

ХАРКІВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ РАДІОЕЛЕКТРОНІКИ

На правах рукопису

**КОПАЛІАНІ Дар'я Сергіївна**

УДК 004.032.26

**ЕВОЛЮЦІЙНІ НЕЙРО-ФАЗЗИ МЕРЕЖІ З КАСКАДНОЮ  
СТРУКТУРОЮ ДЛЯ ІНТЕЛЕКТУАЛЬНОГО АНАЛІЗУ ДАННИХ**

05.13.23 — системи та засоби штучного інтелекту

Дисертація на здобуття наукового ступеня  
кандидата технічних наук

Науковий керівник  
**Бодянський Євгеній Володимирович,**  
доктор технічних наук, професор

Харків — 2015

## ЗМІСТ

|  |           |
|--|-----------|
| <b>Розділ 1. Багатовимірна каскадна нео-фаззі система, що еволюціонує</b>  | <b>3</b>  |
| 1.1. Багатовимірна каскадна система, що еволюціонує, побудована на нео-фаззі нейронах . . . . .  | 4         |
| 1.1.1. Оптимізація пулу нео-фаззі нейронів багатовимірної каскадної системи, що еволюціонує . . . . .  | 9         |
| 1.2. Багатовимірна каскадна система, що еволюціонує, побудована на багатовимірних нео-фаззі нейронах . . . . .                                     | 12        |
| 1.2.1. Багатовимірний нео-фаззі нейрон . . . . .   | 13        |
| 1.2.2. Метод визначення локально оптимального вихідного сигналу пулу багатовимірних нео-фаззі нейронів каскадної системи, що еволюціонує . . . . . | 15        |
| <b>Список використаних джерел</b>  | <b>18</b> |

## РОЗДІЛ 1

# БАГАТОВИМІРНА КАСКАДНА НЕО-ФАЗЗІ СИСТЕМА, ЩО ЕВОЛЮЦІОНУЄ

Задача апроксимації та екстраполяції багатовимірних часових рядів доволі часто виникає у багатьох технічних, медико-біологічних та інших дослідженнях, де якість прийнятих рішень істотно залежить від точності синтезованих прогнозів. У багатьох реальних задачах часові ряди характеризуються високим рівнем нелінійності та нестаціонарності своїх параметрів, наявністю аномальних викидів. Зрозуміло, що традиційні методи аналізу часових рядів, засновані на регресійному, кореляційному та інших подібних підходах, що мають на меті апріорну наявність доволі великої вибірки спостережень, є неефективними. Альтернативою традиційним статистичним методам може слугувати математичний апарат обчислювального інтелекту, зокрема штучні нейронні мережі [1, 2] та нейро-фаззі-системи [3], завдяки своїм універсальним апроксимувальним властивостям. Водночас з апроксимувальних властивостей зовсім не витікають екстраполуючі, оскільки врахування давньої передісторії для побудови прогнозувальної моделі може погіршити якість прогнозу. У зв'язку з цим під час оброблення нестаціонарних процесів треба відмовитися від процедур навчання, що базуються на зворотному поширенні помилок (багатошарові персептрони, рекурентні нейронні мережі, адаптивні нейромережеві системи нечіткого виведення – ANFIS) або методі найменших квадратів (радіально-базисні та функціонально пов'язані нейронні мережі) та скористатися процедурами на основі локальних критеріїв та «короткої» пам'яті типу алгоритма Качмажа-Уїдроу-Хоффа. При цьому використанні алгоритми навчання мусять забезпечувати не лише високу швидкодію, але й фільтруючі якості для придушення стохастичної «шумової» компоненти в оброблюваному сигналі. У зв'язку з цим синтез спеціалізованих гібридних

систем обчислювального інтелекту для розв'язання задач прогнозування істотно нестаціонарних часових рядів за умов невизначеності, що забезпечують разом з високою швидкістю навчання і фільтрацію завад, є досить цікавою та перспективною задачею.

Таким чином, цей розділ присвячено синтезу багатовимірної гібридної системи обчислювального інтелекту, що здатна реалізувати нелінійне відображення  $R^n \rightarrow R^g$  у режимі реального часу.

### **1.1. Багатовимірна каскадна система, що еволюціонує, побудована на нео-фаззі нейронах**

Для вирішення задачі прогнозування та ідентифікації багатовимірних даних в умовах апріорної і поточної структурної та параметричної невизначеності як ніколи доречні переваги каскадно-кореляційної архітектури, адже системи з такою архітектурою успадковують всі переваги елементів, які використовуються в їх вузлах, а в процесі навчання автоматично підбирається необхідна кількість каскадів для того, щоб отримати модель адекватної складності для вирішення поставленого завдання [12]. Однак, слід зазначити, що каскадно-кореляційна мережа у формі, що її запропонували С. Фальман і К. Ліб'єр, є системою з одним виходом, тобто не здатна реалізувати нелінійне відображення  $R^n \rightarrow R^g$ . Це досить серйозне обмеження, оскільки більшість практичних завдань містять кілька вихідних сигналів. Тож пропонуємо такі модифікації до архітектури каскадно-кореляційної мережі CasCorLA:

1. замість елементарних персептронів Розенблата використовувати нео-фаззі нейрони (доцільність такого рішення було детально показано у розділі ??),
2. кількість нейронів у кожному каскаді відтепер має дорівнювати розмірності вектору вихідного сигналу системи.

Схему пропонованої архітектури наведено на рис. 1.1.

