

```
## Warning in grepl(db, input): input string 21 is invalid in this locale
## Warning in grepl(db, input): input string 22 is invalid in this locale
## Warning in grepl(db, input): input string 23 is invalid in this locale
## Warning in grepl(db, input): input string 26 is invalid in this locale
## Warning in grepl(db, input): input string 31 is invalid in this locale
## Warning in grep("^\\\\bibliography.+", input, value = TRUE): input
string 21 is invalid in this locale
## Warning in grep("^\\\\bibliography.+", input, value = TRUE): input
string 22 is invalid in this locale
## Warning in grep("^\\\\bibliography.+", input, value = TRUE): input
string 23 is invalid in this locale
## Warning in grep("^\\\\bibliography.+", input, value = TRUE): input
string 26 is invalid in this locale
## Warning in grep("^\\\\bibliography.+", input, value = TRUE): input
string 31 is invalid in this locale
```

## РОЗДІЛ 1

### ГІБРИДНА КАСКАДНА НЕЙРО-ФАЗЗИ МЕРЕЖА З ОПТИМІЗАЦІЄЮ ПУЛУ НЕЙРОНІВ

Зазвичай під «навчанням» розуміють процес коригування синаптичних ваг, використовуючи певну процедуру оптимізації, що ґрунтується на пошуці екстремуму заданого критерію навчання. Якість процесу навчання може бути поліпшена шляхом коригування топології мережі разом з синаптичних вагами [11, 13]. Ця ідея лежить в основі систем обчислювального інтелекту, що еволюціонують [17, 23].

Мабуть найбільш відомою реалізацією цього підходу є каскадно-кореляційні нейронні мережі [12, 25, 27], привабливі високою ефективністю та простотою налаштування як синаптичних вагових коефіцієнтів, так і топології мережі. Така мережа напочатку містить лише один пул (ансамбль) нейронів, які навчаються незалежно один від іншого (перший каскад). Кожен нейрон у пулі може відмінні функції активації та метод навчання. Доки навчання триває, нейрони у пулі не взаємодіють один з одним. Після того як процес налаштування вагових коефіцієнтів завершився для всіх нейронів пулу першого каскаду, кращий нейрон відповідно до обраного критерію навчання формує перший каскад і коефіцієнти його синаптичних ваг більше не коригуються. Далі формується другий каскад зазвичай з нейронів, подібних до нейронів першого каскаду. Різниця лише в тому, що нейрони, які навчаються в пулі другого каскаду мають додатковий вхід (і, отже, додатковий синаптичний ваговий коефіцієнт) - вихід першого каскаду. Подібно до першого каскаду, у другому каскаді залишиться лише один найбільш продуктивний нейрон і його синаптичні вагові коефіцієнти зафіксуються. Аналогічним чином нейрони третього каскаду матимуть два додаткових входи, а саме виходи першого та другого каскадів. Еволюційна мережа продовжуватиме розширяти свою ар-

хітектуру новими каскадами, доки вона не досягне бажаної якості вирішення завдання для заданого набору даних.

Автори найпопулярнішої каскадної нейронної мережі, що еволюціонує, CasCorLA, Фалман та Ліб'єр, використовували елементарні перцептрони Розенблат з традиційними сигмоїдальними функціями активації і коригували синаптичні вагові коефіцієнти за допомогою QuickProp-алгоритму [12], що є модифікацією  $\delta$ -правила. Оскільки вихідний сигнал таких нейронів нелінійно залежить від синапсових ваг, швидкість навчання не може бути суттєво збільшена для таких нейронів.

Для уникнення багатоепохового навчання [3, 4, 6–8, 14, 19, 35] доцільно в якості вузлів системи використовувати такі типи нейронів, що їх виходи лінійно залежать від синаптичних ваг, що дозволить використовувати оптимальні за швидкодією методи навчання та обробляти дані в онлайн режимі.

Проте варто зазначити, що у випадку послідовного навчання системи неможливо визначити найкращий нейрон у пулі, адже при оброблянні нестационарних об'єктів певний нейрон може бути кращим для однієї частини тренувальної вибірки, проте поступатися у точності іншому нейрону на іншій частині вибірки. Отже доцільно зберегти усі нейрони пулу та використовувати певну оптимізуючу процедуру (відповідну обраному критерію якості) задля визначення нейрона-переможця на кожному кроці оброблення даних.

### 1.1. Архітектура оптимізованої каскадної нейронної мережі

Архітектура пропонованої гібридної системи з оптимізованим пулом нейронів у кожному каскаді наведена на ... Виходом такої системи (так званим «рецептивним» шаром) є векторний сигнал

$$x(k) = (x_1(k), x_2(k), \dots, x_n(k))^T, \quad (1.1)$$

де  $k = 1, 2, \dots$ , – кількість обраців у таблиці «об'єкт - властивість» або

поточний дискретний час.

Ці сигнали подаються на входи кожного нейрона в мережі  $N_j^{[m]}$  ( $j = 1, 2, \dots, q$  – кількість нейронів у тренувальному пулі,  $m = 1, 2, \dots$  – номер каскаду) з вихідним сигналом  $\hat{y}_j^{[m]}(k)$ . Далі вихідні сигнали кожного каскаду  $\hat{y}_j^{[m]}(k)$  надходять до «узагальнюючого» вузлу  $GN^{[m]}$ , який генерує поточно-оптимальний вихідний сигнал відповідного каскаду  $\hat{y}^{*[m]}$ . Слід зауважити, що вхідними сигналами першого каскаду є вектор  $x(k)$  (що може містити опціональне порогове значення  $x_0(k) \equiv 1$ ), другий каскад має додатковий вхід для сгенерованого першим каскадом вихідного сигналу  $\hat{y}^{*[1]}(k)$ , нейрони другого каскаду оброблятимуть два додаткових сигнали  $\hat{y}^{*[1]}(k)$ ,  $\hat{y}^{*[2]}(k)$ , нейрони  $m$ -ого каскаду матимуть  $(m - 1)$  додаткових вхідних сигналів:  $\hat{y}^{*[1]}(k)$ ,  $\hat{y}^{*[2]}(k)$ ,  $\hat{y}^{*[m-1]}(k)$ . Під час тренування системи нові каскади додаються доки не буде досягнута бажана точність.

