Урок 3

Д/з: Задания 2:

(1) $\vec{x}_1 = \begin{bmatrix} 10 \\ 10 \\ 10 \end{bmatrix}$ $\vec{x}_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -10 \end{bmatrix}$

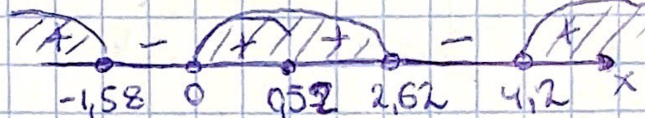
$\vec{x}_1 + \vec{x}_2 = \begin{bmatrix} 10 \\ 10 \\ 0 \end{bmatrix}$

(4) 1) Пусть задана пл-ть $Ax + By + Cz + D = 0$, то $\parallel$ ей плоскость будет $Ax + By + Cz + D_2 = 0$ $\Rightarrow$ чтобы эта пл-ть проходила через начало координат $D_2 = 0 \Rightarrow Ax + By + Cz = 0$

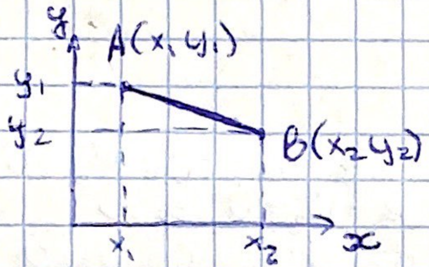
2) Прямая должна иметь с пл-тью хотя бы две общие (.) $\Rightarrow$ берем две (.) на прямой и проверим: если они принадлежат пл-ти $\Rightarrow$ прямая принадлежит пл-ти.

Задание 5:

① $\begin{cases} y = x^2 - 1 \\ e^x + x(1-y) > 1 \end{cases}$ с помощью пр-мы найти корни:



②



с помощью ортогонального преобразования получим новые (•): A' и B'

по условию $\Delta \neq 0$

$a_{11}^2 + a_{21}^2 = 1$

$a_{12}^2 + a_{22}^2 = 1$

$a_{11} \cdot a_{12} + a_{21} a_{22} = 0$

$$|AB|^2 = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2$$

и $|A'B'|^2 = [a_{11}(x_2 - x_1) + a_{12}(y_2 - y_1)]^2 + [a_{21}(x_2 - x_1) + a_{22}(y_2 - y_1)]^2 =$

$= a_{11}^2 (x_2 - x_1)^2 + 2 a_{11} a_{12} (x_2 - x_1)(y_2 - y_1) + a_{12}^2 (y_2 - y_1)^2 +$

$+ a_{21}^2 (x_2 - x_1)^2 + 2 a_{21} a_{22} (x_2 - x_1)(y_2 - y_1) + a_{22}^2 (y_2 - y_1)^2 =$

$= (x_2 - x_1)^2 \underbrace{(a_{11}^2 + a_{21}^2)}_{=1} + (y_2 - y_1)^2 \underbrace{(a_{12}^2 + a_{22}^2)}_{=1} + 2(x_2 - x_1)(y_2 - y_1)\underbrace{(a_{21} a_{22} + a_{11} a_{12})}_{=0} = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2$ ч.т.д.

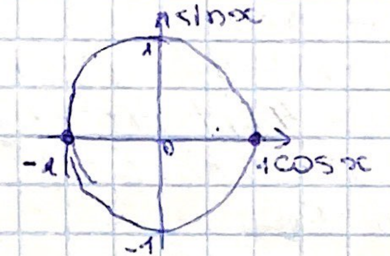
$\Rightarrow$

$|A'B'| = |AB|$

Урок 4

Д/з. ① $\frac{\sin x}{x}=0$

$\begin{cases}\sin x=0\\ x\neq 0\end{cases}$ $\begin{cases}x=\pi k,\ k\in\mathbb{Z}\\ x\neq 0\end{cases}$ $\Rightarrow x=\pi k,\ k\in[1,2$



