) Begriffe: Gruppe, Ringe, Körper
  - Die einfachste algebraische Struktur ist die Gruppe. Dann kommt der Ring und danach der Körper.
  - Gruppe: Vereinigung einer Zahlenmenge und einer Verknüpfung
  - Abelsche Gruppe: Ist eine Gruppe weiterhin kommutativ ist sie abelsch
  - Ring: Vereinigung aus einer Zahlenmenge und zwei Verknüpfungen (additiv und multiplikativ); Wortherkunft: Verbund von Elementen die untereinander unterschiedlich sind aber eine Aufgabe erfüllen (z.B. Verbrecherring)
  - Körper: Alle Eigenschaften von Ringen und zusätzlich Distributivität.
- 4)  $\mathbb{Q} \rightarrow \mathbb{R}$ : Cauchy-Folge (erzeugt Reelle Zahlen, konvergiert gegen jede denkbare irrationale Zahl)
- 5) Komplexe Zahlen

$$\sqrt{b} = ? \text{ für } b < 0$$

$$a : a * a = b$$

$$\sqrt{-1} =: i \text{ bzw. in der Elektrotechnik oftmals } j$$

$$\Rightarrow \mathbb{C} : \mathbb{Z} = a + ib \quad a, b \in \mathbb{R}$$

$$\operatorname{Re}\{Z\} = a \quad \operatorname{Im}\{Z\} = b$$

$\Rightarrow$  Vorteil: Real- und Imaginärteil immer getrennt

6) Gibt es n-dimensionale Zahlen?

$$y = a + ib + kc, \quad \sqrt{i} = \sqrt{k} = -1, \quad a, b, c \in \mathbb{R}$$

Fügt man noch einen weiteren Term an erhält man die Quaternionen mit denen gerechnet werden kann.

7) Abbildungen:

$$\{M\}f : M \rightarrow N\{N\}$$

**Definition 2.5.** *Algebra: Aus dem arabischen von al-ğabr abgeleitet. Es bedeutet im übertragenen Sinne 'das Zusammenfügen gebrochener Teile', kann aber auch einfach als 'Rechnen' interpretiert werden.*

### 2.3.1 Die Arbeitsweise des Computers

Notwendig für ein Computer auf Basis von Binärzahlen:

$$\mathbb{R} \xrightarrow{f} B, \quad \text{mit } B \text{ als Menge der Binärzahlen}$$

Notwendige Bedingung damit die Abbildung geeignet ist:  $f$  muss ein *bijektiver Homomorphismus* sein, was nichts anderes als ein *Isomorphismus*.

#### Definition 2.6.

*Morphologie: Struktur (Form)*

*Homo: Gleich im Sinne von ähnlich*

*Iso: Gleich im Sinne von identisch*

*Homomorphismus: Ähnlich in der Struktur*

*Isomorphismus: Identisch in der Struktur*

D.h. es muss bewiesen werden, dass die Menge der binären Zahlen die gleiche algebraische Struktur aufweisen, wie die Menge der reellen Zahlen aus der sie konstruiert wurde (also ein Zahlenkörper). Dazu:

$$\begin{aligned} a, b \in \mathbb{R} \quad a * b &= c \\ f(a) = b_a \quad f(b) = b_b \quad b_a * b_b &= \tilde{x} \\ \Rightarrow c &= f^{-1}(\tilde{x}) \end{aligned}$$

Beispiel:

$$\begin{aligned} a &= 13, \quad a \in \mathbb{R} \\ B : b_a &= \sum_{i=-n}^{+m} \alpha_i 2^i \quad \alpha_i \in \{0, 1\} \end{aligned}$$



## 2.4 08. Mai 2018: Vorlesung 4

### 2.4.1 Areniusplot

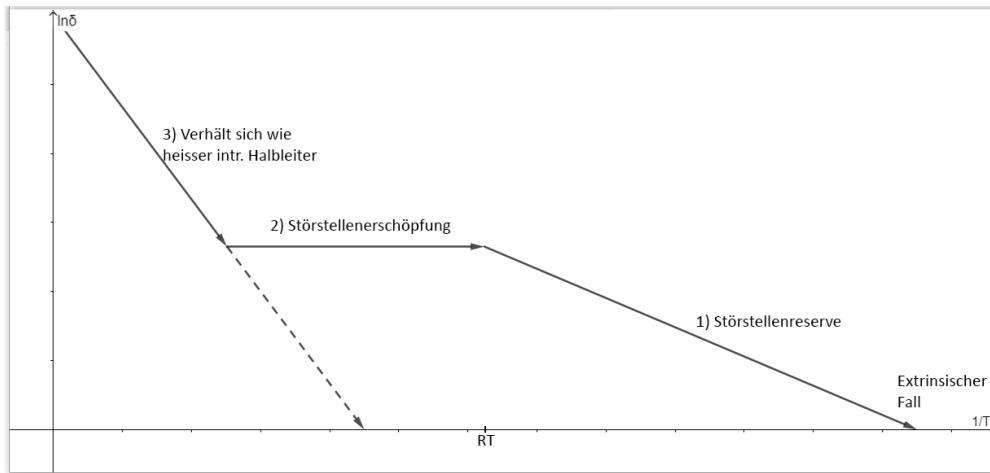


Abbildung 7: Areniusplot

Der Areniusplot (hier dotiert) stellt die Temperatur und die Leitfähigkeit ins Verhältnis (Achtung,  $\ln \sigma$  und  $\frac{1}{T}$ ). Es gilt:

$$n(t) \sim e^{-\frac{E}{K_B T}}$$

Die gestrichelte Linie stellt das Verhalten dar, das ein intrinsischer Halbleiter hätte.

