

# Tema 1

1. Se dorește verificarea fiabilității unui test de pentru depistarea nivelului de alcool al automobilistilor. În urma studiilor statistice pe un număr mare de automobilisti, s-a observat că în general 0.5% dintre aceștia depășesc nivelul de alcool autorizat. Niciun test nu este fiabil 100%. Probabilitatea ca testul considerat să fie pozitiv atunci când doza de alcool autorizată este depășită precum și probabilitatea ca testul să fie negativ atunci când doza autorizată nu este depășită sunt egale cu  $p = 0.99$ .
  - (a) Care este probabilitatea ca un automobilist care a fost testat pozitiv să fi depășit în realitate nivelul de alcool autorizat ?
  - (b) Cât devine valoarea parametrului  $p$  pentru ca această probabilitate să fie de 95% ?
  - (c) Un polițist afirmă că testul este mai fiabil sambăta seara (atunci când tinerii ies din cluburi). Știind că proporția de automobilisti care au băut prea mult în acest context este de 30%, determinați dacă polițistul are dreptate.
2. O familie are doi copii. Care este probabilitatea ca ambii copii să fie băieți știind că cel puțin unul dintre copii este băiat? Care este probabilitatea ca ambii copii să fie băieți știind că cel mai tânăr este băiat?
3. Sunteți participant într-un joc televizat în care gazda vă prezintă trei uși închise. Acesta vă spune că în spatele unei uși se află o mașină iar în spatele celorlalte două se află câte o capră. Jocul decurge în felul următor: trebuie să alegeți una dintre cele trei uși; gazda, care știe în spatele căreia uși se află mașina, deschide una dintre celelalte două uși, în spatele căreia se află o capră apoi vă întreabă dacă vreți să rămâneți la alegerea inițială sau vreți să alegeți cealaltă ușă rămasă închisă. Presupunând că vreți să câștigați o mașină, ce alegere preferați?
4. Să ne imaginăm că 20 de persoane merg la operă și că fiecare persoană poartă o pălărie. În momentul în care ajung la intrare își lasă pălăria la garderobă. Pe parcursul reprezentării artistice, persoana responsabilă cu garderoba se încurcă, pierde lista cu numerele locațiilor și returnează în mod aleator pălăriile persoanelor la plecare. Care este probabilitatea ca cel puțin o persoană să fi primit pălăria cu care a venit?
5. Un bărbat vrea să își cumpere un obiect (de exemplu o mașină sau o casă) care costă  $N$  unități monetare. Să presupunem că el are economisit un capital de  $0 < k < N$  unități monetare și încearcă să câștige restul jucând un joc de noroc cu managerul unei bănci. Jocul este următorul: bărbatul aruncă o monedă echilibrată în mod repetat și dacă moneda pică cap (H) atunci managerul îi dă o unitate monetară, în caz contrar bărbatul plătește o unitate monetară bancii. Jocul continuă până când unul din două evenimente se realizează: sau

câștigă suma necesară și își cumpără obiectul dorit sau pierde banii și ajunge la faliment. Ne întrebăm care este probabilitatea să ajungă la faliment? Comparați rezultatul teoretic cu cel empiric.

6. Maria este anul II și urmează cursul de probabilități. Știm că la sfârșitul fiecărei săptămâni ea poate fi sau la zi cu materia sau să rămână în urmă. Dacă este la zi cu materia într-o săptămână dată atunci probabilitatea ca ea să fie la zi cu materia (sau să rămână în urmă) în săptămâna ce urmează este de 0.8 (respectiv 0.2). Dacă este rămasă în urmă cu materia într-o săptămână dată atunci șansa ca ea să ajungă cu materia la zi este 0.4 iar ca să rămână în urmă este de 0.6. Știind că atunci când a început cursul era cu materia la zi care este probabilitatea ca ea să fie cu materia la zi și după trei săptămâni? Dar la sfârșitul cursului (cursul are 14 săptămâni)?