Ответ: $x=\pi k,\ k\in[1,2,3\ldots]$

17.6.2 $\begin{cases}4y-3x+12=0\\ 7y+x-14=0\end{cases}$

$\cos\varphi=\frac{-3\cdot 1+4\cdot 7}{\sqrt{9+16}\cdot\sqrt{1+49}}=\frac{-25}{5\sqrt{50}}=-\frac{5}{\sqrt{50}}=-\frac{5}{5\sqrt{2}}=-\frac{\sqrt{2}}{2}\Rightarrow$

$\Rightarrow \varphi=135^\circ$

17.6.4 $x=\sqrt{2} \Rightarrow k_1=0$

$x=-\sqrt{3} \Rightarrow k_2=0$

$tg\,\varphi=0 \Rightarrow \varphi=0^\circ$

17.6.5 $y^2-2x-2y-5=0$ – парабола

17.6.6 $3x^2+5y^2+12x-30y+42=0$

$3x^2+12x=3(x^2+4x)=3(x^2+4x+4)-12=$
$=3(x+2)^2-12$

$5y^2-30y=5(y^2-6y)=5(y^2-6y+9)-45=$
$=5(y-3)^2-45$

$3(x+2)^2-12+5(y-3)^2-45+42=0$

$3(x+2)^2+5(y-3)^2=15 \quad |:15$

$\frac{(x+2)^2}{5}+\frac{(y-3)^2}{3}=1 \Rightarrow$ эллипс с центром $(-2;3)$

(17.6.7.) $2x^2-y^2+6y-7=0$

$-y^2+6y=-(y^2-6y+9)+9=-(y-3)^2+9$

$2x^2-(y-3)^2+9-7=0$

$2x^2-(y-3)^2=-2 \quad |:2$

$x^2-\frac{(y-3)^2}{2}=-1$

(17.6.8.) $2x^2-3y^2-28x-42y-55=0$

$2x^2-28x=2(x^2-14x+49)-98=2(x-7)^2-98$

$-3y^2-42y=-3(y^2+14y+49)+147=-3(y+7)^2+147$

$2(x-7)^2-98-3(y+7)^2+147-55=0$

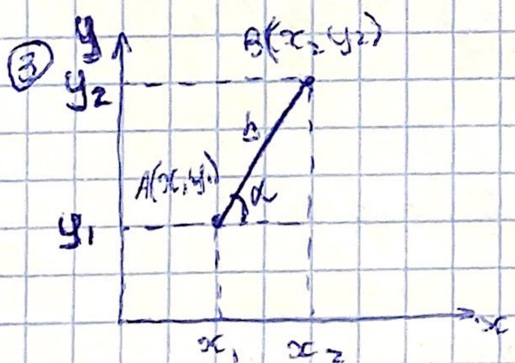
$2(x-7)^2-3(y+7)^2=6 \quad |:6$

$\frac{(x-7)^2}{3}-\frac{(y+7)^2}{2}=1 \Rightarrow$ гипербола

(2) Первым делом нужно найти (.) пересечения первых 2х прямых ~~...~~ (с помощью системы уравнений: $\begin{cases} y=k_1x+b_1 \\ y=k_2x+b_2 \end{cases}$, если решение есть $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ это и есть (.) пересечения. Далее подставляем полученную (.) в третью прямую и проверяем: если все сходится $\Rightarrow$ все три прямые пересекаются

(3)



AB – игла длиной b, где координаты $A(x_1,y_1)$ – дано,

$B(x_2,y_2)$: $x_2=x_1+b\cdot\cos\alpha$

$y_2=y_1+b\cdot\sin\alpha$

Далее проверяем лежит игла между двух прямых или пересекает одну из двух (проверяем

~~условие~~ условие $\begin{cases} a_1=c, \text{ где } c-\text{const} \\ a_2=c+a \end{cases}$):

если ~~$y_1>a_1$ и $y_2<$~~ $a_1<y_1<a_2$ и $a_1<y_2<a_2 \Rightarrow$ не пересек.

если $\begin{rcases} a_1<y_1>a_2 \\ a_1<y_2>a_2 \end{rcases} \Rightarrow$ не пересек.