- 1) Störstellenreserve: Die Dotieratome (z.B. Phosphor) geben ihre zusätzlichen Elektron ab. Das läuft solange ab bis alle Dotieratome ihr Elektron abgegeben haben.
- 2) Störstellenerschöpfung: Dotieratome haben alle ihr zusätzliches Elektron abgegeben, Energie ist aber noch zu niedrig um weitere Bindungen aufzubrechen.
- 3) Energie ist hoch genug, dass Bindungen zwischen Silizium und Phosphor aufbrechen, Halbleiter wird mit Elektronen so stark überschwemmt dass die Dotierung keine Rolle mehr spielt (daher Verhalten wie im intrinsischen Fall) und es gilt  $n \sim p$ .

Im Bereich 1) arbeitet der Chip nicht mehr zuverlässig. Gewünscht ist der Bereich um RT (Raumtemperatur).

### 2.4.2 Verlustleistung

Durch permanente Miniaturisierung wurde die Leistung der Chips höher, dabei wird aber auch mehr Abwärme durch Verlustleistung produziert. Abschätzung der Verlustleistung in einem N(P)Mos-Inverter. Folgende Annahmen sind zu treffen:

- 1) N-Inverter miteinander verschaltet
- 2) Pro Takt sind  $\frac{N}{2}$  der FETs im Off- bzw. On-Zustand
- 3)  $I_{stat} = I$

$$\Rightarrow P_{total} \cong \frac{N}{2} I \cdot V_{cc} + N \cdot I_{dyn} V_{cc} \quad (2.4.1)$$

Hier ist die Verlustleistung als Funktion der Anzahl der Inverterstufen gegeben.

### 2.4.3 Moores Law

- Formuliert durch Gordon E. Moore in 1965
- Beobachtung: Vervierfachung der Anzahl der Transistoren auf einem Chip alle drei Jahre

### 2.4.4 Some facts

- Erstes kommerzielles transistorbasiertes Produkt: Texas Instruments Taschenrechner
- Schmelztemperatur Si:  $1400^\circ$
- 1 Angström entspricht  $1 \cdot 10^{-10}m$
- Bei Transistorgrößen  $< 5nm$  überwiegen quantenmechanische Eigenschaften  
 $\Rightarrow$  undeterministisches Verhalten

## 2.5 15. Mai 2018: Vorlesung 5

$$(2.4.1) = \frac{N}{2} I \cdot V_{cc} + N \cdot C_L \cdot f \cdot V_{cc}^2$$

Umbau von MOS in CMOS  
→

$$P_{total} \cong N C_L f V_{cc}^2 \quad (2.5.1)$$

Wachstum von  $N$  und  $F$  ist exponentiell, daher werden die Chips immer heißer, was immer effizienteres Kühlen erforderlich macht. Die Lösung ist der CMOS, da hier der statische Verluststrom weg fällt (da der CMOS im ausgeschalteten Zustand so gut sperrt, dass praktisch kein Strom fließt). Somit wird auch die Temperatur in der der HL in den intrinsischen Modus verfällt später erreicht.

### 2.5.1 Komplementär

**Definition 2.7.** Zwei elektronische Bauelemente heißen komplementär zueinander, wenn der Verlauf der Kennlinie erhalten bleibt, sich jedoch das Vorzeichen invertiert.

