



université
de **BORDEAUX**

Bureau d'études : Etude d'une Suspension Semi-Active

Réalisé par :

DARHAI Imad
Bouabid Mohammed

Encadré par :

Mr. Xavier MOREAU
Mr. David HENRY

BE réalisé au sein de l'ENSEIRB-MATMECA
Janvier 2016

SOMMAIRE

Introduction.....	5
Recherche et synthèse bibliographiques.....	8
1. Les suspensions dans le monde de l'automobile :	8
2. Le confort :	8
3. Les mouvements linéaire et angulaire d'une voiture :	9
4. La suspension semi-active :	9
5. Les suspensions semi-actives à base de fluides magnéto-rhéologiques :	10
Modélisation.....	11
1. Modèle de validation :	11
A. Schématisation et paramétrage :	11
2. Modèle d'analyse :	20
A. Linéarisation de la force de frottement dans les liaisons de la suspension	21
B. Valeurs à l'équilibre statique.....	21
C. Modèle d'analyse autour de la position d'équilibre	21
D. Linéarisation du système au tour d'un point d'équilibre :	22
E. Stabilité du système linéarisé :	23
F. L'analyse fréquentielle de sensibilité des variations de la sortie $w_5 = H$ aux variations des entrées :	23
Commande robuste.....	26
3. Modèle de synthèse :	26
A. Sensibilité paramétrique du transfert G53.....	26
B. Synthèse d'un régulateur proportionnel :	31
C. Commande H_∞ :	33
D. Les Fonctions de Pondérations :	35
E. Problème rencontrés :	38
Conclusion.....	39
Bibliographie.....	39
ANNEXE.....	40

Tables de figures

Figure 1: Amortisseur à fluide magnéto-rhéologique.....	7
Figure 2: Les mouvements linéaires et angulaires d'un véhicule.....	9
Figure 3: Cartographie force-vitesse typique de l'amortisseur MagneRide™ de suspension.....	10
Figure 4: Schématisation et paramétrage du modèle quart de véhicule équipé d'un générateur de force $Ua(t)$	11
Figure 5: Schéma bloc qui représente les entrées et sortie du système.	15
Figure 6: Simulation des entrées du système pour $Z0(t)= 1\text{cm}$ et $Ua(t)=F0z(t)=0$	15
Figure 7: La simulation des positions des masse suspendue et non suspendue et la hauteur entre eux.	16
Figure 8: La vitesse de la masse suspendue et non suspendue.	17
Figure 9 : Simulation des entrées du système pour $Z0(t)=0$ et $Ua(t)=0$ et $F0z(t)=500\text{ N}$	18
Figure 10: La simulation des positions des masse suspendue et non suspendue et la hauteur entre eux.	19
Figure 11: La vitesse de la masse suspendue et non suspendue.	20
Figure 15: la sensibilité de variation de H par rapport à la première entrée $foZ(t)$	24
Figure 16 : la sensibilité de variation de H par rapport à la première entrée $Z0(t)$	25
Figure 17: la sensibilité de variation de H par rapport à la première entrée $Ua(t)$	26
Figure 18: Réponse fréquentielle de la sensibilité paramétrique du transfert G53 pour l'entrée $f0z(t)$	28
Figure 19: Réponse fréquentielle de la sensibilité paramétrique du transfert G53 pour l'entrée $Z0(t)$	29
Figure 20: Réponse fréquentielle de la sensibilité paramétrique du transfert G53 pour l'entrée $Ua(t)$	30
Figure 21: schéma fonctionnel pour la commande de l'amortisseur.	31
Figure 22: Diagramme de bode du modèle nominale.....	31
Figure 23:schéma bloc avec un correcteur proportionnel.....	32
Figure 24: diagramme de bode de la boucle ouverte avec un régulateur proportionnel.	32
Figure 25: comparaison de la consigne par la sortie du système.	33
Figure 26: Réponse fréquentielle de variations des matrices d'incertitudes Δs	35
Figure 27: Diagramme de Bode de $1G(jw)$	37
Figure 28: Diagramme de bode de la pondération $W1$. ²	38

Remerciement

On tient à remercier d'abord la direction de l'université Bordeaux 1 et le département de la filière AM2AS pour nous avoir donné l'opportunité d'effectuer ce projet au sein de l'université.

Nous tenons à remercier toutes les personnes qui ont contribué au succès de notre projet et qui nous ont aidés lors de la rédaction de ce rapport. Nous tenons à remercier vivement notre maitre de projet, Mr Xavier MOREAU et Mr David HENRY, professeurs chercheurs à l'université Bordeaux 1, pour leurs accueils, le temps passé ensemble et le partage de leurs expertises. Grâce aussi à leurs confiances nous avons pu accomplir totalement dans nos missions avec leurs aides précieuses dans les moments les plus délicats.

Nous tenons à vous adresser nos sincères expressions de remerciement et de respect de nous avoir encadré aussi bien moralement que techniquement au cours de notre période de projet.

Nous remercions également tous les binômes qui étaient dans la section du projet d'automobile pour leur accueil et leur esprit d'équipe.

Introduction

L'Automobile est une revue française consacrée à l'automobile. Fondé en 1946.

L'automobile est un ensemble d'organes liés entre eux composant un système qui permettent le déplacement de l'être humain. Le déplacement de ce système est influencé par les sollicitations du conducteur qui sont :

- + Angle de volant.
- + Position des pédales de freinage et d'accélération.
- + La vitesse du système.
- + Les déclinaisons.

Les sollicitations de l'environnement qui sont :

- + Profil de route.
- + Vent.
- + Adhérence.

Le but de l'automatique appliqué à l'automobile est de lier les relations entre les sollicitations équivalentes et l'état du système à titre d'exemple d'avoir du confort sur n'importe quel profil de la route. Les progrès techniques et scientifiques ont permis d'appliquer des actionneurs pour les différents organes comme la suspension, les freins, la direction etc.

Dans notre Projet nous allons nous intéresser à l'organe de la suspension qui permet de compenser tout d'abord les sollicitations du profil de la route parce que si un véhicule était doté uniquement de ressorts comme éléments élastiques de liaison avec les roues, il se produirait pendant la marche des oscillations périodiques difficilement contrôlables, qui compromettraient l'assiette et la stabilité de la voiture en rendant évidemment le véhicule très inconfortable.

C'est pour cette raison qu'ont été créés les amortisseurs qui étaient, dans un premier temps, à friction et qui sont devenus, par la suite, hydrauliques. Grâce au tarage des valeurs de freinage, soit en phase de compression, soit en phase d'extension, on peut mettre au point les suspensions non seulement dans le but de réaliser une meilleure conduite, mais également dans celui d'assurer la stabilité de la voiture en ligne droite et surtout en courbe.

Les systèmes de suspension classiques, dits passifs, sont les plus utilisés dans nos jours grâce à leur bas coût et leur conception. Leur fonctionnement consiste à dissiper l'énergie ou à filtrer les vibrations de la route sur le véhicule. Avec l'évolution de la technologie ces systèmes passifs ont perdu de valeur en termes de leurs performances.

Les nouvelles technologies visent à produire un tel confort et une sécurité lors de la conduite d'un véhicule pas seulement le déplacement d'un véhicule, pour répondre aux besoins et exigences croissants de sécurité et du confort déjà plusieurs solutions sont déjà commercialisées.

La nouvelle technologie a arrivé à commander ses suspensions visant à réduire les vibrations et oscillations dues aux dégradations routières aussi elle sert à limiter le roulis du corps de la voiture dans les courbes, et contribue à la stabilité et au bon comportement dans les virages.

Les nouvelles technologies pour les suspensions sont divisées en deux catégories active et semi-active.

Semi-active car ce sont des ressorts qui sont utilisés pour la fonction d'amortissement, par opposition à une suspension "active", où le "ressort" est un système pneumatique ou hydraulique (ex : Citroën).

Pour la suspension active le contrôle exige une source importante d'énergie pour appliquer une force ou un déplacement. Mais pour la Semi-active nécessite une faible source d'énergie pour agir sur le dispositif contrôlé.

L'objectif est de synthétiser la loi de commande d'un amortisseur à fluide magnéto-rhéologique (figure 1) équipant une suspension de véhicule, appelée dans ce cas suspension semi-active. Un tel amortisseur qui s'inscrit dans le cadre des AmCoVar (Amortisseurs Continûment Variables) et qui fera l'objet du travail de recherche bibliographique concernant les suspensions pilotées, permet dans les quadrants 1 et 3 d'un diagramme force-vitesse (où le produit (force*vitesse) = puissance est positif : figure 1.b) d'obtenir des points de fonctionnement qui appartiennent à une surface et non à une courbe comme c'est le cas avec un amortisseur traditionnel. Le domaine de fonctionnement est donc largement augmenté.

La méthode de synthèse de la loi de commande la plus courante rencontrée dans la littérature (à vérifier lors de la recherche bibliographique) comporte deux étapes. La première consiste, dans un premier temps, à considérer l'amortisseur comme un actionneur pouvant fonctionner dans les quatre quadrants du diagramme force-vitesse. Ensuite, dans un deuxième temps lorsque la commande est synthétisée, un test de passivité est effectué. Il consiste à chaque instant à tester le signe de la puissance instantanée (produit force*vitesse) de l'amortisseur. Si cette puissance est positive (quadrants 1 et 3) alors la commande appliquée correspond à la commande synthétisée, si non la commande appliquée est nulle car elle correspond à un point de fonctionnement dans les quadrants 2 et 4 pour lesquels il faut injecter de l'énergie non disponible dans le cas d'un AmCoVar.

Recherche et synthèse bibliographiques

Ce chapitre est une introduction générale aux suspensions dans le monde de l'automobile. Nous y montrerons une vue d'ensemble sur le rôle, les architectures et les catégories des suspensions les plus reconnus. Après cette introduction et l'explication de la problématique qui régit les suspensions, nous discuterons sur les différentes technologies de suspensions actives et semi-actives. Ensuite, nous présenterons les technologies d'amortissement à base de fluide magnéto-rhéologique.

1. Les suspensions dans le monde de l'automobile :

Sur une voiture, la suspension est le système qui lie la masse non suspendu qui est la roue à une masse suspendu qui normalement (le châssis, les passagers et tous les composants du véhicule fixés au châssis). Elle a pour but d'assurer une liaison des roues au sol en toutes circonstances. Elle absorbe les sollicitations dues à l'état de la route qui permet d'offrir un confort au conducteur et aux passagers surtout dans les phases de et en cas de freinage et accélération. En générale le rôle principale d'une suspension c'est d'assurer le confort et la tenue de route.

2. Le confort :

Le but premier des suspensions automobiles est d'atténuer les perturbations causées par les imperfections de la route et idéalement d'éliminer les vibrations néfastes pour le véhicule et pour les passagers afin d'assurer un meilleur confort et bien-être des passagers dans le véhicule. Selon l'accélération à laquelle est soumis le passager, ce dernier peut ressentir des malaises. Par exemple, à certaines fréquences, une sensation de malaise due aux vibrations de certains organes du corps humain peut être ressentie. De plus, l'allongement de la durée d'exposition aux vibrations augmente la sensibilité du corps humain. Dans ce contexte, afin de quantifier le confort, des normes définissent les seuils de tolérance du corps humain aux vibrations en fonction de l'amplitude, de la fréquence et de la durée des perturbations.

3. Les mouvements linéaire et angulaire d'une voiture :

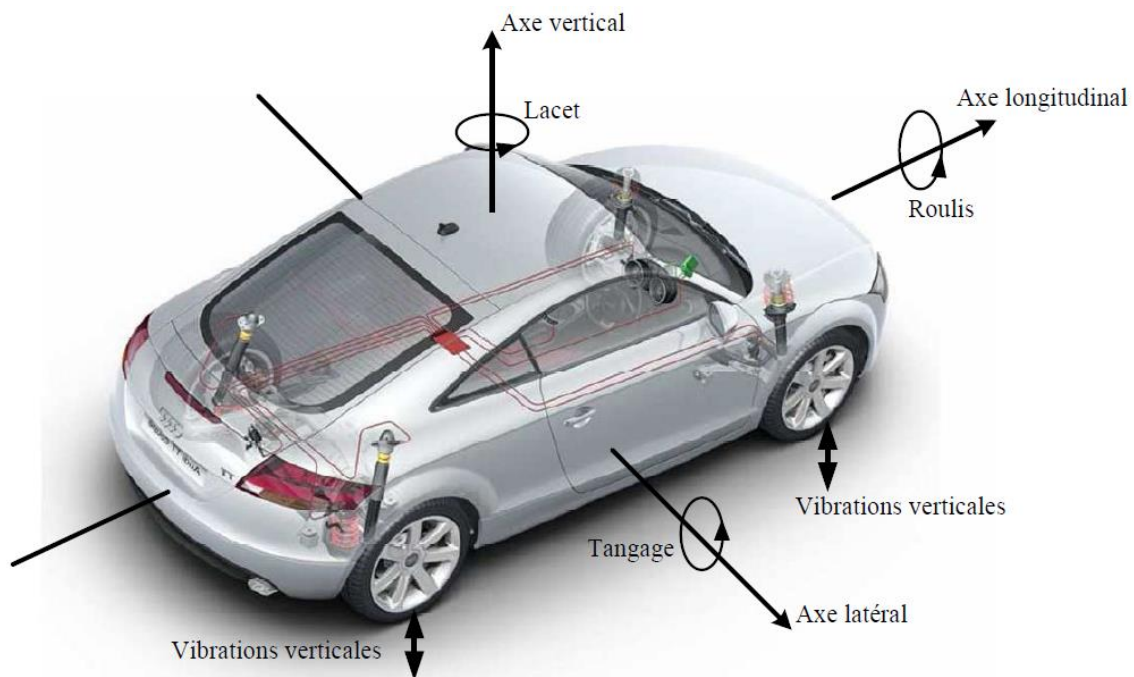


Figure 2: Les mouvements linéaires et angulaires d'un véhicule.

La voiture obéit à trois mouvements qui sont :

- ✚ Le tangage : est l'oscillation longitudinale autour d'un axe horizontal et transversal.
- ✚ Le roulis : est l'oscillation transversale autour d'un axe horizontal longitudinale.
- ✚ Le lacet : est l'oscillation autour d'un axe vertical.

4. La suspension semi-active :

La suspension semi-active est un accord entre les systèmes actifs et passifs. L'amortisseur est un élément passif qui ne peut que dissiper de l'énergie en produisant une force qui s'oppose avec la vitesse entre le châssis et la roue. Cette force est contrôlable en temps réel.

