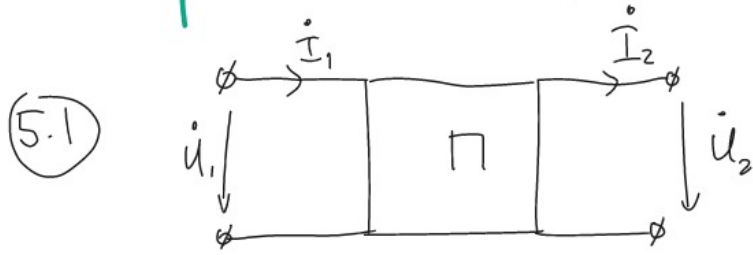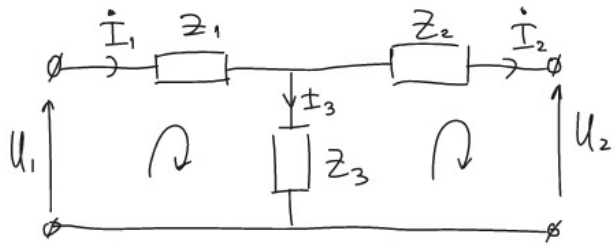# Seminar 4 pt.2

Четырехполюсники

(5.1)

$$\dot{U}_1 = A\dot{U}_2 + BI_2$$

$$\dot{I}_1 = C\dot{U}_2 + D\dot{I}_2$$

По пр. Кирхгофа:

$$\dot{I}_1 = \dot{I}_3 + \dot{I}_2$$
$$\dot{U}_1 = \dot{I}_1 z_1 + \dot{I}_3 z_3$$
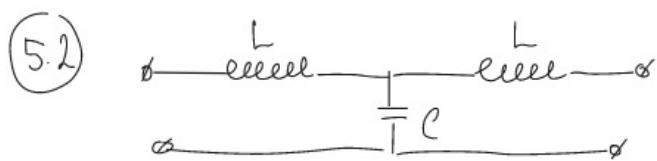$$-\dot{U}_2 = -\dot{I}_3 z_3 + \dot{I}_2 z_2$$

$$\dot{I}_3 = \underbrace{\frac{\dot{U}_2 + \dot{I}_2 z_2}{z_3}}$$

Подставим в 1ое ур-е: $\dot{I}_1 = \frac{\dot{U}_2}{z_3} + \dot{I}_2\left(1 + \frac{z_2}{z_3}\right)$

$$\dot{U}_1 = \dot{I}_1 z_1 + \dot{U}_2 + \dot{I}_2 z_2 \implies \dot{U}_1 = \left[\frac{\dot{U}_2}{z_3} + \dot{I}_2\left(1 + \frac{z_2}{z_3}\right)\right] z_1 + \dot{U}_2 + \dot{I}_2 z_2$$

$$\dot{U}_1 = \dot{U}_2\left(1 + \frac{z_1}{z_3}\right) + I_2\left(z_1 + \frac{z_1 z_2}{z_3} + z_2\right)$$

$$A = 1 + \frac{z_1}{z_3} \qquad B = z_1 + z_2 + \frac{z_1 z_2}{z_3} \qquad C = \frac{1}{z_3} \qquad D = 1 + \frac{z_2}{z_3}$$

(5.2)

$$\dot{U}_1 = \operatorname{ch}\gamma \, \dot{U}_2 + z_c \operatorname{sh}\gamma \, \dot{I}_2$$
$$\dot{I}_1 = \frac{\operatorname{sh}\gamma}{z_c} \, \dot{U}_2 + \operatorname{ch}\gamma \, \dot{I}_2$$

$$\gamma = \alpha + j\beta, \quad \alpha - \text{показывает как падает амплитуда}$$

$$\beta - \text{показ. поворот фазы который при этом происходит}$$

Подставим в прошлые ф-ли z_L и z_c:

$$A = D = 1 - \omega^2 LC$$
$$B = 2i\omega L - i\omega^3 L^2 C$$
$$C = i\omega C$$

Характеристический импеданс:

$$Z_c = \sqrt{\frac{B}{C}} = \sqrt{\frac{2i\omega L - i\omega^3 L^2 C}{i\omega C}} = \sqrt{\frac{2L - \omega^2 L^2 C}{C}} = \sqrt{\frac{L}{C}}\sqrt{2 - \omega^2 LC}$$

