
Observații:

1. Nu este permisă consultarea bibliografiei.
2. Toate întrebările sunt obligatorii.
3. Fiecare întrebare/item este notată cu un număr de puncte indicat în paranteză.
4. Algoritmii vor fi descriși în limbajul Alk (cel utilizat la curs). În formularea soluțiilor se vor utiliza definițiile și notațiile predate la curs. Descrieți conceptele utilizate în răspunsuri.
5. Nu este permisă utilizarea de foi suplimentare.
6. Răspunsurile deosebite pot primi bonusuri.
7. Timp de răspuns: 1 oră.

-
1. (15p) **Proiectare și analiză, baza** O secvență este creată începând cu un întreg pozitiv n și incrementând cu $(n + m)$ la al m -lea pas. Dacă $n = 10$, secvența rezultată va fi $(10, 21, 33, 46, 60, 75, 91, 108, 126, \dots)$. Fie $S(p)$ subsecvența de elemente mai mici decât sau egale cu p .

Problema P1 constă în calcularea numărului de elemente din $S(p)$ care sunt pătrate perfecte.

- (a) (3p) Să se precizeze P1 urmând structura de mai jos. Formulările trebuie să fie cât mai precise și complete (nu sunt notate formulări de forma "altfel", "în celelalte cazuri", ...).

Problem domain: Să se definească un predicat $\text{isSquare}(x)$ ce are loc dacă x este pătrat perfect.

Input:

Output:

- (b) (3p) Să se scrie un algoritm în Alk, sub formă de funcție, care calculează $\text{isSquare}(x)$.

- (c) (3p) Să se scrie un algoritm în Alk, sub formă de funcție, care rezolvă P1.

- (d) (6p) Să se determine timpul de execuție pentru cazul cel mai nefavorabil pentru algoritmul ce rezolvă P1:

- (2p) Dimensiunea unei instanțe:
- (1p) Ce operații sunt analizate și care este timpul de execuție pentru fiecare:
- (2p) Cazul cel mai nefavorabil:
- (1p) Timpul pentru cazul cel mai nefavorabil:

2. (10p) **Algoritmi probabiliști, complexitate medie.**

Se consideră următoarea problemă:

Problem domain: Un semipalindrom este o secvență de elemente cu proprietatea că subsecvența elementelor de pe poziții pare este un palindrom (această subsecvență citită de la stânga la dreapta sau de la dreapta la stânga rămâne neschimbată).

Instance: Un tablou unidimensional a cu un număr par de elemente din $\{1, 2, 3\}$.

Question: Este A un semipalindrom?

- (a) (2p) Să se descrie în Alk un algoritm determinist, ca o funcție, care rezolvă problema.

- (b) (2p) Să se determine valorile posibile $\{c_0, c_1, \dots\}$ pentru numărul $C(n)$ de comparații dintre elementele lui a efectuate de o execuție a algoritmului.

- (c) (2p) Pentru $i \neq j$, care este probabilitatea ca $a[i]$ și $a[j]$ să fie egale? Presupuneți că tabloul din datele de intrare este ales aleatoriu uniform.

- (d) (2p) Să se determine probabilitatea p_i ca $C(n) = c_i$.

- (e) (2p) Să se calculeze numărul mediu (așteptat) de comparații.

3. (10p) **Probleme NP-complete.**

- (a) (4p) Definiți noțiunea de problemă NP-dificilă.

- (b) (3p) Definiți problema SUBSET-SUM și arătați că este în NP.

- (c) (3p) Găsiți graful asociat formulei $(\neg x_1 \vee \neg x_2 \vee \neg x_3) \wedge (x_1 \vee \neg x_2 \vee \neg x_3) \wedge (\neg x_1 \vee x_2 \vee \neg x_3)$ de reducerea de la 3-SAT la MAXIMUM-INDEPENDENT-SET prezentată la curs.

Ciornă