L'idée principale du contrôle semi-actif est très simple : elle consiste à changer, en temps réel, les caractéristiques des dispositifs de dissipation d'énergie et ce changement ne nécessite qu'une source minimale d'énergie. Le concept de ce type de contrôle a été introduit pour la première fois par Karnopp qui propose de modifier la force d'amortissement du fluide en contrôlant l'ouverture de la valve d'un amortisseur conventionnel, par exemple, un amortisseur hydraulique muni d'une servovalve qui contrôle le débit d'huile.

Les suspensions à base de fluides magnéto-rhéologiques font aussi partie des suspensions semi-actives. Le fonctionnement est basé sur l'utilisation d'un fluide dont le comportement rhéologique est variable en fonction du champ magnétique. Ces amortisseurs ont un temps de réponse assez rapide et sont capables de dissiper de grande quantité d'énergie, de plus ils ne contiennent pas de parties mécaniques mobiles à l'intérieur de l'amortisseur, ce qui les rend plus robustes par comparaison aux amortisseurs à orifices variables. Leur intérêt n'a cessé de grandir depuis plusieurs années. L'étude des suspensions à base de fluide MR fait l'objet de ce travail de thèse. La deuxième partie de ce chapitre est consacrée à une description générale à

ce type de suspensions.

5. Les suspensions semi-actives à base de fluides magnéto-rhéologiques :

Les fluides magnéto-rhéologiques (MR) sont des suspensions colloïdales de particules ferromagnétiques de quelques micromètres de diamètre (typiquement 0.1 à 10 μm) dans un liquide porteur plus ou moins visqueux qui peut-être de l'huile minérale ou de synthèse, ou plus simplement de l'eau. Typiquement, ces particules sont en fer pur 5 et sont présentes à un taux massique de 80% à 85% dans le fluide (ou de concentration volumique comprise entre 20% et 40%). L'ajout de stabilisants et autres additifs est nécessaire en vue de conserver une certaine homogénéité et éviter la sédimentation des particules.

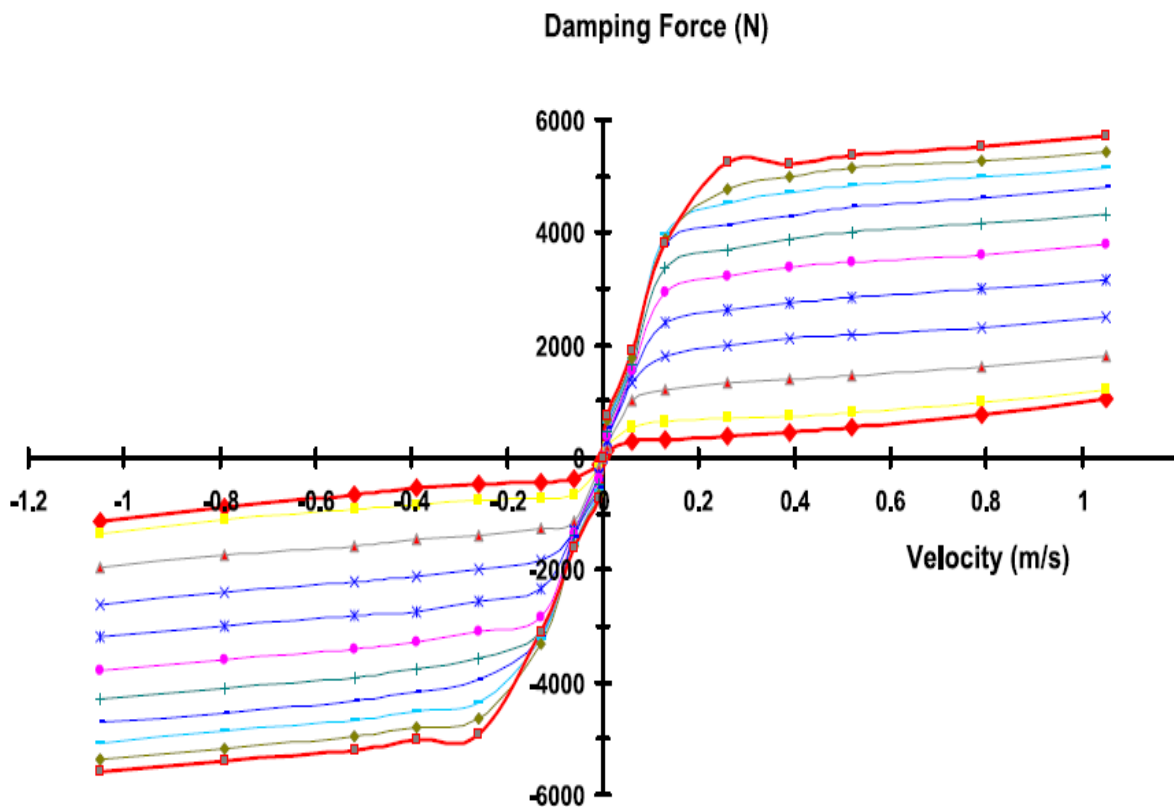


Figure 3: Cartographie force-vitesse typique de l'amortisseur MagnaRide™ de suspension.

Modélisation

1. Modèle de validation :

A. Schématisation et paramétrage :

La figure 3 présente la schématisation et le paramétrage d'un quart de véhicule équipé d'un générateur de force $U_a(t)$. Ce modèle possède 2 degrés de liberté (2 ddl) repérés dans un référentiel absolu par $\xi_1(t)$ et $\xi_2(t)$.

Dans ce projet nous travaillons sur le quart avant d'un véhicule.

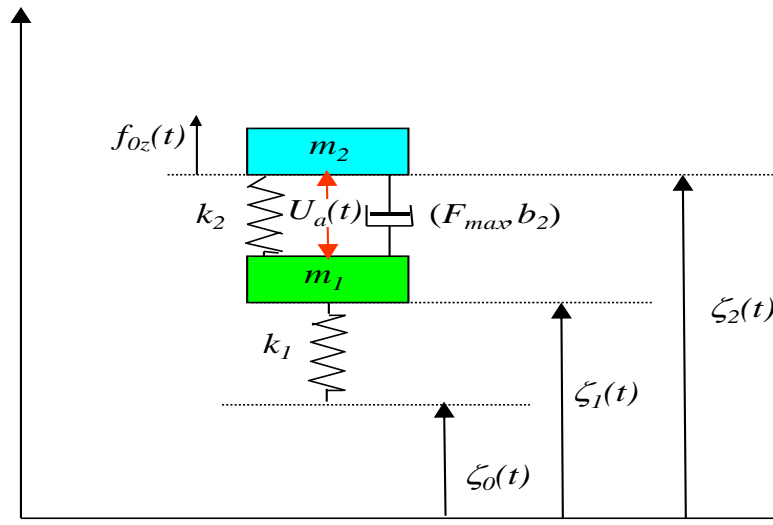


Figure 4: Schématisation et paramétrage du modèle quart de véhicule équipé d'un générateur de force $U_a(t)$.

Les notations utilisées sont les suivantes :

✚ Pour le système suspension passive + masse suspendue :

m_2 : masse suspendue (en kg).

K_2 : raideur du ressort de suspension (en N/m).

L_0 : longueur libre du ressort (en m).

F_{max} et b_2 : constantes positives (F_{max} en N et b_2 en Ns/m) qui caractérisent les différents frottements non linéaires dans les liaisons de la suspension.

$V_2(t)$ et $\xi_2(t)$: vitesse (en m/s) et position (en m) absolues de la masse m_2 , avec $V_2(t) = \dot{\xi}_2(t)$.

$f_{0z}(t)$: sollicitation en force (en N) liée aux reports de charge (freinage/accélération : entrée conducteur).

✚ Pour le système pneumatique + masse non suspendue :

m_1 : masse non suspendue (en kg) ;

K_1 : raideur du pneumatique (en N/m) ;

r_0 : rayon libre de la roue (en m)

$V_1(t)$ et $\xi_1(t)$: vitesse (en m/s) et position (en m) absolues de la masse m_1 , avec $V_1(t) = \dot{\xi}_1(t)$.

$V_0(t)$ et $\xi_0(t)$: vitesse (en m/s) et position (en m) verticales absolues du point de contact pneumatique-sol (entrée route).

✚ Mise en équation

Les deux équations décrivant le comportement de la dynamique verticale du modèle quart de véhicule sous forme de causalité intégrale sont données par :

$$V_1(t) = \frac{1}{m_1} \int_0^t F\Sigma 1(t) dt + V_1(0) \quad (1)$$

$$V_2(t) = \frac{1}{m_2} \int_0^t F\Sigma 2(t) dt + V_2(0) \quad (2)$$

Où les sommes algébriques des forces extérieures $F\Sigma 1(t)$ et $F\Sigma 2(t)$ appliquées, respectivement, aux masses m_1 et m_2 sont de la forme :

Appliquons le principe fondamental de la dynamique en m_1 et m_2 :

$$\begin{aligned} \vec{F}\Sigma 1(t) &= \vec{F}_{r1}(t) + \vec{F}_{r2}(t) + \vec{F}_{f2}(V_{12}) + \vec{U}_a(t) + m_1 \vec{g} & (m_1) \\ \vec{F}\Sigma 2(t) &= \vec{f}_{0z}(t) + \vec{F}_{r2}(t) + \vec{F}_{f2}(V_{12}) + \vec{U}_a(t) + m_2 \vec{g} & (m_2) \end{aligned} \quad (3)$$

En projetons ces deux équations sur l'axe y (\vec{u}_y) :

$$\begin{cases} F\Sigma 1(t) = F_{r1}(t) - F_{r2}(t) - F_{f2}(V_{12}) - U_a(t) - m_1 g \\ F\Sigma 2(t) = f_{0z}(t) + F_{r2}(t) + F_{f2}(V_{12}) + U_a(t) - m_2 g \end{cases} \quad (4)$$

Avec $F_{r1}(t)$ la force élastique liée à la déformation verticale du pneumatique (force de rappel) $F_{r2}(t)$ la force élastique liée à la déformation du ressort de suspension (force de rappel) $F_{f2}(V_{12})$ la force de frottement dans les différentes liaisons de la suspension en fonction de la vitesse relative $V_{12} = V_1(t) - V_2(t)$. Les expressions de ces différentes forces sont données par :

$$F_{r1}(t) = K1 \int_0^t (V_0(\tau) - V_1(\tau)) d\tau + F_{r1}(0) \quad (5)$$

$$\vec{F}_{r1}(t) = -K1(\xi_1 - \xi_0) \vec{u}_y$$

Projection sur \vec{u}_y donne : $F_{r1}(t) = K1(\xi_0 - \xi_1)$

$$F_{r2}(t) = K2 \int_0^t (V_1(\tau) - V_2(\tau)) d\tau + F_{r2}(0) \quad (6)$$

$$\vec{F}_{r2}(t) = -K2(\xi_2 - \xi_1) \vec{u}_y$$

Projection sur \vec{u}_y donne : $F_{r2}(t) = K1(\xi_1 - \xi_2)$

$F_{f2}(V_{12})$ la force de frottement s'écrit sous la forme suivant :

$$F_{f2}(t) = F_{max} * th(\frac{b2}{F_{max}}(V_1(t) - V_2(t))) \quad (7)$$

Th : représente la fonction tangente hyperbolique.

F_{max} : Le maximum de la force de frottement.

b2 : une constante positive.

Cette dernière relation confère un comportement non linéaire au modèle de validation.

D'où :

$$\begin{cases} F_{r1}(t) = K1(\xi_0 - \xi_1) \\ F_{r2}(t) = K2(\xi_1 - \xi_2) \\ F_{f2}(t) = F_{max} * th(\frac{b2}{F_{max}}(V_1(t) - V_2(t))) \end{cases}$$

A l'équilibre on a :

$$\begin{cases} 0 = F_{r1}^e - F_{r2}^e - F_{f2}^e(V_{12}) - U_a^e - m_1 g \\ 0 = f_{0z}^e + F_{r2}^e + F_{f2}^e(V_{12}) + U_a^e - m_2 g \end{cases}$$

On choisit :

$$U_a^e(t) = 0$$

$$f_{0z}^e(t) = 0$$

$$F_{f2}^e(V_{12}) = 0$$

$$\begin{cases} F_{r1}(0) = F_{r1}^e \\ F_{r2}(0) = F_{r2}^e \end{cases}$$

$$\begin{cases} \xi_0^e = 0 \\ \xi_1(0) = \xi_1^e \\ \xi_2(0) = \xi_2^e \end{cases}$$

Le système devient :

$$\begin{cases} 0 = F_{r1}^e(t) - F_{r2}^e - m_1 g = K1(\xi_0^e - \xi_1^e) - K2(\xi_1^e - \xi_2^e) - m_1 g \\ 0 = F_{r2}^e(t) - m_2 g = K2(\xi_1^e - \xi_2^e) - m_2 g \end{cases}$$

Soit :

$$\begin{cases} (\xi_1^e - \xi_2^e) = \frac{m_2 g}{k_2} \\ 0 = -k_1 \xi_1^e - m_1 g - k_2 \frac{m_2 g}{k_2} \end{cases}$$

D'où

$$\begin{cases} (\xi_1^e - \xi_2^e) = \frac{m_2 g}{k_2} \\ \xi_1^e = -\frac{(m_1 + m_2)g}{k_1} \end{cases}$$

D'où :

$$\xi_1^e = -\frac{(m_1 + m_2)}{k_1} \quad (8)$$

$$\xi_2^e = -\frac{m_2 g}{k_2} - \frac{(m_1 + m_2)}{k_1} \quad (9)$$

Nous prenons la longueur à vide de la masse m_2 (châssis) $l_0 = 0,5$ et la longueur à vide de la position de la roue m_1 de $r_0 = 0.25$

Donc nous obtenons les nouvelles équations de la force élastique F_{R1} et F_{R2} :

$$\overrightarrow{F_{R1}} = -k_1((\xi_1^1 - \xi_0) - r_0) \overrightarrow{e_y}$$

$$\overrightarrow{F_{R2}} = k_2((\xi_2^2 - \xi_1^1) + l_0) \overrightarrow{e_y}$$

D'où :

$$\xi_1^e = r_0 - \frac{(m_1 + m_2)g}{k_1} \quad (10)$$

$$\xi_2^e = -g \left(\frac{m_1 + m_2}{k_1} + \frac{m_2}{k_2} \right) + r_0 + l_0 \quad (11)$$

D'après les équations des forces nous avons un comportement non linéaire au modèle de validation.

