1.

q : ~~3~~ ~~0~~ 2 4

V : 3 0 2 4 1

dist	~~inf~~ 1	~~inf~~ 7	~~inf~~ 2	~~inf~~ 0	~~inf~~ ~~7~~ 4	~~inf~~ 10
i	0	1	2	3	4	5

dist[3] = 0 și adaugăm 3 în coadă

dist[0] = 1 ———"———

d[2] = 2 ———"———

d[4] = 7 ———"———

d[4] = 4

d[5] = 10

d[4] = 7

Pt fiecare pas, luăm vecinul și îl punem în coada și actualizăm dist din el

Dist ~~...~~ (3, 4) este 7.

Actualizăm un nod cu dist. min mereu.

d[vecin] = min(d[vecin], d[nod] + cost_muchie)

2) v = 1

marcăm 1 ca vizitat și adăugăm muchiile incidente lui

într-un heap după cost

Scoatem cea mai ieftină muchie adică 1-4

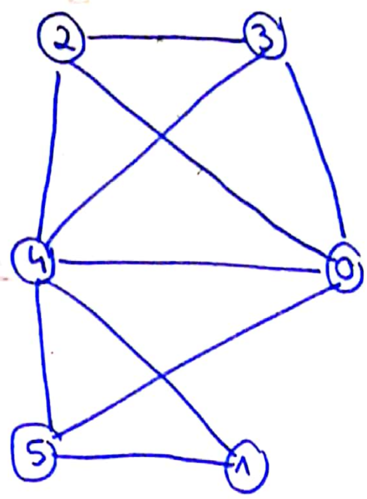
Marcăm 4 adăugăm muchiile incidente

Se alege mereu muchia de cost min către un nod

nevizitat.

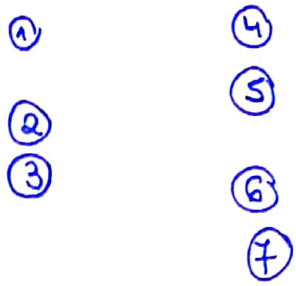
1-4, 4-0, 0-3, 0-2

3)



graful nu e bipartit pt că nu putem face o 2-colorare

nr de muchii într-un graf bipartit cu 7 noduri



$4+4+4=12$

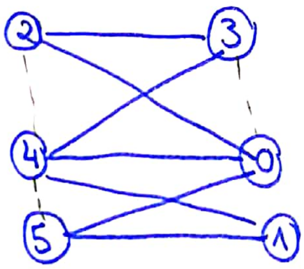
- leg fiecare nod din stânga de fiecare nod din dreapta

$$\left[\frac{7\cdot 7}{4}\right] = \left[\frac{49}{4}\right] = 12$$

- trebuie să am 9 muchii maxim pt ca graful de mai sus să fie bipartit

$$\left[\frac{6\cdot 6}{4}\right] = [9] = 9$$

elim 3 muchii: (2,4), (3,0), (4,5)



4) G are un lanț eulerian <=> are cel mult două vf de gr impar (exact o sau fix două) și toate nodurile de gr nenul aparțin unei singure comp conexe.

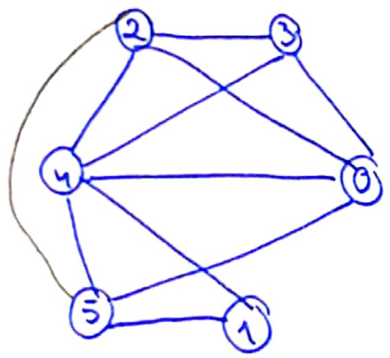
	0	1	2	3	4	5
grad	[4	2	3	3	5	3]

=> avem 4 vf de gr impar

-> deci adăugăm o muchie între două vf de gr impar

putem adouga fie (2, 5), fie (3, 5)

- adăugăm (2, 5)



4-1-5-0-4-2-0-3-4-5-2-3

ciclu eulerian

Scanned with CamScanner

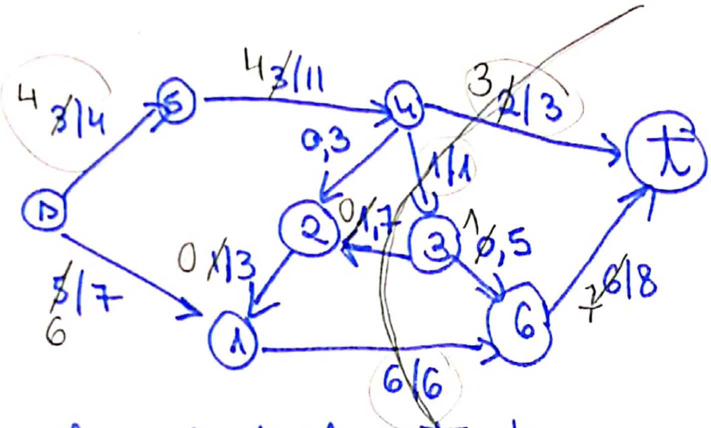
5)

flux = un graf orientat ale cărui muchii au capacități, fluxul plecând dintr-o sursă și ajungând la o destinație

tăietură = o partiționare a nodurilor în 2 submulțimi disjuncte

tăietură minimă = suma minimă a capacității muchiilor eliminate din graf = max flow

lanț nesaturat - lanț pe care fluxul care pleacă din sursă nu atinge capacitatea max



7+3 = 10

Luam lanțurile nesaturate

1 s → 5 → 4 → t

adăugăm 1

2. s - 1 - 2 - 3 - 6 - t

adăugăm 1

nu mai avem lanțuri nesaturate

=> fluxul max = 10

tăietura minimă: în desen

capacitate: 3 + 1 + 6 = 10

împărțire: {s, 5, 4, 2, 1}, {3, 6, t}

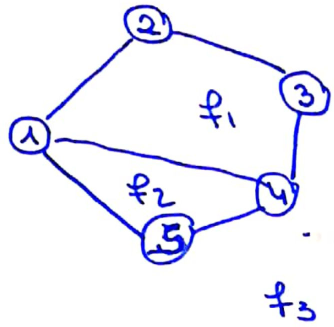
uf lipsa: {4, t, 3, 2, 6, 1}

arce directe : (4,t) , (4,3) , (1,6)
arce inverse: (2, 3)

nu există altă tăietură minimă în rețea

6)

a)



are o față de grad 4

$d_M(f_1) = 4$

$d_M(f_2) = 3$

$d_M(f_3) = 5$

b) l min a unui ciclu ≥ 4

$n = |V| \geq 4$

$m = |E|$

Dem: $\Rightarrow m \leq 2n - 4$

- cel puțin 2 vf de grad ≤ 3

$$\sum_{f \in F} d_M(f) = 2m$$

$$|V| - |E| + |F| = 2$$

$$d_M(f) \geq 4$$

$$2|E| \geq 4|F|$$

$$2|E| \geq 4(2 + |E| - |V|) = 8 + 4|E| - 4|V|$$

$$4|V| - 8 \geq 2|E| \Rightarrow 2|V| - 4 \geq |E|$$

$$\Rightarrow 2n - 4 \geq m$$