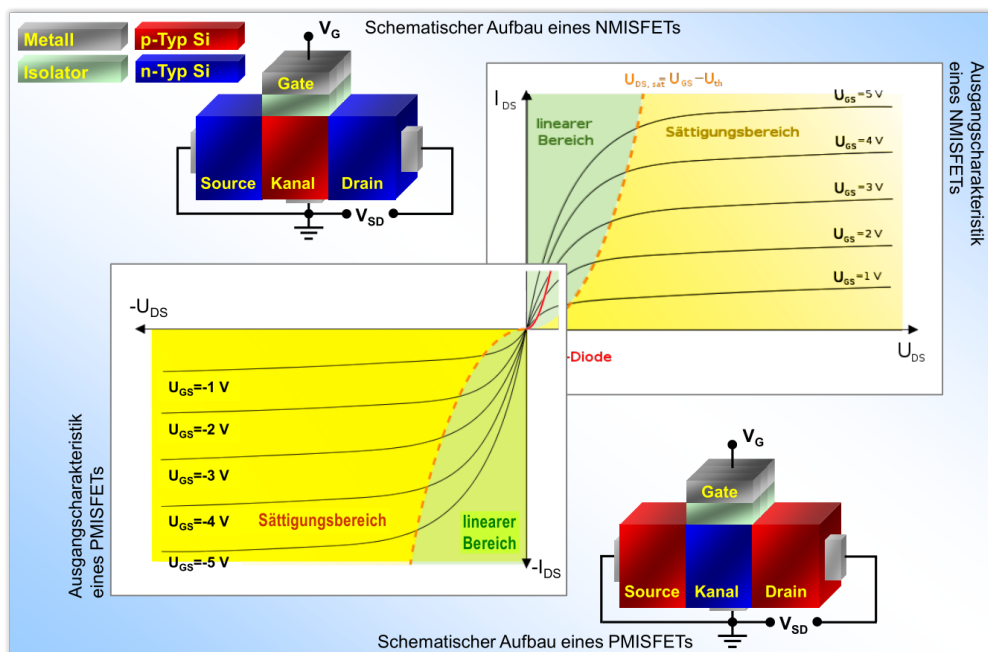


Abbildung 8: Kennlinie komplementär (Schulze 2018)

Aus (2.5.1) folgt wiederum

$$\rightarrow \frac{P_{total}}{C_L V_{cc}^2} = N \cdot f = konstant \quad (2.5.2)$$

Hierbei spricht man vom "Power Delay Produkt". Zwischen  $N$  und  $f$  findet ein "Tradeoff" statt. Da das Produkt konstant ist, kann keiner der beiden Faktoren

beliebig erhöht werden. Wird  $N$  erhöht so muss  $f$  gesenkt werden und umgekehrt. Das "Power Delay Produkt" kann weiterhin wie folgt beschrieben werden:

$$\text{Power Delay Produkt: } \ln(Nf) = \ln(N) + \ln(f) = \ln(\text{konst}) = \text{konst} \quad (2.5.3)$$

### 2.5.2 Speichertypen

Die meistgenutzten Speichertypen sind:

SRAM	DRAM
Static Random Access Memory	Dynamic Random Access Memory
Schneller aber teurer	Langsamer aber günstiger
Flip Flop basiert	Kondensatorbasiert

### 2.5.3 Thyristoren

- Verschachtelung von PNP und NPN Bipolartransistoren
- Drei PN Übergänge und damit drei Schottky Kontakte
- Einmal angeschaltet geht der Thyristor erst bei  $0V$  wieder aus
- Anwendungsbereich: Hochspannung  $\sim 800kV$

### 2.5.4 Bindung und Strukturen

Die Elemente Kohlenstoff, Silizium, Germanium und weitere haben die gleiche Kristallstruktur, verhalten sich aber unterschiedlich. Graphit lässt sich selbst in unterschiedliche Strukturen bringen die alle ein anderes Leitverhalten vorweisen. Polykristallin ist Graphit leitend, monokristallin lässt sich das Verhalten nur noch durch einen Tensor beschreiben.

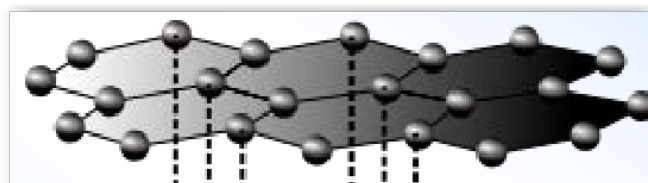


Abbildung 9: Monokristalline Graphitlage (Schulze 2018)

Legt man ein elektrisches Feld horizontal an, weist das Material eine extrem gute Leitfähigkeit auf. Legt man das Feld vertikal an, so wirkt das Material wie ein Isolator. Man spricht hier von einem anisotropen Leitverhalten.

#### Definition 2.8.

*Iso: gleich*

*Trop: Raum*

*Isotrop leitend: Im Raum in allen Richtungen gleich leitend*

*Anisotrop leitend: Im Raum in unterschiedlichen Richtungen unterschiedlich gut leitend  $\rightarrow$  Leitfähigkeitstensor*

### 2.5.5 Some facts

- PNP üblicherweise breiter als NPN da die Beweglichkeit von Löchern kleiner als die von Elektronen ist  
→ bei gleicher Baugröße treibt ein PNP Transistor weniger Strom als ein NPN Transistor
- Eine Elektronenpaarbindung ist eine kovalente Bindung
- Zinn ist ein sogenannter Zero-Bandgap Halbleiter, also ein Halbleiter bei dem die Bandlücke  $0\text{eV}$  beträgt. Er verhält sich somit metallisch und wird auch als Halbmetall bezeichnet.



## 2.6 Einschub Graphen/Kohlenstoffnanoröhrchen

### 2.6.1 Kristallstrukturen und Eigenschaften von Graphit

Graphit lässt sich in unterschiedlichen Strukturen vorfinden, die allesamt unterschiedliche Eigenschaften, insbesondere mit Bezug auf das Verhalten als Leiter, Halbleiter oder nichtleiter, haben. Von amorphem Kohlenstoff spricht man, wenn die Atome ohne eine langreichweitige Ordnung vernetzt sind. Weder aus der Ferne, noch aus der Nähe erkennt man eine Struktur im Material.