D'après les simulations du schéma bloc du système non linéaire Suivant :

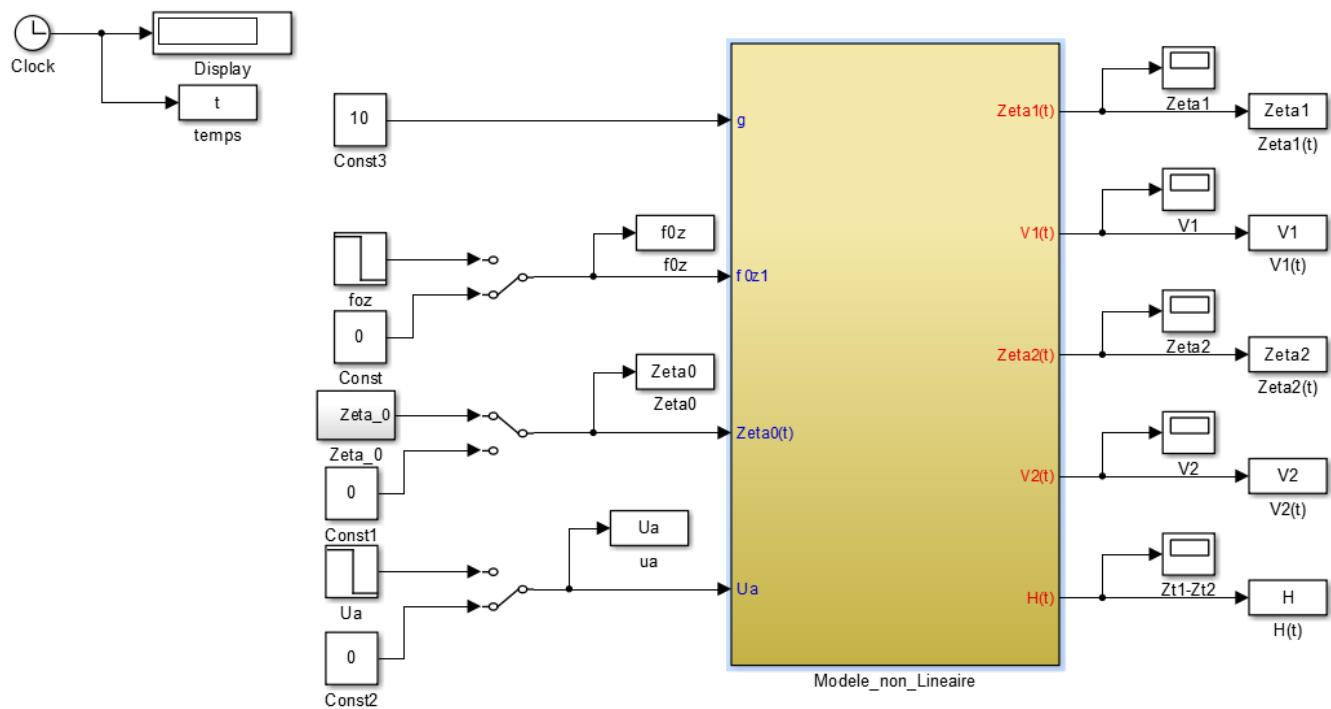


Figure 5: Schéma bloc qui représente les entrées et sortie du système.

Dans un premier temps nous sommes amenés à faire la simulation on appliquant un saut échelon d'entrée route $Z_0(t)$ de 1 cm et de tracer les différentes (Forces, accélérations, vitesses et déplacement).

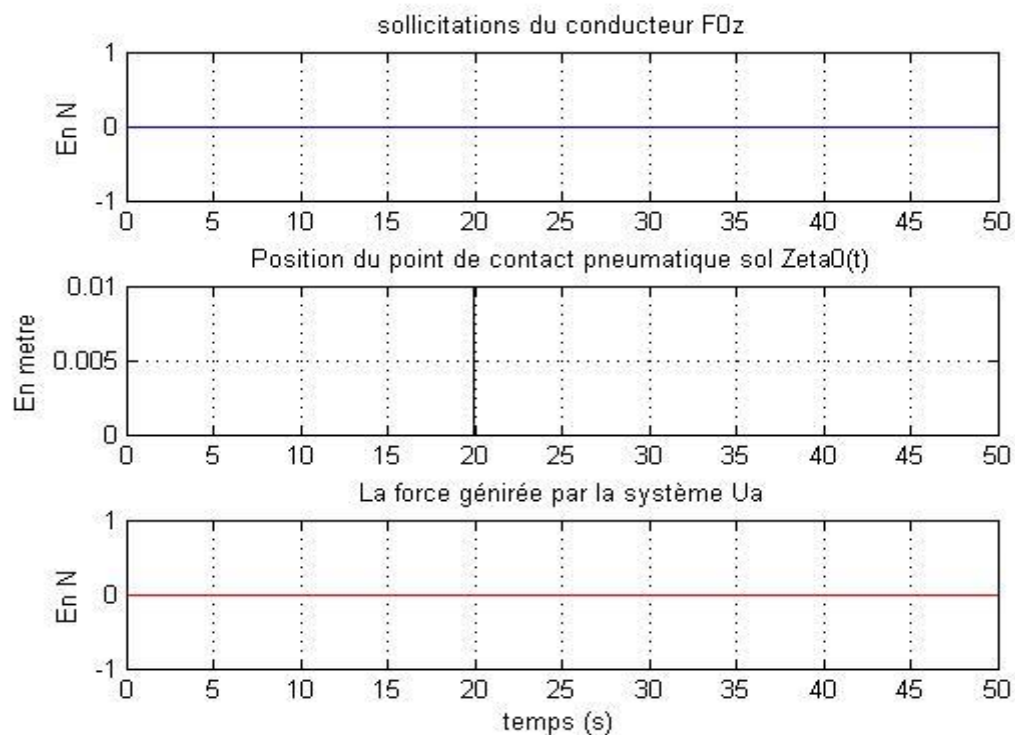


Figure 6: Simulation des entrées du système pour $Z_0(t)= 1\text{cm}$ et $U_a(t)=F_{0z}(t)=0$.

Nous avons appliqué un échelon de 1 cm à l'instant 20 s.

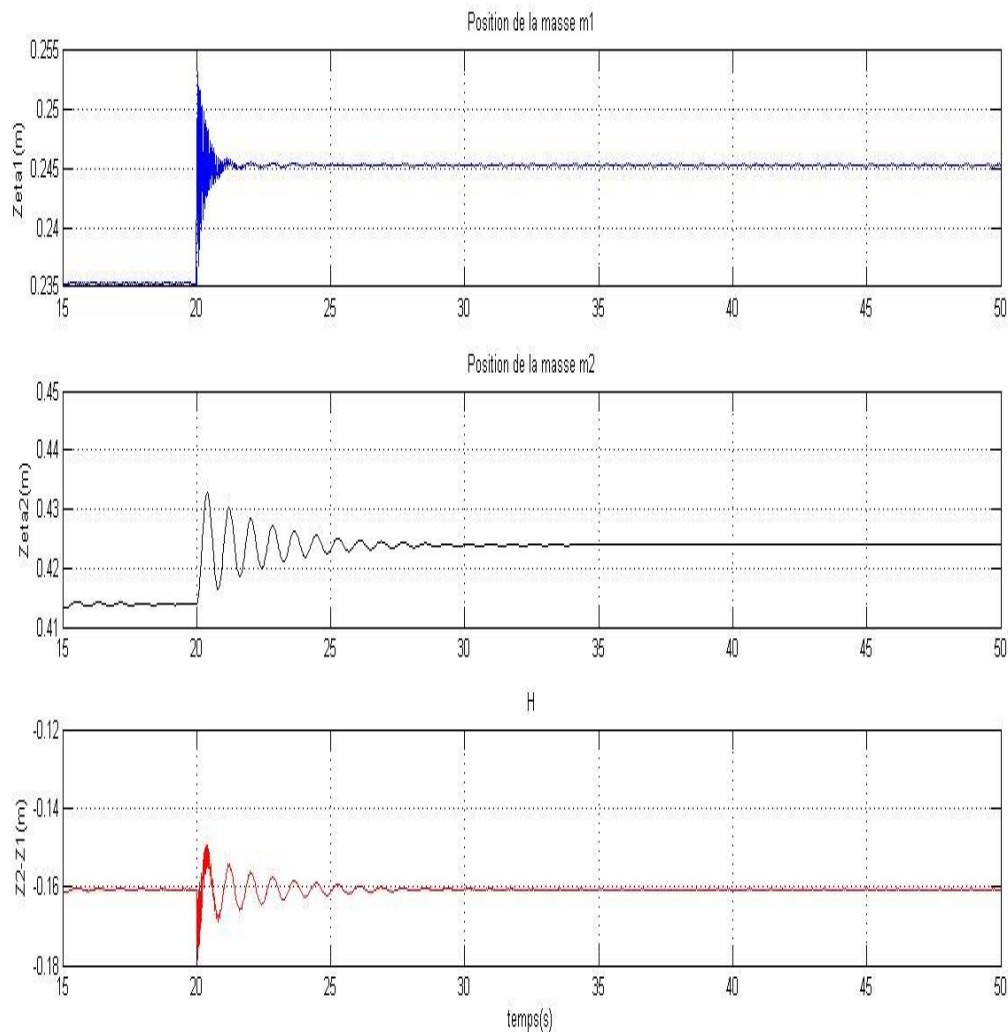


Figure 7: La simulation des positions des masse suspendue et non suspendue et la hauteur entre eux.

Nous avons bien à l'instant 0 qui sont les valeurs de la position d'équilibre. Pour la masse non suspendue m_1 pour la condition initiale à l'équilibre nous avons d'après l'équation 10 :

$$\xi_1^e = r_0 - \frac{(m_1 + m_2)g}{k_1}$$

$$\xi_1^e = 0.25 - \frac{(32 + 225) * 10}{350000}$$

$\xi_1^e = 0.2427$

C'est bien la valeur que nous avons sur la simulation à l'instant initial comme le montre la figure si dessus. Nous avons la troisième courbe en rouge, elle représente la position entre la masse suspendue et la masse non suspendue.

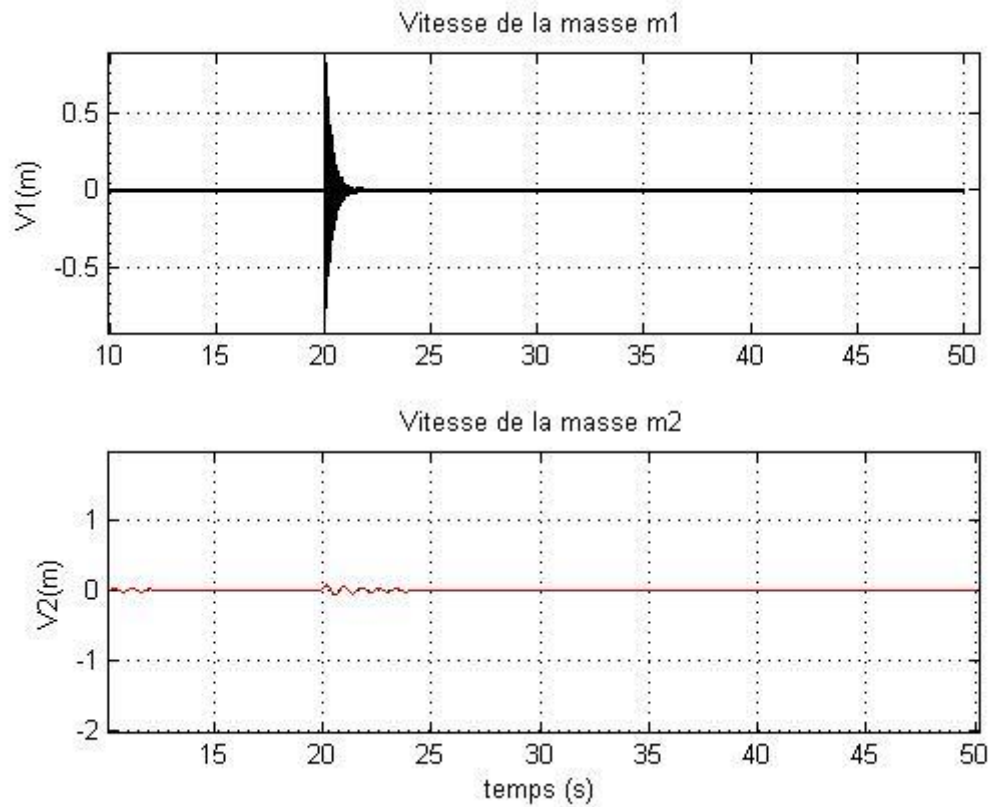


Figure 8: La vitesse de la masse suspendue et non suspendue.

D'après la simulation nous avons bien la masse non suspendue est bien sensible aux sollicitations du profil de la route d'un mètre par seconde, par contre la masse suspendue est moins sensible.

Le deuxième travail demandé c'est d'appliquer un échelon de conducteur $f_{0z}(t)$ de 500 N (Accélération) qui a un sens proportionnel au vecteur \vec{y} . Parce que dans notre cas nous faisons l'étude d'un quart avant d'un véhicule.

