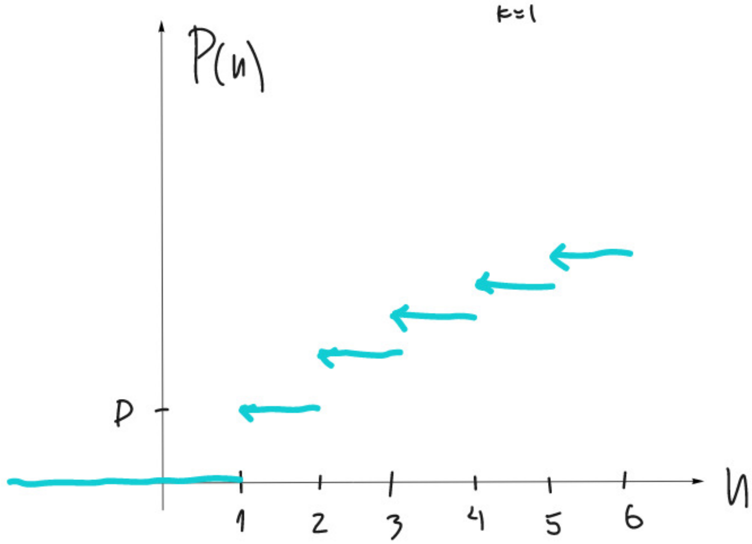
ДЗ 5

5.1.

n	0	1	2	K
$P(n)$	0	p	$p\cdot(1-p)$ ...	$(1-p)^{k-1}p$

$$\parallel$$

$$P(S_n=k)\Big|_{\substack{n=1\\k=1}}$$



5.2 По лемме о непр. $P(x \le t) = \lim\limits_{\substack{\varepsilon\to 0\\ \varepsilon>0}} F(t+\varepsilon) = F(t+0)$

$$P(x=t) = P(x\le t) - P(x<t) = F(t+0) - F(t)$$

$$P(x\in[a,b)) = P(x<b) - P(x<a) = F(b) - F(a)$$

$$P(x\in[a,b]) = P(x\in[a,b)) + P(x=b) = F(b) - F(a) + F(b+0) - F(b) = F(b+0) - F(a)$$

$$P(x\in(a,b)) = P(x\in[a,b)) - P(x=a) = F(b) - F(a) - F(a+0) + F(a) = F(b) - F(a+0)$$

$$P(x\in(a,b]) = F(b+0) - F(a+0)$$

5.3 а) $f(y) = \frac{1}{2} e^{-|y|}$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{2} e^{-|y|} dy = \int_{-\infty}^{0} \frac{1}{2} e^{y} dy + \int_{0}^{+\infty} \frac{1}{2} e^{-y} dy = \frac{e^{y}}{2}\Big|_{-\infty}^{0} - \frac{e^{-y}}{2}\Big|_{0}^{\infty} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \underline{1}$$ - явл.

б) $f(y) = e^{-y}$

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-y} dy = \int_{-\infty}^{0} e^{-y} dy + \int_{0}^{+\infty} e^{-y} dy = \lim_{a \to -\infty} \int_{a}^{0} e^{-y} dy + \lim_{b \to +\infty} \int_{0}^{b} e^{-y} dy = +\infty$$ - не явл.

в) $f(y) = \cos(y)$

$$\int \cos y \, dy = \sin y$$ - не явл. неубыв.

г) $f(y) \equiv 1$

$$\int 1 dy = y$$ предел при $+\infty$ будет $+\infty$

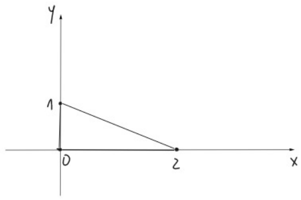
miro

5.4 $$\int_{0}^{1} C y^2 dy = C \frac{y^3}{3} \Big|_{0}^{1} = \frac{C}{3} = 1 \Rightarrow C = 3$$

$$F_x(t) = \int_{-\infty}^{t} C \frac{y^3}{3} dy = \begin{cases} 0, & t \le 0 \\ \frac{C}{3} t^3, & t \in (0, 1] \\ 1, & t \geq \underline{1} \end{cases}$$

miro

5.7 (0,0) (0,1) (2,0)



$$F_x(t) = \begin{cases} 0, & t \le 0 \\ \int_0^t \left(-\frac{1}{2}x+1\right)dx, & t \in (0,2] \\ 1, & t > 2 \end{cases}$$

$-\frac{1}{4}t^2 + t$

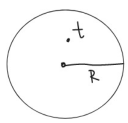
$$f_x(t) = \begin{cases} 0, & t \le 0 \\ 1 - \frac{1}{2}t, & t \in [0,2] \\ 0, & t > 2 \end{cases}$$

$$F_y(t) = \begin{cases} 0, & t \le 0 \\ \int_0^t (-2y+2)dy = -t^2+2t, & t \in [0,1] \\ 1, & t > 1 \end{cases}$$

$$f_y(t) = \begin{cases} 0, & t \le 0 \\ 2-2t, & t \in [0,1] \\ 0, & t > 1 \end{cases}$$

miro

5.8



$$F_x(t) = \begin{cases} 0, & t \le 0 \\ \pi t^2, & t \in (0,R] \\ 1, & t > R \end{cases}$$

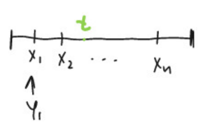
$$f_x(t) = \begin{cases} 0, & t \le 0 \\ 2\pi t, & t \in (0,R] \\ 0, & t > R \end{cases}$$

miro

5.12

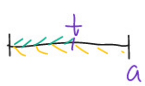
5.12. n точек независимо друг от друга бросаются на отрезок $[0;\ a]$. Найти функции распределения и плотности распределения случайных величин:

а) Y_1 (крайняя слева точка);



$F_{Y_1}(t) = P(Y_1 < t) =$

$= P($не все точки правее $t) =$



$- \left(\frac{t}{a}\right)$ ← успех

$= 1 - P($все т. правее $t) = 1 - \left(1 - \frac{t}{a}\right)^n$

$$F_{X_1} = \begin{cases} 0, & t \le 0 \\ 1-\left(1-\frac{t}{a}\right)^n, & t \in (0,a] \\ 1, & t > a \end{cases}$$

$$f_{X_1} = \begin{cases} 0, & t \le 0 \\ 1+ \frac{n\left(1-\frac{t}{a}\right)^{n-1}}{a}, & t \in (0,a] \\ 0, & t > a \end{cases}$$

miro