Um einen polykristallinen Graphitblock herzustellen, komprimiert man mehrere Bruchstücke eines Graphitkristalls zu einer festen Struktur. Bei der Betrachtung in der Nähe erkennt man so eine perfekte Kristallstruktur, bei der Betrachtung aus der Ferne jedoch sieht man allerdings die abrupten Übergänge der einzelnen Bruchstücke. Dadurch ist polykristalliner Graphit schlechter leitfähig als in monokristalliner Form.

Ein monokristalliner Graphitblock ist ein gewachsener Graphitkristall, der sowohl in der Nähe als auch in der Ferne eine perfekte Kristallstruktur aufweist. Die Leitfähigkeit eines solchen monokristallinen Graphitblocks ist abhängig von der Lage des elektrischen Felds bezüglich zu den einzelnen Kristallschichten. Zur korrekten Beschreibung ist ein Tensor zweiter Ordnung nötig. Parallel zu den Schichten weist ein monokristalliner Graphitblock eine sehr gute, beinahe metallische Leitfähigkeit von  $0,03 \cdot 10^6 \frac{S}{cm}$  auf (vgl. Weinschenk n.d.). Vertikal zu den Schichten verhält er sich nahezu wie ein Isolator.

### 2.6.2 Graphen

Mit Graphen bezeichnet man ein 1 Atom dickes, hexagonales Kohlenstoffgitter. Sogesehen ist Graphen eine Kristallschicht eines monokristallinen Kohlenstoffblocks. Dabei zeigt Graphen Eigenschaften, die es für eine mechanische und elektrotechnische Nutzung interessant machen. Es ist einerseits mit  $3,35 \text{ \AA}$  und einer Dichte von  $0,77 \frac{mg}{m^2}$  ultimativ dünn, weist aber andererseits eine mit  $42 \frac{N}{m}$  im Vergleich zu Stahl ( $0,4 \frac{N}{m}$ ) sehr hohe Bruchstärke auf (vgl. Chandrasekhar 2018). Weiterhin zeichnet sich das Material durch eine elektrische Leitfähigkeit von  $0,96 \cdot 10^6 \frac{S}{cm}$  aus und übertrifft damit die Leitfähigkeit von Kupfer mit  $0,60 \cdot 10^6 \frac{S}{cm}$  deutlich (vgl. Chandrasekhar 2018). Ähnlich verhält es sich bei der thermischen Leitfähigkeit, bei der Graphen mit  $\approx 5000 W K^{-1} m^{-1}$  ebenfalls deutlich leitender als Kupfer mit  $\approx 400 W K^{-1} m^{-1}$  ist (vgl. Chandrasekhar 2018).

### 2.6.3 Kohlenstoffnanoröhren

Die Wände einer Kohlenstoffnanoröhre bestehen wie Graphen aus einer 1 Atom dicken Kohlenstofflage. Somit kann man sich Kohlenstoffnanoröhren wie ein kleines Stück Graphen, dass zu einer Röhre aufgerollt wurde, vorstellen. Üblicherweise liegen die Durchmesser der Röhren in einem Bereich von  $1 - 50nm$ , die kleinsten bisher hergestellten Röhren haben einen Durchmesser von  $0,4nm$  (vgl. Fujita & Suzuki 2013). Dabei sind in der Herstellung Längen von bis zu einem halben Meter realisierbar (vgl. Fujita & Suzuki 2013).

Es sind zwei Unterarten von Kohlenstoffnanoröhrchen (CNT = carbon nanotubes) zu unterscheiden, mit denen ein hoher Grad an struktureller Perfektion erreicht werden kann. Sogenannte single-walled nanotubes (SWNTs) bestehen aus einer einzelnen Kristalllage, die zu einem Zylinder aufgerollt ist. Multi-walled nanotubes (MWNTs) bestehen dagegen aus einer konzentrischen Anordnung mehrerer SWNTs. Aufgrund dieser Anordnung können unterschiedliche Leitertypen erzeugt werden und somit das grundsätzliche Verhalten der CNTs angepasst werden. (Vgl. Baughman, Zakhidov & de Heer 2002)

#### 2.6.3.1 Strukturen

Je nach Verscherung bzw. Atomanordnung der Kristalllage der Röhren ist es möglich die Leitfähigkeit stark zu beeinflussen. Man spricht hier hauptsächlich von drei Typen. Armchair CNTs weisen ein metallisches Verhalten auf, Zigzag CNTs dagegen halbleitende Eigenschaften (vgl. Chandrasekhar 2018). Die folgende Graphik zeigt die unterschiedlichen Strukturen der Wabenanordnung, die auch namensgebend für die jeweiligen Typen ist.