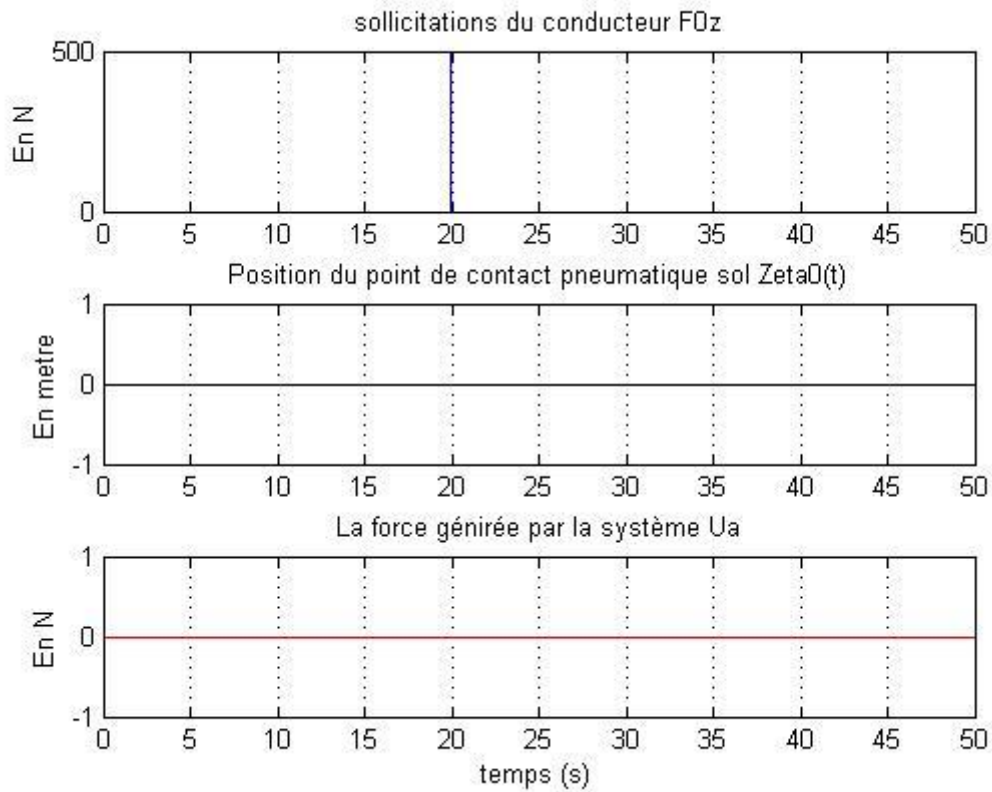


Figure 9 : Simulation des entrées du système pour $Z_0(t)=0$ et $U_a(t)=0$ et $F_{0z}(t)=500$ N.

Nous avons bien les deux entrées U_a et Z_0 sont nuls sauf l'entrée sollicitations f_{0z} qui est égale à 500 N à l'instant 20 secondes.

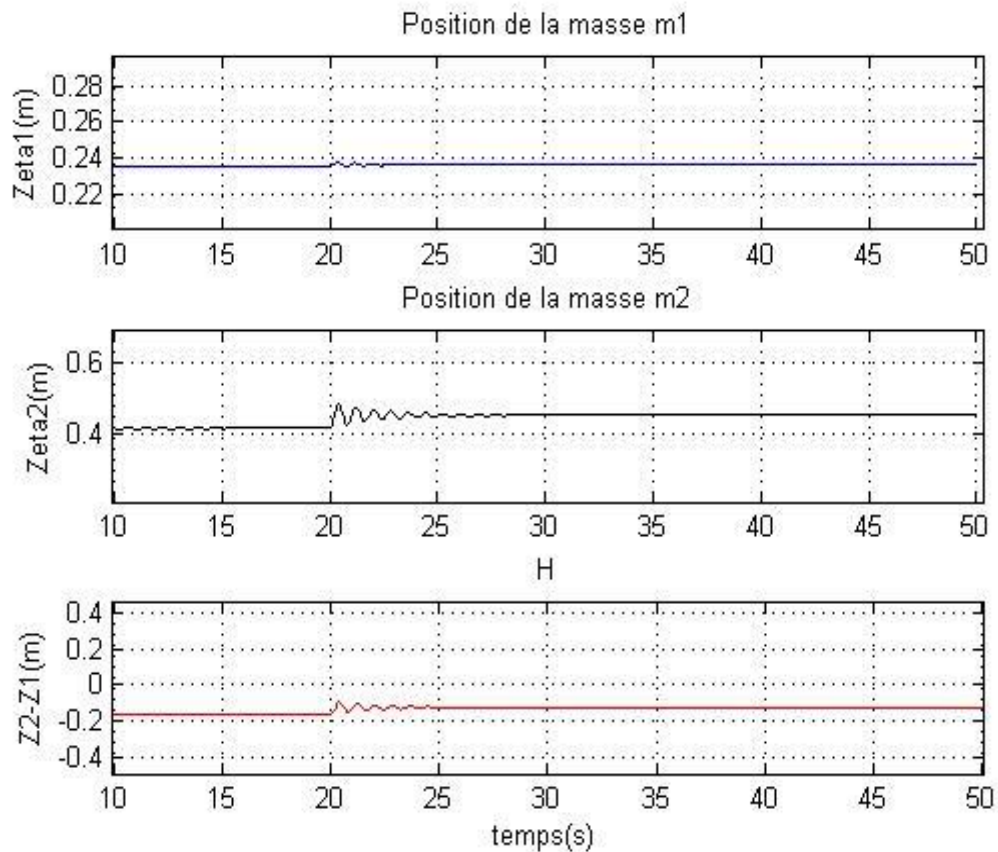


Figure 10: La simulation des positions des masse suspendue et non suspendue et la hauteur entre eux.

Nous avons bien les positions qui prennent des différences de position positive à l'instant 20 s vu que nous exerçons une accélération. Nous avons bien aussi sur la simulation la masse suspendue du châssis qui est trop sensible aux sollicitations du conducteur, et c'est normal sachant que la masse non suspendue est tenue sur la route qui a dans ce cas des sollicitations nulles.

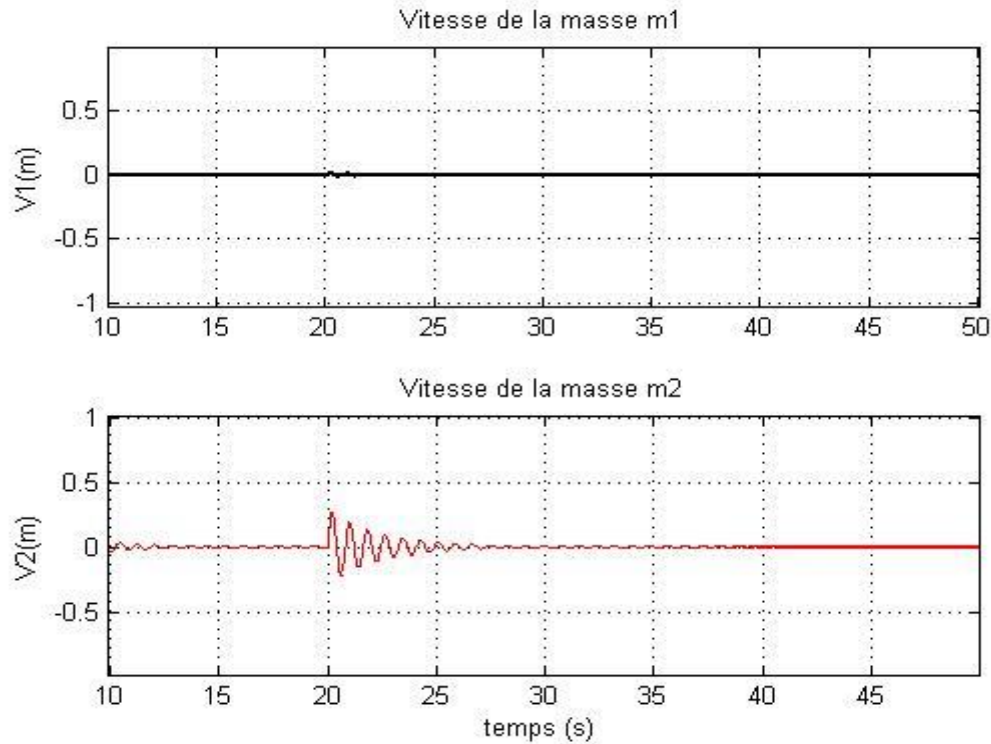


Figure 11: La vitesse de la masse suspendue et non suspendue.

Nous avons bien seulement la vitesse de la masse suspendue qui prend des oscillations à l'instant d'accélération 20s. Pour la vitesse de la masse non suspendue prend des tres petites variations vu que la roue est tenue sur la route qui a des sollicitations dans ce cas.

2. Modèle d'analyse :

Afin de pouvoir exploiter la dualité temps-fréquence dans le cadre de l'analyse du comportement dynamique, le modèle de validation non linéaire est linéarisé autour de la position d'équilibre statique. Le modèle linéarisé ainsi obtenu est appelé modèle d'analyse. Conformément à la remarque faite au début du paragraphe 3 – Modélisation, les notations suivantes sont utilisées :

$$\begin{cases}
 \zeta_0(t) = Z_0^e + z_0(t) \\
 \zeta_1(t) = Z_1^e + z_1(t) \\
 \zeta_2(t) = Z_2^e + z_2(t) \\
 V_1(t) = \dot{\zeta}_1(t) = \dot{z}_1(t) = v_1(t) \\
 V_2(t) = \dot{\zeta}_2(t) = \dot{z}_2(t) = v_2(t) \\
 V_1(t) - V_2(t) = v_1(t) - v_2(t) = v_{12}(t) \\
 U_a(t) = U_a^e + u_a(t) \\
 F_{r1}(t) = F_{r1}^e + f_{r1}(t) \\
 F_{r2}(t) = F_{r2}^e + f_{r2}(t) \\
 F_{f2}(V_{12}) = F_{f2}^e + f_{f2}(v_{12})
 \end{cases} \quad (12)$$

A. Linéarisation de la force de frottement dans les liaisons de la suspension

La linéarisation de l'expression de $F_{f2}(V_{12})$ autour de la position d'équilibre statique conduit bien à une expression de la forme :

$$F_{f2}(V_{12}) = F_{f2}^e + f_{f2}(v_{12}) \quad (13)$$

$$F_{f2}^e = 0$$

$$f_{f2}(v_{12}) = b_2 (v_1(t) - v_2(t)) \quad (14)$$

$$b_2 = \left. \frac{\partial F_{f2}}{\partial V_{12}} \right|_{V_{12}=0} = cste \quad (15)$$

B. Valeurs à l'équilibre statique

Compte tenu de l'hypothèse de petites variations et des développements précédents, les équations (2) et (3) se réécrivent sous la forme :

$$\begin{cases} m_1 \dot{v}_1(t) = F_{r1}^e - f_{r1}(t) - F_{r2}^e - f_{r2}(t) - f_{f2}(v_{12}) - U_a^e - u_a(t) - m_1 g \\ m_2 \dot{v}_2(t) = f_{0z}(t) + F_{r2}^e + f_{r2}(t) + f_{f2}(v_{12}) + U_a^e + u_a(t) - m_2 g \end{cases} \quad (16)$$

Ou :

$$\begin{cases} F_{r1}^e = k_1 \Delta Z_{01}^e \\ F_{r2}^e = k_2 \Delta Z_{12}^e \end{cases} \quad (17)$$

C. Modèle d'analyse autour de la position d'équilibre

Compte tenu de l'hypothèse de petites variations et des développements précédents, les équations (16) se réécrivent sous la forme :

$$\begin{cases} m_1 \dot{v}_1(t) = f_{r1}(t) - f_{r2}(t) - f_{f2}(v_{12}) - u_a(t) \\ m_2 \dot{v}_2(t) = f_{0z}(t) + f_{r2}(t) + f_{f2}(v_{12}) + u_a(t) \end{cases} \quad (18)$$

Équations qui décrivent aux petites variations le comportement dynamique de notre système autour de sa position d'équilibre statique.

D. Linéarisation du système au tour d'un point d'équilibre :

A partir des équations qui décrivent les petites variations autour du point d'équilibre, nous sommes chargés de trouver la représentation d'état linéaire. Soit le système d'état suivant :

$$\underline{x} = \begin{pmatrix} x_1 = z_1(t) \\ x_2 = v_1(t) \\ x_3 = z_2(t) \\ x_4 = v_2(t) \end{pmatrix}, \quad \underline{w} = \begin{pmatrix} w_1 = z_1(t) \\ w_2 = v_1(t) \\ w_3 = z_2(t) \\ w_4 = v_2(t) \\ w_5 = h(t) = z_2(t) - z_1(t) \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad \underline{e} = \begin{pmatrix} e_1 = f_{0z}(t) \\ e_2 = z_0(t) \\ e_3 = u_a(t) \end{pmatrix}$$

Nous avons :

$$x_1 = \xi_1 ; x_2 = V_1 ; x_3 = \xi_2 ; x_4 = V_2$$

D'où :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = \dot{\xi}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = \frac{1}{m_1} (k_1(e_1 - x_1) - k_2(x_1 - x_3) - b_2(x_2 - x_4) - e_3) \\ \dot{x}_3 = x_4 \\ \dot{x}_4 = \frac{1}{m_2} (e_1 + k_2(x_1 - x_3) + b_2(x_2 - x_4) + e_3) \end{cases} \quad (19)$$

Donc les matrices de la représentation d'état sont de la forme suivante :

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\frac{(K_1+K_2)}{m_1} & -\frac{b_2}{m_1} & \frac{K_2}{m_1} & \frac{b_2}{m_1} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{K_2}{m_2} & \frac{b_2}{m_2} & -\frac{K_2}{m_2} & -\frac{b_2}{m_2} \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{k_1}{m_1} & \frac{-1}{m_1} \\ 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{m_2} & 0 & \frac{1}{m_2} \end{pmatrix}$$

$$C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Pour la Matrice D c'est une matrice nulle.

Pour la matrice de transfert qui regroupe toutes les entrées et sorties :

$$G = \begin{bmatrix} 0 & -1.094e04 & 0.03125 \\ -0.02778 & 1.094e04 s + 6.836e04 & -0.03125 s - 0.2231 \\ -0.004444 & 0 & -0.004444 \\ 0.004444 s + 0.003951 & -9722 & 0.004444 s + 0.03173 \\ -0.004444 & 1.094e04 & -0.03569 \end{bmatrix}$$

Nous avons bien une fonction de transfert de 15 numérateurs et nous avons trouvés le même dénominateur pour toutes les fonctions de transfert.

E. Stabilité du système linéarisé :

Pour l'étude de la stabilité du système nous avons trouvé les valeurs propres de la matrice d'état A les suivantes :

D'après la fonction Matlab eig(A) nous trouvons les valeurs suivantes :

$$1.0e+02 * \begin{bmatrix} -0.0316 + 1.0659i \\ -0.0316 - 1.0659i \\ -0.0041 + 0.0772i \\ -0.0041 - 0.0772i \end{bmatrix}$$

Nous avons bien toutes les parties réelles des valeurs propres sont strictement négatives.

F. L'analyse fréquentielle de sensibilité des variations de la sortie $w_5 = H$ aux variations des entrées :

Dans cette partie on verra la sensibilité des variations de la 5 Ième sortie aux variations des 3 entrées pour l'état paramétrique nominal.