Тоді вихідний сигнал системи формується з векторів, що його складають

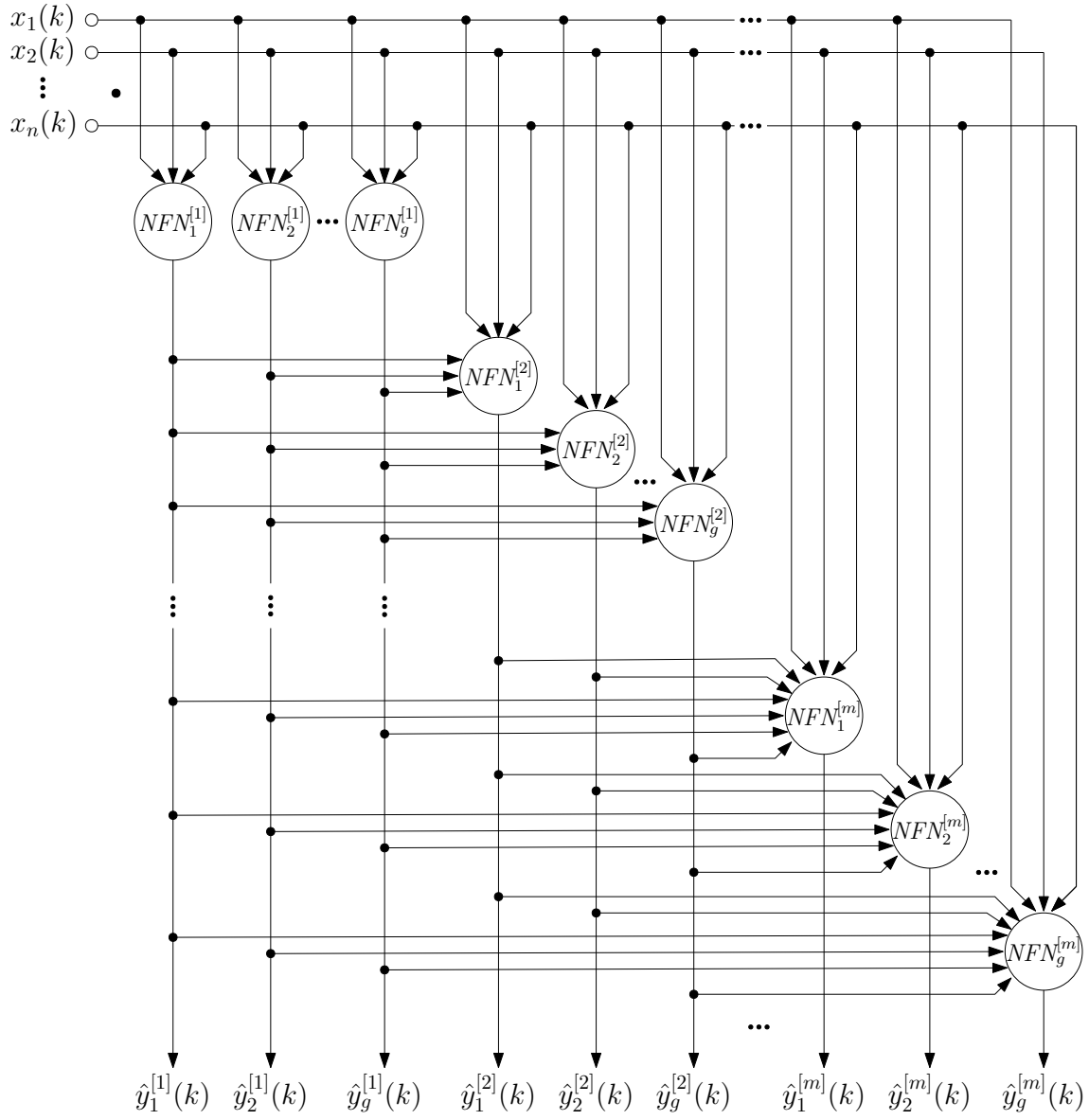


Рис. 1.1. Архітектура гібридної МІМО системи, побудованої на нео-фаззі нейронах

вихідні сигнали кращих нейронів останнього каскаду:

$$\hat{y}(k) = \left( \hat{y}_1^{*[m]}(k), \hat{y}_2^{*[m]}(k), \dots, \hat{y}_g^{*[m]}(k) \right)^T, \quad (1.1)$$

де  $g$  - кількість елементів вихідного вектору даних, що їх треба спрогнозувати чи ідентифікувати.

Для кожного з нео-фаззі нейронів системи в якості функцій належності можна використовувати трикутні конструкції:

$$\mu_{jli}^{[1]}(x_i) = \begin{cases} \frac{x_i - c_{d,l-1,i}^{[1]j}}{c_{dli}^{[1]j} - c_{d,l-1,i}^{[1]j}} \text{ якщо } x_i \in [c_{d,l-1,i}^{[1]j}, c_{dli}^{[1]j}], \\ \frac{c_{d,l+1,i}^{[1]j} - x_i}{c_{d,l+1,i}^{[1]j} - c_{dli}^{[1]j}} \text{ якщо } x_i \in [c_{dli}^{[1]j}, c_{d,l+1,i}^{[1]j}], \\ 0 \text{ у протилежному випадку,} \end{cases} \quad (1.2)$$

кубічні сплайни:

$$\mu_{jli}^{[1]}(x_i) = \begin{cases} \frac{1}{4} \left( 2 + 3 \frac{2x_i - c_{dli}^{[1]j} - c_{d,l-1,i}^{[1]j}}{c_{dli}^{[1]j} - c_{d,l-1,i}^{[1]j}} - \left( \frac{2x_i - c_{dli}^{[1]j} - c_{d,l-1,i}^{[1]j}}{c_{dli}^{[1]j} - c_{d,l-1,i}^{[1]j}} \right)^3 \right), \\ \text{якщо } x \in [c_{d,l-1,i}^{[1]j}, c_{dli}^{[1]j}], \\ \frac{1}{4} \left( 2 - 3 \frac{2x_i - c_{d,l+1,i}^{[1]j} - c_{dli}^{[1]j}}{c_{d,l+1,i}^{[1]j} - c_{dli}^{[1]j}} + \left( \frac{2x_i - c_{d,l+1,i}^{[1]j} - c_{dli}^{[1]j}}{c_{d,l+1,i}^{[1]j} - c_{dli}^{[1]j}} \right)^3 \right), \\ \text{якщо } x \in [c_{dli}^{[1]j}, c_{d,l+1,i}^{[1]j}], \\ 0 \text{ у протилежному випадку,} \end{cases} \quad (1.3)$$

або  $B$ -сплайни:

$$\mu_{jli}^{g[1]} = \begin{cases} \begin{cases} 1 \text{ якщо } x_i \in [c_{dli}^{[1]j}, c_{d,l+1,i}^{[1]j}], \\ 0 \text{ у протилежному випадку} \end{cases} \text{ якщо } g = 1, \\ \frac{x_i - c_{dli}^{[1]j}}{c_{d,l+g-1,i}^{[1]j} - c_{dli}^{[1]j}} \mu_{dli}^{g-1,[1]j}(x_i) + \frac{c_{d,l+g,i}^{[1]j} - x_i}{c_{d,l+g,i}^{[1]j} - c_{d,l+1,i}^{[1]j}} \mu_{d,l+1,i}^{g-1,[1]j}(x_i), \\ \text{якщо } g > 1, \end{cases} \quad (1.4)$$

де  $\mu_{dli}^{g[1]j}(x_i)$  –  $l$ -й сплайн  $g$ -ого порядку. Варто зауважити, що всі ці конструкції задовольняють умови одиничного розбиття Руспіні.

