Hochschule München
S. Tornow

Aufgaben zur Vorlesung Modellbildung und Simulation (Schwingungen)

Lösen Sie die Aufgaben, indem Sie in eigenen Worten das Problem, das Modell, die gelösten Gleichungen und den verwendeten Algorithmus beschreiben. Visualisieren und diskutieren Sie die Ergebnisse und führen Sie eine kritische Analyse durch. Geben Sie den verwendeten Code zusammen mit der Lösung ab und führen Sie diesen in den Übungen vor. Sie können in Gruppen von bis zu drei Studierenden zusammenarbeiten. **(Abgabe: 15.06.18)**

1. **Gedämpfte Schwingungen**

   Wenn auf eine Masse eine Kraft wirkt, die proportional zur Auslenkung ($F = -Dx$) aus der Ruhelage ist, schwingt die Masse harmonisch. Die potentielle und kinetische Energie werden während der Schwingung ineinander umgewandelt. In der Realität hat man es aber mit Energie dissipierenden Reibungskräften zu tun. Die Reibungkraft wirkt immer entgegen der Bewegungsrichtung. Betrachten Sie verschiedene Reibungskräfte, die proportional zu v^n (mit $n = 0, \frac{1}{2}, 1, 2$) sind, und stellen Sie die Amplitude als Funktion der Zeit für verschiedene Reibungsstärken dar.

2. **Das nichtlineare Pendel I**

   Schreiben Sie ein Programm zur Lösung der Differentialgleichung $\frac{d^2\theta}{dt^2} = -\frac{g}{l}\sin(\theta)$ ($g = 9.81 m/s^2, l = 10\text{cm}$). Visualisieren Sie den Auslenkungswinkel θ als Funktion der Zeit für verschiedene Anfangsauslenkungen θ_0 und Anfangsgeschwindigkeit $v_0 = 0$.

3. **Erzwungene Schwingung**

   Beschreiben Sie numerisch die allgemeine erzwungene Schwingung eines gedämpften harmonischen Oszillators mit der Differentialgleichung:

   $$m\ddot{x} + c\dot{x} + Dx = F_0 \cos(\Omega t) \tag{1}$$

   (m: Masse, c: Reibungskoeffizient, D: Federkonstante, F_0: Kraftamplitude, Ω: äußere Kreisfrequenz, t: Zeit). Stellen Sie die Amplitude im eingeschwungenen Zustand als Funktion der Frequenz Ω dar. Vergleichen Sie die Kurve mit dem analytischen Ergebnis und dem Fall eines kleinen nicht-linearen Anteils an der Federkraft D_3x^3:

   $$m\ddot{x} + c\dot{x} + D_1x + D_3x^3 = F_0 \cos(\Omega t) \tag{2}$$

4. **Das nichtlineare Pendel II**

   Betrachten Sie die nichtlineare, erzwungene Schwingung mit der Differentialgleichung:

   $$\ddot{\theta} + c\,\dot{\theta} + \omega_0^2 \sin(\theta) = F_0 \cos(\Omega t) \tag{3}$$

   mit $\omega_0 = 1$, $c = 0.5$ und $\Omega = 0.6$. Stellen Sie θ als Funktion der Zeit graphisch dar und betrachten Sie den Phasenraum ($\dot{\theta}$ als Funktion von θ) für verschiedene Kraftamplituden $0.1 < F_0 < 1.5$. Die Anfangsbedingungen seien $\theta_0 = 1$ und $\dot{\theta}_0 = 0$. Beschreiben Sie Ihre Beobachtungen.