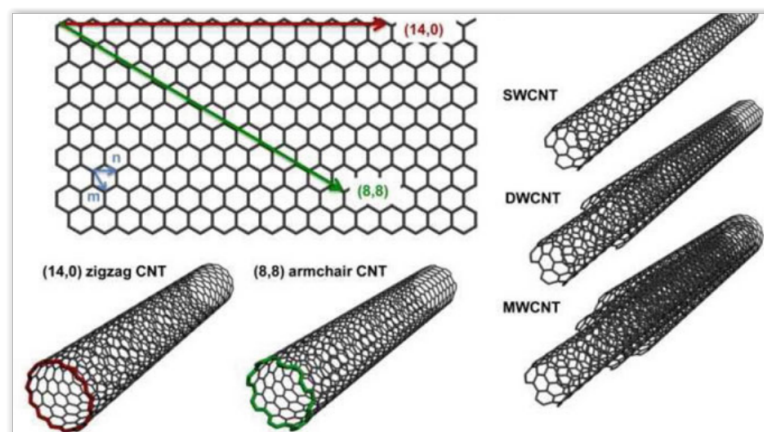


Abbildung 10: Strukturen von Kohlenstoffnanoröhrchen (Chandrasekhar 2018)

Eine weitere gängige Form Chiral CNTs. Dabei handelt es sich um Armchair CNTs, die verschert aufgerollt wurden. Chiral CNTs weisen wie Zigzag CNTs halbleitende Eigenschaften auf.

## 2.7 15. Mai 2018: Vorlesung 6

**Definition 2.9.** *Morph: Form*

*a: ohne*

*Amorph: Ohne Form*

Polykristallin	Monokristallin
Nur in Nahordnung wie ein gewachsener Kristall In Fernordnung unregelmäßig	Einzelner komplett gewachsener Kristall Nah- und Fernordnung absolut regelmäßig

### 2.7.1 Monokristallines Si

$$\vec{j} = \underbrace{\vec{\sigma}} \vec{\varepsilon} \quad (2.7.1)$$

Bei monokristallinem Si Tensor 2. Ordnung

Trägheitstensor für monokristallines Si:

$$\vec{\sigma} = \begin{pmatrix} \vec{\sigma} & 0 & 0 \\ 0 & \vec{\sigma} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (2.7.2)$$

### 2.7.2 Atomaufbau

Vergleich zur Mechanik und Elektrodynamik:

$$\text{Gravitation: } \vec{F}_G = -\gamma \frac{M_1 M_2}{|\vec{r}_{12}|} \frac{\vec{r}_{12}}{|r_{12}|} \quad (2.7.3)$$

$$\text{Coulombkraft: } \vec{F}_e = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{|\vec{r}_{12}|^2} \frac{\vec{r}_{12}}{|r_{12}|} \quad (2.7.4)$$



Abbildung 11: Gravitation



Abbildung 12: Coulombkraft

Vermutung: Elektronen umkreisen Atomkern wie Planeten die Sonne → nach Kepler also in einer Ellipsenbahn.

**Definition 2.10.**

*Mono: Ein*

*Chrom: Farbe*

*Monochromatisch: Einfarbig*

### 2.7.3 Some facts

- Im Periodensystem nach unten werden die Atome räumlich größer
- Zinn hat bis  $13^\circ\text{C}$  die gleiche Kristallstruktur wie Silizium, danach baut es sich zu sogenanntem Beta-Zinn um, das dieselbe Struktur wie Metall hat.
- Isotope: Bei Isotopen sind die Anzahl der Protonen gleich der Anzahl von Neutronen = der Anzahl von Elektronen. Isotope sind damit die Grundzustände von Atomen
- Beschleunigt bewegte Ladungen geben Energie in Form von EM-Wellen (elektromagnetischen Wellen) ab
- Größenordnung zwischen Atomen: Angström
- Größenordnung im Atomkern:  $10^{-15}\text{m}$
- Eine Glühlampe gibt nicht monochromatisches Licht ab
- Spektren vergaßter Elemente sind charakteristisch  $\rightarrow$  Elemente können eindeutig erkannt werden
- Fraunhofer-Linien im Sonnenspektrum durch Wasserstoff und Helium absorbiert  $\rightarrow$  Elemente können aus dem Spektrum genau die Frequenzen absorbieren, die sie emittieren (Absorptionsspektrum)<sup>2</sup>

## 2.8 29. Mai 2018: Vorlesung 7

### 2.8.1 Die Bohrschen Postulate

Postulat 1: In den Atomen bewegen sich die Elektronen nach den Gesetzen der klassischen Mechanik auf diskreten Kreisbahnen mit den Energien  $E_n$ .

Postulat 2: Die Bewegung des Elektrons erfolgt strahlungslos. Beim Übergang des Elektrons von einem stationären Zustand mit der Energie  $E_a$  in einen stationären Zustand niedriger Energie  $E_e$  wird ein Photon emittiert.

