Tema 4

1. Să presupunem că fiecare cutie de cereale conţine unul dintre cele n cupoane diferite existente. Odată ce o persoană a colecţionat toate cele n cupoane poate să le trimită pentru a revendica un premiu. De asemenea, presupunem că fiecare cupon este ales uniform şi independent din cele n posibilităţi existente şi colecţionarul nu colaborează cu alte persoane pentru a completa colecţia. Întrebarea care se pune este câte cutii de cereale trebuie cumpărate, în medie, pentru a obţine cel puţin unul din fiecare cupon?

2. Fie X o variabilă discretă astfel încât $\mathbb{P}(X = k) = \frac{(1-p)^k}{-k\log(p)}$ dacă $k \geq 1$ şi $\mathbb{P}(X = 0) = 0$, cu $0 < p < 1$. Să se calculeze $\mathbb{E}[X], \mathbb{E}[X^2]$ şi $Var[X]$.

3. Un administrator de reprezentanţă de maşini comandă uzinei Dacia N maşini, numărul aleator X de maşini pe care il poate vinde reprezentanţa sa într-un an fiind un număr intreg intre 0 şi $n \geq N$, toate avand aceeaşi probabilitate. Maşinile vandute de administrator îi aduc acestuia un beneficiu de a unităţi monetare pe maşină iar maşinile nevandute ii aduc o pierdere de b unităţi. Calculaţi valoarea medie a caştigului G reprezentanţei de maşini şi deduceţi care este comanda optimă.

4. Calculaţi $\mathbb{P}(X < \mathbb{E}[X])$ ştiind că X este o variabilă aleatoare repartizată binomial cu $\mathbb{E}[X] \notin \mathbb{N}$ şi $\mathbb{E}[X] = 2Var[X]$.