

## Subiectul 1

Se dă un graf neorientat conex cu  $n > 3$  vârfuri și  $m > n$  muchii. Să se afișeze punctele critice în care sunt incidente muchii critice. Pentru fiecare astfel de punct se va afișa numărul de muchii critice care sunt incidente în el și numărul de componente biconexe care îl conțin, fără a memora componentele biconexe ale grafului și fără a memora muchiile critice.

### Complexitate $O(m)$

Informațiile despre graf se citesc din fișierul graf.in cu structura:

- pe prima linie sunt  $n$  și  $m$
- pe următoarele  $m$  linii sunt câte 2 numere naturale reprezentând extremitățile unei muchii

graf.in	lesire pe ecran (nu neaparat in aceasta ordine)
9 10 1 2 1 3 2 4 2 7 4 7 4 5 4 6 5 6 7 8 7 9	Puncte critice cerute: 1: incidente 2 muchii critice este in 2 componente biconexe 2: incidente 1 muchii critice este in 2 componente biconexe 7: incidente 2 muchii critice este in 3 componente biconexe



## Subiectul 2

Se citesc informații despre un graf **orientat** ponderat  $G$  din fișierul `graf.in`. Fișierul are următoarea structură:

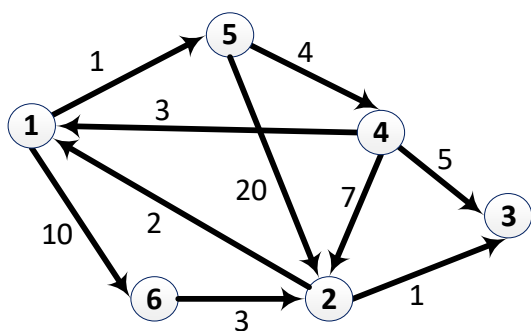
- Pe prima linie sunt două numere reprezentând numărul de vârfuri  $n$  ( $n > 4$ ) și numărul de arce  $m$  ale grafului,  $m > n$
- Pe următoarele  $m$  linii sunt câte 3 numere întregi **pozitive** reprezentând extremitatea inițială, extremitatea finală și costul unui arc din graf
- Pe penultima linie este un număr natural  $b$
- Pe ultima linie este un număr  $s$  reprezentând un nod sursă în graf.

În punctul  $s$  se află un călător care are bugetul  $b$ .

a) Să se determine un cel mai depărtat nod  $v$  din graf la care călătorul poate ajunge din  $s$  printr-un drum (elementar) de cost cel mult  $b$ , cât să se încadreze în buget (acel vârf pentru care se obține  $\max\{d(s,u) \mid d(s,u) \leq b, u \text{ vârf în } V\}$ ) și să se afișeze un drum de cost minim de la  $s$  la  $v$ . Dacă sunt mai multe astfel de noduri se va alege cel cu indicele cel mai mic.

b) Observând că un circuit este format totuși dintr-un drum și un arc, călătorul va mai roagă să determinați în plus dacă poate face un traseu de cost cel mult  $b$  care pornește din  $s$  și se termina tot în  $s$  fără a trece de mai multe ori prin același vârf, altfel spus să determinați dacă există un circuit elementar în  $G$  de cost mai mic sau egal cu  $b$  care conține  $s$  și, în caz afirmativ, să afișați un astfel de circuit. **Complexitate  $O(m \log(n))$**

graf.in	Ieșire pe ecran
6 10 1 5 1 1 6 10 2 1 2 4 1 3 5 2 20 5 4 4 4 2 7 4 3 5 2 3 1 6 2 3 11 1	a) v=3 1 5 4 3 b) 1 5 4 1



$d(1, 2) = 12$   
 $d(1, 3) = 10$   
 $d(1, 4) = 5$   
 $d(1, 5) = 5$   
 $d(1, 6) = 1$   
 $d(1, 7) = 10$   
 $b = 11 \Rightarrow$  cele mai mari distanțe mai mici sau egale cu 11 sunt  $d(1, 3)$  și  $d(1, 7)$

### Subiectul 3

a) Se dau un număr natural  $n$  și două șiruri de  $n$  numere naturale  $s\_in$  și  $s\_out$ . Folosind algoritmul de determinare a unui flux maxim într-o rețea de transport, să se determine, dacă există, un graf orientat  $G$  cu secvența gradelor de intrare  $s\_in$  și cu secvența gradelor de ieșire  $s\_out$ . Se vor afișa arcele grafului dacă acesta există, și un mesaj corespunzător altfel.

b) În cazul în care graful cerut la  $G$  nu există, să determine dacă există două numere  $i, j$  cuprinse între 1 și  $n$  (nu neapărat distincte) astfel încât se poate construi un graf  $G'$  cu secvența gradelor de intrare egală cu șirul obținut din  $s\_in$  scăzând 1 din elementul  $i$ , și cu secvența gradelor de ieșire obținută din  $s\_out$  scăzând 1 din elementul  $j$ . Se vor afișa arcele grafului  $G'$  dacă acesta există, și un mesaj corespunzător altfel.

c) În cazul în care graful cerut la  $G$  nu există, determinați dacă există un multigraf orientat  $G$  cu secvența gradelor de intrare  $s\_in$  și cu secvența gradelor de ieșire  $s\_out$  fără bucle (arce cu extremitățile egale).

Secvențele  $s\_in$  și  $s\_out$  se vor citi din fișierul `secvente.in` cu următoarea structură: pe prima linie este  $n$ , pe a doua linie elementele lui  $s\_in$  separate prin spațiu, iar pe a treia linie elementele lui  $s\_out$  separate prin spațiu.

**Complexitate  $O(mn^2)$** , unde  $m$  este suma numerelor din  $s\_in$

secvente.in	iesire pe ecran (solutia nu este unica)
3	a)
1 0 3	nu exista
2 2 0	b)
	1 3
	2 1
	2 3
	(i=3,j=1)
	c)
	1 3
	1 3
	2 1
	2 3