### 2.8.2 Bohrsches Atommodell für das Wasserstoffatom

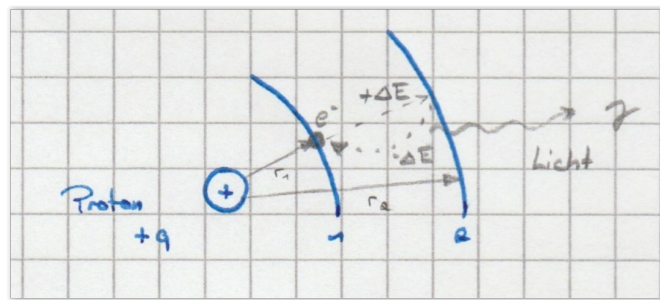


Abbildung 13: Atommodell/Bahnen (Tobi 2018)

Herleitung zur Energie der Bahnradien

$$\vec{F}_c = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_1 Q_2}{|\vec{r}|^3} \vec{r} \quad (2.8.1)$$

$$Q_1 = +q, \quad Q_2 = -q, \quad \vec{r} = \vec{r}_1$$

$$\vec{F}_{c,1} = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q^2}{|\vec{r}_1|^2} \frac{\vec{r}_1}{|\vec{r}_1|} \Rightarrow |\vec{F}_{c,1}| = F_{c,1} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q^2}{r_1^2} \quad (2.8.2)$$

Es gilt

$$E_{ges} = E_{pot} + E_{kin} = \frac{1}{2} m |\vec{v}|^2 + E_{pot} = (*) \quad (2.8.3)$$

Mit  $\vec{p} = m \vec{v}$  folgt:

$$(*) = \frac{|\vec{p}|^2}{2m} + E_{pot} \quad (2.8.4)$$

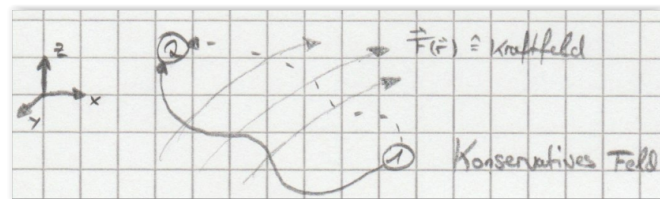


Abbildung 14: Kraftwirkung auf Elektron (Tobi 2018)

Es gilt:

$$W = \int_1^2 \vec{F}(\vec{r}) d\vec{r} \quad (2.8.5)$$

**Definition 2.11.** Ist die nötige Arbeit unabhängig vom Weg den das Teilchen zurücklegt spricht man von einem konservativen Kraftfeld.

D.h.:

$$\text{Konservatives Feld} \rightarrow \oint \vec{F}(\vec{r}) d\vec{r} = 0 \quad (2.8.6)$$

$$\Leftrightarrow \text{rot} \vec{F}(\vec{r}) = \vec{\nabla} \times \vec{F}(\vec{r}) = 0 \leftarrow \text{Wirbelfreies Feld} \quad (2.8.7)$$

$$\Leftrightarrow \vec{F}(\vec{r}) = -\text{grad} \Phi(\vec{r}) = \vec{\nabla} \phi(\vec{r}) \quad (2.8.8)$$

Damit gilt:

$$\vec{F}_c(\vec{r}) = -\text{grad} E_{\text{pot},c} \quad (2.8.9)$$

$$\Rightarrow E_{\text{pot},c} = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_1 Q_2}{|\vec{r}|} \quad (2.8.10)$$

$$\Rightarrow E_{\text{pot},c,1} = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q^2}{|r_1|^2} \quad (2.8.11)$$

und somit folgt

$$\vec{F}_c(\vec{r}) = - \begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial z} \end{pmatrix} E_{\text{pot},c,1} = - \begin{pmatrix} \frac{\partial E_{\text{pot},c,1}}{\partial x} \\ \frac{\partial E_{\text{pot},c,1}}{\partial y} \\ \frac{\partial E_{\text{pot},c,1}}{\partial z} \end{pmatrix} \quad (2.8.12)$$

Es gilt aufgrund des Vergleichs zum Planetenmodell weiter

$$\vec{F}_c = \vec{F}_{zp} = m \vec{a}_{zp} \quad (2.8.13)$$

Annahme: Das Elektron bewegt sich gleichförmig auf einer Kreisbahn. Dann ist

$$v a_{zp} = \frac{v_1^2}{r_1} \quad (2.8.14)$$

Wir versuchen nun die Gleichung auf die Form  $1/2mv^2$  zu bringen:

$$\begin{aligned} \Rightarrow \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q^2}{r_1^2} &= m \frac{v_1^2}{r_1} \\ \Rightarrow \frac{1}{2} m v_1^2 &= \frac{1}{2} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q^2}{r_1} \\ \Rightarrow E_{\text{ges},1} &= \frac{1}{2} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q^2}{r_1} - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q^2}{r_1} \\ &= -\frac{1}{2} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q^2}{r_1} \end{aligned} \quad (2.8.15)$$

Bzw. verallgemeinert

$$E_{ges,i} = -\frac{1}{2} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q^2}{r_i}, \quad i = 1, 2, 3, \dots \quad (2.8.16)$$

Beim Wechsel von einer äusseren auf eine innere Bahn wird also Energie (in Form eines Photons) frei, beim Wechsel von einer inneren auf eine äussere Bahn muss Energie aufgebracht werden.