## 1.2. Навчання елементарних персептронів Розенблатта у каскадній оптимізованій системі

Наразі вважатимемо  $j$ -й вузол  $m$ -ого каскаду елементарним персепторном Розенблату з активаційною функцією

$$0 > \sigma_j^m \left( \gamma_j^{[m]} u_j^{[m]} \right) = \frac{1}{1 + e^{-\gamma_j^{[m]} u_j^{[m]}}} < 1 \quad (1.2)$$

де  $u_j^{[m]}$  – внутрішній активаційний сингнал  $j$ -ого нейрону  $m$ -ого каскаду,  $\gamma_j^{[m]}$  – параметр посилення.

У такому випадку вихідні сигнали нейронів тренувального пулу першого каскаду матимуть вигляд

$$\hat{y}_j^{[1]} = \sigma_j^{[1]} \left( \gamma_j^{[1]} \sum_{i=0}^n w_{ji}^{[1]} x_i \right) = \sigma_j^{[1]} \left( \gamma_j^{[1]} w_j^{[1]T} x \right), \quad (1.3)$$

де  $w_{ji}^{[1]}$  –  $i$ -й ваговий коефіцієнт  $j$ -ого нейрону першого каскаду.

Вихідні сигнали другого каскаду дорівнюватимуть

$$\hat{y}_j^{[2]} = \sigma_j^{[2]} \left( \gamma_j^{[2]} \left( \sum_{i=0}^n w_{ji}^{[2]} x_i + w_{j,n+1}^{[2]} \hat{y}^{*[1]} \right) \right), \quad (1.4)$$

вихідні сигнали  $m$ -ого каскаду матимуть вигляд

$$\begin{aligned} \hat{y}_j^{[m]} &= \sigma_j^{[m]} \left( \gamma_j^{[m]} \left( \sum_{i=0}^n w_{ji}^{[m]} x_i + w_{j,n+1}^{[m]} \hat{y}^{*[1]} \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + w_{j,n+2}^{[m]} \hat{y}^{*[2]} + \dots + w_{j,n+m-1}^{[m]} \hat{y}^{*[m-1]} \right) \right) \\ &= \sigma_j^{[m]} \left( \gamma_j^{[m]} \sum_{i=0}^{n+m-1} w_{ji}^{[m]} x_j^{[m]} \right) = \sigma_j^{[m]} \left( w_j^{[m]T} x^{[m]} \right), \end{aligned} \quad (1.5)$$

$$\text{де } x^{[m]} = \left( x^T, \hat{y}^{*[1]}, \hat{y}^{*[m-1]} \right)^T.$$

Таким чином, нейронна мережа з персептронами Розенблатта у якості вузлів, що містить  $m$  каскадів, залежить від  $\left( m(n+2) + \sum_{p=1}^{m-1} p \right)$  параметрів, у тому числі від параметрів посилення  $\gamma_j^{[p]}$ ,  $p = 1, 2, \dots, m$ .

У якості критерію навчання можна використовувати загальноприйняту квадратичну функцію

$$\begin{aligned} E_j^{[m]} &= \frac{1}{2} \left( e_j^{[m]}(k) \right)^2 \\ &= \frac{1}{2} \left( y(k) - \hat{y}_j^{[m]}(k) \right)^2 \\ &= \frac{1}{2} \left( y(k) - \sigma_j^{[m]} \left( \gamma_j^{[m]} w_j^{[m]T} x^{[m]}(k) \right) \right)^2, \end{aligned} \quad (1.6)$$

де  $y(k)$  шуканий сигнал.

Градiєнтну оптимізацію критерію (1.6) відносно  $w_j^{[m]}$  можна записати у вигляді

$$\begin{aligned}
w_j^{[m]}(k+1) &= w_j^{[m]} + \eta_j^{[m]}(k+1) e_j^{[m]}(k+1) \gamma_j^{[m]} \hat{y}_j^{[m]}(k+1) \\
&\quad \times \left(1 - \hat{y}_j^{[m]}(k+1)\right) x^{[m]}(k+1) \\
&= w_j^{[m]}(k) + \eta_j^{[m]}(k+1) e_j^{[m]}(k+1) \gamma_j^{[m]} J_j^{[m]}(k+1)
\end{aligned} \tag{1.7}$$

де  $\eta_j^{[m](k+1)}$  – параметр швидкості навчання.

Мінімізувати критерій (1.6) відносно  $\gamma_j^{[m]}$  можна за допомогою алгоритму Крушке-Мовелана [20]

$$\begin{aligned}
\gamma_j^{[m]}(k+1) &= \gamma_j^{[m]}(k) + \eta_j^{[m]}(k+1) e_j^{[m]}(k+1) \hat{y}_j^{[m]}(k+1) \\
&\quad \times \left(1 - \hat{y}_j^{[m]}(k+1)\right) u_j^{[m]}(k+1).
\end{aligned} \tag{1.8}$$

Поєднуючи (1.7) та (1.6) отримаємо алгоритм навчання для  $j$ -ого нейрону  $m$ -ого каскаду

$$\begin{aligned}
\frac{w_j^{[m]}(k+1)}{\gamma_j^{[m]}(k+1)} &= \frac{w_j^{[m]}(k)}{\gamma_j^{[m]}(k)} + \eta_j^{[m]}(k+1) e_j^{[m]}(k+1) \hat{y}_j^{[m]}(k+1) \\
&\quad \times \left(1 - \hat{y}_j^{[m]}(k+1)\right) \left( \frac{\gamma_j^{[m]} x^{[m]}(k+1)}{u_j^{[m]}(k+1)} \right),
\end{aligned} \tag{1.9}$$

Або, вводячи нові змінні, у більш компактній формі

$$\begin{aligned}
\tilde{w}_j^{[m]}(k+1) &= \tilde{w}_j^{[m]}(k) + \eta_j^{[m]}(k+1) e_j^{[m]}(k+1) \hat{y}_j^{[m]}(k+1) \tilde{x}^{[m]}(k+1) \\
&= \tilde{w}_j^{[m]}(k) + \eta_j^{[m]}(k+1) e_j^{[m]}(k+1) \tilde{J}_j^{[m]}(k+1).
\end{aligned} \tag{1.10}$$

Використовуючи **регулюючий параметр** (momentum term) [10, 28, 29] можна удосконалити процес корегування синаптичних вагових коефіцієнтів під час навчання. Тоді, замість критерію (1.6) слід використовувати функцію

$$E_j^{[m]}(k) = \frac{\eta}{2} \left( e_j^{[m]}(k) \right)^2 + \frac{1 - \eta}{2} \left\| \tilde{w}_j^{[m]}(k) - \tilde{w}_j^{[m]}(k-1) \right\|^2, 0 < \eta \leq 1. \quad (1.11)$$

Тоді алгоритм навчання приймає вигляд

$$\begin{aligned} \tilde{w}_j^{[m]}(k+1) = & \tilde{w}_j^{[m]}(k) \\ & + \eta_j^{[m]}(k+1) \left( \eta e_j^{[m]}(k+1) \tilde{J}_j^{[m]}(k+1) \right. \\ & \left. + (1 - \eta) \left( \tilde{w}_j^{[m]}(k) - \tilde{w}_j^{[m]}(k-1) \right) \right), \end{aligned} \quad (1.12)$$

що є модифікацією процедури Сільва-Альмеїда [28].