Запишемо вихідний сингнал  $j$ -ого нео-фаззі нейрону  $d$ -ого виходу першого каскаду у вигляді

$$\begin{cases} \hat{y}_d^{[1]j}(k) = \sum_{i=1}^n f_{di}^{[1]j}(x_i(k)) = \sum_{i=1}^n \sum_{l=1}^h w_{dli}^{[1]j} \mu_{dli}^{[1]j}(x_i(k)), \\ \text{ЯКЩО } x_i(k) \in X_{li}^j, \text{ ТОДІ ВИХІД } w_{dli}^{[1]j}. \end{cases} \quad (1.5)$$

вихідні сигнали нео-фаззі нейронів другого каскаду:

$$\begin{aligned} \hat{y}_d^{[2]j} = & \sum_{i=1}^n \sum_{l=1}^h w_{dli}^{[2]j} \mu_{dli}^{[2]j}(x_i) + \\ & \sum_{d=1}^g \sum_{l=1}^h w_{dl,n+1}^{[2]j} \mu_{dl,n+1}^{[2]j}(\hat{y}_d^{*[1]}) \quad \forall \quad d = 1, 2, \dots, g \end{aligned} \quad (1.6)$$

вихідні сигнали  $m$ -ого каскаду:

$$\begin{aligned} \hat{y}_d^{[2]j} = & \sum_{i=1}^n \sum_{l=1}^h w_{dli}^{[2]j} \mu_{dli}^{[2]j}(x_i) + \\ & \sum_{d=1}^g \sum_{p=n+1}^{n+m-1} \sum_{l=1}^h w_{dlp}^{[m]j} \mu_{dlp}^{[m]j}(\hat{y}_d^{*[p-n]}) \quad \forall \quad d = 1, 2, \dots, g \end{aligned} \quad (1.7)$$

Введемо до розгляду надалі вектор функцій належності  $j$ -ого нейрону  $d$ -ого виходу  $m$ -ого каскаду:

$$\begin{aligned} \mu_d^{[m]j}(k) = & \left( \mu_{d11}^{[m]j}(x_1(k)), \dots, \mu_{dh1}^{[m]j}(x_1(k)), \mu_{d12}^{[m]j}(x_2(k)), \right. \\ & \dots, \mu_{dh2}^{[m]j}(x_2(k)), \dots, \mu_{dli}^{[m]j}(x_i(k)), \dots, \mu_{dhn}^{[m]j}(x_n(k)), \\ & \left. \dots, \mu_{d1,n+1}^{[m]j}(\hat{y}^{*[1]}(k)), \dots, \mu_{dh,n+m-1}^{[m]j}(\hat{y}^{*[m-1]}(k)) \right)^T \end{aligned} \quad (1.8)$$

та відповідний йому вектор синаптичних вагових коефіцієнтів

$$\begin{aligned} w_d^{[m]j} = & \left( w_{d11}^{[m]j}, \dots, w_{dh1}^{[m]j}, w_{d12}^{[m]j}, \dots, w_{dh2}^{[m]j}, \dots, w_{dli}^{[m]j}, \right. \\ & \left. \dots, w_{dhn}^{[m]j}, w_{d1,n+1}^{[m]j}, \dots, w_{dh,n+m-1}^{[m]j} \right)^T, \end{aligned} \quad (1.9)$$

щоб записати вихідний сигнал системи у компактній формі:

$$\hat{y}_d^{[m]j}(k) = \left(w_d^{[m]j}\right)^T \mu_d^{[m]j}(k). \quad (1.10)$$

Для навчання нео-фаззі нейронів може бути використаний будь-який з методів адаптивної ідентифікації, що ми пропонували використовувати для навчання вузлів одновимірної нео-фаззі системи у першому розділі. Так корегувати вагові кофіцієнти можна за допомогою експоненційно зваженого рекурентного методу найменших квадратів:

$$\begin{cases} w_d^{[m]j}(k+1) = w_d^{[m]j}(k) + \\ \frac{P_d^{[m]j}(k) \left( y^d(k+1) - \left( w_d^{[m]j}(k) \right)^T \mu_d^{[m]j}(k+1) \right)}{\alpha + \left( \mu_d^{[m]j}(k+1) \right)^T P_d^{[m]j}(k) \mu_d^{[m]j}(k+1)} \mu_d^{[m]j}(k+1), \\ P_d^{[m]j}(k+1) = \frac{1}{\alpha} \left( P_d^{[m]j}(k) - \frac{P_d^{[m]j}(k) \mu_d^{[m]j}(k+1) \left( \mu_d^{[m]j}(k+1) \right)^T P_d^{[m]j}(k)}{\alpha + \left( \mu_d^{[m]j}(k+1) \right)^T P_d^{[m]j}(k) \mu_d^{[m]j}(k+1)} \right), \end{cases} \quad (1.11)$$

де  $y^d(k+1)$ ,  $d = 1, 2, \dots, g$  – зовнішній навчальний сигнал,

$0 < \alpha \leq 1$  – фактор забування;

або градієнтний метод навчання, що, як зазначалося, відрізняється як згладжувальними, так і слідкуючими властивостями:

$$\begin{cases} w_d^{[m]j}(k+1) = w_d^{[m]j}(k) + \frac{y^d(k+1) - \left( w_d^{[m]j}(k) \right)^T \mu_d^{[m]j}(k+1)}{r_d^{[m]j}(k+1)} \mu_d^{[m]j}(k+1), \\ r_d^{[m]j}(k+1) = \alpha r_d^{[m]j} + \left\| \mu_d^{[m]j}(k+1) \right\|^2, 0 \leq \alpha \leq 1. \end{cases} \quad (1.12)$$



**1.1.1. Оптимізація пулу нео-фаззі нейронів багатовимірної каскадної системи, що еволюціонує.** Оскільки за мету було поставлено синтез такої багатовимірної каскадної системи, що б могла працювати саме в режимі реального часу, було б дуже доречно, якби система могла самостійно визначати найліпшу кількість функцій належності та їх форму, адже ці параметри також можуть змінюватися у часі. Тому у цьому підрозділі пропонується у кожному каскаді збільшити кількість нео-фаззі нейронів до такої, що є кратною (а не дорівнює, як пропонуувалося у попередньому підрозділі) розмірності вектору вихідного сигналу ввести узагальнюючі нейрони, що для пулу кожного каскаду визначатимуть локально оптимальні вихідні сигнали (тут під «локально оптимальними вихідними сигналами» слід розуміти сигнали, оптимальні у конкретний момент часу). Таким чином, коли  $g$  – розмірність вихідного векторного сигналу, а  $z$  – кількість відмінних типів нейронів (що відрізняються за кількістю чи характером функцій належності) системи, у пулі першого каскаду знаходиться  $zg$  нео-фаззі нейронів та  $g$  нейронів-узагальнювачів  $GN_d^{[1]}$ , пул другого каскаду містить  $z(g+1)$  нейронів та  $g+1$  нейронів  $GN_d^{[2]}$ , останній каскад -  $z(g+m-1)$  нейронів та  $g+m-1$  нейронів  $GN_d^{[m]}$ .

Схему такої оптимізованої MIMO (Multiple Input Multiple Output) архітектури зображено на рис. 1.1.

**1.1.1.1. Метод визначення локально оптимальних вихідних сигналів пулу нео-фаззі нейронів багатовимірної каскадної системи, що еволюціонує.** Вихідні сигнали нейронів пулу кожного каскаду пропонується об'єднати узагальнюючим нейроном  $GN^{[m]}$ , що його було введено у ??? розділі.

