



Гомоморфизм



12.1 $\alpha, \beta \in K(\sigma)$

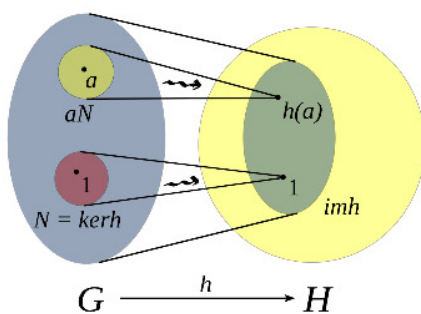
$$h: |\alpha| \rightarrow |\beta|, \quad \alpha = \langle |\alpha|, \sigma \rangle, \quad |\beta| = A$$

h - гомоморфизм, если $\forall P^n, f^n, c \in \sigma, \forall a_1, \dots, a_n \in |\alpha|$

$$1) \alpha \models P^\alpha(a_1, \dots, a_n) \Rightarrow \beta \models P^\beta(h(a_1), \dots, h(a_n))$$

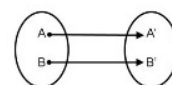
$$2) h(f^\alpha(a_1, \dots, a_n)) = f^\beta(h(a_1), \dots, h(a_n))$$

$$3) h(c^\alpha) = c^\beta$$



Изоморфизм — совпадение двух объектов, т.е. их подобие в обе стороны (каждому элементу системы A соответствует элемент системы B).

Гомоморфизм — подобие одного объекта другому, но не наоборот (каждому элементу системы B соответствует элемент системы A).



Объект Модель

для эпиморфизма B тоже должен куда-то отразиться

Epimorphism: surjective, AKA onto



Monomorphism: injective, AKA 1-1



Isomorphism: bijective, 1-1 and onto



Endomorphism: from a structure to itself



Automorphism: bijective endomorphism



и\

12.2

h - эпиморфизм если h - гомоморфизм и так же h - сюръективно

12.3

h - изоморфизм если

1) h - биективно

$$2) \forall P^n, f^n, c \in \sigma, \forall a_1, \dots, a_n \in |\alpha|$$

$$a) \alpha \models P^\alpha(a_1, \dots, a_n) \Leftrightarrow \beta \models P^\beta(h(a_1), \dots, h(a_n))$$

$$б) h(f^\alpha(a_1, \dots, a_n)) = f^\beta(h(a_1), \dots, h(a_n))$$

$$в) h(c^\alpha) = c^\beta$$

miro



12.4

h - изоморфное вложение, если:

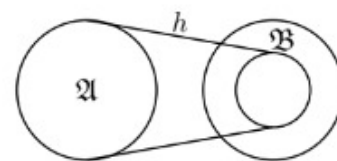
1) h - инъективно (разнозначно)

2) $\forall P^n, f^n, c \in \sigma, \forall a_1 \dots a_n \in |A|$

а) $a \neq P^a(a_1, \dots, a_n) \Leftrightarrow h(a) \neq P^b(h(a_1), \dots, h(a_n))$

б) $h(f^a(a_1, \dots, a_n)) = f^b(h(a_1), \dots, h(a_n))$

с) $h(c^a) = c^b$



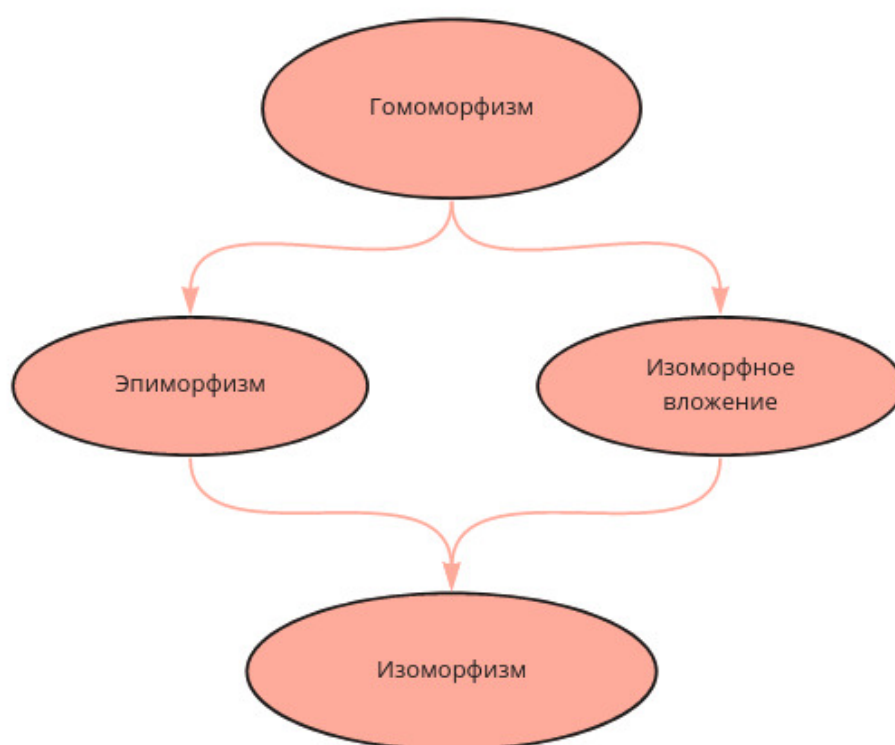
ЗАМЕЧАНИЕ 12.5.

а) h - эпиморфизм $\Leftrightarrow h$ - гомоморфизм и сюръекция ("на");

б) h - изоморфизм $\Leftrightarrow h$ - эпиморфизм и изоморфное вложение.



биекция = сюръекция + инъекция



miro