Доцільно вдосконалити алгоритм використовуючи підхід, запропонований у [5], тоді алгоритм (1.12) набуває слідкуючих та фільтруючих властивостей. Так, кінцева модифікація алгоритму приймає вигляд

$$\begin{cases} \tilde{w}_j^{[m]}(k+1) = & \tilde{w}_j^{[m]}(k) + \frac{\eta e_j^{[m]}(k+1) \tilde{J}_j^{[m]}(k+1)}{r_j^{[m]}(k+1)} \\ & + \frac{(1 - \eta) \left( \tilde{w}_j^{[m]}(k) - \tilde{w}_j^{[m]}(k-1) \right)}{r_j^{[m]}(k+1)}, \\ r_j^{[m]}(k+1) = & r_j^{[m]}(k) + \left\| \tilde{J}_j^{[m]}(k+1) \right\|^2 - \left\| \tilde{J}_j^{[m]}(k-s) \right\|^2, \end{cases} \quad (1.13)$$

де  $s$  – розмір «плаваючого» вікна.

Цікаво, що при  $s = 1$  та  $\eta = 1$  отримуємо нелінійну версію загальновідомого алгоритму Качмажа-Уїдроу-Хоффа [16, 33]:

$$\tilde{w}_j^{[m]}(k+1) = \tilde{w}_j^{[m]}(k) + \frac{e_j^{[m]}(k+1) \tilde{J}_j^{[m]}(k+1)}{\left\| \tilde{J}_j^{[m]}(k+1) \right\|^2}, \quad (1.14)$$

який широко використовується для навчання штучних нейронних мереж і відомий високою швидкістю збіжності.

### 1.3. Навчання нео-фаззі нейронів у оптимізованій каскадній нейронній мережі

Низька швидкість навчання персептронів Розенблатта у поєднанні з труднощами інтерпретації результатів (властиві всім ІНС в цілому) спонукає нас шукати альтернативні підходи до синтезу еволюційних нейронних мереж. Як зазначається у [15], нейро-фаззі системи відомі високою інтерпритуємістю і прозорістю, а також добрими апроксимаційними властивостями, та є основою гібридних систем штучного інтелекту. У [6, 19] розглядаються гібридні каскадні системи штучного інтелекту побудовані на нео-фаззі нейронах [24, 34], що дозволяє їм суттєво підвищити швидкість корегування синаптичних вагових коефіцієнтів. Нео-фаззі нейрон (NFN), що його архітектуру наведено на рис. 1.1, – це нелінійна система, що реалізує висновування

$$\hat{y} = \sum_{i=1}^n f_i(x_i) \quad (1.15)$$

де  $x_i$  –  $i$ -й вхідний сигнал ( $i = 1, 2, \dots, n$ ),

$\hat{y}$  – вихідний сигнал нео-фаззі нейрону. Структурними елементами нео-фаззі нейрона є нелінійні синапси  $NS_i$ , які трансформують вхідні сигнали в такий спосіб:

$$f_i(x_i) = \sum_{l=1}^h w_{li} \mu_{li}(x_i), \quad (1.16)$$

де  $w_{li}$  –  $l$ -й ваговий коефіцієнт  $i$ -ого нелінійного синапсу,

$l = 1, 2, \dots, h$  – кількість синаптичних ваг, а отже і функцій належності  $\mu_{li}(x_i)$  у синапсі.

Таким чином, нелінійний синапс  $NS_i$  реалізує нечітке висновування

$$\text{IF } x_i \text{ IS } X_{li} \text{ THEN THE OUTPUT IS } w_{li}, \quad (1.17)$$



