



Метод максимального правдоподобия, примеры.

Def. Функцией правдоподобия для выборки \vec{X} наз. функция

$$\Psi(\theta) = \Pi(\vec{X}, \theta) = \prod_{i=1}^n f(x_i, \theta)$$

$$\text{где } f(x_i, \theta) = \begin{cases} f_{x_i}(t) & , \text{ абс. непрерыв.} \\ P(X_i = t) & , \text{ дискр.} \end{cases}$$

Def. Оценкой максимального правдоподобия наз. значение $\theta(\vec{X})$ при котором ф-я правдоподобия принимает наибольшее значение

$$\hat{\theta} = \max_{\theta} \Pi(\theta, \vec{X}) = \max_{\theta} \Psi(\theta)$$

miro

Def. Для упрощения поиска максимума используется логарифмическая ОМП

$$L(\vec{X}, \theta) = \ln \Pi(\vec{X}, \theta)$$

Пример: $\vec{X} \in B_p$, $p \in (0, 1)$

$$f(t) = \begin{cases} p, & t=1 \\ 1-p, & t=0 \end{cases} = p^t (1-p)^{1-t}$$

miro

$$\Psi(p) = \prod_{i=1}^n p^{x_i} \cdot (1-p)^{1-x_i} = p^{\sum x_i} \cdot (1-p)^{n-\sum x_i}$$

$$L(p) = \sum x_i \cdot \ln(p) + (n - \sum x_i) \ln(1-p)$$

$$L'(p) = \frac{\sum x_i}{p} - \frac{n - \sum x_i}{1-p} = \sum x_i - p \cdot \sum x_i - np + p \sum x_i = 0$$

$$\sum x_i = np$$

$$p = \frac{\sum x_i}{n} = \bar{X}$$

miro