# 容斥原理

|  |
| --- |
| **容斥原理**又称排容原理，在组合数学里，其说明若A_1, ..., A_n 为有限集，则  \left|\bigcup_{i=1}^n A_i\right|=\sum_{i=1}^n\left|A_i\right| -\sum_{i,j\,:\,i\neq j}\left|A_i\cap A_j\right|+\sum_{i,j,k\,:\,i\neq j\neq k}\left|A_i\cap A_j\cap A_k\right|-\ \cdots\cdots\ \pm \left|A_1\cap\cdots\cap A_n\right|  其中|A|表示A的基数。例如在两个集的情况时，我们可以透过将|A|和|B|相加，再减去其交集的基数，而得到其并集的基数。  容斥原理与德·摩根定理结合起来，也可以用于计算集合的交集中元素的数目。设\scriptstyle\overline{A}_k表示*Ak*关于全集*A*的补集，使得对于每一个*k*，都有\scriptstyle A_k\, \subseteq\, A。于是，我们有：  \bigcap_{i=1}^n A_i = \overline{\bigcup_{i=1}^n \overline{A}_i}  即 |∩Ai| = S - |∪(­­­­┐Ai)|  这样便把计算交集的问题化为计算并集的问题。 |

# 错位排列

|  |
| --- |
| Dn=(n-1)(Dn-1+Dn-2)  D_n=n!M_n=n!(\frac{1}{2!}-\frac{1}{3!}+...+(-1)^n\frac{1}{n!}).  D_n= \left\lfloor  \frac{n!}{e}+0.5  \right\rfloor. |

# 鸽巢原理（狄利克雷抽屉原理）

|  |
| --- |
| 1.若有n个笼子和n+1只鸽子，所有的鸽子都被关在鸽笼里，那么至少有一个笼子有至少2只鸽子。2.若有n个笼子和kn+1只鸽子，所有的鸽子都被关在鸽笼里，那么至少有一个笼子有至少k+1只鸽子。推广：如果要把n个物件分配到m个容器中，必有至少一个容器容纳至少⌈n / m⌉个物件。（⌈x⌉大于等于x的最小的整数） |

# 泰勒级数

|  |
| --- |
|  |

# Partition function formulas（整数划分方案数）

|  |
| --- |
| P(n)=sum_(k=1)^n(-1)^(k+1)[P(n-1/2k(3k-1))+P(n-1/2k(3k+1))] |

# Prufer数列

|  |
| --- |
| Prufer数列是无根树的一种数列。在组合数学中，Prufer数列是由一个对于顶点标过号的树转化来的数列，点数为n的树转化来的Prufer数列长度为n-2。一个Prufer数列唯一对应一棵树。  【将树转化成Prufer数列的方法】：一种生成Prufer序列的方法是迭代删点，直到原图仅剩两个点。对于一棵顶点已经经过编号的树T，顶点的编号为{1,2,…,n}，在第i步时，移去所有叶子节点（度为1的顶点）中标号最小的顶点和相连的边，并把与它相邻的点的编号加入Prufer序列中，重复以上步骤直到原图仅剩2个顶点。 |

# Polya计数定理

|  |
| --- |
| X是对象集合{1, 2, ……, n}， 设G是X上的置换群，用M种颜色染N种对象，则不同的染色方案数为：  Polya定理  λ(g)表示置换g的轮换个数，且λ(g) = λ1(g) + λn(g) + …… + λn(g)，其中λi(g)表示g中长度为i的轮换（循环）个数. |
| 正六面体置换群(旋转重合算同一种方案)  使正六面体重合的刚体运动有5类：绕对面中心连线旋转正负90度(共3\*2种)；旋转180度(共3种)；绕对棱中点连线旋转180度(共6种)；绕对角线旋转正负120度(共4\*2种)；不动变换。  以1,2,3,4,5,6分别记正六面体的上,下,左,右,前,后六个面, 则  G={(1)(2)(3)(4)(5)(6) (不动置换),  (1)(2)(3546) (类似的有6个),  (1)(2)(34)(56) (类似的有3个),  (12)(35)(46) (类似的有6个),  (253)(164) (类似的有8个) }。 |
| N个珠子的圆珠的置换群  Ⅰ**翻转**：  1.当n为奇数时，有n种翻转，每种翻转的轴都是一个顶点和该顶点对边中点的连线，有n种置换，每种置换的轮换个数均为(n/2+1)。  2.当n为偶数时，有n种翻转，其中n/2种转轴是两个对应顶点连线，轮换个数为n/2+1；另n/2种转轴是两条对边中点的连线，轮换个数为n/2。  Ⅱ**旋转**：枚举旋转角度360/n\*i，有n种旋转(包括了不动置换)；第i种旋转有gcd(n, i)个轮换，每个轮换的长度都是n/gcd(n, i)。 |