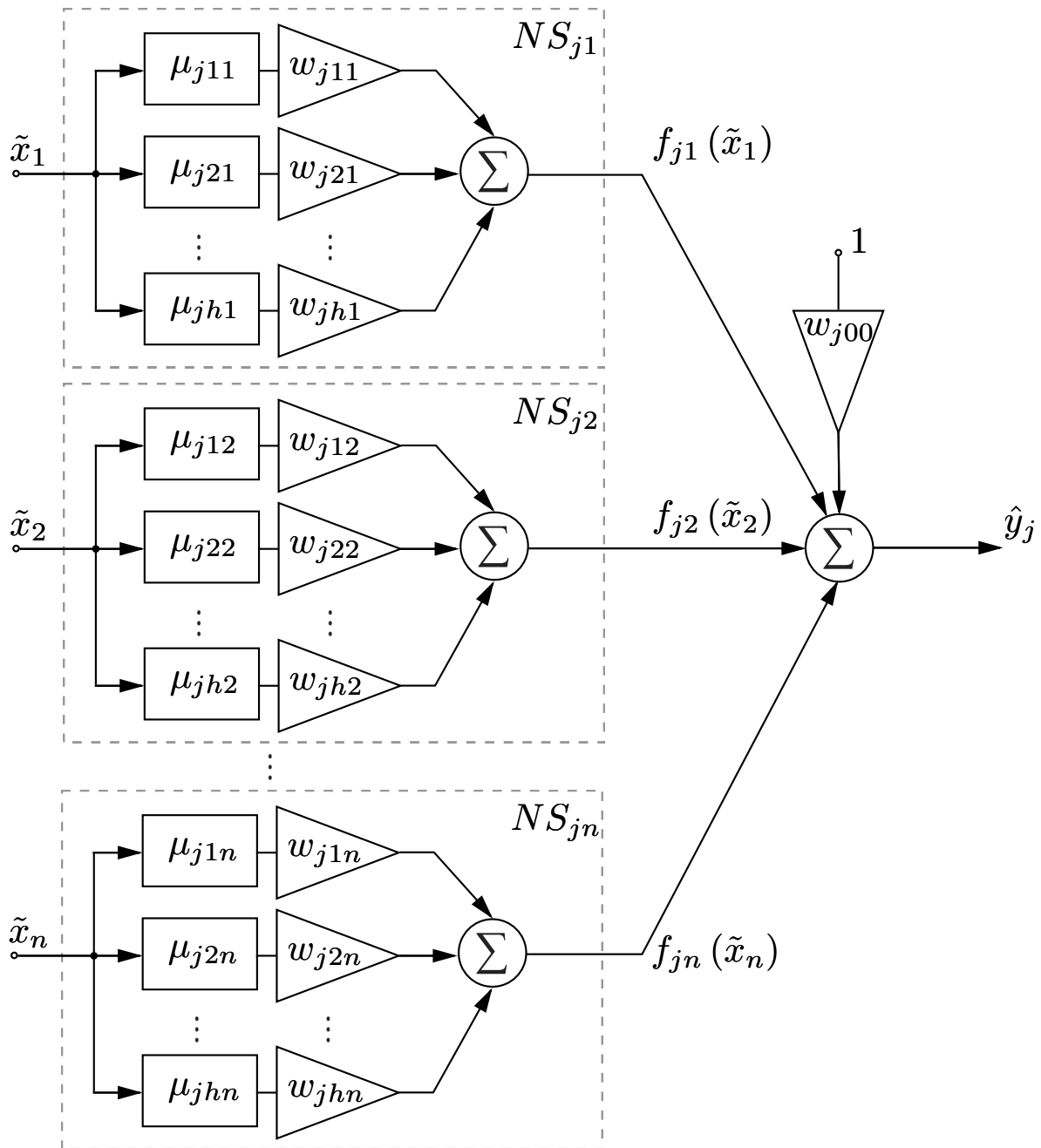


Рис. 1.1. Архітектура нео-фаззі нейрону

де  $X_{li}$  – нечітка множина з функцією належності  $\mu_{li}$ ,

$w_{li}$  – сінглтон (синаптичний ваговий коефіцієнт у консиквенті).

Тобто нелінійний синапс фактично є системою висновування Такагі-Сугено нульового порядку [15].

Запишемо вихідні сигнали для нейронів першого каскаду у наступному вигляді:

$$\begin{cases} \hat{y}_j^{[1]}(k) = \sum_{i=1}^n f_{ji}^{[1]}(x(k)) = \sum_{i=1}^n \sum_{l=1}^h w_{jli}^{[1]} \mu_{jli}^{[1]}(x_i(k)), \\ \text{IF } x_i \text{ IS } X_{li} \text{ THEN THE OUTPUT IS } w_{li} \end{cases} \quad (1.18)$$

$J$ -й нео-фаззі нейрон першого каскаду зображено на ... (згідно топології нейронної мережі, зображеної на ...)

Автори нео-фаззі нейрону [24, 34] в якості функцій належності використовували традиційні трикутні структури, які задовольняють умови розбиття Руспіні:

$$\mu_{jli}^{[1]}(x_i) = \begin{cases} \frac{x_i - c_{j,l-1,i}^{[1]}}{c_{jli}^{[1]} - c_{j,l-1,i}^{[1]}} & \text{if } x_i \in [c_{j,l-1,i}^{[1]}, c_{jli}^{[1]}], \\ \frac{c_{j,l+1,i}^{[1]} - x_i}{c_{j,l+1,i}^{[1]} - c_{jli}^{[1]}} & \text{if } x_i \in [c_{jli}^{[1]}, c_{j,l+1,i}^{[1]}], \\ 0 & \text{otherwise,} \end{cases} \quad (1.19)$$

де  $c_{jli}^{[1]}$  – довільно обрані центри параметрів функцій належності на інтервалі  $[0, 1]$ , зазвичай рівномірно розподілені.

Такий вибір функцій належності гарантує, що вхідний сигнал  $x_i$  активує лише два сусідні функції, а сума їх значень завжди дорівнюватиме 1:

$$\mu_{jli}^{[1]}(x_i) + \mu_{j,l+1,i}^{[1]}(x_i) = 1, \quad (1.20)$$

$$f_{jl}^{[1]}(x_i) = w_{jli}^{[1]} \mu_{jli}^{[1]}(x_i) + w_{j,l+1,i}^{[1]} \mu_{j,l+1,i}^{[1]}(x_i). \quad (1.21)$$

Аппроксимуючі властивості системи можна поліпшити використовуючи кубічні сплайни [6] замість трикутних функцій належності:

$$\mu_{jli}^{[1]}(x_i) = \begin{cases} \frac{1}{4} \left( 2 + 3 \frac{2x_i - c_{jli}^{[1]} - c_{j,l-1,i}^{[1]}}{c_{jli}^{[1]} - c_{j,l-1,i}^{[1]}} - \left( \frac{2x_i - c_{jli}^{[1]} - c_{j,l-1,i}^{[1]}}{c_{jli}^{[1]} - c_{j,l-1,i}^{[1]}} \right)^3 \right), \\ \text{if } x \in [c_{j,l-1,i}^{[1]}, c_{jli}^{[1]}], \\ \frac{1}{4} \left( 2 - 3 \frac{2x_i - c_{j,l+1,i}^{[1]} - c_{jli}^{[1]}}{c_{j,l+1,i}^{[1]} - c_{jli}^{[1]}} + \left( \frac{2x_i - c_{j,l+1,i}^{[1]} - c_{jli}^{[1]}}{c_{j,l+1,i}^{[1]} - c_{jli}^{[1]}} \right)^3 \right), \\ \text{if } x \in [c_{jli}^{[1]}, c_{j,l+1,i}^{[1]}], \\ 0, \text{ otherwise,} \end{cases} \quad (1.22)$$

або  $B$ -сплайни [19]:

$$\mu_{jli}^{g[1]} = \begin{cases} 1, \text{ if } x_i \in [c_{jli}^{[1]}, c_{j,l+1,i}^{[1]}], \\ 0, \text{ otherwise} \end{cases} \text{ for } g = 1, \quad (1.23)$$

$$\begin{cases} \frac{x_i - c_{jli}^{[1]}}{c_{j,l+g-1,i}^{[1]} - c_{jli}^{[1]}} \mu_{jli}^{g-1,[1]}(x_i) + \frac{c_{j,l+g,i}^{[1]} - x_i}{c_{j,l+g,i}^{[1]} - c_{j,l+1,i}^{[1]}} \mu_{j,l+1,i}^{g-1,[1]}(x_i), \\ \text{for } g > 1, \end{cases}$$

де  $\mu_{jli}^{g[1]}(x_i)$  –  $l$ -й сплайн  $g$ -ого порядку.