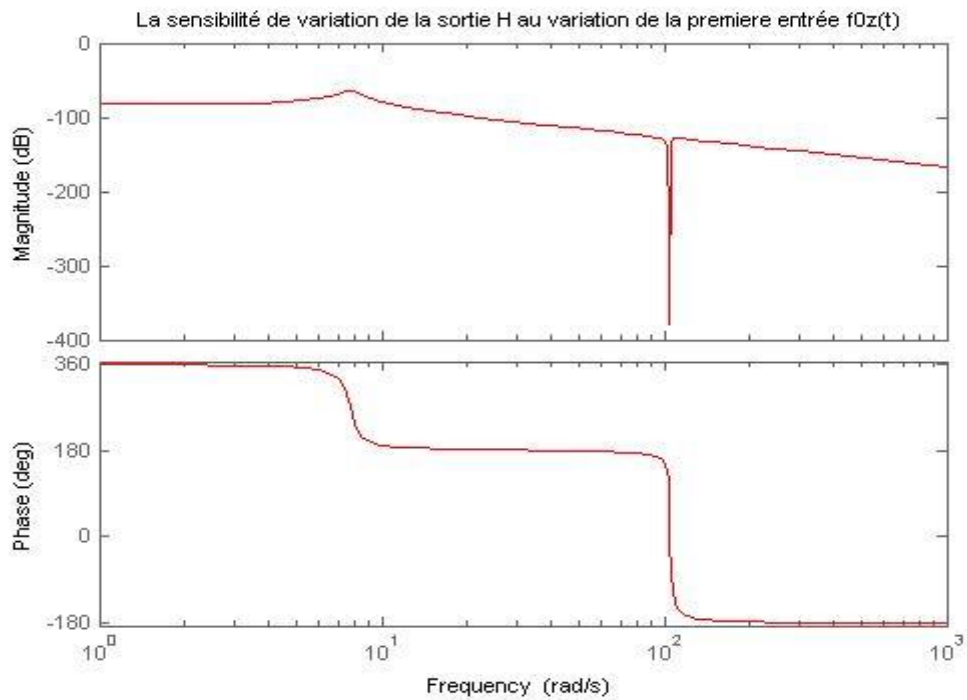


Figure 12: la sensibilité de variation de H par rapport à la première entrée $f_{0z}(t)$.

GP1 =

$$\frac{0.004444 s^2 - 7.99e-15 s + 48.61}{s^4 + 7.139 s^3 + 1.144e04 s^2 + 9722 s + 6.806e05}$$

Au-dessus nous avons la fonction de transfert de 4^{ème} ordre qui permet de calculer la sortie H à travers la première entrée $f_{0z}(t)$.

Nous avons deux fréquence de coupure $w_1 = 7.71$ rad/s et $w_2 = 105$ rad/s.

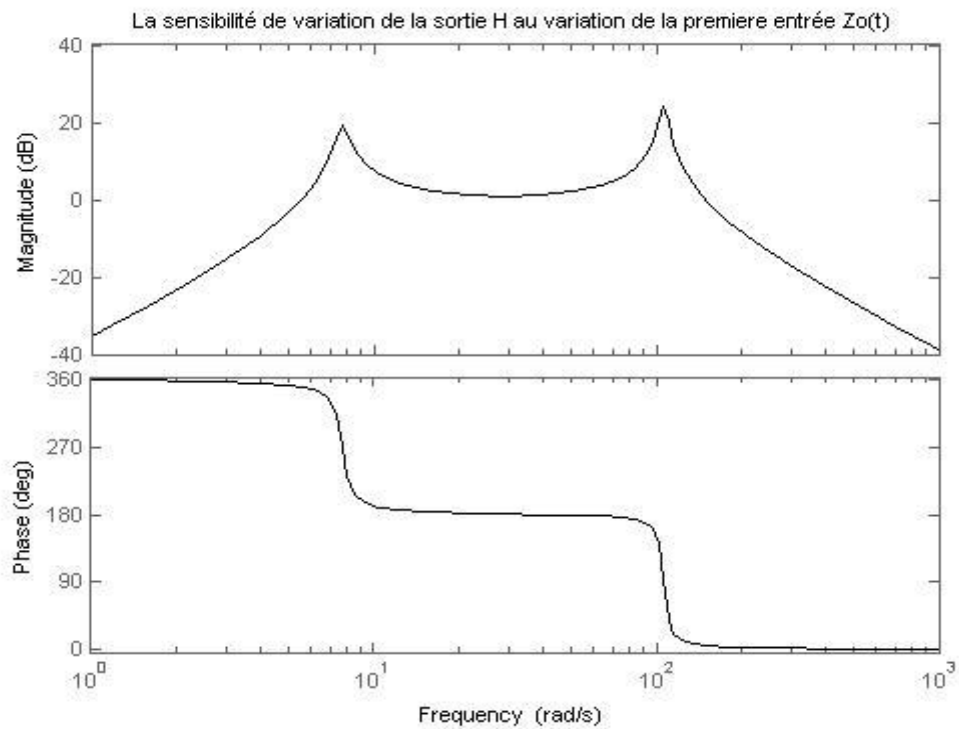


Figure 13 : la sensibilité de variation de H par rapport à la première entrée $Z_0(t)$.

>> GP2
GP2 =

$$\frac{-1.094e04 s^2 - 8.102e-11 s - 1.717e-08}{s^4 + 7.139 s^3 + 1.144e04 s^2 + 9722 s + 6.806e05}$$

Au-dessus nous avons la fonction de transfert de 4^{ème} ordre qui permet de calculer la sortie H à travers la première entrée $Z_0(t)$.

Nous avons deux fréquence de coupure $w_1 = 7.71$ rad/s et $w_2 = 105$ rad/s.

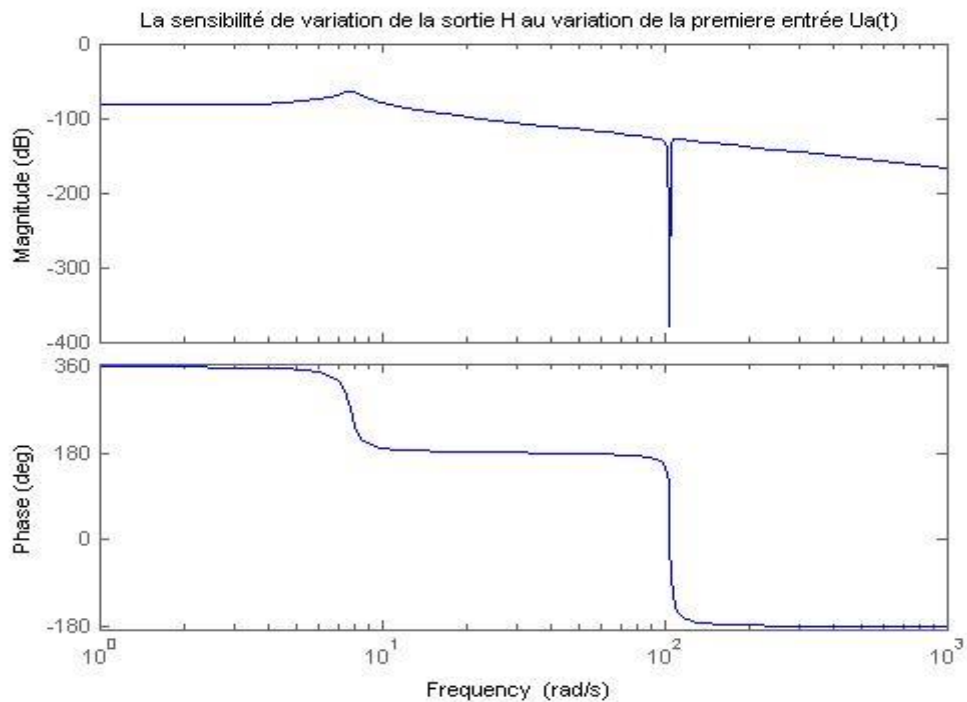


Figure 14: la sensibilité de variation de H par rapport à la première entrée $U_a(t)$.

>> GP3

GP3 =

$$\frac{0.03569 s^2 - 3.804e-15 s + 48.61}{s^4 + 7.139 s^3 + 1.144e04 s^2 + 9722 s + 6.806e05}$$

Au-dessus nous avons la fonction de transfert de 4^{ème} ordre qui permet de calculer la sortie H à travers la première entrée $U_a(t)$.

Nous avons deux fréquence de coupure $w_1 = 7.71$ rad/s et $w_2 = 105$ rad/s.

Pour les 3 fonctions de transfert nous avons les mêmes fréquences de coupures.

Commande robuste

3. Modèle de synthèse :

A. Sensibilité paramétrique du transfert G53

Le modèle de synthèse est le modèle utilisé dans le cadre du BE de Synthèse Fréquentielle de Commande Robuste (SFCR). Il est issu du modèle d'analyse et est défini par le transfert $G_{53}(s)$ issu de la matrice de transfert G , soit :

$$G_{53}(s) = \left. \frac{H(s)}{U_a(s)} \right|_{\substack{z_0=0 \\ f_{0z}=0 \\ b_m=0}} \quad (20)$$

Pour les valeurs nominales nous avons les fonctions des transferts suivantes :

GN1 =

$$\frac{0.004444 s^2 - 7.99e-15 s + 48.61}{s^4 + 7.139 s^3 + 1.144e04 s^2 + 9722 s + 6.806e05}$$

Continuous-time transfer function.

GN2 =

$$\frac{-1.094e04 s^2 - 8.102e-11 s - 1.717e-08}{s^4 + 7.139 s^3 + 1.144e04 s^2 + 9722 s + 6.806e05}$$

Continuous-time transfer function.

GN3 =

$$\frac{0.03569 s^2 - 3.804e-15 s + 48.61}{s^4 + 7.139 s^3 + 1.144e04 s^2 + 9722 s + 6.806e05}$$

Continuous-time transfer function.

Nous avons pour les 3 fonctions de transferts le même dénominateur.

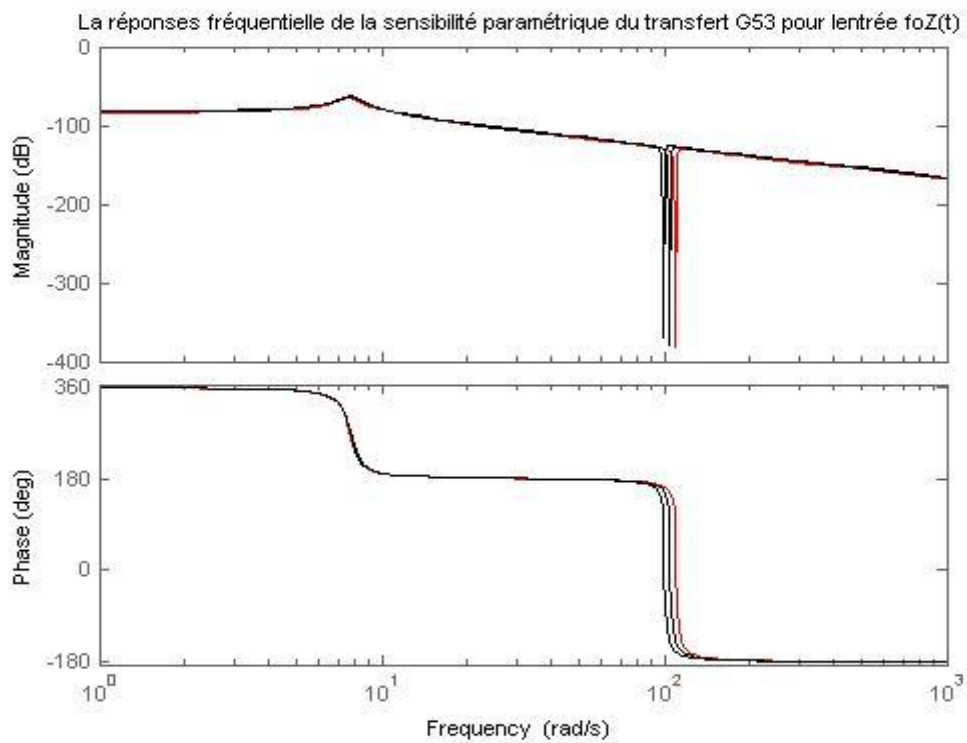


Figure 15: Réponse fréquentielle de la sensibilité paramétrique du transfert G53 pour l'entrée $f_{0z}(t)$.

Pour les valeurs maximales nous avons les fonctions des transferts suivantes :

GM1 =

$$\frac{0.004 s^2 - 7.276e-15 s + 48.13}{s^4 + 7.755 s^3 + 1.257e04 s^2 + 1.059e04 s + 7.411e05}$$

Continuous-time transfer function.

GM2 =

$$\frac{-1.203e04 s^2 - 9.531e-11 s - 1.861e-08}{s^4 + 7.755 s^3 + 1.257e04 s^2 + 1.059e04 s + 7.411e05}$$

Continuous-time transfer function.

GM3 =

$$\frac{0.03525 s^2 + 9.267e-15 s + 48.12}{s^4 + 7.755 s^3 + 1.257e04 s^2 + 1.059e04 s + 7.411e05}$$

Continuous-time transfer function.

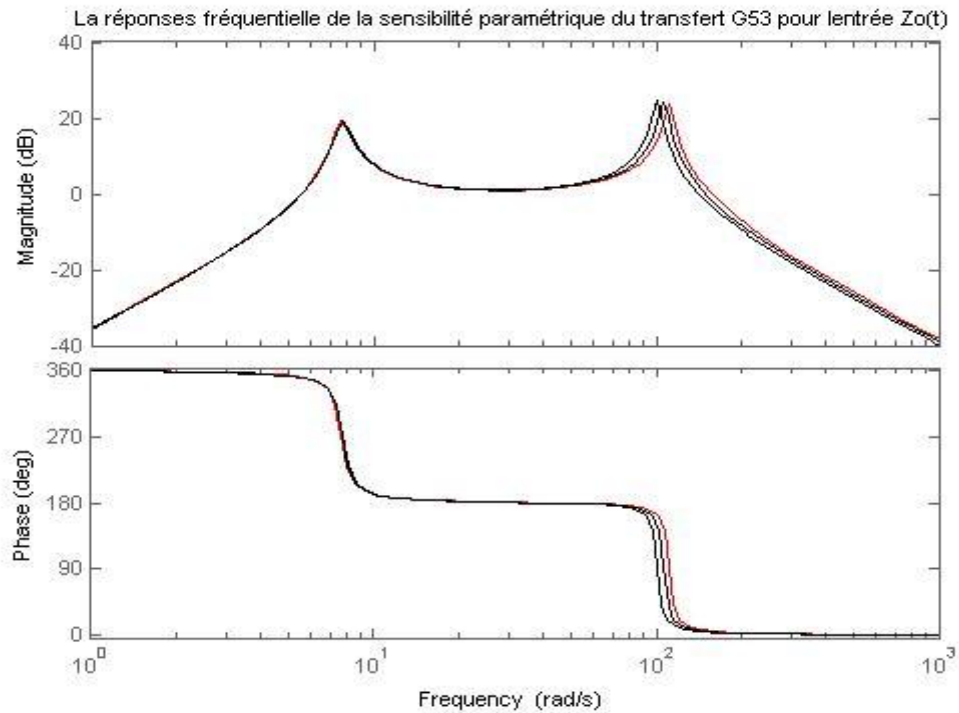


Figure 16: Réponse fréquentielle de la sensibilité paramétrique du transfert G53 pour l'entrée $Z_0(t)$.