Таким чином, у кожному каскаді системи маємо  $g GN_d^{[m]}$  елементів, що узагальнюють вихідні сигнали нейронів пулу для кожного елементу вихідного вектору:

$$\hat{y}^{*[m]}(k) = \left( \hat{y}_1^{[m]}(k), \hat{y}_2^{[m]}(k), \dots, \hat{y}_q^{[m]}(k) \right)^T; \quad (1.13)$$

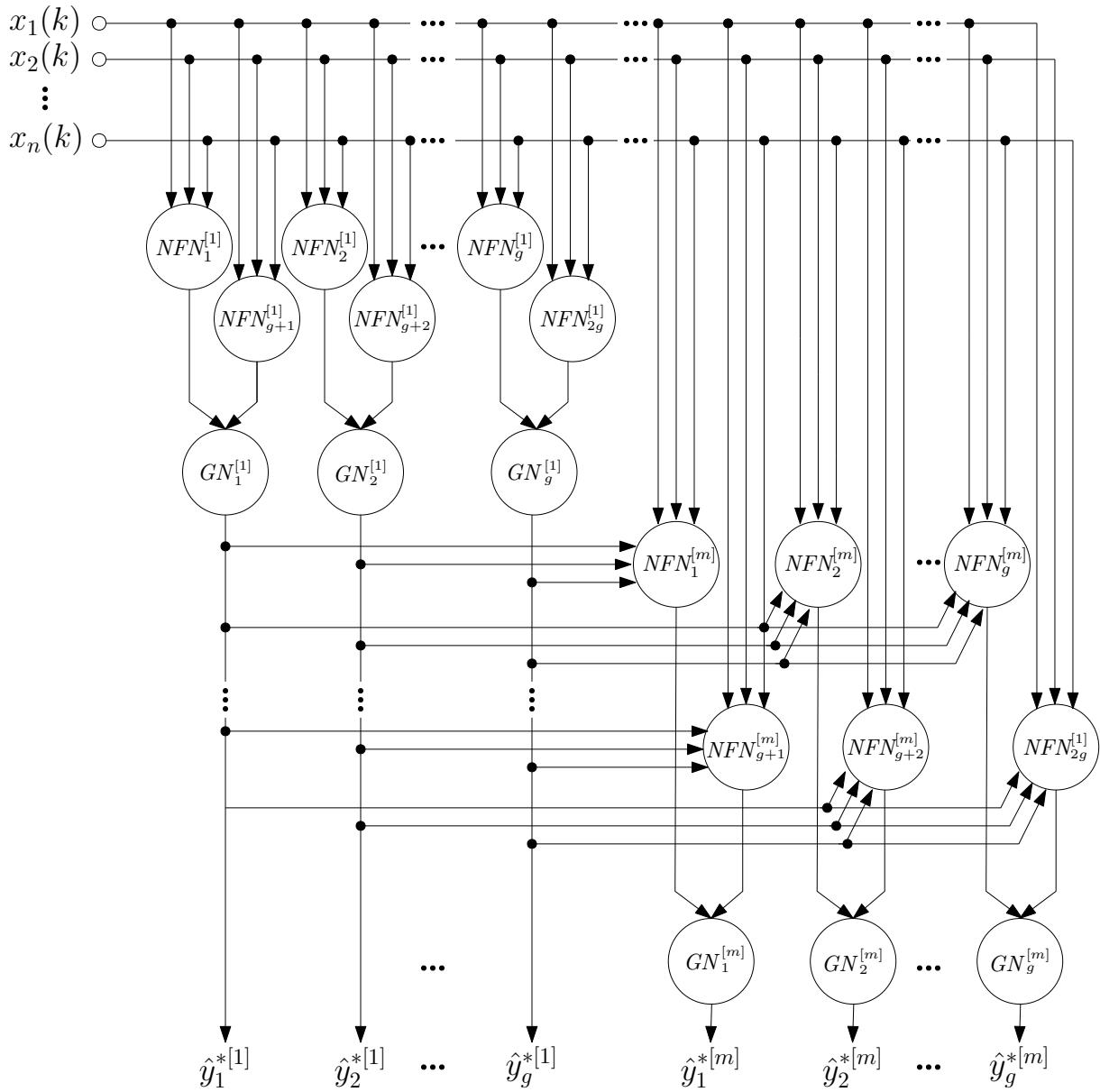


Рис. 1.2. Архітектура гібридної оптимізованої MIMO системи, побудованої на нео-фаззі нейронах

До першого узагальнюючого елементу першого каскаду  $GN_1^{[1]}$  подаються сигнали

$$\left( \hat{y}_1^{[1]}(k), \hat{y}_{g+1}^{[1]}(k), \dots, \hat{y}_{2g+1}^{[1]}(t), \dots, \hat{y}_{(z-1)(g+1)}^{[1]}(k) \right)^T \quad (1.14)$$

до другого узагальнювача  $GN_2^{[1]}$ :

$$\left(\hat{y}_2^{[1]}(k), \hat{y}_{g+2}^{[1]}(k), \dots, \hat{y}_{2g+2}^{[1]}(t), \dots, \hat{y}_{(z-1)(g+2)}^{[1]}(k)\right)^T \quad (1.15)$$

і, нарешті, вектор ухідних сигналів останнього узагальнюючого елементу першого каскаду  $GN_g^{[1]}$ :

$$\left(\hat{y}_g^{[1]}(k), \hat{y}_{2g}^{[1]}(k), \dots, \hat{y}_{(z-1)g}^{[1]}(k)\right)^T \quad (1.16)$$

Нагадаємо, точність вихідного сигналу узагальнюючих елементів має бути не меншою від точності будь-якого сингналу, що узагальнюється (подається на вхід до  $GN_d^{[m]}$ ). Рекурентна форма методу навчання «на ковзному вікні» елементів  $GN_d^{[m]}$  кожного каскаду має вигляд

$$\left\{ \begin{array}{l} \tilde{P}_d^{[m]}(k+1) = P_d^{[m]}(k) - \frac{P_d^{[m]}(k)\hat{y}_d^{[m]}(k+1)\hat{y}_d^{[m]T}(k+1)P_d^{[m]}(k)}{1 + \hat{y}_d^{[m]T}(k+1)P_d^{[m]}(k)\hat{y}_d^{[m]}(k+1)}, \\ P_d^{[m]}(k+1) = \tilde{P}_d^{[m]}(k+1) + \\ \quad \frac{\tilde{P}_d^{[m]}(k+1)\hat{y}_d(k-s+1)\hat{y}_d^{[m]T}(k-s+1)\tilde{P}_d^{[m]}(k+1)}{1 - \hat{y}_d^{[m]T}(k-s+1)\tilde{P}_d^{[m]}(k+1)\hat{y}_d^{[m]}(k-s+1)}, \\ \hat{y}_d^{*[m]}(k+1) = \frac{\hat{y}_d^{[m]T}(k+1)P_d^{[m]}(k+1)E}{E^T P_d^{[m]}(k+1)E}, \end{array} \right. \quad (1.17)$$