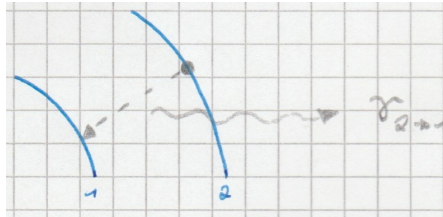


Abbildung 15: Bahnwechsel (Tobi 2018)

### 2.8.3 Some facts

Systemart	Anzahl Teilchen
Mikroskopisch	Maximal 3 Teilchen
Mesoskopisch	$\sim 100 - 1000$ Teilchen
Makroskopisch	$\sim$ Millionen und mehr Teilchen

Bei Makroskopischen Systemen wird statistisch gearbeitet. D.h. es wird der Mittelwert des Systems untersucht um so das Problem auf ein Ein-Teilchen Problem zu reduzieren.

## 3 Vortragsübungen



## 4 Anhänge

### 4.1 Abkürzungen/Formelzeichen

Zeichen	Einheit	Bedeutung
$A$	$m^2$	Fläche
$a$	$\frac{m}{s^2}$	Beschleunigung
$b$	$\frac{cm^2}{Vs}$	Ladungsträgerbeweglichkeit
$d$	$m$	Dicke
$D_n$	$\frac{m^2}{s}$	Diffusionskonstante für Elektronen
$D_p$	$\frac{m^2}{s}$	Diffusionskonstante für Löcher
$e$	$C$	Elementarladung
$E$	$\frac{N}{C} = \frac{VAs}{mAs} = \frac{V}{m}$	Elektrische Feldstärke
$E_c$	$eV$	Leitungsbandkante
$E_F$	$eV$	Fermi-Energie
$E_g$	$eV$	Energie der Bandlücke
$E_v$	$eV$	Valenzbandkante
$f$	$Hz$	Frequenz
$\vec{F}$	$N = \frac{kgm}{s^2}$	Kraft
$G$	$\frac{A}{V} = \frac{1}{\Omega} = S$	Leitwert
$h$	$eVs$	Plank-Konstante
$\hbar$	$eVs$	Planksches Wirkungsquantum
$i$	$A$	Elektrischer Strom
$j$	$\frac{A}{m^2}$	Elektrische Stromdichte
$J_n$	$\frac{A}{m^2}$	Elektronenstromdichte
$J_p$	$\frac{A}{m^2}$	Löcherstromdichte
$J_{diff}$	$\frac{A}{m^2}$	Diffusionsstromdichte
$J_{part}$	$\frac{A}{m^2}$	Partikelstromdichte
$J_{tO}$	$\frac{A}{m^2}$	Totale Stromdichte
$J_r$	$\frac{A}{m^2}$	Rekombinationsstromdichte

Fortsetzung auf Folgeseite

Tabelle 1: Abkürzungen/Formelzeichen

Zeichen	Einheit	Bedeutung
$J_{drift}$	$\frac{A}{m^2}$	Driftstromdichte
$l$	$m$	Länge
$L$	$m$	Minoritätsladungsträgerdiffusionslänge
$L_n$	$m$	Diffusionslänge Elektronen
$L_p$	$m$	Diffusionslänge Löcher
$n$	...	Elektronenkonzentration
$n_i$	...	Intrinsische Ladungsträgerdichte
$n_{id}$	...	Idealität einer Diode
$N_A$	$m^{-3}$	Akzeptorendichte
$N_D$	$m^{-3}$	Donatorendichte
$N_C$	$cm^{-3}$	Effektive Zustandsdichte der Elektronen
$N_V$	$cm^{-3}$	Effektive Zustandsdichte der Löcher
$p$	...	Lochkonzentration
$q$	$C$	Probeladung (in der Regel = $e$ )
$\vec{r}$	$m$	Weg
$r$	$\Omega$	Differentieller Widerstand
$R$	$\Omega$	Widerstand
$R_F$	$\frac{\Omega}{square}$	Flächenwiderstand
$U$	$V$	Elektrische Spannung
$U_g$	$V$	Gesamtspannung
$v$	$\frac{m}{s}$	Geschwindigkeit
$v_D, v_d$	$\frac{m}{s}$	Driftgeschwindigkeit
$w$	$m$	Weite bzw. Breite
$W$	$Ws = J = \frac{kgm^2}{s^2}$	Arbeit bzw. Energie
$\alpha$	$\frac{1}{^\circ C}$	Temperaturkoeffizient des Ohmwiderstandes
$\nu$	$Hz$	Hier Frequenz der Welle
$\rho$	$\frac{Vcm}{A} = \Omega cm$	Spezifischer Widerstand

Fortsetzung auf Folgeseite

Tabelle 1: Abkürzungen/Formelzeichen

Zeichen	Einheit	Bedeutung
$\rho_e$	...	Ladungsdichte
$\kappa$	$\frac{1}{\Omega cm} = \frac{S}{cm}$	Spezifische Leitfähigkeit
$\epsilon_0$	$\frac{As}{Vm}$	Dielektrizitätskonstante im Vakuum
$\varphi$	V	Elektrisches Potential
$\tau$	s	Stoßzeit
$\tau$	s	Minoritätsladungsträgerlebensdauer
$\mu$	$\frac{cm^2}{Vs}$	Beweglichkeit

