

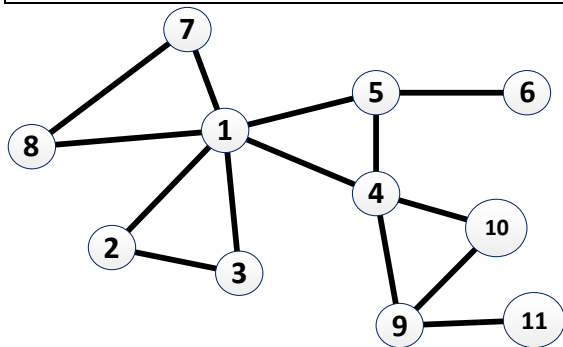
Subiectul 1

Se dă un graf neorientat conex cu $n > 3$ vârfuri și $m > n$ muchii. Să se afișeze punctele critice în care **nu** sunt incidente muchii critice. Pentru fiecare astfel de punct se va afișa numărul de componente biconexe care îl conțin, fără a memora componentele biconexe ale grafului și fără a memora muchiile critice. $O(m)$

Informațiile despre graf se citesc din fișierul graf.in cu structura:

- pe prima linie sunt n și m
- pe următoarele m linii sunt câte 2 numere naturale reprezentând extremitățile unei muchii

graf.in	lesire pe ecran (nu neaparat in aceasta ordine)
11 14 1 2 1 3 2 3 1 4 1 5 4 5 5 6 1 7 7 8 1 8 4 9 9 10 10 4 9 11	Puncte critice cerute: 1 – continut in 3 componente biconexe 4 - continut in 2 componente biconexe



Subiectul 2

Se citesc informații despre un graf **orientat** ponderat G din fișierul `graf.in`. Fișierul are următoarea structură:

- Pe prima linie sunt două numere reprezentând numărul de vârfuri n ($n > 4$) și numărul de arce m ale grafului, $m > n$
- Pe a doua linie din fișier sunt un număr natural k ($0 < k < n$) și un șir de k vârfuri reprezentând vârfurile sursă ale grafului s_1, \dots, s_k
- Pe a treia linie a fișierului sunt trei vârfuri, reprezentând vârfurile destinație t_1, t_2, t_3 din G .
- Pe următoarele m linii sunt câte 3 numere întregi **pozitive** reprezentând extremitatea inițială, extremitatea finală și costul unui arc din graf

Notăm cu $S = \{s_1, \dots, s_k\}$ mulțimea vârfurilor sursă din G și cu $T = \{t_1, t_2, t_3\}$ mulțimea vârfurilor destinație din G . Spunem că un vârf y este accesibil din x în G dacă există un drum de la x la y . Să se determine pentru fiecare vârf destinație $t \in T$ un vârf sursă $s \in S$ cu proprietatea că t este accesibil din s și distanța de la s la t este minimă (s este o sursă din care se poate ajunge cel mai repede în t) și să se afișeze un drum minim de la s la t . Dacă nu există o astfel de sursă se va afișa un mesaj corespunzător. **Complexitate $O(m \log(n))$**

graf.in	Iesire pe ecran
6 8	t=3 s=2 drum minim 2 4 3
2 1 2	t=4 s=2 drum minim 2 4
3 4 6	t=6 nu exista s
1 2 3	
6 1 10	
6 2 2	
2 4 1	
4 3 1	
5 3 4	
1 5 5	
3 2 7	



$k=2, S = \{1, 2\}$

$t_1=3, t_2=4, t_3=6 \Rightarrow T=\{3,4,6\}$

$t=3$: distanta(1,3)=5, distanta(2,3)=2

Cea mai mică este distanta(2,3) $\Rightarrow s=2$, drum minim 2 4 3

$t=4$: distanta(1,4)=4, distanta(2,4)=1 $\Rightarrow s=2$, drum minim 2 4

$t=6$: distanta(1,6)= ∞ , distanta(2,6)= $\infty \Rightarrow$ nu există s

Subiectul 3

Se dau n depozite de frigidere numerotate $1 \dots n$ și m magazine numerotate $n+1, \dots, n+m$. Pentru fiecare depozit i se cunoaște $c(i)$ = câte frigidere există în depozit, iar pentru fiecare magazin j se cunoaște $c(j)$ = numărul de frigidere de care are nevoie la momentul actual. Fiecare magazin are contracte cu anumite depozite. În contractul dintre magazinul j și depozitul i este trecută cantitatea maximă de frigidere care poate fi livrată de la depozitul i la magazinul j la un anumit moment, notată $w(i,j)$. Datele se vor citi din fișierul `magdep.in` cu următoarea structură:

- pe prima linie sunt numerele naturale n și m
- pe a doua linie este un șir de n numere naturale reprezentând cantitatea de frigidere existente în fiecare dintre cele n depozite
- pe a treia linie este un șir de m numere naturale reprezentând numărul de frigidere de care are nevoie fiecare dintre cele m magazine
- pe a patra linie este un număr natural k reprezentând numărul de contracte dintre magazine și depozite
- pe următoarele k linii sunt triplete de numere naturale $i \ j \ w$ (separate prin spațiu) cu semnificația: de la depozitul i la magazinul j se pot transporta maxim w frigidere.

Să se determine, dacă există, o modalitate de a livra frigidere de la depozite la magazine respectând condițiile din contracte, astfel încât toate magazinele să primească cantitatea de frigidere de care are nevoie. **Complexitate $O((n+m)k^2)$**

Rezultatul se va afișa sub forma prezentată în exemplul de mai jos.

Observație: Putem modela problema cu un graf bipartit depozite-magazine (cu vârfuri corespunzătoare depozitelor și magazinelor și muchii reprezentând existența unui contract între magazin și depozit). Dacă $c(i) = 1$ pentru fiecare depozit, $c(j)=1$ pentru fiecare magazin și $w(i, j)=1$ pentru orice contract, atunci problema se reduce la a determina un cuplaj de cardinal maxim în graful bipartit depozite-magazine și a verifica dacă orice vârf magazin este saturat.

Se acorda 1p dacă se rezolvă doar problema pentru $c(i) = 1$ pentru fiecare depozit, $c(j)=1$ pentru fiecare magazin și $w(i, j)=1$ pentru orice contract

magdep.in	iesire pe ecran (solutia nu este unica)
3 3	1 5 6
6 5 6	2 4 2
7 8 1	2 5 2
7	2 6 1
1 4 6	3 4 5
1 5 6	
2 4 3	
2 5 2	
2 6 3	
3 4 8	
3 6 2	