а у випадку, коли  $s = 1$ :

$$\begin{aligned} \hat{y}_d^{*[m]}(k+1) &= \frac{\hat{y}_d^{[m]T}(k+1)\hat{y}_d^{[m]}(k+1)}{E^T \hat{y}_d^{[m]}(k+1)} \\ &= \frac{\left\|\hat{y}_d^{[m]}(k+1)\right\|^2}{E^T \hat{y}_d^{[m]}(k+1)} \\ &= \frac{\sum_{j=1}^q \left(\hat{y}_d^{[m]}(k+1)\right)^2}{\sum_{j=1}^q \hat{y}_d^{[m]}(k+1)}. \end{aligned} \quad (1.18)$$

## 1.2. Багатовимірна каскадна система, що еволюціонує, побудована на багатовимірних нео-фаззі нейронах

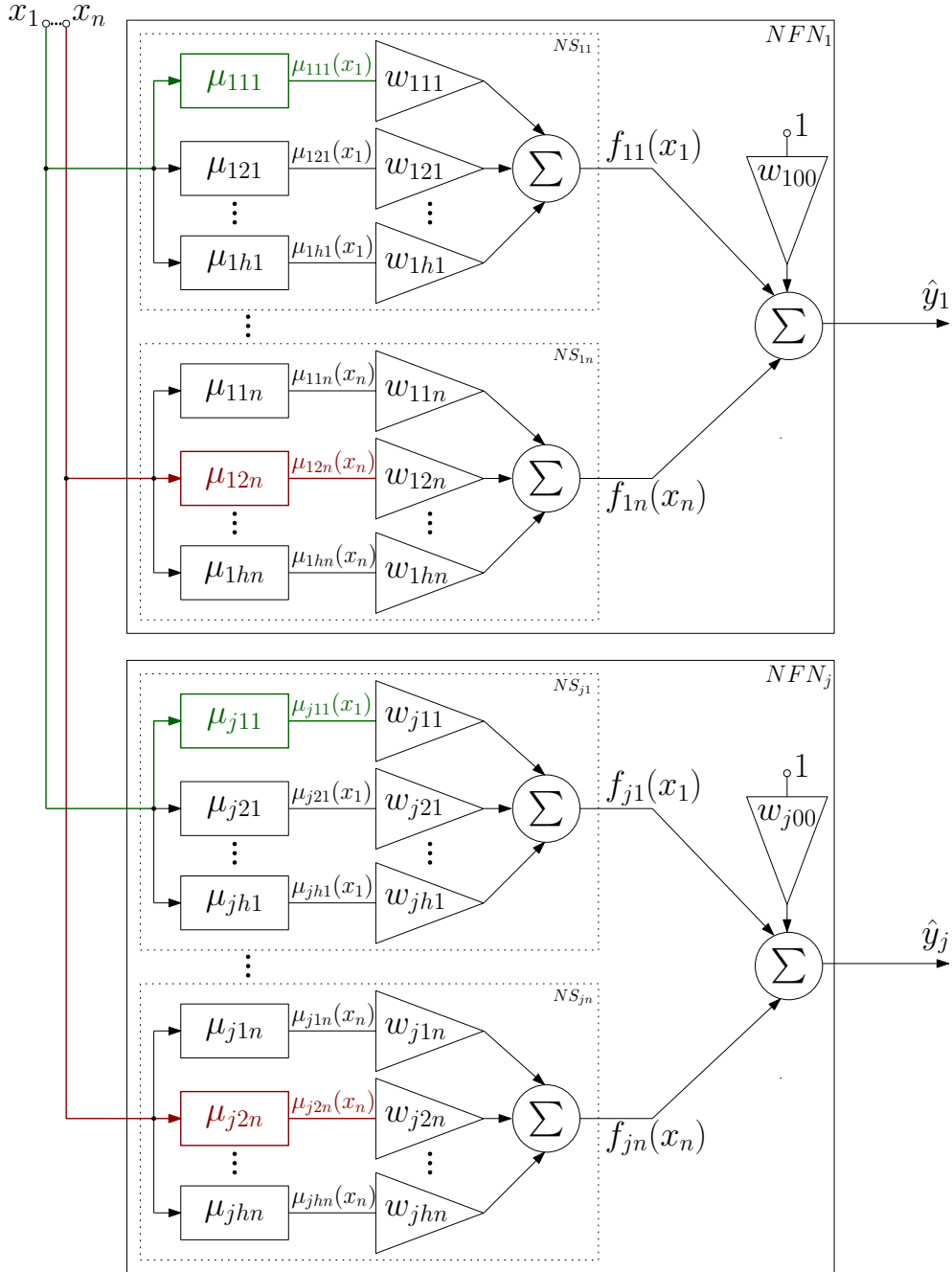


Рис. 1.3. Ілюстрація надмірності MIMO системи, побудованої на NFN нейронах

Архітектура багатовимірної каскадної системи, яка ґрунтується на звичайних нео-фаззі нейронах, що її описано у підрозділі 1.1, є надмірною, адже

вектор вхідних сигналів  $x(k)$  (для першого каскаду) подається на однотипні нелінійні синапси  $NS_{di}^{[1]j}$  нео-фаззі нейронів, кожен з яких на виході генерує сигнал  $\hat{y}_d^{[1]j}(k)$ ,  $d = 1, 2, \dots, g$ . У результаті компоненти вихідного вектора

$$\hat{y}^{[1]j}(k) = \left( \hat{y}_1^{[1]j}(k), \hat{y}_2^{[1]j}(k), \dots, \hat{y}_g^{[1]j}(k) \right)^T \quad (1.19)$$

обчислюються незалежно один від одного, хоча, як проілюстровано на рис. 1.3,  $\mu_{1il}(x_i(k)) = \mu_{2il}(x_i(k)) = \mu_{jil}(x_i(k)) = \mu_{nil}(x_i(k))$ . Уникнути цього можна, якщо ввести до розгляду багатовимірний нео-фаззі нейрон, що є модифікацією систем, запропонованих у [??,??].

**1.2.1. Багатовимірний нео-фаззі нейрон.** Вузлами багатовимірною нео-фаззі нейрону MNFN (схема наведена на рис. 1.4) є складені нелінійні синапси  $MNS_i^{[1]j}$ , кожен з яких має  $h$  функцій належності  $\mu_{li}^{[1]j}$  та  $gh$  настроюваних синаптичних вагових коефіцієнтів, але тільки  $hn$  функцій належності, що в  $g$  разів менше, ніж у випадку, коли каскад сформований із звичайних нео-фаззі нейронів.

