

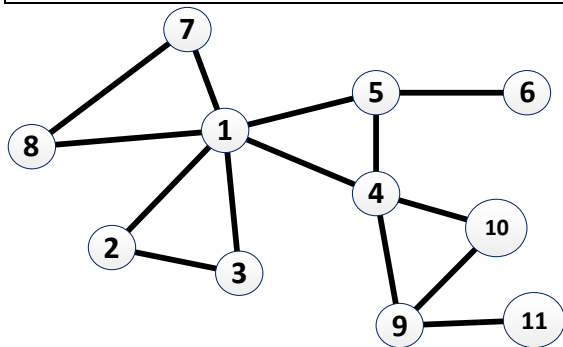
Subiectul 1

Se dă un graf neorientat conex cu $n > 3$ vârfuri și $m > n$ muchii. Să se afișeze punctele critice în care **nu** sunt incidente muchii critice. Pentru fiecare astfel de punct se va afișa numărul de componente biconexe care îl conțin, fără a memora componentele biconexe ale grafului și fără a memora muchiile critice. $O(m)$

Informațiile despre graf se citesc din fișierul graf.in cu structura:

- pe prima linie sunt n și m
- pe următoarele m linii sunt câte 2 numere naturale reprezentând extremitățile unei muchii

graf.in	lesire pe ecran (nu neaparat in aceasta ordine)
11 14 1 2 1 3 2 3 1 4 1 5 4 5 5 6 1 7 7 8 1 8 4 9 9 10 10 4 9 11	Puncte critice cerute: 1 – continut in 3 componente biconexe 4 - continut in 2 componente biconexe



Subiectul 2

Se citesc informații despre un graf **orientat** ponderat G din fișierul `graf.in`. Fișierul are următoarea structură:

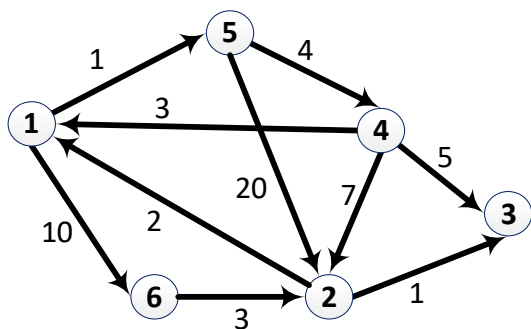
- Pe prima linie sunt două numere reprezentând numărul de vârfuri n ($n > 4$) și numărul de arce m ale grafului, $m > n$
- Pe următoarele m linii sunt câte 3 numere întregi **pozitive** reprezentând extremitatea inițială, extremitatea finală și costul unui arc din graf
- Pe penultima linie este un număr natural b
- Pe ultima linie este un număr s reprezentând un nod sursă în graf.

În punctul s se află un călător care are bugetul b .

a) Să se determine un cel mai depărtat nod v din graf la care călătorul poate ajunge din s printr-un drum (elementar) de cost cel mult b , cât să se încadreze în buget (acel vârf pentru care se obține $\max\{d(s,u) \mid d(s,u) \leq b, u \text{ vârf în } V\}$) și să se afișeze un drum de cost minim de la s la v . Dacă sunt mai multe astfel de noduri se va alege cel cu indicele cel mai mic.

b) Observând că un circuit este format totuși dintr-un drum și un arc, călătorul va mai roagă să determinați în plus dacă poate face un traseu de cost cel mult b care pornește din s și se termina tot în s fără a trece de mai multe ori prin același vârf, altfel spus să determinați dacă există un circuit elementar în G de cost mai mic sau egal cu b care conține s și, în caz afirmativ, să afișați un astfel de circuit. **Complexitate $O(m \log(n))$**

graf.in	Ieșire pe ecran
6 10 1 5 1 1 6 10 2 1 2 4 1 3 5 2 20 5 4 4 4 2 7 4 3 5 2 3 1 6 2 3 11 1	a) v=3 1 5 4 3 b) 1 5 4 1



$d(1, 2) = 12$
 $d(1, 3) = 10$
 $d(1, 4) = 5$
 $d(1, 5) = 5$
 $d(1, 6) = 1$
 $d(1, 7) = 10$
 $b = 11 \Rightarrow$ cele mai mari distanțe mai mici sau egale cu 11 sunt $d(1, 3)$ și $d(1, 7)$

Subiectul 3

a) Se dau un număr natural n și două șiruri de n numere naturale s_in și s_out . Folosind algoritmul de determinare a unui flux maxim într-o rețea de transport, să se determine, dacă există, un graf orientat G cu secvența gradelor de intrare s_in și cu secvența gradelor de ieșire s_out . Se vor afișa arcele grafului dacă acesta există, și un mesaj corespunzător altfel.

b) În cazul în care graful cerut la G nu există, să determine dacă există două numere i, j cuprinse între 1 și n (nu neapărat distincte) astfel încât se poate construi un graf G' cu secvența gradelor de intrare egală cu șirul obținut din s_in scăzând 1 din elementul i , și cu secvența gradelor de ieșire obținută din s_out scăzând 1 din elementul j . Se vor afișa arcele grafului G' dacă acesta există, și un mesaj corespunzător altfel.

c) În cazul în care graful cerut la G nu există, determinați dacă există un multigraf orientat G cu secvența gradelor de intrare s_in și cu secvența gradelor de ieșire s_out fără bucle (arce cu extremitățile egale).

Secvențele s_in și s_out se vor citi din fișierul `secvente.in` cu următoarea structură: pe prima linie este n , pe a doua linie elementele lui s_in separate prin spațiu, iar pe a treia linie elementele lui s_out separate prin spațiu.

Complexitate $O(mn^2)$, unde m este suma numerelor din s_in

secvente.in	iesire pe ecran (solutia nu este unica)
3	a)
1 0 3	nu exista
2 2 0	b)
	1 3
	2 1
	2 3
	(i=3,j=1)
	c)
	1 3
	1 3
	2 1
	2 3