Pour les valeurs minimales nous avons les fonctions des transferts suivantes :

Gm1 =

$$\frac{0.005 s^2 - 1.803e-14 s + 49.22}{s^4 + 6.525 s^3 + 1.03e04 s^2 + 8859 s + 6.202e05}$$

Continuous-time transfer function.

Gm2 =

$$\frac{-9844 s^2 - 1.121e-10 s - 1.558e-08}{s^4 + 6.525 s^3 + 1.03e04 s^2 + 8859 s + 6.202e05}$$

Continuous-time transfer function.

Gm3 =

$$\frac{0.03625 s^2 - 2.511e-15 s + 49.22}{s^4 + 6.525 s^3 + 1.03e04 s^2 + 8859 s + 6.202e05}$$

Continuous-time transfer function

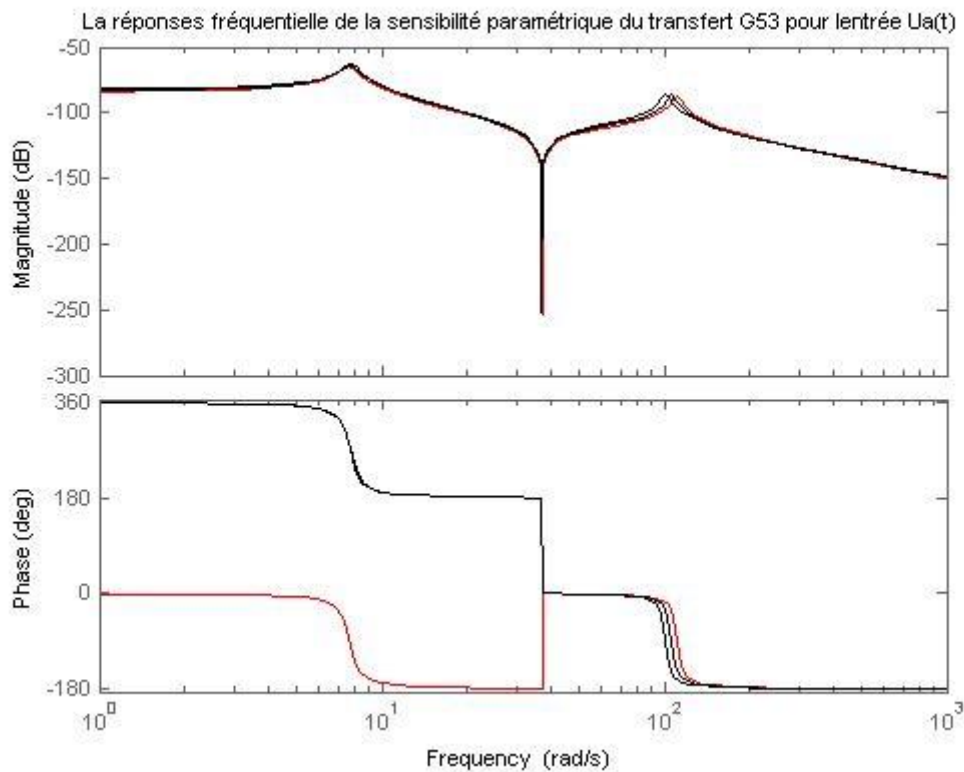


Figure 17: Réponse fréquentielle de la sensibilité paramétrique du transfert G53 pour l'entrée $U_a(t)$.

Pour les réponses fréquentielle de la sensibilité paramétrique du transfert G53 pour les 2 premières entrées, nous avons un gain faible et deux résonnances sur les fréquences propres $w_1 = 7.76$ rad/s. et $w_2 = 100$ rad/s.

Pour la réponse fréquentielle de la sensibilité paramétrique du transfert pour l'entrée U_a , nous avons aussi un gain faible et 3 résonnances sur les deux premières fréquences propre plus une troisième $w_3 = 37$ rad/s.

B. Synthèse d'un régulateur proportionnel :

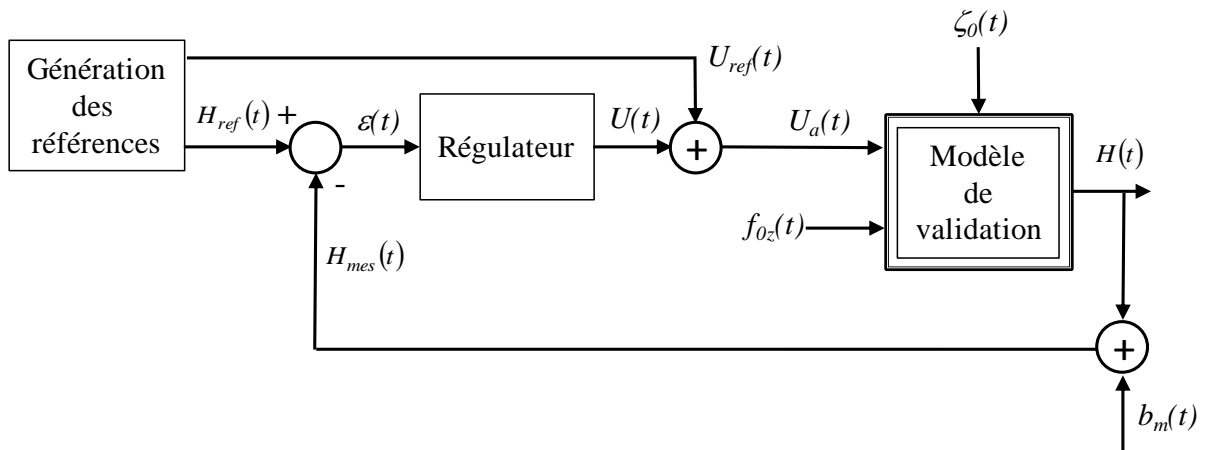


Figure 18: schéma fonctionnel pour la commande de l'amortisseur.

Pour le calcul de C_0 nous allons prendre le module du modèle nominal à la fréquence unitaire w_u .

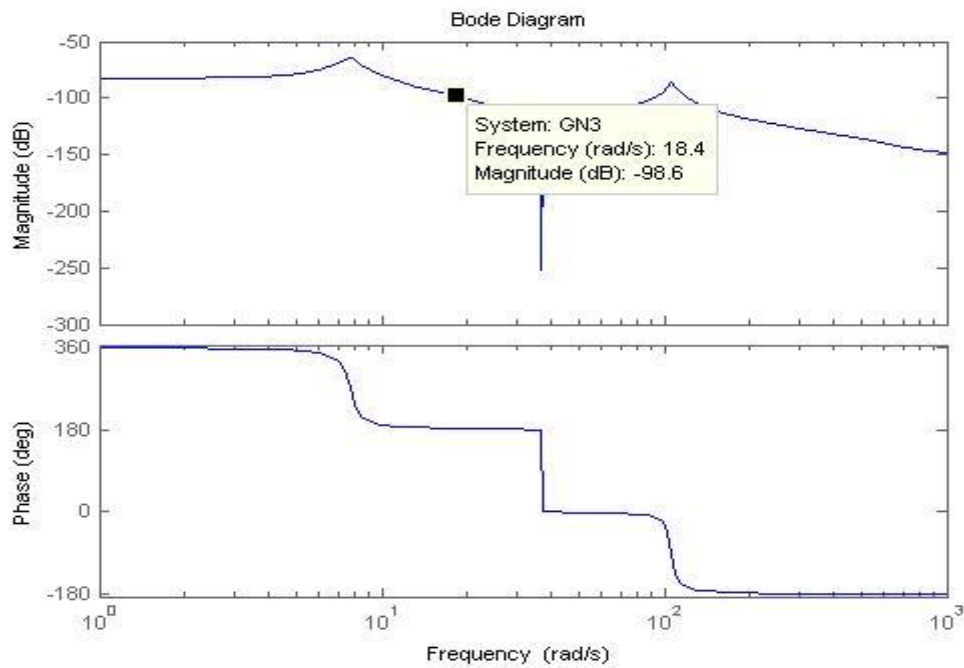


Figure 19: Diagramme de bode du modèle nominale.

Nous avons choisis arbitrairement au milieu de la phase 180 $w_u=18$ rad/s.

Nous avons un module de :

$$G(jw) = -98.6_{db}$$

Normalement :

$$|C_0| = -|G(j\omega)|$$

$$C_0 = 10^{\frac{98}{20}} = 89\,125$$

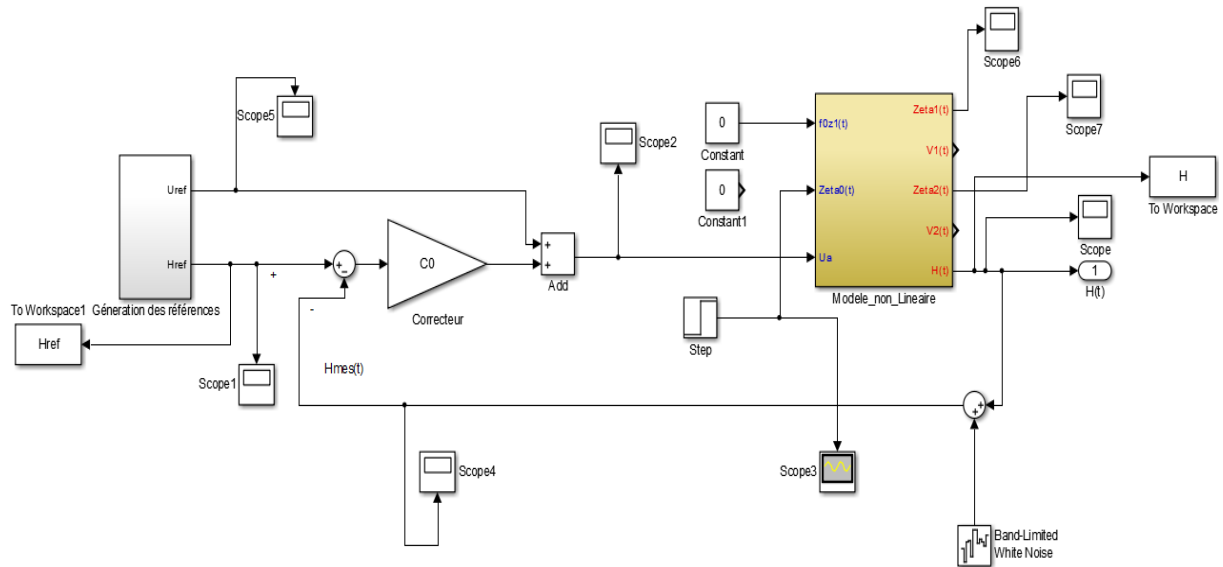


Figure 20:schéma bloc avec un correcteur proportionnel.

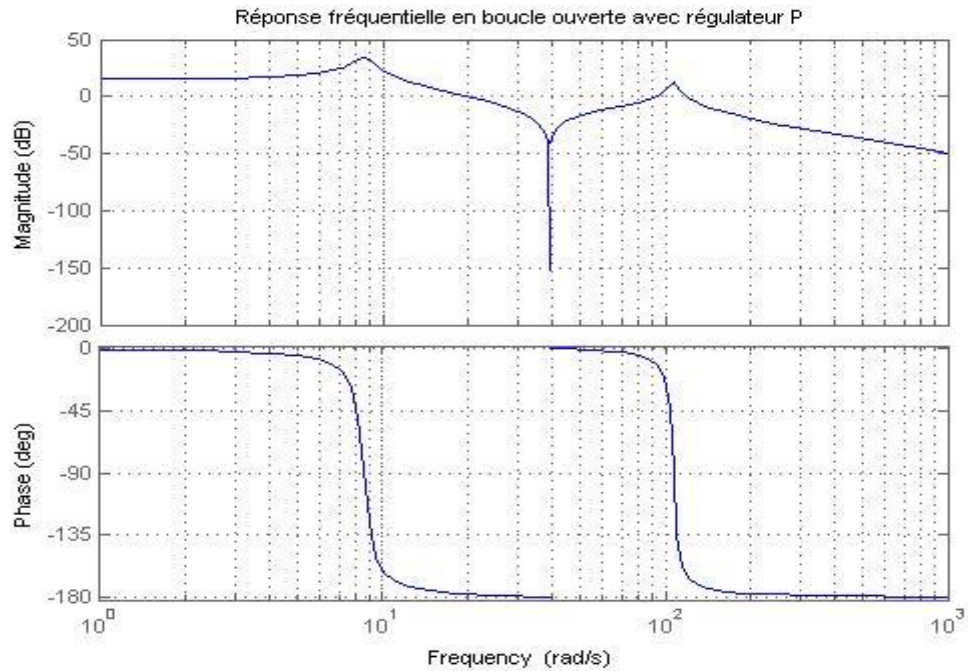


Figure 21: diagramme de bode de la boucle ouverte avec un régulateur proportionnel.

Nous avons une augmentation de gain de 100_{db} par un correcteur proportionnel.

