

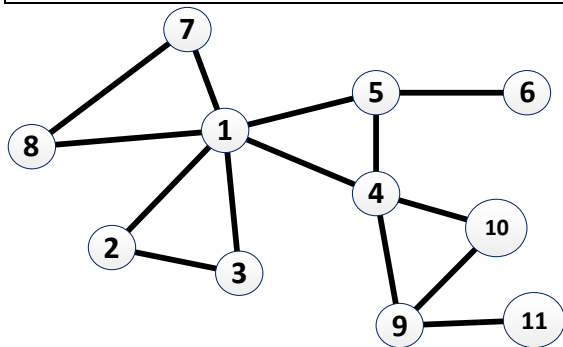
## Subiectul 1

Se dă un graf neorientat conex cu  $n > 3$  vârfuri și  $m > n$  muchii. Să se afișeze punctele critice în care **nu** sunt incidente muchii critice. Pentru fiecare astfel de punct se va afișa numărul de componente biconexe care îl conțin, fără a memora componentele biconexe ale grafului și fără a memora muchiile critice.  $O(m)$

Informațiile despre graf se citesc din fișierul graf.in cu structura:

- pe prima linie sunt  $n$  și  $m$
- pe următoarele  $m$  linii sunt câte 2 numere naturale reprezentând extremitățile unei muchii

graf.in	lesire pe ecran (nu neaparat in aceasta ordine)
11 14 1 2 1 3 2 3 1 4 1 5 4 5 5 6 1 7 7 8 1 8 4 9 9 10 10 4 9 11	Puncte critice cerute: 1 – continut in 3 componente biconexe 4 - continut in 2 componente biconexe



## Subiectul 2

Se citesc informații despre un graf **orientat fără circuite**  $G$  din fișierul `graf.in`.

Fișierul are următoarea structură:

- Pe prima linie sunt două numere reprezentând numărul de vârfuri  $n$  ( $n > 4$ ) și numărul de arce  $m$  ale grafului
- Pe următoarele  $m$  linii sunt câte 3 numere întregi reprezentând extremitatea inițială, extremitatea finală și costul unui arc din graf (costul unui arc poate fi și **negativ**).
- Pe penultima linie este un nod sursa  $s$
- Pe ultima linie sunt un număr natural  $k$  ( $0 < k < n$ ) reprezentând numărul de vârfuri destinație și  $k$  numere naturale  $t_1, t_2, \dots, t_k$  reprezentând vârfuri destinație din  $G$ .

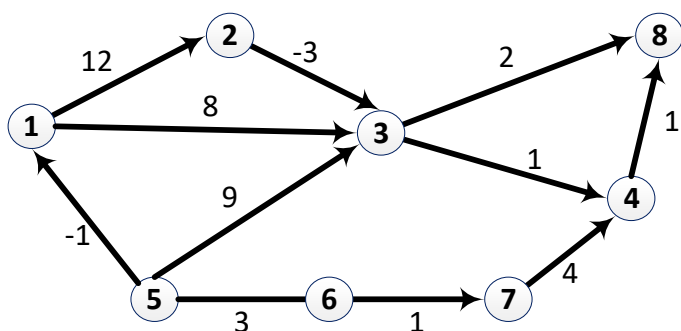
Spunem că un vârf  $y$  este accesibil din  $x$  în  $G$  dacă există un drum de la  $x$  la  $y$ . Presupunem că există cel puțin un vârf destinație care este accesibil din vârful sursă  $s$ .

- a) Să se determine un vârf destinație care este cel mai depărtat de  $s$ , dar care este accesibil din  $s$  (un vârf destinație  $t$  pentru care  $d(s, t) = \max \{d(s, t_i) \mid i = 1, \dots, k, t_i \text{ accesibil din } s\}$ ).

**Complexitate  $O(n+m)$**

- b) Pentru vârfurile  $s$  și  $t$  de la a) să se determine dacă există mai multe drumuri minime de la  $s$  la  $t$ . Dacă există doar unul, se va afișa acest drum, dacă nu se vor afișa două dintre drumurile minime de la  $s$  la  $t$ . **Complexitate  $O(n+m)$**

graf.in	iesire pe ecran (nu este unică)
8 11 1 2 12 2 3 -3 1 3 8 3 8 2 3 4 1 4 8 1 5 1 -1 5 3 9 5 6 3 6 7 1 7 4 4 5 2 8 4	a) 8 b) 5 6 7 4 8 5 1 3 8



Explicații:

Sursa este 5, destinațiile sunt 8 și 4

$d(5, 8) = 9$

$d(5, 4) = 8 \Rightarrow$  cea mai depărtată destinație de 5 este 8

### Subiectul 3

a) Se dau un număr natural  $n$  și două șiruri de  $n$  numere naturale  $s\_in$  și  $s\_out$ . Folosind algoritmul de determinare a unui flux maxim într-o rețea de transport, să se determine, dacă există, un graf orientat  $G$  cu secvența gradelor de intrare  $s\_in$  și cu secvența gradelor de ieșire  $s\_out$ . Se vor afișa arcele grafului dacă acesta există, și un mesaj corespunzător altfel.

b) În cazul în care graful cerut la  $G$  nu există, să determine dacă există două numere  $i, j$  cuprinse între 1 și  $n$  (nu neapărat distincte) astfel încât se poate construi un graf  $G'$  cu secvența gradelor de intrare egală cu șirul obținut din  $s\_in$  scăzând 1 din elementul  $i$ , și cu secvența gradelor de ieșire obținută din  $s\_out$  scăzând 1 din elementul  $j$ . Se vor afișa arcele grafului  $G'$  dacă acesta există, și un mesaj corespunzător altfel.

c) În cazul în care graful cerut la  $G$  nu există, determinați dacă există un multigraf orientat  $G$  cu secvența gradelor de intrare  $s\_in$  și cu secvența gradelor de ieșire  $s\_out$  fără bucle (arce cu extremitățile egale).

Secvențele  $s\_in$  și  $s\_out$  se vor citi din fișierul `secvente.in` cu următoarea structură: pe prima linie este  $n$ , pe a doua linie elementele lui  $s\_in$  separate prin spațiu, iar pe a treia linie elementele lui  $s\_out$  separate prin spațiu.

**Complexitate  $O(mn^2)$** , unde  $m$  este suma numerelor din  $s\_in$

secvente.in	iesire pe ecran (solutia nu este unica)
3	a)
1 0 3	nu exista
2 2 0	b)
	1 3
	2 1
	2 3
	(i=3,j=1)
	c)
	1 3
	1 3
	2 1
	2 3