Введемо надалі до розгляду  $(hn \times 1)$  - вектор функцій належності та  $(g \times hn)$  - матрицю синаптичних вагових коефіцієнтів

$$W^{[1]j} = \begin{pmatrix} w_{111}^{[1]j} & w_{112}^{[1]j} & \dots & w_{1li}^{[1]j} & \dots & w_{1hn}^{[1]j} \\ w_{211}^{[1]j} & w_{212}^{[1]j} & \dots & w_{2li}^{[1]j} & \dots & w_{2hn}^{[1]j} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ w_{g11}^{[1]j} & w_{g12}^{[1]j} & \dots & w_{gli}^{[1]j} & \dots & w_{ghn}^{[1]j} \end{pmatrix}, \quad (1.20)$$

і запишемо сигнал на виході  $MN_j^{[1]}$  у  $k$ -й момент часу у вигляді

$$\hat{y}^{[1]j}(k) = W^{[1]j} \mu^{[1]j}(k). \quad (1.21)$$

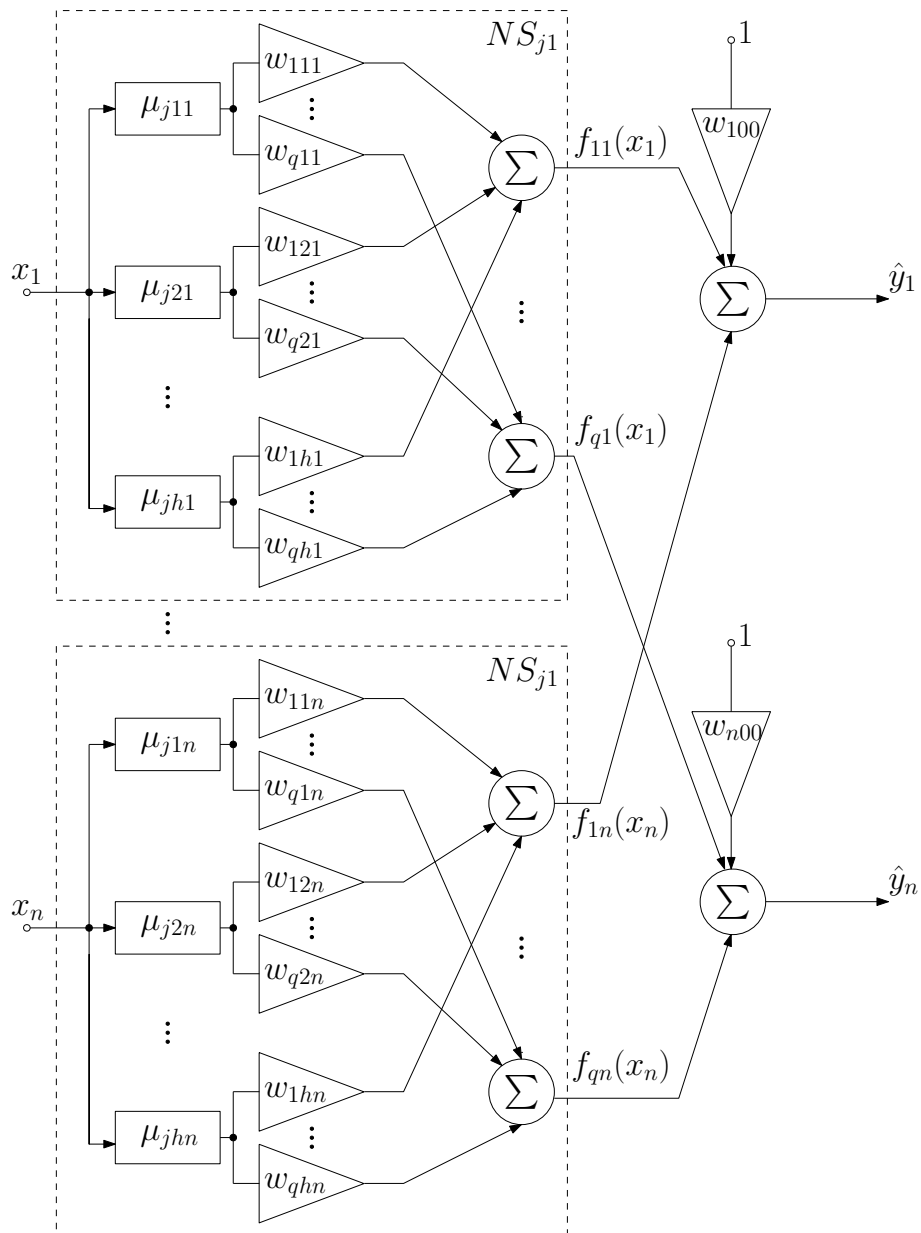


Рис. 1.4. Багатовимірний нео-фаззі нейрон

Навчання багатовимірного нео-фаззі нейрону можна реалізувати за допомогою матричної модифікації експоненційно-зваженого рекурентного методу найменших квадратів (1.11) у формі

$$\left\{ \begin{array}{l} W^{[1]j}(k+1) = W^{[1]j}(k) + \frac{(y(k+1) - W^{[1]j}(k)\mu^{[1]j}(k+1))(\mu^{[1]j}(k+1))^T P^{[1]j}(k)}{\alpha + (\mu^{[1]j}(k+1))^T P^{[1]j}(k)\mu^{[1]j}(k+1)}, \\ P^{[1]j}(k+1) = \frac{1}{\alpha} \left( P^{[1]j}(k) - \frac{P^{[1]j}(k)\mu^{[1]j}(k+1)(\mu^{[1]j}(k+1))^T P^{[1]j}(k)}{\alpha + (\mu^{[1]j}(k+1))^T P^{[1]j}(k)\mu^{[1]j}(k+1)} \right), \\ 0 < \alpha \leq 1 \end{array} \right. \quad (1.22)$$

або багатовимірного варіанту методу (1.12)

$$\left\{ \begin{array}{l} W^{[1]j}(k+1) = W^{[1]j}(k) + \frac{y(k+1) - W^{[1]j}(k)\mu^{[1]j}(k+1)}{r^{[1]j}(k+1)} \\ \quad \times (\mu^{[1]j}(k+1))^T, \\ r^{[1]j}(k+1) = \alpha r^{[1]j}(k) + \|\mu^{[1]j}(k+1)\|^2, \\ 0 \leq \alpha \leq 1, \end{array} \right. \quad (1.23)$$

де  $y(k+1) = (y^1(k+1), y^2(k+1), \dots, y^g(k+1))^T$ .

Аналогічним чином проводиться навчання інших каскадів, при цьому вектор функцій належності  $m$ -го каскаду  $\mu^{[m]j}(k+1)$  збільшує свою розмірність на  $(m-1)g$  компоненти, що їх утворили виходи попередніх каскадів.