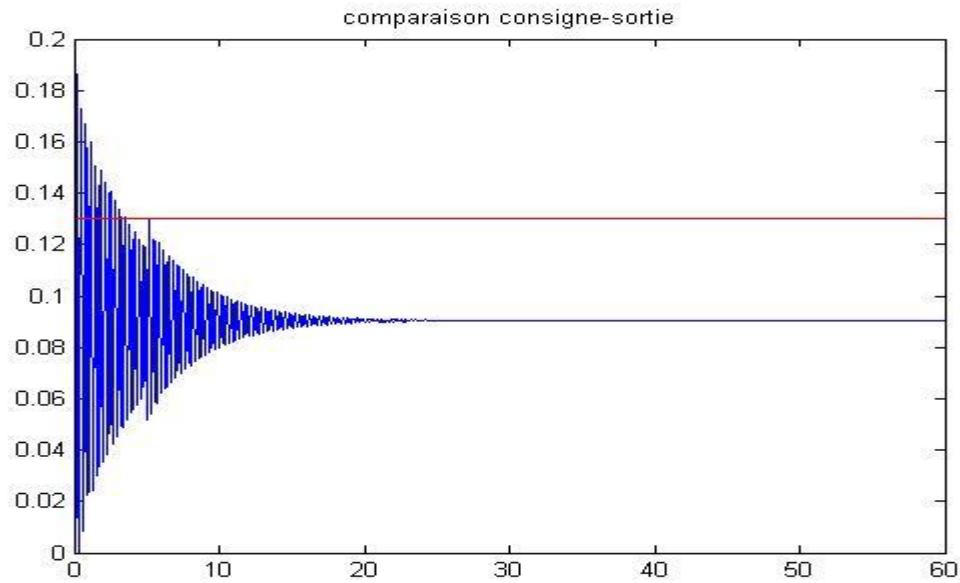


Figure 22: comparaison de la consigne par la sortie du système.

Nous bien un système oscillatoire stable, mais le système ne suit pas la consigne ce qui exige un régulateur robuste afin que la sortie du système suive la consigne.

C. Commande H_∞ :

$G(s)$: Famille de modèles entrée-sortie.

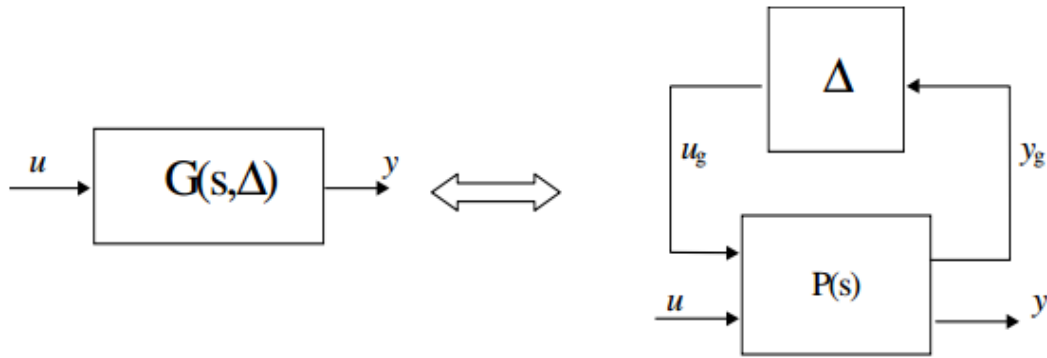
$G_0(s)$: Modèle nominal.

Δ_s : Matrice représentant les incertitudes de modèles.

$\Delta(s)$ matérialise les écarts entre le comportement nominal et le comportement réel du procédé dans son fonctionnement normal. Cette matrice peut-être de différentes formes suivant le types d'incertitudes considérées, cela peut-être une matrice de transfert quelconque, une matrice de transfert diagonale par blocs, une matrice diagonale à deux blocs ou une matrice diagonale réelle. Afin de pouvoir aisément séparer la conception de l'analyse de robustesse il est habituel de représenter le modèle sous une forme telle que les incertitudes soient extraites du procédé.

Pour le Modèle LFT sous forme multiplicative nous avons les données du problème pour la fonction de transfert nominal les paramètres suivants :

Les Transformations Linéaires Fractionnaires (LFT) permettent une telle représentation. La famille de modèles $G(s)$ peut alors s'écrire :



Pour le modèle nominale :

```

m1 = 32;% masse non suspendue en avant du véhicule.
m2 = 225;% masse suspendue en avant du véhicule; on prend la moyenne entre
200 et 250
k1 = 350000;% raideur verticale des pneus
k2 = 14000;% raideur de la suspension
b2 = 200; % coefficient du frottement
Fmax = 200;% force de frottement maximale

```

La fonction de transfert est la suivante :

GN3 =

$$\frac{0.03569 s^2 - 3.804e-15 s + 48.61}{s^4 + 7.139 s^3 + 1.144e04 s^2 + 9722 s + 6.806e05}$$

Continuous-time transfer function.

Pour les paramètres incertains :

$$\begin{aligned}
200 &< m_{2v} < 250 \\
315000 &< K_1 < 385000 \\
12600 &< K_2 < 15400 \\
180 &< b_2 < 220
\end{aligned}$$

Donc il y a 4 paramètres incertains.

$$G(p) = G_0(p)(1 + \Delta_s(p)) \quad \text{car } \dim(u) = \dim(y) = 1$$

$$\frac{G(p)}{G_0(jw)} - 1 = \Delta_s(p) \quad (21)$$

Car :

$$\|\Delta_s\|_{\infty} \leq 1$$

$$\left[\frac{G(p)}{G_0(j\omega)} - 1 \right] \leq \Delta_s(p)$$

D'après les calculs sur Matlab nous avons trouvés $\frac{G(p)}{G_0(j\omega)} - 1$

zpk ((Gex/Gex0)-1)

ans =

$$\frac{-0.012451 (s-4.21e-06) (s+4.21e-06) (s^2 - 2.166e-12s + 1.094e04)^2}{(s^2 + 0.7395s + 53.86) (s^2 + 1362) (s^2 + 6.31s + 1.137e04)}$$

Continuous-time zero/pole/gain model.

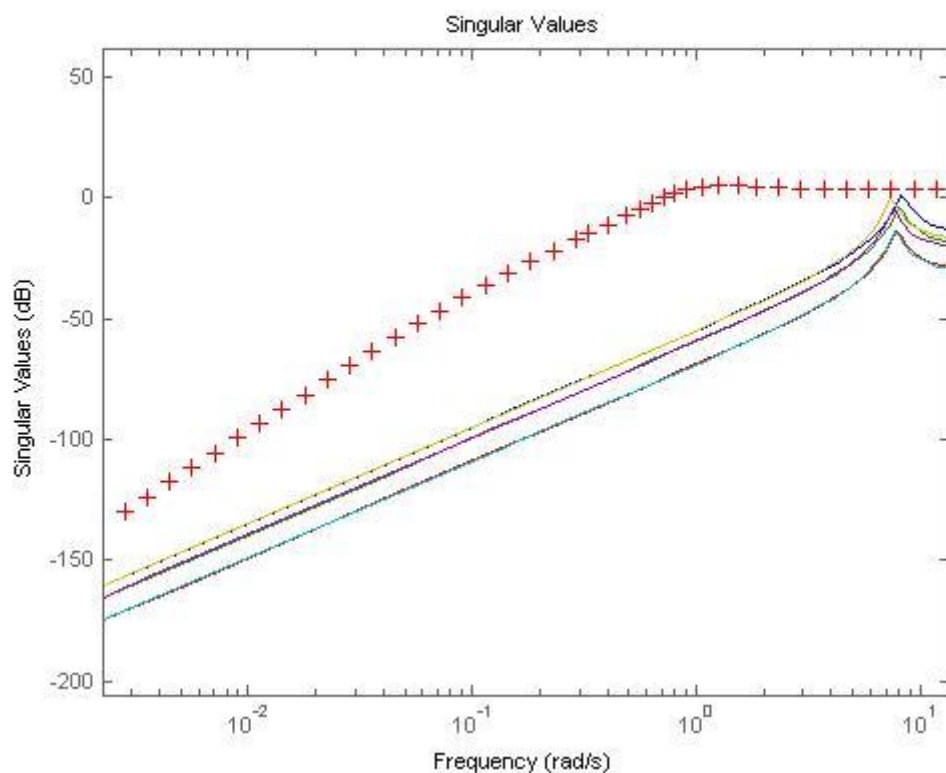


Figure 23: Réponse fréquentielle de variations des matrices d'incertitudes Δ_s .

D. Les Fonctions de Pondérations :

Pour la fonction de pondération W, nous avons pris le majorant de la réponse fréquentielle des incertitudes, qui est une fonction de transfert du 3 eme ordre :

>> W

W =

$$\frac{s^3}{s^3 + s^2 + s + 0.1}$$

Continuous-time transfer function

Pour la pondération W1 :

On calcule :

$$\left| 10\% \frac{U_{max}}{B_{max}} \right| - 15_{db} \quad (22)$$

On trace la réponse fréquentielle de :

$$\left| \frac{1}{G(jw)} \right| \quad (23)$$

D'après la recherche bibliographique nous avons trouvés que le bruit de mesure de capteur peut arriver à 8 mm.

D'après l'équation (20) nous trouvons :

$$20\log \left| 10\% \frac{4000}{0.008} \right| - 15_{db} = 78.98_{db}$$

Après cela nous devront chercher l'intersection de $\left| \frac{1}{G(jw)} \right|$ avec la valeur de 78.98_{db} .

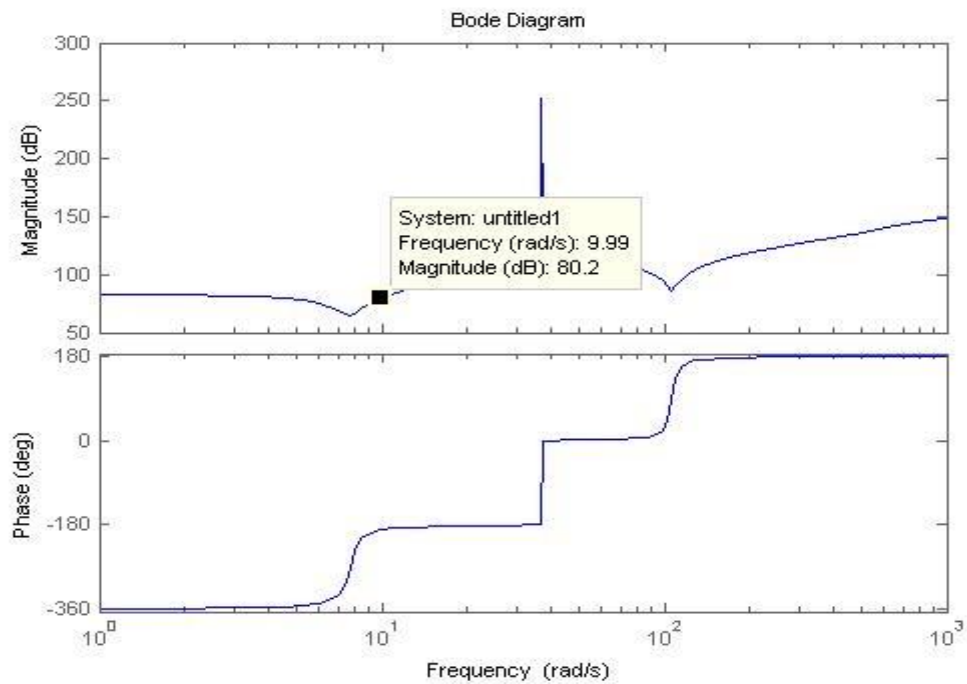


Figure 24: Diagramme de Bode de $\frac{1}{G(jw)}$.

Nous avons bien la fréquence w_u d'intersection est égale à presque 10 rad/s.

D'après le cours :

$$W1 = \frac{1}{k} \frac{1 + \frac{p}{w_u}}{1 + \frac{p}{w_{bf}}}$$

On a : $w_u = 10$ rad/s ; $w_{BF} = 0.0001$ rad/s (données du cours) ; $k = 10^{\frac{15}{20}} = 5.62$

D'après les calculs sur Matlab nous avons trouvés :

W1 =

$$\frac{0.6173 s + 5.623}{10000 s + 1}$$

Continuous-time transfer function.

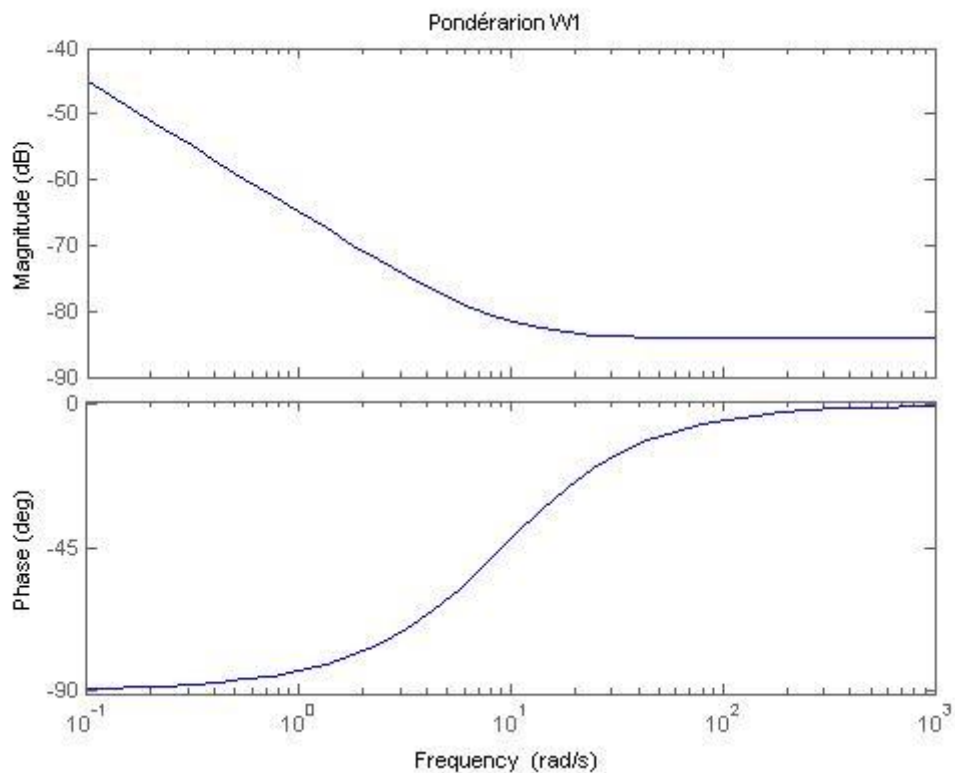


Figure 25: Diagramme de bode de la pondération W1.²

E. Problème rencontrés :

Nous n'arrivons pas à avoir des estimations des fréquences de la pondération W2, nous avons suivi toutes les étapes donnée sur le cours, même si nous avons pris des valeurs au hasard pour les fréquences et le gain de W2, mais après la simulation nous tombons sur une valeur de H_{inf} de 7.8 qui est contradictoire à la condition du cours :

$$0.95 < H_{\infty} < 1.3$$

Conclusion

Ce bureau d'études nous a permis d'appliquer les notions d'automatique dans la dynamique de véhicule, et aussi nous a permis d'enrichir notre bagages dans le domaine de l'automobile, et la régulation des systèmes automatiques.

