Subiectul 1

Se dă un graf neorientat conex cu n>3 vârfuri, m muchii, m>n și un vârf s.
Să se afișeze muchiile a doi arbori parțiali ai grafului, T1 și T2, dintre care unul, T1, este arbore de distante față de s ($d_{T1}(s, u) = d_G(s, u)$ pentru orice vârf u din G), iar celălalt, T2, nu este arbore de distanțe față de s. Se va afișa în plus un vârf u pentru care $d_{T2}(s, u) \neq d_G(s, u)$.
Complexitate O(m)
Informațiile despre graf se citesc din fișierul ***graf.in*** cu structura:

- pe prima linie sunt n și m
- pe următoarele m linii sunt câte 2 numere naturale reprezentând extremitățile unei muchii
- pe ultima linie este vârful s

($d_G(x,y)$ = distanța de la x la y în G)

graf.in	***Iesire pe ecran (solutia nu este unica)***
4 5 1 2 1 3 2 3 2 4 3 4 1	T1: 1 2 1 3 2 4 T2: 1 2 2 3 2 4 u = 3

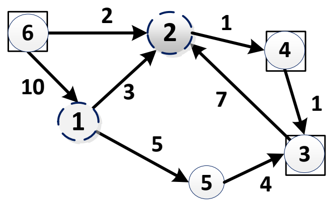
Subiectul 2

Se citesc informații despre un graf **orientat** ponderat G din fișierul `graf.in`. Fișierul are următoarea structură:

- Pe prima linie sunt două numere reprezentând numărul de vârfuri n (n>4) și numărul de arce m ale grafului, **m>n**
- Pe a doua linie din fișier sunt un număr natural k (0<k<n) și un șir de k vârfuri reprezentând vârfurile sursă ale grafului $s_1,\ldots,s_k$
- Pe a treia linie a fișierului sunt trei vârfuri, reprezentând vârfurile destinație t_1, t_2, t_3 din G.
- Pe următoarele m linii sunt câte 3 numere întregi **pozitive** reprezentând extremitatea inițială, extremitatea finală și costul unui arc din graf

Notăm cu $S = \{s_1,\ldots,s_k\}$ mulțimea vârfurilor sursă din G și cu $T=\{t_1, t_2, t_3\}$ mulțimea vârfurilor destinație din G. Spunem că un vârf y este accesibil din x în G dacă există un drum de la x la y. Să de determine pentru fiecare vârf destinație $t \in T$ un vârf sursă $s \in S$ cu proprietatea că t este accesibil din s și distanța de la s la t este minimă (s este o sursă din care se poate ajunge cel mai repede în t) și să se afișeze un drum minim de la s la t. Dacă nu există o astfel de sursă se va afișa un mesaj corespunzător. **Complexitate O(mlog(n))**

graf.in	Iesire pe ecran
6 8 2 1 2 3 4 6 1 2 3 6 1 10 6 2 2 2 4 1 4 3 1 5 3 4 1 5 5 3 2 7	t=3 s=2 drum minim 2 4 3 t=4 s=2 drum minim 2 4 t=6 nu exista s



k=2 , S = {1, 2}

$t_1=3$, $t_2= 4$, $t_3=6 \Rightarrow T=\{3,4,6\}$

t=3: distanta(1,3)=5, distanta(2,3)=2

Cea mai mică este distanta(2,3) ⇒ s=2, drum minim 2 4 3

t=4: distanta(1,4)=4, distanta(2,4)=1 ⇒ s=2, drum minim 2 4

t=6: distanta(1,6)= ∞, distanta(2,6)=∞ ⇒ nu există s

Subiectul 3

Se dau n fabrici de monitoare numerotate 1...n și m depozite numerotate n+1,.., n+m. Pentru fiecare fabrica i se cunoaște c(i) = câte monitoare au fost produse la momentul curent, iar pentru fiecare depozit j se cunoaște c(j) = numărul de monitoare pe care le poate depozita la momentul curent. Fiecare fabrică are contracte cu anumite depozite. În contractul dintre fabrica i și depozitul j este trecută cantitatea maximă de monitoare care poate fi trimisă spre depozitare de la fabrica i la depozitul j, notată w(i,j). Datele se vor citi din fișierul fabrici.in cu următoarea structură:

- pe prima linie sunt numerele naturale n și m
- pe a doua linie este un șir de n numere naturale reprezentând cantitatea de monitoare existente în fiecare dintre cele n fabrici
- pe a treia linie este un șir de m numere naturale reprezentând numărul de monitoare pe care le poate depozita fiecare dintre cele m depozite
- pe a patra linie este un număr k reprezentând numărul de contracte dintre fabrici și depozite
- pe următoarele k linii sunt triplete de numere naturale i j w (separate prin spatiu) cu semnificația: de la fabrica i la depozitul j se pot trimite maxim w monitoare.

Să se determine, dacă există, o modalitate de a depozita toate monitoarele existente în fabrici la momentul curent în depozite respectând condițiile din contracte și capacitatea de depozitare a fiecărui depozit. **Complexitate $O((n+m)k^2)$**

Rezultatul se va afișa sub forma prezentată în exemplul de mai jos.

Observație: Putem modela problema cu un graf bipartit fabrici-depozite (cu vârfuri corespunzătoare fabricilor și depozitelor și muchii reprezentând existența unui contract între fabrică și depozit). Dacă c(i) = 1 pentru fiecare fabrică i, c(j)=1 pentru fiecare depozit și w(i, j)=1 pentru orice contract, atunci problema se reduce la a determina un cuplaj de cardinal maxim în graful bipartit fabrici-depozite și a verifica dacă orice vârf fabrică este saturat.

Se acorda 1p daca se rezolva doar problema pentru c(i) = 1 pentru fiecare fabrică i, c(j)=1 pentru fiecare depozit și w(i, j)=1 pentru orice contract

fabrici.in	Iesire pe ecran (solutia nu este unica)
3 3 6 5 4 7 5 4 7 1 4 7 1 5 5 2 4 3 2 5 2 2 6 3 3 4 5 3 6 2	1 4 3 1 5 3 2 4 2 2 5 2 2 6 1 3 4 2 3 6 2