Broscoteanu Daria
Gr. 243

Temă

5.

A_k = evenimentul în care câștigă pornind cu k unități monetare
$P(A_k)$ = probabilitatea câștigului $\Rightarrow$ Se caută $P(A_k^c)$.

$k = 0 \Rightarrow P(A_0) = 0$

$k = N \Rightarrow P(A_N) = 1$

$k = 1 \Rightarrow P(A_1) = P(H) = P(T) = \dfrac{1}{2}$, $\Omega = \{H, T\}$

$k = 2 \Rightarrow \Omega = \{HH, HT, TH, TT\}$

$\qquad P(A_2) = \dfrac{1}{4} = P(HH)$

$\qquad P(TT) = \dfrac{1}{4}$

$k = k \Rightarrow P(H) = \dfrac{1}{2k}$

$\qquad\qquad P(T) = \dfrac{1}{2k} = P(H)$

Pierdere constantă — după k aruncări cu banul, se obțin $\underset{de\ k\ ori}{\underline{TT...T}}$

$\qquad P(T) = \dfrac{1}{2k}$

Câștig constant — după k aruncări cu banul, se obțin $\underset{de\ k\ ori}{\underline{HH...H}}$

$\qquad P(H) = \dfrac{1}{2(N-k)}$

Probabilitatea de câștig

$P(\text{câștig}) = P(A_k) = \dfrac{P(H)}{P(H) + P(T)} = \dfrac{\frac{1}{2(N-k)}}{\frac{1}{2(N-k)} + \frac{1}{2k}} = \dfrac{\frac{1}{2(N-k)}}{\frac{N}{2k(N-k)}} = \dfrac{k}{N}$

$P(\text{faliment}) = P(\text{câștig}^c) = P(A_k^c) = 1 - P(A_k) = 1 - \dfrac{k}{N}$

6. S_i – evenimentul prin care se află la zi cu materia în săptămâna i

   S_i^c – evenimentul în care se află în urmă cu materia în săpt i

$P(S_i \mid S_{i-1}) = 0,8$

$P(S_i \mid S_{i-1}^c) = 0,4$

$P(S_i^c \mid S_{i-1}) = 0,2$

$P(S_i^c \mid S_{i-1}^c) = 0,6$

În S_0 se află la zi cu materia, deci $P(S_0) = 1$

În săpt 1 avem

S_1
$$0,8 \cdot P(S_0) = 0,8 \cdot 1 = 0,8$$
$$+$$
$$0,4 \cdot P(S_0^c) = 0,8 \cdot 0 = 0$$
$$\Rightarrow P(S_1) = 0,8$$

În săpt 2 avem

S_2
$$0,8 \cdot P(S_1) = 0,8 \cdot 0,8 = 0,64$$
$$+$$
$$0,4 \cdot P(S_1^c) = 0,4 \cdot (1 - 0,8) = 0,4 \cdot 0,2 = 0,08$$
$$\Rightarrow P(S_2) = 0,72$$

În săpt 3 avem

S_3
$$0,8 \cdot P(S_2) = 0,8 \cdot 0,72 = 0,576$$
$$+$$
$$0,4 \cdot P(S_2^c) = 0,4 \cdot (1 - 0,72) = 0,4 \cdot 0,28 = 0,112$$
$$\Rightarrow P(S_3) = 0,688$$

În săpt 4 avem

S_4
$$0,8 \cdot P(S_3) = 0,8 \cdot 0,688 = 0,5504$$
$$+$$
$$0,4 \cdot P(S_3^c) = 0,4 \cdot (1 - 0,688) = 0,4 \cdot 0,312 = 0,1248$$
$$\Rightarrow P(S_4) = 0,6752$$

În săpt 5 avem

$$S_5 \begin{cases} 0,8 \cdot P(S_4) = 0,8 \cdot 0,6752 = 0,54 \\ + \\ 0,4 \cdot P(S_4^c) = 0,4 \cdot 0,3248 = 0,12992 \end{cases} \Rightarrow P(S_5) = 0,669$$

În săpt 6 avem

$$S_6 \begin{cases} 0,8 \cdot P(S_5) = 0,8 \cdot 0,669 = 0,5352 \\ + \\ 0,4 \cdot P(S_5^c) = 0,4 \cdot 0,331 = 0,1324 \end{cases} \Rightarrow P(S_6) = 0,6676$$

În săpt 7 avem

$$S_7 \begin{cases} 0,8 \cdot P(S_6) = 0,8 \cdot 0,6676 = 0,534 \\ + \\ 0,4 \cdot P(S_6^c) = 0,4 \cdot 0,3324 = 0,1329 \end{cases} \Rightarrow P(S_7) = 0,6669$$

În săpt 8 avem

$$S_8 \begin{cases} 0,8 \cdot P(S_7) = 0,8 \cdot 0,6669 = 0,5335 \\ + \\ 0,4 \cdot P(S_7^c) = 0,4 \cdot 0,3331 = 0,1332 \end{cases} \Rightarrow P(S_8) = 0,6667$$

În săpt 9 avem

$$S_9 \begin{cases} 0,8 \cdot P(S_8) = 0,8 \cdot 0,6667 = 0,53336 \\ + \\ 0,4 \cdot P(S_8^c) = 0,4 \cdot 0,3333 = 0,13332 \end{cases} \Rightarrow P(S_9) = 0,66668$$

În săpt 10 avem

$$S_{10} \begin{cases} 0,8 \cdot P(S_9) = 0,8 \cdot 0,66668 = 0,533344 \\ + \\ 0,4 \cdot P(S_9^c) = 0,4 \cdot 0,33332 = 0,133328 \end{cases} \Rightarrow P(S_{10}) = 0,66667$$

În săpt 11 avem

$$S_{11} \begin{cases} 0,8 \cdot P(S_{10}) = 0,8 \cdot 0,66667 = 0,533336 \\ + \\ 0,4 \cdot P(S_{10}^c) = 0,4 \cdot 0,33333 = 0,133332 \end{cases} \Rightarrow P(S_{11}) = 0,666668$$

În săpt 12 avem

S_{12}

$0,8 \cdot P(S_{11}) = 0,8 \cdot 0.666668 = 0,5333344$ } $\Rightarrow P(S_{12}) = 0,6666672$

$0,4 \cdot P(S_{11}^c) = 0,4 \cdot 0,333332 = 0,1333328$

În 13 avem

S_{13}

$0,8 \cdot P(S_{12}) = 0,8 \cdot 0,6666672 = 0,53333376$ } $\Rightarrow P(S_{13})$

$+$

$0,4 \cdot P(S_{12}^c) = 0,4 \cdot 0,3333328 = 0,13333312$ } $= 0,66666688$

În săpt 14 avem

S_{14}

$0,8 \cdot P(S_{13}) = 0,8 \cdot 0,66666688 = 0,533333504$ } $\Rightarrow P(S_{14})$

$+$

$0,4 \cdot P(S_{13}^c) = 0,4 \cdot 0,33333312 = 0,133333248$ } $= 0,666666752$