Нескладно помітити, що при  $g = 2$  отримуємо трикутні функції належності (1.19).

$B$ -сплайни, як і трикутні функції належності, забезпечують розбиття Руспіні, але в загальному випадку вони можуть активувати довільне число функцій належності, за межами інтервалу  $[0, 1]$ , що може стати у нагоді для подальших каскадів.

Також у якості функцій належності нелінійних синапсів можна використувати інші структури, такі як поліноміальні гармонійні функції, вейвлети, ортогональні функції, тощо. Проте не можна сказати наперед, які з функцій забезпечать кращі результати, тому ідея використання не одного нейрона, а пулу нейронів з різними функціями належності та активації виглядає доречною та перспективною.

За аналогією до (1.18) визначаймо вихідні сигнали інших каскадів. Так, для другого каскаду можемо записати вихідні сигнали у формі

$$\hat{y}_j^{[2]} = \sum_{i=1}^n \sum_{l=1}^h w_{jli}^{[2]} \mu_{jli}^{[2]}(x_i) + \sum_{l=1}^h w_{j,l,n+1}^{[2]} \mu_{j,l,n+1}^{[2]}(\hat{y}^{*[1]}), \quad (1.24)$$

вихідні сигнали для нейронів  $m$ -ого каскаду

$$\hat{y}_j^{[m]} = \sum_{i=1}^n \sum_{l=1}^h w_{jli}^{[m]} \mu_{jli}^{[m]}(x_i) + \sum_{p=n+1}^{n+m-1} \sum_{l=1}^h w_{jlp}^{[m]} \mu_{jlp}^{[m]}(\hat{y}^{*[p-n]}). \quad (1.25)$$

Таким чином, каскадна нейронна мережа з нео-фаззі нейронів, що сформована  $m$  каскадами, містить  $h \left( \sum_{p=1}^{m-1} p \right)$  параметрів.

Введемо вектор функцій належності для  $j$ -ого нео-фаззі нейрону  $m$ -ого каскаду

$$\begin{aligned} \mu_j^{[m]}(k) = & \left( \mu_{j11}^{[m]}(x_1(k)), \dots, \mu_{jh1}^{[m]}(x_1(k)), \mu_{j12}^{[m]}(x_2(k)), \right. \\ & \dots, \mu_{jh2}^{[m]}(x_2(k)), \dots, \mu_{jli}^{[m]}(x_i(k)), \dots, \mu_{jhn}^{[m]}(x_n(k)), \\ & \left. \dots, \mu_{j1,n+1}^{[m]}(\hat{y}^{*[1]}(k)), \dots, \mu_{jh,n+m-1}^{[m]}(\hat{y}^{*[m-1]}(k)) \right)^T \end{aligned} \quad (1.26)$$

та відповідний вектор синаптичних вагових коефіцієнтів

$$w_j^{[m]} = \left( w_{j11}^{[m]}, \dots, w_{jhn}^{[m]}, w_{j12}^{[m]}, \dots, w_{jh2}^{[m]}, \dots, w_{jli}^{[m]}, \right. \\ \left. \dots, w_{jhn}^{[m]}, w_{j1,n+1}^{[m]}, \dots, w_{jh,n+m-1}^{[m]}, \right)^T. \quad (1.27)$$

Тоді можемо компактно записати вихідні сигнали для  $j$ -ого нейрону  $m$ -ого каскаду

$$\hat{y}_j^{[m]}(k) = w_j^{[m]T} \mu_j^{[m]}(k). \quad (1.28)$$

У такому разі критерій навчання (1.6) приймає вигляд

$$E_j^{[m]}(k) = \frac{1}{2} (e_j^m(k))^2 = \frac{1}{2} \left( y(k) - w_j^{[m]T} \mu_j^{[m]}(k) \right), \quad (1.29)$$

а мінімізувати його можна використавши модифікацію процедури [9] для «плаваючого» вікна

$$\begin{cases} w_j^{[m]}(k+1) = w_j^{[m]}(k) + \frac{e_j^{[m]}(k+1) \mu_j^{[m]}(k+1)}{r_j^{[m]}(k+1)}, \\ r_j^{[m]}(k+1) = r_j^{[m]}(k) + \left\| \mu_j^{[m]}(k+1) \right\|^2 - \left\| \mu_j^{[m]}(k-s) \right\|^2, \end{cases} \quad (1.30)$$

або для випадку, коли  $s = 1$ ,

$$w_j^{[m]}(k+1) = w_j^{[m]}(k) + \frac{e_j^{[m]}(k+1) \mu_j^{[m]}(k+1)}{\left\| \mu_j^{[m]}(k+1) \right\|^2}, \quad (1.31)$$

що збігається з одношаговим оптимальним алгоритмом Качмаж-Уідроу-Гоффа.

Вочевидь, замість (1.30) можна скористатись іншими алгоритмами, як-от експоненційно зважений рекурентний метод найменших квадратів (EWRLSM), що використовується у DENFIS [18], ETS [1] та FLEXFIX [2, 22]. Та варто зауважити, що EWRLSM може бути нестійким при невисокому коефіцієнті забувкуватості.

При використанні критерію навчання з **регулюючим параметром** (momentum term) (1.6) замість (1.29) отримаємо остаточний метод навчання нео-фаззі нейрона

$$\begin{cases} w_j^{[m]}(k+1) = w_j^{[m]}(k) + \frac{\eta e_j^{[m]}(k+1) \mu_j^{[m]}(k+1)}{r_j^{[m]}(k+1)} \\ \quad + \frac{(1-\eta)(w_j^{[m]}(k) - w_j^{[m]}(k-1))}{r_j^{[m]}(k+1)}, \\ r_j^{[m]}(k+1) = r_j^{[m]}(k) + \left\| \mu_j^{[m]}(k+1) \right\|^2 - \left\| \mu_j^{[m]}(k-s) \right\|^2. \end{cases} \quad (1.32)$$

Варто наголосити, що оскільки вихідні сигнали нео-фаззі нейрону лінійно залежать від його синаптичних вагових коефіцієнтів, можна використовувати будь-які методи адаптивної лінійної ідентифікації [21] (наприклад, рекурсивний метод найменших квадратів другого порядку, робастні методи, методи, що ігнорують застарілі данні, тощо), що дозволяє обробляти нестационарні сигнали в онлайн режимі.