$A = \operatorname{ch}\gamma = \cos\alpha \cdot \cos\beta + j\sin\alpha \cdot \sin\beta$. Так как у нас $A \in \mathbb{R}$ то скажем что $\alpha = 0$

Тогда $\sin\alpha = 0$, $\quad -1 \le A \le 1$

$A = \cos\beta = 1 - \omega^2 LC$

$-1 \le 1 - \omega^2 LC \le 1$

$0 \ge \omega^2 LC \ge 2$

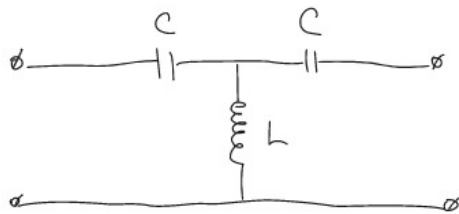$0 \ge \omega \ge \sqrt{\dfrac{2}{LC}}$

$\underbrace{\qquad}$
частота среза

• От нуля до частоты среза — Фильтр низких частот

• От частоты среза до $+\infty$ — Фильтр верхних частот

• В каком-то промежутке $[a, b]$ — Полосовой фильтр

⌣

(5.3)

$A = D = 1 + \dfrac{1}{j\omega C \, j\omega L} = 1 - \dfrac{1}{\omega^2 LC}$

$B = \dfrac{2}{j\omega C} - \dfrac{\frac{1}{\omega^3 C^2}}{j\omega L} = \dfrac{2}{j\omega C} - \dfrac{1}{j\omega^3 C^2 L}$

$C = \dfrac{1}{j\omega L}$

$Z_c = \sqrt{\dfrac{B}{C}} = \sqrt{\left[\dfrac{2}{j\omega C} - \dfrac{1}{j\omega^3 C^2 L}\right] j\omega L} = \sqrt{\dfrac{2L}{C} - \dfrac{1}{\omega^2 C^2}} = \sqrt{\dfrac{L}{C}} \cdot \sqrt{2 - \dfrac{1}{\omega^2 LC}}$
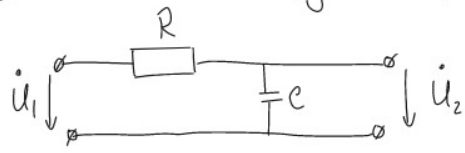
$-1 \le 1 - \dfrac{1}{\omega^2 LC} \le 1$

$0 \le \dfrac{1}{\omega^2} \le 2 \cdot LC$

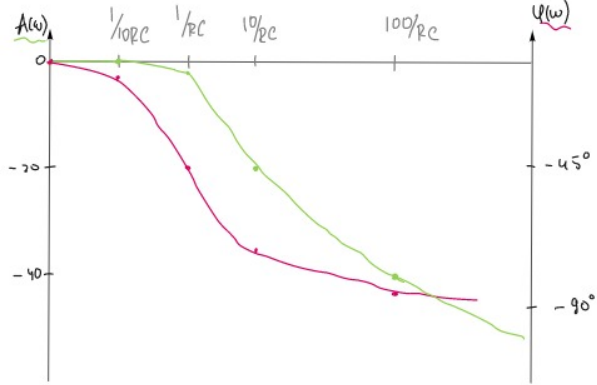$\dfrac{1}{\sqrt{2LC}} \quad \omega \le \infty \qquad - \Phi.B.Ч.$

(5.4) Самый используемый фильтр в элтехе:

$$\frac{\dot{U}_2}{\dot{U}_1} = \frac{\frac{1}{j\omega C}}{R + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{1}{1 + j\omega RC} = \underbrace{\frac{1}{\sqrt{1 + \omega^2 R^2 C^2}}}_{\substack{\text{АЧХ} \\ = \ k}} \cdot e^{j\underbrace{(-\operatorname{arctg}(\omega RC))}_{\text{ФЧХ}}}$$

$A(\omega) = 20 \, lg_{10}(|k|)$

ω	0	$\frac{1}{10 RC}$	$\frac{1}{RC}$	$\frac{10}{RC}$	$\frac{100}{RC}$
$A(\omega)$	0	0	$-3\,dB$	$-20\,dB$	$-40\,dB$
$\varphi(\omega)$	0	$-5.7°$	$-45°$	$-84.3°$	$-89.4°$