Premièrement, nous avons fait une recherche bibliographique sur le phénomène de suspension en général, et aussi pour un amortisseur à fluide magnéto-rhéologique.

Deuxièmement nous avons fait la modélisation du système non linéaire, après nous l'avons linéarisé au tour d'un point d'équilibre par simulation sur Matlab et nous avons bien trouvés des résultats cohérentes.

Troisièmement nous avons essayés de voir deux types de correcteur, un proportionnel et un Hinfini.

D'après les résultats nous avons bien trouvés l'incapacité du correcteur proportionnel de faire suivre la sortie du systèmes la consigne, donc le système exige un correcteur robuste (Hinf, Crone, QFT).

Malheureusement nous n'avons pas arrivés à faire ce projet entièrement, durant ce projet nous n'avons pas accès de temps pour pouvoir réaliser un régulateur Hinf, mais ce projet nous a permis de travailler en équipe qui va nous aider dans la vie professionnelle.

Bibliographie

<http://www.fiches-auto.fr/articles-auto/fonctionnement-d-une-auto/s-1191-suspension-active-et-semi-active.php>.

<http://www.moto-infos.com/dossier-1488-comment-ca-marche-la-suspension-semi-active-de-bmw.html>.

<https://tel.archives-ouvertes.fr/pastel-00502171/document>.

<https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-00186323/document>.

<https://tel.archives-ouvertes.fr/pastel-00502171/document>.

<http://poisson.ens.fr/Collection/documents/polys/p0.pdf>.

<https://www.wikipedia.org/>.

<https://www.youtube.com/watch?v=W5zbLLY4R3Y>.

ANNEXE

```
function y = DV_V(x)
m1 = 32; % masse non suspendue en avant du véhicule.
m2 = 225; % masse suspendue en avant du véhicule;
k1 = 350000; % raideur verticale des pneus
k2 = 14000; % raideur de la suspension
b2 = 200; % coefficient du frottement
Fmax = 200; % force de frottement maximale
Ze1=0.25-(m2+m1)*(10/k1);
Ze2=Ze1+0.5-(m2*10)/k2;
x1 = x(1); % Position (en m) absolues de la masse m1
x2 = x(2); % Vitesse (en m/s) de la masse m1
x3 = x(3); % Position (en m) absolues de la masse m2
x4 = x(4); % Vitesse (en m/s) de la masse m2
u1 = x(5); % g
u2 = x(6); % force (en N) liée aux reports de charge
(freinage/accélération)
u3 = x(7); % Position (en m) verticales absolues du point de contact
pneumatique-sol.
u4 = x(8); % Ua la force généré par le système de contrôle.
dx1 = x2; %
dx2 = (1/m1)*(k1*(u3-x1)-k2*(x1-x3)-Fmax*tanh((b2/Fmax)*(x2-x4))-u4-m1*u1);
%equation 1
dx3 = x4;%
dx4 = (1/m2)*(u2+k2*(x1-x3)+Fmax*tanh((b2/Fmax)*(x2-x4))+u4-m2*u1);%
equation 2
y1 = x1+Ze1;% Position (en m) absolues de la masse m1
y2 = x2;% Vitesse (en m/s) de la masse m1
y3 = x3+Ze2;% Position (en m) absolues de la masse m2
y4 = x4;% Vitesse (en m/s) de la masse m2
y5 = x3-x1;% Différence entre la position de la masse m1 et la position de
la masse m2

y = [dx1;dx2;dx3;dx4;y1;y2;y3;y4;y5]; % La la sortie
clear all;
close all;
clc;

sim('MOD_NLIN');

%% %% ***** Affichage ***** %%
figure(1)
subplot(3,1,1);
plot(t,f0z,'b');
title('sollicitations du conducteur F0z');
ylabel('En N');
grid on;
subplot(3,1,2);
plot(t,Zeta0,'k');
title('Position du point de contact pneumatique sol Zeta0(t)');
ylabel('En metre');
grid on;
subplot(3,1,3);
plot(t,Ua,'r');
title('La force générée par la système Ua');
ylabel('En N');
grid on;
xlabel('temps (s)');
```



```

figure(2)
subplot(3,1,1);
plot(t,Zeta1,'b');
title('Position de la masse m1');
ylabel('Zeta1(m) ');
grid on;
subplot(3,1,2);
plot(t,Zeta2,'k');
title('Position de la masse m2');
ylabel('Zeta2(m) ');
grid on;
subplot(3,1,3);
plot(t,H,'r');
title('H');
ylabel('Z2-Z1(m) ');
grid on;
xlabel('temps(s) ')

figure(3)
subplot(2,1,1)
plot(t,V1,'k');
title('Vitesse de la masse m1');
ylabel('V1(m) ');
grid on;
subplot(2,1,2)
plot(t,V2,'r');
ylabel('V2(m) ');
title('Vitesse de la masse m2');
xlabel('temps (s) ');
grid on;

clear all
close all
clc
m1 = 32;% masse non suspendue en avant du véhicule.
m2 = 225;% masse suspendue en avant du véhicule; on prend la moyenne entre
200 et 250
k1 = 350000;% raideur verticale des pneus
k2 = 14000;% raideur de la suspension
b2 = 200; % coefficient du frottement
Fmax = 200;
A = [0 1 0 0; -((k1+k2)/m1) -b2/m1 k2/m1 b2/m1; 0 0 0 1; k2/m2 b2/m2 -k2/m2 -
b2/m2];
B = [0 0 0; 0 k1/m1 -1/m1; 0 0 0; 1/m2 0 1/m2];
C = [1 0 0 0; 0 1 0 0; 0 0 1 0; 0 0 0 1; -1 0 1 0];
D = [0 0 0; 0 0 0; 0 0 0; 0 0 0];
% [num,den]=ss2tf(A,B,C,D);
% G=tf(num,den);
s=tf('s');
H=C*(s*eye(4,4)-A)*B+D;
G=tf(H);
figure,

for i= 1:1:6
    bode(G(i,3));
    title('Les reponses fréquentielles pour l'entrée Ua')
    hold on;
end
clear all
close all
clc

```

```

m1 = 32;% masse non suspendue en avant du véhicule.
m2 = 225;% masse suspendue en avant du véhicule; on prend la moyenne entre
200 et 250
k1 = 350000;% raideur verticale des pneus
k2 = 14000;% raideur de la suspension
b2 = 200; % coefficient du frottement
Fmax = 200;
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% pour la premier entrée foZ(t) %%%%%%%%%
A1= [0 1 0 0;-((k1+k2)/m1) -b2/m1 k2/m1 b2/m1;0 0 0 1;k2/m2 b2/m2 -k2/m2 -
b2/m2];
B1= [0;0;0;1/m2];
C1= [-1 0 1 0];
D1= [0];
[num1,den1]=ss2tf(A1,B1,C1,D1);
GP1=tf(num1,den1);
figure,
bode(GP1,'r');
title('La sensibilité de variation de la sortie H au variation de la
premiere entrée f0z(t)');
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% pour la deuxieme entrée Z0(t) %%%%%%%%%
A2= [0 1 0 0;-((k1+k2)/m1) -b2/m1 k2/m1 b2/m1;0 0 0 1;k2/m2 b2/m2 -k2/m2 -
b2/m2];
B2= [0;k1/m1;0;0];
C2= [-1 0 1 0];
D2= [0];
[num2,den2]=ss2tf(A2,B2,C2,D2);
GP2=tf(num2,den2);
figure,
bode(GP2,'k');
title('La sensibilité de variation de la sortie H au variation de la
premiere entrée Zo(t)');
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% pour la troisieme entrée Ua %%%%%%%%%
A3= [0 1 0 0;-((k1+k2)/m1) -b2/m1 k2/m1 b2/m1;0 0 0 1;k2/m2 b2/m2 -k2/m2 -
b2/m2];
B3= [0;-1/m1;0;1/m2];
C3= [-1 0 1 0];
D3= [0];
[num3,den3]=ss2tf(A3,B3,C3,D3);
GP3=tf(num3,den3);
figure,
bode(GP1,'b');
title('La sensibilité de variation de la sortie H au variation de la
premiere entrée Ua(t)');
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% Pour l'état paramétrique maximal %%%%%%%%%
clear all
close all
clc
s = tf('s');
m1 = 32;% masse non suspendue en avant du véhicule.
m2 = 250;% masse suspendue en avant du véhicule; on prend la moyenne entre
200 et 250
k1 = 385000;% raideur verticale des pneus
k2 = 15400;% raideur de la suspension
b2 = 220; % coefficient du frottement
Fmax = 200;% force de frottement maximale

%% Fonction G1 maximal (foZ)
A11= [0 1 0 0;-((k1+k2)/m1) -b2/m1 k2/m1 b2/m1;0 0 0 1;k2/m2 b2/m2 -k2/m2 -
b2/m2];
B11= [0;0;0;1/m2];
C11= [-1 0 1 0];

```

```

D11= [0];
[num11,den11]=ss2tf(A11,B11,C11,D11);
GM1=tf(num11,den11);

%% Fonction G2 maximal (Zo)
A22= [0 1 0 0; -((k1+k2)/m1) -b2/m1 k2/m1 b2/m1; 0 0 0 1; k2/m2 b2/m2 -k2/m2 -
b2/m2];
B22= [0;k1/m1;0;0];
C22= [-1 0 1 0];
D22= [0];
[num22,den22]=ss2tf(A22,B22,C22,D22);
GM2=tf(num22,den22);

%% Fonction G3 maximal (Ua)
A33= [0 1 0 0; -((k1+k2)/m1) -b2/m1 k2/m1 b2/m1; 0 0 0 1; k2/m2 b2/m2 -k2/m2 -
b2/m2];
B33= [0;-1/m1;0;1/m2];
C33= [-1 0 1 0];
D33= [0];
[num33,den33]=ss2tf(A33,B33,C33,D33);
GM3=tf(num33,den33);
clear all;
close all;
clc;

s = tf('s');
m1 = 32;% masse non suspendue en avant du véhicule.
m2 = 225;% masse suspendue en avant du véhicule; on prend la moyenne entre
200 et 250
k1 = 350000;% raideur verticale des pneus
k2 = 14000;% raideur de la suspension
b2 = 200; % coefficient du frottement
Fmax = 200;% force de frottement maximale

%%%%%%%%%% Pour l'état paramétrique nominal%%%%%%%%%%

%% Fonction G1 nominal (foZ)
A1= [0 1 0 0; -((k1+k2)/m1) -b2/m1 k2/m1 b2/m1; 0 0 0 1; k2/m2 b2/m2 -k2/m2 -
b2/m2];
B1= [0;0;0;1/m2];
C1= [-1 0 1 0];
D1= [0];
[num1,den1]=ss2tf(A1,B1,C1,D1);
GN1=tf(num1,den1);

%% Fonction G2 nominal (Zo)
A2= [0 1 0 0; -((k1+k2)/m1) -b2/m1 k2/m1 b2/m1; 0 0 0 1; k2/m2 b2/m2 -k2/m2 -
b2/m2];
B2= [0;k1/m1;0;0];
C2= [-1 0 1 0];
D2= [0];
[num2,den2]=ss2tf(A2,B2,C2,D2);
GN2=tf(num2,den2);

%% Fonction G3 nominal (Ua)
A3= [0 1 0 0; -((k1+k2)/m1) -b2/m1 k2/m1 b2/m1; 0 0 0 1; k2/m2 b2/m2 -k2/m2 -
b2/m2];
B3= [0;-1/m1;0;1/m2];
C3= [-1 0 1 0];
D3= [0];

```

```

[num3,den3]=ss2tf(A3,B3,C3,D3);
GN3=tf(num3,den3);

% figure(1),bode(GM1,'r');hold on;bode(GN1,'k');hold
on;bode(Gm1,'k');title('La réponses fréquentielle de la sensibilité
paramétrique du transfert G53 pour l'entrée foZ(t)');
%
% figure(2),bode(GM2,'r');hold on;bode(GN2,'k');hold
on;bode(Gm2,'k');title('La réponses fréquentielle de la sensibilité
paramétrique du transfert G53 pour l'entrée Zo(t)');
%
% figure(3),bode(GM3,'r');hold on;bode(GN3,'k');hold
on;bode(Gm3,'k');title('La réponses fréquentielle de la sensibilité
paramétrique du transfert G53 pour l'entrée Ua(t)');
% clear all;
% close all;
% clc;
%% 2 - Programmer cette représentation d'état linéaire sous MatLab
s = tf('s');
m1 = 32;% masse non suspendue en avant du véhicule.
m2 = 200;% masse suspendue en avant du véhicule; on prend la moyenne entre
200 et 250
k1 = 315000;% raideur verticale des pneus
k2 = 12600;% raideur de la suspension
b2 = 180; % coefficient du frottement
Fmax = 200;% force de frottement maximale

%% Fonction G1 minimal (foZ)
A111= [0 1 0 0;-((k1+k2)/m1) -b2/m1 k2/m1 b2/m1;0 0 0 1;k2/m2 b2/m2 -k2/m2
-b2/m2];
B111= [0;0;0;1/m2];
C111= [-1 0 1 0];
D111= [0];
[num111,den111]=ss2tf(A111,B111,C111,D111);
Gm1=tf(num111,den111);

%% Fonction G2 minimal (Zo)
A222= [0 1 0 0;-((k1+k2)/m1) -b2/m1 k2/m1 b2/m1;0 0 0 1;k2/m2 b2/m2 -k2/m2
-b2/m2];
B222= [0;k1/m1;0;0];
C222= [-1 0 1 0];
D222= [0];
[num222,den222]=ss2tf(A222,B222,C222,D222);
Gm2=tf(num222,den222);

%% Fonction G3 minimal (Ua)
A333= [0 1 0 0;-((k1+k2)/m1) -b2/m1 k2/m1 b2/m1;0 0 0 1;k2/m2 b2/m2 -k2/m2
-b2/m2];
B333= [0;-1/m1;0;1/m2];
C333= [-1 0 1 0];
D333= [0];
[num333,den333]=ss2tf(A333,B333,C333,D333);
Gm3=tf(num333,den333);

```