#### 1.4. Розширенні нео-фаззі нейрони в якості елементів гібридної каскадної мережі, що еволюціонує

Як зазначалося вище, розглядаючи нелінійний синапс нео-фаззі нейрону з позицій нечіткої логіки, нескладно бачити, що він є вельми схожим на шар фазифікування таких нейро-фаззі систем як мережі Такагі-Сугено-Канга, Дженга, Ванга-Менделя, і, фактично реалізує нечітке висновування Такагі-Сугено нульового порядку [31, 32]. Та задля поліпшення апроксимую-

чих властивостей таких систем видається доцільним запропонувати удосконалений нелінійний синапс, такий, що реалізує нечітке висновування довільного порядку, далі «розширений нелінійний синапс» (ENS), та зсинтезувати «розширений нео-фаззі нейрон» (ENFN), що містить такі структури замість традиційних нелінійних синапсів  $NS_i$ . Архітектури розширеного нелінійного синапсу та розширеного нео-фаззі нейрону наведено на ... відповідно.

Вводячі нові змінні

$$\phi_{li}(x_i) = \mu_{li}(x_i) (w_{li}^0 + w_{li}^1 x_i + w_{li}^2 x_i^2 + \dots + w_{li}^p x_i^p), \quad (1.33)$$

$$\begin{aligned} f_i(x_i) &= \sum_{l=1}^h \mu_{li}(x_i) (w_{li}^0 + w_{li}^1 x_i + w_{li}^2 x_i^2 + \dots + w_{li}^p x_i^p) \\ &= w_{li}^0 \mu_{li}(x_i) + w_{li}^1 x_i \mu_{li}(x_i) + \dots + w_{li}^p x_i^p \mu_{li}(x_i) \\ &+ w_{2i}^0 \mu_{2i}(x_i) + \dots + w_{2i}^p x_i^p \mu_{2i}(x_i) + \dots + w_{hi}^p x_i^p \mu_{hi}(x_i), \end{aligned} \quad (1.34)$$

$$w_i = (w_{1i}^0, w_{1i}^1, \dots, w_{1i}^p, w_{2i}^0, \dots, w_{2i}^p, \dots, w_{hi}^p)^T, \quad (1.35)$$

$$\begin{aligned} \tilde{\mu}_i(x_i) &= \left( \mu_{1i}(x_i), x_i(\mu_{1i}(x_i)), \dots, x_i^p(\mu_{1i}(x_i)), \right. \\ &\quad \left. \mu_{2i}(x_i), \dots, x_i^p \mu_{2i}(x_i), \dots, x_i^p \mu_{hi}(x_i) \right)^T \end{aligned} \quad (1.36)$$

можна представити вихідні сигнали розширеного нео-фаззі нейрона у вигляді

$$f_i(x_i) = w_i^T \tilde{\mu}_i(x_i), \quad (1.37)$$

$$\begin{aligned} \hat{y} &= \sum_{i=1}^n f_i(x_i) \\ &= \sum_{i=1}^n w_i^T \tilde{\mu}_i(x_i) \\ &= \tilde{w}^T \tilde{\mu}(x), \end{aligned} \quad (1.38)$$

де

$$\tilde{w}^T = (w_1^T, \dots, w_i^T, \dots, w_n^T)^T, \quad (1.39)$$

$$\tilde{\mu}(x) = (\tilde{\mu}_1^T(x_1), \dots, \tilde{\mu}_i^T(x_i), \dots, \tilde{\mu}_n^T(x_n))^T, \quad (1.40)$$

Таким чином, ENFN містить  $(p + 1)hn$  вагових коефіцієнтів та реалізує нечітке висновування Такагі-Сугено  $p$ -ого порядку, а висновування, що його реалізує кожний розширений нелінійний синапс  $ENS_i$  можна записати у формі

$$\begin{aligned} &\text{IF } x_i \text{ IS } X_{li} \text{ THEN THE OUTPUT IS} \\ &w_{li}^0 + w_{li}^1 x_i + \dots + w_{li}^p x_p, \quad l = 1, 2, \dots, h, \end{aligned} \quad (1.41)$$

що збігається з нечітким висновуванням Такагі-Сугено  $p$ -ого порядку.

Коли подати векторний сигнал  $x(k)$  на вхід ENFN першого каскаду, на виході отримуємо скалярне значення

$$\hat{y}^{[1]}(k) = \tilde{w}^{[1]T}(k-1) \tilde{\mu}^{[1]}(x(k)), \quad (1.42)$$

що відрізняється від виразу (1.28) для звичайних NFN тим, що містить у  $p + 1$  більше параметрів, що корегуються.

Вочевидь, будь-які методи навчання нео-фаззі нейронів підійдуть і для розширених нео-фаззі нейронів. Так вирази (1.30) та (1.31) для  $j$ -ого нейрону  $m$ -ого каскаду приймають вигляд

$$\begin{cases} \tilde{w}_j^{[m]}(k+1) = \tilde{w}_j^{[m]}(k) + \frac{e_j^{[m]}(k+1) \tilde{\mu}_j^{[m]}(k+1)}{\tilde{r}_j^{[m]}(k+1)}, \\ \tilde{r}_j^{[m]}(k+1) = \tilde{r}_j^{[m]}(k) + \left\| \tilde{\mu}_j^{[m]}(k+1) \right\|^2 - \left\| \tilde{\mu}_j^{[m]}(k-s) \right\|^2 \end{cases} \quad (1.43)$$



та

$$\tilde{w}_j^{[m]}(k+1) = \tilde{w}_j^{[m]}(k) + \frac{e_j^{[m]}(k+1) \tilde{\mu}_j^{[m]}(k+1)}{\left\| \tilde{\mu}_j^{[m]}(k+1) \right\|^2} \quad (1.44)$$

відповідно.

### 1.5. Оптимізація пулу нео-фаззі нейронів

Вихідні сигнали, згенеровані нейронами пулу кожного з каскадів, можна об'єднати у окремому вузлі, нейроні  $GN^{[m]}$ , з точністю  $\hat{y}^{*[m]}(k)$ , не меншою від точності будь-якого нейрону пулу  $\hat{y}_j^{[m]}(k)$ . Це завдання можна вирішити за допомогою підходу ансамблей нейронних мереж. Хоча відомі алгоритми не призначені для роботи в онлайн-режимі, варто розглянути методи адаптивного узагальнюючого прогнозування [26, 30].

