

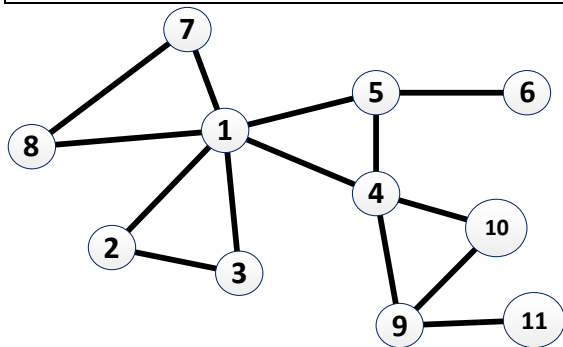
## Subiectul 1

Se dă un graf neorientat conex cu  $n > 3$  vârfuri și  $m > n$  muchii. Să se afișeze punctele critice în care **nu** sunt incidente muchii critice. Pentru fiecare astfel de punct se va afișa numărul de componente biconexe care îl conțin, fără a memora componentele biconexe ale grafului și fără a memora muchiile critice.  $O(m)$

Informațiile despre graf se citesc din fișierul graf.in cu structura:

- pe prima linie sunt  $n$  și  $m$
- pe următoarele  $m$  linii sunt câte 2 numere naturale reprezentând extremitățile unei muchii

graf.in	lesire pe ecran (nu neaparat in aceasta ordine)
11 14 1 2 1 3 2 3 1 4 1 5 4 5 5 6 1 7 7 8 1 8 4 9 9 10 10 4 9 11	Puncte critice cerute: 1 – continut in 3 componente biconexe 4 - continut in 2 componente biconexe



## Subiectul 2

Se citesc informații despre un graf **orientat** ponderat  $G$  din fișierul `graf.in`. Fișierul are următoarea structură:

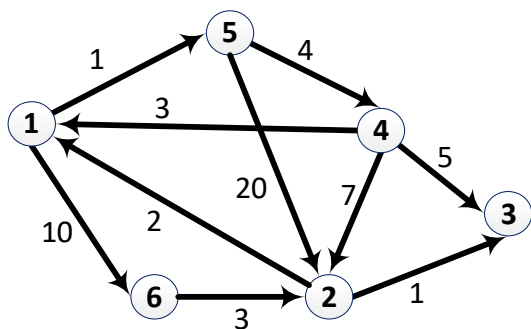
- Pe prima linie sunt două numere reprezentând numărul de vârfuri  $n$  ( $n > 4$ ) și numărul de arce  $m$  ale grafului,  $m > n$
- Pe următoarele  $m$  linii sunt câte 3 numere întregi **pozitive** reprezentând extremitatea inițială, extremitatea finală și costul unui arc din graf
- Pe penultima linie este un număr natural  $b$
- Pe ultima linie este un număr  $s$  reprezentând un nod sursă în graf.

În punctul  $s$  se află un călător care are bugetul  $b$ .

a) Să se determine un cel mai depărtat nod  $v$  din graf la care călătorul poate ajunge din  $s$  printr-un drum (elementar) de cost cel mult  $b$ , cât să se încadreze în buget (acel vârf pentru care se obține  $\max\{d(s,u) \mid d(s,u) \leq b, u \text{ vârf în } V\}$ ) și să se afișeze un drum de cost minim de la  $s$  la  $v$ . Dacă sunt mai multe astfel de noduri se va alege cel cu indicele cel mai mic.

b) Observând că un circuit este format totuși dintr-un drum și un arc, călătorul va mai roagă să determinați în plus dacă poate face un traseu de cost cel mult  $b$  care pornește din  $s$  și se termina tot în  $s$  fără a trece de mai multe ori prin același vârf, altfel spus să determinați dacă există un circuit elementar în  $G$  de cost mai mic sau egal cu  $b$  care conține  $s$  și, în caz afirmativ, să afișați un astfel de circuit. **Complexitate  $O(m \log(n))$**

graf.in	Ieșire pe ecran
6 10 1 5 1 1 6 10 2 1 2 4 1 3 5 2 20 5 4 4 4 2 7 4 3 5 2 3 1 6 2 3 11 1	a) v=3 1 5 4 3 b) 1 5 4 1



$d(1, 2) = 12$   
 $d(1, 3) = 10$   
 $d(1, 4) = 5$   
 $d(1, 5) = 5$   
 $d(1, 6) = 1$   
 $d(1, 7) = 10$   
 $b = 11 \Rightarrow$  cele mai mari distanțe mai mici sau egale cu 11 sunt  $d(1, 3)$  și  $d(1, 7)$

### Subiectul 3

Se dau  $n$  depozite de frigidere numerotate  $1 \dots n$  și  $m$  magazine numerotate  $n+1, \dots, n+m$ . Pentru fiecare depozit  $i$  se cunoaște  $c(i)$  = câte frigidere există în depozit, iar pentru fiecare magazin  $j$  se cunoaște  $c(j)$  = numărul de frigidere de care are nevoie la momentul actual. Fiecare magazin are contracte cu anumite depozite. În contractul dintre magazinul  $j$  și depozitul  $i$  este trecută cantitatea maximă de frigidere care poate fi livrată de la depozitul  $i$  la magazinul  $j$  la un anumit moment, notată  $w(i,j)$ . Datele se vor citi din fișierul `magdep.in` cu următoarea structură:

- pe prima linie sunt numerele naturale  $n$  și  $m$
- pe a doua linie este un șir de  $n$  numere naturale reprezentând cantitatea de frigidere existente în fiecare dintre cele  $n$  depozite
- pe a treia linie este un șir de  $m$  numere naturale reprezentând numărul de frigidere de care are nevoie fiecare dintre cele  $m$  magazine
- pe a patra linie este un număr natural  $k$  reprezentând numărul de contracte dintre magazine și depozite
- pe următoarele  $k$  linii sunt triplete de numere naturale  $i \ j \ w$  (separate prin spațiu) cu semnificația: de la depozitul  $i$  la magazinul  $j$  se pot transporta maxim  $w$  frigidere.

Să se determine, dacă există, o modalitate de a livra frigidere de la depozite la magazine respectând condițiile din contracte, astfel încât toate magazinele să primească cantitatea de frigidere de care are nevoie. **Complexitate  $O((n+m)k^2)$**

Rezultatul se va afișa sub forma prezentată în exemplul de mai jos.

**Observație:** Putem modela problema cu un graf bipartit depozite-magazine (cu vârfuri corespunzătoare depozitelor și magazinelor și muchii reprezentând existența unui contract între magazin și depozit). Dacă  $c(i) = 1$  pentru fiecare depozit,  $c(j)=1$  pentru fiecare magazin și  $w(i, j)=1$  pentru orice contract, atunci problema se reduce la a determina un cuplaj de cardinal maxim în graful bipartit depozite-magazine și a verifica dacă orice vârf magazin este saturat.

Se acorda 1p dacă se rezolvă doar problema pentru  $c(i) = 1$  pentru fiecare depozit,  $c(j)=1$  pentru fiecare magazin și  $w(i, j)=1$  pentru orice contract

magdep.in	iesire pe ecran (solutia nu este unica)
3 3	1 5 6
6 5 6	2 4 2
7 8 1	2 5 2
7	2 6 1
1 4 6	3 4 5
1 5 6	
2 4 3	
2 5 2	
2 6 3	
3 4 8	
3 6 2	

