Subiectul 1

Se dă un graf neorientat conex G cu n>3 vârfuri, m muchii, m>n. Să se determine doi arbori parțiali T și T' ai lui G cu proprietățile:

- T este arbore de distante față de vârful 1: $d_T(1,v) = d_G(1,v)$ pentru orice vârf v din G
- În T' există cel puțin un vârf v cu $d_{T'}(1, v) \neq d_G(1, v)$.

Se vor afișa muchiile celor doi arbori parțiali determinați și, în plus, se vor afișa toate vârfurile v pentru care $d_{T'}(1,v) \neq d_G(1,v)$. **Complexitate O(m)**

Informațiile despre graf se citesc din fișierul graf.in cu structura:

- pe prima linie sunt n și m
- pe următoarele m linii sunt câte 2 numere naturale reprezentând extremitățile unei muchii

($d_G(x,y)$ = distanța de la x la y în G)

graf.in	Iesire pe ecran (solutia nu este unica)
5 7 1 2 1 3 2 3 2 4 3 4 3 5 4 5	T: 1 2 1 3 2 4 3 5 T': 1 2 2 4 4 5 3 4 v: 3 5

Subiectul 2

Se citesc informații despre un graf **orientat** ponderat G din fișierul `graf.in`. Fișierul are următoarea structură:

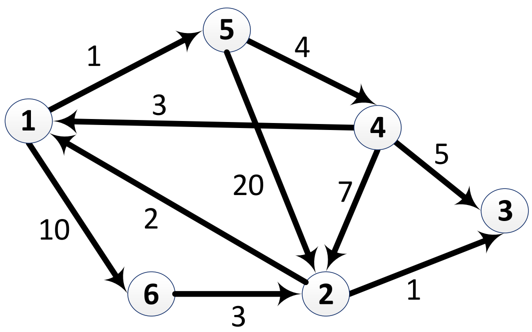
- Pe prima linie sunt două numere reprezentând numărul de vârfuri n (n>4) și numărul de arce m ale grafului, **m>n**
- Pe următoarele m linii sunt câte 3 numere întregi **pozitive** reprezentând extremitatea inițială, extremitatea finală și costul unui arc din graf
- Pe penultima linie este un număr natural b
- Pe ultima linie este un număr s reprezentând un nod sursă în graf.

În punctul s se află un călător care are bugetul b.

a) Să se determine un cel mai depărtat nod v din graf la care călătorul poate ajunge din s printr-un drum (elementar) de cost cel mult b, cât să se încadreze în buget (acel vârf pentru care se obține $\max\{d(s,u) \mid d(s,u) \leq b,\ u \text{ vârf în } V\}$ și să se afișeze un drum de cost minim de la s la v. Dacă sunt mai multe astfel de noduri se va alege cel cu indicele cel mai mic.

b) Observând că un circuit este format totuși dintr-un drum și un arc, călătorul va mai roagă să determinați în plus dacă poate face un traseu de cost cel mult b care pornește din s și se termina tot în s fără a trece de mai multe ori prin același vârf, altfel spus să determinați dacă există un circuit elementar în G de cost mai mic sau egal cu b care conține s și, în caz afirmativ, să afișați un astfel de circuit. **Complexitate O(mlog(n))**

graf.in	Iesire pe ecran
6 10	a)
1 5 1	v=3
1 6 10	1 5 4 3
2 1 2	b)
4 1 3	1 5 4 1
5 2 20	
5 4 4	
4 2 7	
4 3 5	
2 3 1	
6 2 3	
11	
1	



d(1, 2) = 12
d(1, 3) = 10
d(1, 4) = 5
d(1, 5) = 5
d(1, 6) = 1
d(1, 7) = 10
b = 11 => cele mai mari distanțe mai mici sau egale cu 11 sunt d(1, 3) și d(1, 7)

Subiectul 3

Se dau n fabrici de monitoare numerotate 1...n și m depozite numerotate n+1,.., n+m. Pentru fiecare fabrica i se cunoaște c(i) = câte monitoare au fost produse la momentul curent, iar pentru fiecare depozit j se cunoaște c(j) = numărul de monitoare pe care le poate depozita la momentul curent. Fiecare fabrică are contracte cu anumite depozite. În contractul dintre fabrica i și depozitul j este trecută cantitatea maximă de monitoare care poate fi trimisă spre depozitare de la fabrica i la depozitul j, notată w(i,j). Datele se vor citi din fișierul fabrici.in cu următoarea structură:

- pe prima linie sunt numerele naturale n și m
- pe a doua linie este un șir de n numere naturale reprezentând cantitatea de monitoare existente în fiecare dintre cele n fabrici
- pe a treia linie este un șir de m numere naturale reprezentând numărul de monitoare pe care le poate depozita fiecare dintre cele m depozite
- pe a patra linie este un număr k reprezentând numărul de contracte dintre fabrici și depozite
- pe următoarele k linii sunt triplete de numere naturale i j w (separate prin spatiu) cu semnificația: de la fabrica i la depozitul j se pot trimite maxim w monitoare.

Să se determine, dacă există, o modalitate de a depozita toate monitoarele existente în fabrici la momentul curent în depozite respectând condițiile din contracte și capacitatea de depozitare a fiecărui depozit. **Complexitate O((n+m)k^2)**

Rezultatul se va afișa sub forma prezentată în exemplul de mai jos.

Observație: Putem modela problema cu un graf bipartit fabrici-depozite (cu vârfuri corespunzătoare fabricilor și depozitelor și muchii reprezentând existența unui contract între fabrică și depozit). Dacă c(i) = 1 pentru fiecare fabrică i, c(j)=1 pentru fiecare depozit și w(i, j)=1 pentru orice contract, atunci problema se reduce la a determina un cuplaj de cardinal maxim în graful bipartit fabrici-depozite și a verifica dacă orice vârf fabrică este saturat.

Se acorda 1p daca se rezolva doar problema pentru c(i) = 1 pentru fiecare fabrică i, c(j)=1 pentru fiecare depozit și w(i, j)=1 pentru orice contract

fabrici.in	Iesire pe ecran (solutia nu este unica)
3 3 6 5 4 7 5 4 7 1 4 7 1 5 5 2 4 3 2 5 2 2 6 3 3 4 5 3 6 2	1 4 3 1 5 3 2 4 2 2 5 2 2 6 1 3 4 2 3 6 2