Введемо вектор ухідних сигналів для  $m$ -ого каскаду:

$$\hat{y}^{[m]}(k) = \left( \hat{y}_1^{[m]}(k), \hat{y}_2^{[m]}(k), \dots, \hat{y}_q^{[m]}(k) \right)^T; \quad (1.45)$$

тоді оптимальний вихідний сигнал, що його генерує нейрон  $GN^{[m]}$  (що, власне, є адаптивним лінійним асоціатором [11, 13]), можна записати у формі

$$\hat{y}^{*[m]}(k) = \sum_{j=1}^1 c_j^{[m]} \hat{y}_j^{[m]}(k) = c^{[m]T} \hat{y}^{[m]}(k) \quad (1.46)$$

з обмеженнями на «незміщеність» unbiasedness - незсувність?

$$\sum_{j=1}^q c_j^{[m]} = E^T c^{[m]} = 1, \quad (1.47)$$

де  $c^{[m]} = (c_1^{[m]}, c_2^{[m]}, \dots, c_q^{[m]})^T$  та  $E = (1, 1, \dots, 1)^T - (q \times 1)$ -вектори.

Введемо критерій навчання на «плаваючому» вікні

$$\begin{aligned} E^{[m]}(k) &= \frac{1}{2} \sum_{\tau=k-s+1}^k \left( y(\tau) - \hat{y}^{*[m]}(\tau) \right)^2 \\ &= \frac{1}{2} \sum_{\tau=k-s+1}^k \left( y(\tau) - c^{[m]T} \hat{y}^{[m]}(\tau) \right)^2, \end{aligned} \quad (1.48)$$

зважаючи на обмеження (1.47), функція Лагранжа матиме вигляд

$$L^{[m]}(k) = E^{[m]}(k) - \lambda \left( 1 - E^T c^{[m]} \right), \quad (1.49)$$

де  $\lambda$  – невизначений Лагранжів множник.

Мінімізуючи (1.49) відносно  $c^{[m]}$ , отримуємо

$$\begin{cases} \hat{y}^{*[m]}(k+1) = \frac{\hat{y}^{[m]T}(k+1) P^{[m]}(k+1) E}{E^T P^{[m]}(k+1) E}, \\ P^{[m]}(k+1) = \left( \sum_{\tau=k-s+2}^{k+1} \hat{y}^{[m]}(\tau) \hat{y}^{[m]T}(\tau) \right)^{-1} \end{cases} \quad (1.50)$$

або у рекурентній формі

$$\begin{cases} \tilde{P}^{[m]}(k+1) = P^{[m]}(k) - \frac{P^{[m]}(k) \hat{y}^{[m]}(k+1) \hat{y}^{[m]T}(k+1) P^{[m]}(k)}{1 + \hat{y}^{[m]T}(k+1) P^{[m]}(k) \hat{y}^{[m]}(k+1)}, \\ P^{[m]}(k+1) = \tilde{P}^{[m]}(k+1) + \frac{\tilde{P}^{[m]}(k+1) \hat{y}(k-s+1) \hat{y}^{[m]T}(k-s+1) \tilde{P}^{[m]}(k+1)}{1 - \hat{y}^{[m]T}(k-s+1) \tilde{P}^{[m]}(k+1) \hat{y}^{[m]}(k-s+1)}, \\ \hat{y}^{*[m]}(k+1) = \frac{\hat{y}^{[m]T}(k+1) P^{[m]}(k+1) E}{E^T P^{[m]}(k+1) E}. \end{cases} \quad (1.51)$$

У випадку, коли  $s = 1$  (1.50) та (1.51) приймають вельми простий вигляд:

$$\begin{aligned}
\hat{y}^{*[m]}(k+1) &= \frac{\hat{y}^{[m]T}(k+1) \hat{y}^{[m]}(k+1)}{E^T \hat{y}^{[m]}(k+1)} \\
&= \frac{\|\hat{y}^{[m]}(k+1)\|^2}{E^T \hat{y}^{[m]}(k+1)} \\
&= \frac{\sum_{j=1}^q (\hat{y}^{[m]}(k+1))^2}{\sum_{j=1}^q \hat{y}^{[m]}(k+1)}.
\end{aligned} \tag{1.52}$$

Важливо зазначити, що навчання як нео-фаззі нейронів, так і нейронів-узгалгальнювачів можна організовувати в онлайн-режимі. Таким чином, вагові коефіцієнти нейронів попередніх каскадів (на відміну від CasCorLA) можна не заморозжувати, а постійно корегувати. Так само, число каскадів не має бути фіксованим і може змінюватись у часі, що відрізняє пропоновану нейронної мережі від інших відомих каскадних систем.

## СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

- [1] Angelov Plamen P, Filev Dimitar P. An approach to online identification of Takagi-Sugeno fuzzy models // Systems, Man, and Cybernetics, Part B: Cybernetics, IEEE Transactions on. — 2004. — Vol. 34, no. 1. — P. 484–498.
- [2] Angelov Plamen P., Lughofer Edwin. Data-driven evolving fuzzy systems using eTS and FLEXFIS: comparative analysis // Int. J. General Systems. — 2008. — Vol. 37, no. 1. — P. 45–67. — URL: <http://dx.doi.org/10.1080/03081070701500059>.
- [3] Bodyanskiy Yevgeniy, Grimm Paul, Teslenko Nataliya. Evolving cascaded neural network based on multidimensional Epanechnikov's kernels and its learning algorithm // Int. J. Information Technologies and Knowledge. — 2011. — Vol. 5, no. 1. — P. 25–30.
- [4] Bodyanskiy Yevgeniy, Kharchenko Oleksandra, Vynokurova Olena. Hybrid cascade neural network based on wavelet-neuron // Information Theories and Application. — 2011. — Vol. 18, no. 4. — P. 335–343.
- [5] Bodyanskiy Yevgeniy, Kokshenev Illya, Kolodyazhnyi Vitaliy. An adaptive learning algorithm for a neo fuzzy neuron. // EUSFLAT Conf. — 2003. — P. 375–379.
- [6] Bodyanskiy Yevgeniy, Viktorov Yevgen. The cascaded neo-fuzzy architecture using cubic-spline activation functions // Inf Theor Appl. — 2009. — Vol. 16, no. 3. — P. 245–259.
- [7] Bodyanskiy Yevgeniy, Viktorov Yevgen. 110 9 – Intelligent Processing THE CASCADE NEO-FUZZY ARCHITECTURE AND ITS ONLINE LEARNING ALGORITHM. — 2013. — URL: <http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/summary?doi=10.1.1.386.7492>.
- [8] Bodyanskiy Yevgeniy, Viktorov Yevgen, Pliss Iryna. International Book Series "Information Science and Computing "

25 THE CASCADE GROWING NEURAL NETWORK USING QUADRATIC NEURONS AND ITS LEARNING ALGORITHMS FOR ON-LINE INFORMATION PROCESSING. — 2013. — URL: <http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/summary?doi=10.1.1.386.9313>.