**1.2.2. Метод визначення локально оптимального вихідного сигналу пулу багатовимірних нео-фаззі нейронів каскадної системи, що еволюціонує.** У цьому підрозділі запропоновано узагальнюючий нейрон  $GMN^{[m]}$  та рекурентний метод його навчання, щоб він об'єднував усі вихідні сигнали нейронів  $MNFN^{[m]}$  пулу каскаду у сигнал

$$\hat{y}^{*[m]}(k) = (\hat{y}_1^{*[m]}(k), \hat{y}_2^{*[m]}(k), \dots, \hat{y}_g^{*[m]}(k))^T \quad (1.24)$$

з точністю не меншою від точності будь-якого з сигналів  $\hat{y}_j^{[m]}(k)$ .

Розв'язати це завдання можна, знову скориставшись апаратом невизначених множників Лагранжа та адаптивного багатовимірного узагальненого прогнозування

Введемо до розгляду вихідний сигнал нейрону  $GMN^{[m]}$  у вигляді

$$\hat{y}^{*[m]}(k) = \sum_{j=1}^q c_j^{[m]} \hat{y}_j^{[m]}(k) = \hat{y}^{[m]}(k) c^{[m]}, \quad (1.25)$$

де  $\hat{y}^{[m]}(k) = (\hat{y}_1^{[m]}(k), \hat{y}_2^{[m]}(k), \dots, \hat{y}_q^{[m]}(k))^T$  –  $(g \times q)$ -матриця

$c^{[m]}$  –  $(q \times 1)$ -вектор коефіцієнтів узагальнення, що відповідають умовам незміщеності

$$\sum_{j=1}^q c_j^{[m]} = E^T c^{[m]} = 1, \quad (1.26)$$

$E = (1, 1, \dots, 1)^T$  – вектор, утворений одиницями.

Введемо критерій навчання

$$\begin{aligned} E^{[m]}(k) &= \sum_{\tau=1}^k \|y(\tau) - \hat{y}^{[m]}(\tau) c^{[m]}\|^2 \\ &= Tr\left((Y(k) - \hat{Y}^{[m]}(k) I \otimes c^{[m]})^T (Y(k) - \hat{Y}^{[m]}(k) I \otimes c^{[m]})\right) \end{aligned} \quad (1.27)$$

де  $Y(k) = (y^T(1), y^T(2), \dots, y^T(k))^T$  –  $(k \times s)$  матриця спостережень,

$$\hat{Y}^{[m]}(k) = \begin{pmatrix} \hat{y}_1^{[m]T}(1) & \hat{y}_2^{[m]T}(1) & \dots & \hat{y}_q^{[m]T}(1) \\ \hat{y}_1^{[m]T}(2) & \hat{y}_2^{[m]T}(2) & \dots & \hat{y}_q^{[m]T}(2) \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \hat{y}_1^{[m]T}(k) & \hat{y}_2^{[m]T}(k) & \dots & \hat{y}_q^{[m]T}(k) \end{pmatrix}, \quad (1.28)$$



де  $I$  – одинична  $(g \times g)$  матриця,

$\otimes$  – символ тензорного добутку.

З урахуванням ?? обмежень запишемо функцію Лагранжа

$$\begin{aligned}
 L^{[m]}(k) &= E^{[m]}(k) + \lambda(E^T c^{[m]} - 1) \\
 &= \sum_{\tau=1}^k \|y(\tau) - \hat{y}^{[m]}(\tau)c^{[m]}\|^2 + \lambda(E^T c^{[m]} - 1) \\
 &= Tr\left((Y(k) - \hat{Y}^{[m]}(k)I \otimes c^{[m]})^T (Y(k) - \hat{Y}^{[m]}(k)I \otimes c^{[m]})\right) \\
 &\quad + \lambda(E^T c^{[m]} - 1) \\
 &= Tr(V^{[m]T}(k)V^{[m]}(k)) + \lambda(E^T c^{[m]} - 1),
 \end{aligned} \tag{1.29}$$

де  $V^{[m]}(k) = Y(k) - \hat{Y}^{[m]}(k)I \otimes c^{[m]}$  –  $(k \times g)$  матриця оновлень.

Розв’язання системи рівнянь Каруша-Куна-Таккера

$$\begin{cases} \nabla_{c^{[m]}} L^{[m]}(k) = \vec{0}, \\ \frac{\partial L^{[m]}(k)}{\partial \lambda} = 0 \end{cases} \tag{1.30}$$

призводить до очевидного результату

$$\begin{cases} c^{[m]} = (R^{[m]}(k))^{-1} E (E^T (R^{[m]}(k))^{-1})^{-1} \\ \lambda = -2E^T (R^{[m]}(k))^{-1} E, \end{cases} \tag{1.31}$$

де  $R^{[m]}(k) = V^{[m]T}(k)V^{[m]}(k)$ .

Таким чином, можна організувати оптимальне об’єднання виходів усіх нейронів пулу кожного каскаду. Зрозуміло, що в якості таких нейронів можуть використовуватися не тільки багатовимірні нео-фаззі нейрони, але й будь-які інші конструкції, що реалізують нелінійне відображення  $R^{n+(m-1)g} \rightarrow R^g$ .

## СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

- [1] Angelov Plamen P, Filev Dimitar P. An approach to online identification of Takagi-Sugeno fuzzy models // Systems, Man, and Cybernetics, Part B: Cybernetics, IEEE Transactions on. — 2004. — Vol. 34, no. 1. — P. 484–498.
- [2] Angelov Plamen P., Lughofer Edwin. Data-driven evolving fuzzy systems using eTS and FLEXFIS: comparative analysis // Int. J. General Systems. — 2008. — Vol. 37, no. 1. — P. 45–67. — URL: <http://dx.doi.org/10.1080/03081070701500059>.
- [3] Bodyanskiy Yevgeniy, Grimm Paul, Teslenko Nataliya. Evolving cascaded neural network based on multidimensional Epanechnikov's kernels and its learning algorithm // Int. J. Information Technologies and Knowledge. — 2011. — Vol. 5, no. 1. — P. 25–30.
- [4] Bodyanskiy Yevgeniy, Kharchenko Oleksandra, Vynokurova Olena. Hybrid cascade neural network based on wavelet-neuron // Information Theories and Application. — 2011. — Vol. 18, no. 4. — P. 335–343.
- [5] Bodyanskiy Yevgeniy, Kokshenev Illya, Kolodyazhnyi Vitaliy. An adaptive learning algorithm for a neo fuzzy neuron. // EUSFLAT Conf. — 2003. — P. 375–379.
- [6] Bodyanskiy Yevgeniy, Viktorov Yevgen. The cascaded neo-fuzzy architecture using cubic-spline activation functions // Inf Theor Appl. — 2009. — Vol. 16, no. 3. — P. 245–259.
- [7] Bodyanskiy Yevgeniy, Viktorov Yevgen. 110 9 – Intelligent Processing THE CASCADE NEO-FUZZY ARCHITECTURE AND ITS ONLINE LEARNING ALGORITHM. — 2013. — URL: <http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/summary?doi=10.1.1.386.7492>.
- [8] Bodyanskiy Yevgeniy, Viktorov Yevgen, Pliss Iryna. International Book Series "Information Science and Computing "

25 THE CASCADE GROWING NEURAL NETWORK USING QUADRATIC NEURONS AND ITS LEARNING ALGORITHMS FOR ON-LINE INFORMATION PROCESSING. — 2013. — URL: <http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/summary?doi=10.1.1.386.9313>.

