**Metody numeryczne**

Projekt 1

Sumowanie szeregów potęgowych dla funkcji cos(x).

1. Dziedzina i zbiór wartości:
2. Dziedzina funkcji: dziedziną jest zbiór liczb rzeczywistych
3. Zbiór wartości funkcji: <-1,1>
4. Funkcja cos(x) może zostać przedstawiona jako suma szeregu potęgowego

∑∞k=0  (-1)k

1. W programie zostały użyte zmienne typu float, jest to typ 32-bitowy do przedstawiania liczb zmiennoprzecinkowych. 1 bit służy do identyfikacji znaku liczby, 8 do określania wielkości wykładnika, pozostałe 23 do zapisu mantysy. Ograniczenie to powoduje że niektóre liczby, do zapisu których potrzeba więcej niż 23 bity mantysy, zostają zapisane w sposób niedokładny. Do wyznaczania dokładności w sumowaniu wyrazów szeregu potęgowego stosowany jest epsilon.
2. Tabela obliczonych wartości dla przykładowego epsilon=0,0001

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| liczba | wbudowana | p->k | p->k z nast. | k->p | k->p z nast. |
| X=0,30 | 0,955336511135101 | 0,955337464809418 | 0,955337464809418 | 0,955337524414063 | 0,954662501811981 |
| X=0,75 | 0,731688857078552 | 0,731686413288116 | 0,731686413288116 | 0,731686413288116 | 0,732180774211884 |
| X=1,2 | 0,362357765436172 | 0,362252771854401 | 0,362252771854401 | 0,362252771854401 | 0,370547175407410 |
| X=2,5 | -0,801143586635590 | -0,801263928413391 | -0,801263868808746 | -0,801263928413391 | -0,796007752418518 |

1. Błąd bezwzględny dla typu float

*Skróty:*

*p->k –*sumowanie od początku do końca

*k-*>p – sumowanie od końca do początku

*poprzedni-* sumowanie z wyznaczaniem kolejnego wyrazu na podst. poprzedniego

Przykładowa tabela z błędami bezwględnymi dla epsilon=0,01

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Liczba | p->k | p->k z nast. | k->p | k->p z nast. |
| X=0,30 | 0,000000953674317 | 0,000000953674317 | 0,000001013278962 | 0,000674009323120 |
| X=0,75 | 0,000002443790436 | 0,000002443790436 | 0,000002443790436 | 0,000491917133332 |
| X=1,2 | 0,000104993581771 | 0,000104993581771 | 0,000104993581771 | 0,008189409971238 |
| X=2,5 | 0,000120341777801 | 0,000120282173156 | 0,000120341777801 | 0,005135834217072 |

1. Błąd względny dla typu float

Przykładowa tabela błędów względnych dla epsilon=0,0001

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Liczba | p->k | p->k z nast. | k->p | k->p z nast. |
| X=0,30 | 0,000000062391255 | 0,000000062391255 | 0,000000000000000 | 0,000002121302703 |
| X=0,75 | 0,000000081461737 | 0,000000081461737 | 0,000000000000000 | 0,000006761324118 |
| X=1,2 | 0,000000164491146 | 0,000000164491146 | 0,000000082245573 | 0,000009293749855 |
| X=2,5 | 0,000000223198359 | 0,000000148798906 | 0,000000223198359 | 0,000010490322901 |

1. Można zauważyć że sumowanie od końca do początku daje nieco inne wyniki niż sumowanie od początku do końca. W sumowaniu od początku dodajemy do wartości większych wartości stosunkowo małe, więc błąd może być większy. W sumowaniu od końca do wyrazów małych dodajemy wyrazy o wielkości im podobnej, więc błąd nie jest aż tak duży.

Sumowanie metodą od końca do początku z wyliczaniem kolejnego wyrazu na podstawie poprzedniego daje mniej dokładne wyniki od innych, ponieważ już wyraz ostatni, od którego zaczynamy zawiera w sobie błąd, który jest później powiększany.

Najdokładniejszą metodą jest więc liczenie od końca do poczatku ze wzoru.