- [9] Bodyanskiy Ye V, Pliss IP, Solovyova T. Multistep optimal predictors of multidimensional non-stationary stochastic processes // Doklady AN USSR, series A. — 1986. — Vol. 12. — P. 47–49.
- [10] Chen L H, Chang S. An adaptive learning algorithm for principal component analysis. // IEEE transactions on neural networks / a publication of the IEEE Neural Networks Council. — 1995. — Vol. 6, no. 5. — P. 1255–63.
- [11] Cichocki A., Unbehauen R. Neural networks for optimization and signal processing // Journal of Signal Processing. — 1998. — Vol. 2. — P. 62–63.
- [12] Fahlman Scott E., Lebiere Christian. The cascade-correlation learning architecture // Advances in Neural Information Processing Systems 2. — Morgan Kaufmann, 1990. — P. 524–532.
- [13] Haykin S. Neural Networks: a Comprehensive Foundation. — New York, NY : Macmillan, 1994.
- [14] Bodyanskiy Yevgeniy, Dolotov Artem, Pliss Iryna, Viktorov Yevgen. International Book Series "Information Science and Computing" 13 THE CASCADE ORTHOGONAL NEURAL NETWORK. — 2008.
- [15] Jang Jyh-Shing Roger, Sun Chuen-Tsai, Mizutani Eiji. Neuro-fuzzy and soft computing: a computational approach to learning and machine intelligence. MATLAB curriculum series. — pub-PH:adr : Prentice-Hall, 1997. — P. xxvi + 614. — ISBN: 0-13-261066-3.
- [16] Kaczmarz S. Approximate solution of systems of linear equations // Int. J. Control,. — 1993. — Vol. vol. 53. — P. 1269–1271.
- [17] Kasabov Nikola. Evolving connectionist systems - the knowledge engineering approach (2. ed.). — Springer, 2007. — P. I–XXI, 1–457. — URL: <http://dx.doi.org/10.1007/978-1-84628-347-5>.
- [18] Kasabov Nikola K, Song Qun. DENFIS: dynamic evolving neural-fuzzy

- inference system and its application for time-series prediction // Fuzzy Systems, IEEE Transactions on. — 2002. — Vol. 10, no. 2. — P. 144–154.
- [19] Kolodyazhniy V, Bodyanskiy Ye. Cascaded multiresolution spline-based fuzzy neural network // Proc. Int. Symp. on Evolving Intelligent Systems. — 2010. — P. 26–29.
- [20] Kruschke John K, Movellan Javier R. Benefits of gain: Speeded learning and minimal hidden layers in back-propagation networks // Systems, Man and Cybernetics, IEEE Transactions on. — 1991. — Vol. 21, no. 1. — P. 273–280.
- [21] Ljung Lennart. System Identification: Theory for the User. — Prentice-Hall, Inc., 1999.
- [22] Lughofer Edwin. FLEXFIS: A Robust Incremental Learning Approach for Evolving Takagi-Sugeno Fuzzy Models // IEEE T. Fuzzy Systems. — 2008. — Vol. 16, no. 6. — P. 1393–1410. — URL: <http://dx.doi.org/10.1109/TFUZZ.2008.925908>.
- [23] Lughofer Edwin. Evolving Fuzzy Systems - Methodologies, Advanced Concepts and Applications. — Springer, 2011. — Vol. 266 of Studies in Fuzziness and Soft Computing. — P. 1–410. — ISBN: 978-3-642-18086-6. — URL: <http://dx.doi.org/10.1007/978-3-642-18087-3>; <http://dx.doi.org/10.1007/978-3-642-18087-3>.
- [24] Miki T., (Japan) T. Yamakawa. Analog Implementation of Neo-Fuzzy Neuron and Its On-board Learning. — WSEAS, 1999. — URL: <http://www.worldses.org/online/>.
- [25] Nechyba Michael C., Xu Yangsheng. Cascade Neural Networks with Node-Decoupled Extended Kalman Filtering. — 1997.
- [26] Otto Peter, Bodyanskiy Yevgeniy, Kolodyazhniy Vitaliy. A new learning algorithm for a forecasting neuro-fuzzy network // Integrated Computer-Aided Engineering. — 2003. — Vol. 10, no. 4. — P. 399–409. — URL: <http://content.iospress.com/articles/integrated-computer-aided-engineering/ica00163>.
- [27] Prechelt L. Investigation of the CasCor Family of Learning Algorithms //

- Neural Networks. — 1997. — Vol. 10, no. 5. — P. 885–896.
- [28] Silva F. M., Almeida L. B. Speeding up back-propagation // Advanced Neural Computers / Ed. by R. Eckmiller. — Amsterdam : Elsevier, 1990. — P. 151–158.
- [29] Veitch A. C., Holmes G. A Modified Quickprop Algorithm // Neural Computation. — 1991. — Vol. 3, no. 3. — P. 310–311.
- [30] Vorobyov Sergiy A., Cichocki Andrzej, Bodyanskiy Yevgeniy V. Adaptive Noise Cancellation For Multi-Sensory Signals. — 2001. — URL: <http://citeseer.ist.psu.edu/404753.html>.
- [31] Wang Li-Xin. Adaptive fuzzy systems and control - design and stability analysis. — Prentice Hall, 1994. — P. I–XVII, 1–232. — ISBN: 978-0-13-099631-2.
- [32] Wang Li-Xin, Mendel Jerry M. Fuzzy basis functions, universal approximation, and orthogonal least-squares learning // IEEE Transactions on Neural Networks. — 1992. — Vol. 3, no. 5. — P. 807–814. — URL: <http://dx.doi.org/10.1109/72.159070>.
- [33] Widrow B., Hoff M. E. Adaptive Switching Circuits // Proceedings WESCON. — 1960. — P. 96–104.
- [34] Yamakawa T., Tomoda S. A Neo Fuzzy Neuron and its Applications to System Identification and Prediction of the System Behaviour // Proc. 2nd Int. Conf. on Fuzzy Logic and Neural Networks (IIZUKA'92). — Iizuka, 1992. — P. 477–483.
- [35] Ye Bodyanskiy, Vynokurova E, Teslenko N. Cascade GMDH-wavelet-neuro-fuzzy network // Proc. of the 4th Intern. Workshop on Inductive Modelling IWIM 2011. — 2011. — P. 22–30.