- [9] Bodyanskiy Ye V, Pliss IP, Solovyova T. Multistep optimal predictors of multidimensional non-stationary stochastic processes // Doklady AN USSR, series A. — 1986. — Vol. 12. — P. 47–49.
- [10] Chen L H, Chang S. An adaptive learning algorithm for principal component analysis. // IEEE transactions on neural networks / a publication of the IEEE Neural Networks Council. — 1995. — Vol. 6, no. 5. — P. 1255–63.
- [11] Cichocki A., Unbehauen R. Neural networks for optimization and signal processing // Journal of Signal Processing. — 1998. — Vol. 2. — P. 62–63.
- [12] Fahlman Scott E., Lebiere Christian. The cascade-correlation learning architecture // Advances in Neural Information Processing Systems 2. — Morgan Kaufmann, 1990. — P. 524–532.
- [13] Haykin S. Neural Networks: a Comprehensive Foundation. — New York, NY : Macmillan, 1994.
- [14] Bodyanskiy Yevgeniy, Dolotov Artem, Pliss Iryna, Viktorov Yevgen. International Book Series "Information Science and Computing" 13 THE CASCADE ORTHOGONAL NEURAL NETWORK. — 2008.
- [15] Jang Jyh-Shing Roger, Sun Chuen-Tsai, Mizutani Eiji. Neuro-fuzzy and soft computing: a computational approach to learning and machine intelligence. MATLAB curriculum series. — pub-PH:adr : Prentice-Hall, 1997. — P. xxvi + 614. — ISBN: 0-13-261066-3.
- [16] Kaczmarz S. Approximate solution of systems of linear equations // Int. J. Control,. — 1993. — Vol. vol. 53. — P. 1269–1271.
- [17] Kasabov Nikola. Evolving connectionist systems - the knowledge engineering approach (2. ed.). — Springer, 2007. — P. I–XXI, 1–457. — URL: <http://dx.doi.org/10.1007/978-1-84628-347-5>.
- [18] Kasabov Nikola K, Song Qun. DENFIS: dynamic evolving neural-fuzzy

- inference system and its application for time-series prediction // *Fuzzy Systems, IEEE Transactions on.* — 2002. — Vol. 10, no. 2. — P. 144–154.
- [19] Kolodyazhniy V, Bodyanskiy Ye. Cascaded multiresolution spline-based fuzzy neural network // *Proc. Int. Symp. on Evolving Intelligent Systems.* — 2010. — P. 26–29.
- [20] Kruschke John K, Movellan Javier R. Benefits of gain: Speeded learning and minimal hidden layers in back-propagation networks // *Systems, Man and Cybernetics, IEEE Transactions on.* — 1991. — Vol. 21, no. 1. — P. 273–280.
- [21] Ljung Lennart. *System Identification: Theory for the User.* — Prentice-Hall, Inc., 1999.
- [22] Lughofer Edwin. FLEXFIS: A Robust Incremental Learning Approach for Evolving Takagi-Sugeno Fuzzy Models // *IEEE T. Fuzzy Systems.* — 2008. — Vol. 16, no. 6. — P. 1393–1410. — URL: <http://dx.doi.org/10.1109/TFUZZ.2008.925908>.
- [23] Lughofer Edwin. *Evolving Fuzzy Systems - Methodologies, Advanced Concepts and Applications.* — Springer, 2011. — Vol. 266 of *Studies in Fuzziness and Soft Computing.* — P. 1–410. — ISBN: 978-3-642-18086-6. — URL: <http://dx.doi.org/10.1007/978-3-642-18087-3>; <http://dx.doi.org/10.1007/978-3-642-18087-3>.
- [24] Miki T., (Japan) T. Yamakawa. *Analog Implementation of Neo-Fuzzy Neuron and Its On-board Learning.* — WSEAS, 1999. — URL: <http://www.worldses.org/online/>.
- [25] Nechyba Michael C., Xu Yangsheng. *Cascade Neural Networks with Node-Decoupled Extended Kalman Filtering.* — 1997.
- [26] Otto Peter, Bodyanskiy Yevgeniy, Kolodyazhniy Vitaliy. A new learning algorithm for a forecasting neuro-fuzzy network // *Integrated Computer-Aided Engineering.* — 2003. — Vol. 10, no. 4. — P. 399–409. — URL: <http://content.iospress.com/articles/integrated-computer-aided-engineering/ica00163>.
- [27] Prechelt L. *Investigation of the CasCor Family of Learning Algorithms* //

- Neural Networks. — 1997. — Vol. 10, no. 5. — P. 885–896.
- [28] Silva F. M., Almeida L. B. Speeding up back-propagation // Advanced Neural Computers / Ed. by R. Eckmiller. — Amsterdam : Elsevier, 1990. — P. 151–158.
- [29] Veitch A. C., Holmes G. A Modified Quickprop Algorithm // Neural Computation. — 1991. — Vol. 3, no. 3. — P. 310–311.
- [30] Vorobyov Sergiy A., Cichocki Andrzej, Bodyanskiy Yevgeniy V. Adaptive Noise Cancellation For Multi-Sensory Signals. — 2001. — URL: <http://citeseer.ist.psu.edu/404753.html>.
- [31] Wang Li-Xin. Adaptive fuzzy systems and control - design and stability analysis. — Prentice Hall, 1994. — P. I–XVII, 1–232. — ISBN: 978-0-13-099631-2.
- [32] Wang Li-Xin, Mendel Jerry M. Fuzzy basis functions, universal approximation, and orthogonal least-squares learning // IEEE Transactions on Neural Networks. — 1992. — Vol. 3, no. 5. — P. 807–814. — URL: <http://dx.doi.org/10.1109/72.159070>.
- [33] Widrow B., Hoff M. E. Adaptive Switching Circuits // Proceedings WESCON. — 1960. — P. 96–104.
- [34] Yamakawa T., Tomoda S. A Neo Fuzzy Neuron and its Applications to System Identification and Prediction of the System Behaviour // Proc. 2nd Int. Conf. on Fuzzy Logic and Neural Networks (IIZUKA'92). — Iizuka, 1992. — P. 477–483.
- [35] Ye Bodyanskiy, Vynokurova E, Teslenko N. Cascade GMDH-wavelet-neuro-fuzzy network // Proc. of the 4th Intern. Workshop on Inductive Modelling IWIM 2011. — 2011. — P. 22–30.