## 4.2 Wichtige Donatoren und Akzeptoren

Ch. Sym.	Name	Typ
<i>B</i>	Bor	Akzeptor
<i>Al</i>	Alluminium	Akzeptor
<i>Ga</i>	Gallium	Akzeptor
<i>In</i>	Indium	Akzeptor
<i>P</i>	Phosphor	Donator
<i>As</i>	Arsen	Donator
<i>Sb</i>	Antimon	Donator
<i>Bi</i>	Wismut	Donator

### 4.3 Effektive Massen

Band	Wert	Element
$\frac{m_n^*}{m_0}$	1,08	Silizium
$\frac{m_n^*}{m_0}$	1,561	Germanium
$\frac{m_n^*}{m_0}$	1,067	Gallium-Arsenid
$\frac{m_p^*}{m_0}$	1,10	Silizium
$\frac{m_p^*}{m_0}$	1,291	Germanium
$\frac{m_p^*}{m_0}$	1,473	Gallium

### 4.4 Bandlücken wichtiger Materialien

Zeichen	Wert in eV	Material
$E_{g,SiO_2}$	9	Siliziumdioxid
$E_{g,C}$	5,47	Diamant
$E_{g,CdS}$	2,42	Cadmiumsulfid
$E_{g,GaP}$	2,26	Galliumphosphid
$E_{g,GaAs}$	1,42	Gallium-Arsenid
$E_{g,InP}$	1,35	Indiumphosphid
$E_{g,Si}$	1,12	Silizium
$E_{g,Ge}$	0,66	Germanium
$E_{g,InSb}$	0,17	Indiumantimonid

### 4.5 Eckdaten wichtiger Halbleiter

Ch. Sym.	$E_g$ in [eV]	$N_C$ in [ $cm^{-3}$ ]	$N_V$ in [ $cm^{-3}$ ]	$n_i$ in [ $cm^{-3}$ ]
Si	1,124	$2,81 \cdot 10^{19}$	$2,88 \cdot 10^{19}$	$1,04 \cdot 10^{10}$
Ge	0,67	$1,05 \cdot 10^{19}$	$3,92 \cdot 10^{18}$	$1,55 \cdot 10^{13}$
GaAs	1,424	$4,33 \cdot 10^{17}$	$8,13 \cdot 10^{18}$	$2,04 \cdot 10^6$

## 4.6 Niederfeld- und Niederdotierungsbeweglichkeiten ( $T = 300K$ )

$n/p$	Si	Ge	GaAs
$\mu_n \left[ \frac{cm^2}{Vs} \right]$	1340	3900	8000
$\mu_p \left[ \frac{cm^2}{Vs} \right]$	460	1900	400

## 4.7 Konstanten

Ze.	Wert	Bedeutung
$c$	$2,998... \cdot 10^8 [frac{ms}]$	Lichtgeschwindigkeit
$e, q$	$1,602176... \cdot 10^{-19} [C]$	Elementarladung
$e, q$	$1,602176... \cdot 10^{-19} [J]$	Elementarladung
$h$	$6,63 \cdot 10^{-34} [Js]$	Planck-Konstante
$h$	$4,136... \cdot 10^{-15} [eVs]$	Planck-Konstante
$\hbar$	$\frac{h}{2\pi}$	Plancksches Wirkungsquantum
$k$	$8,6173 \cdot 10^{-5} \left[ \frac{eV}{K} \right]$	Boltzmann Konstante
$kT$	$25,85 [meV]$	mit der Boltzmann Konstante und $T = 300K$
$m_0$	$9,11 \cdot 10^{-31} [kg]$	Elektronenmasse
$\varepsilon_0$	$8,854... \cdot 10^{-12} \left[ \frac{As}{Vm} \right]$	Dielektrizitätskonstante des Vakuums
$\varepsilon_{Si}$	11,90	Korrekturfaktor Dielektrizitätskonstante für Silizium

## 4.8 Formelverzeichnis

## 5 Literatur

Baughman, R. H., Zakhidov, A. A. & de Heer, W. A. (2002), ‘Carbon nanotubes—the route toward applications’, *Science* **297**(5582), 787–792.

URL: <http://science.sciencemag.org/content/297/5582/787>

Chandrasekhar, P. (2018), *Conducting Polymers, Fundamentals and Applications: Including Carbon Nanotubes and Graphene*, 2nd ed. 2018 edn, Springer.

URL: <http://dx.doi.org/10.1007/978-3-319-69378-1>

Fujita, S. & Suzuki, A. (2013), *Electrical conduction in graphene and nanotubes*, Wiley-VCH, Weinheim.

o.A. (n.d.), ‘Wabenstruktur’.

**URL:** <http://www.chemieunterricht.de/dc2/kristalle/images/graphen-1.gif>

Schulze, P. D. J. (2018), ‘Mikroelektronik 2 script’. Vorlesungsscript.

Tobi (2018), ‘Vorlesungsmitschrieb’.

Weinschenk, E. (n.d.), *Sammlung gemeinverständlicher wissenschaftlicher Vorträge*, Vol. N:F: 295 Ser. 13, chapter Der Graphit, seine wichtigsten Vorkommnisse und seine technische Verwerthung.