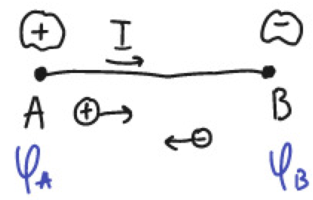
Seminar 1

Электродинамика

1) Эл. ток. $I = \frac{dQ}{dt}$



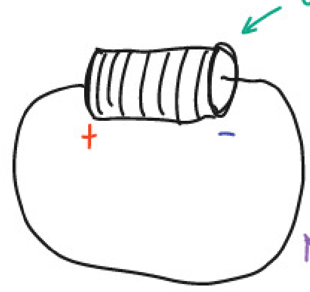
2) Разность потенциалов

$\Delta \varphi_{AB} = U$ – падение напряжения

Аналогия: давление в жидкости
Почему вода бежит по трубам? за счёт разности давления. В трубах насосы нагнетают давление, а на выходе, когда открываем кран давление атмосферное (нулевое). Так и ток движется за счёт разности потенциалов

3) Закон Ома.

(1)

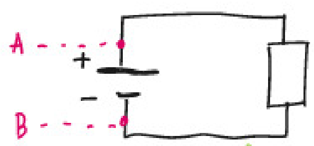


активный эл-т

медный провод

пассивный эл-т. запасает энергию

Источник создает разность потенциалов U. $U = I \cdot R$



Точечный пассивный эл-т.

Резистор. В нем концентрируется все сопротивление медного провода на (1)

Идеальный провод (нулевое сопротивление)

Источник создает электродвижущую силу $\mathcal{E}$.

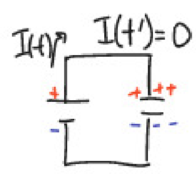
$\varphi_B - \varphi_A = \mathcal{E} = U_{BA} = I \cdot R$.

- Э.Д.С. характеризует источник.
- Падение напряжения характеризует участок цепи.

Какие еще есть пассивные эл-ты?

- Конденсатор.

диэлектрик



$$U = \frac{Q}{C}$$

- Накапливает на обкладках заряд
- Конденсатор характеризуется не током, а зарядом.
- Диэлектрик не пропускает ток ⇒ Сопротивление элемента беск.
- Емкость C характеризует способность накапливать заряд. [Фарад]
- Современные блоки питания ~ сотни мкФд.

- Катушка индуктивности.

(Пассивный эл-т но активная нагрузка т.к. может накапливать и отдавать)

L

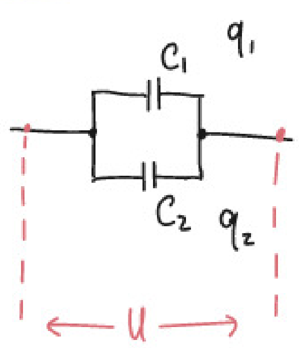
$[L] = 1$ Генри (Гн)

Если на этом участке цепи течет ток и он зав. от времени, то падение напряжения на этом участке: $U_L = L \cdot \frac{dI}{dt} = -\mathcal{E}_{\text{самоиндукции}}$.

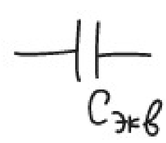
Т.е. в цепях постоянного тока катушка себя никак не проявляет.

Задача I $\quad C_{\text{экв}}$ – ?

а)



~



Т.е. 2 конденсатора заменить на 1.

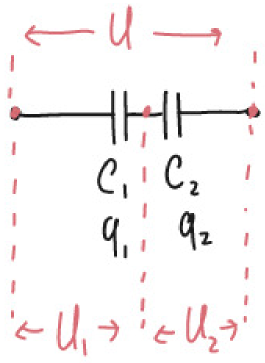
Параллельное: на всех эл-тах падение напряжение одинаковое.

$U_1 = U_2 = U \qquad q_1 = C_1 U \qquad q = q_1 + q_2$

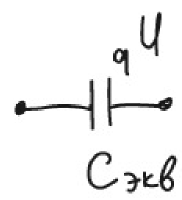
$q_2 = C_2 U$

$$C = \frac{q}{U} = \frac{q_1 + q_2}{U} = C_1 + C_2$$

Последовательное



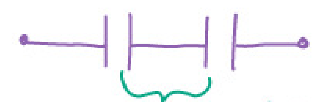
~



$$U = U_1 + U_2$$

$$q_1 = q_2 = q$$

т.к.



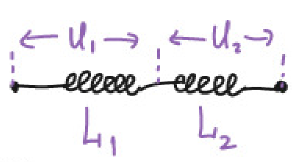
суммарный заряд = 0
(ни с чем не соед.)

$$\frac{q}{C_{экв}} = \frac{q_1}{C_1} + \frac{q_2}{C_2} \Rightarrow \frac{1}{C_{экв}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$$

$$C_{экв} = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}$$

Д/з: $L_{экв} = ?$ $\qquad L = U_L \cdot \frac{1}{\frac{dI}{dt}}$

а)

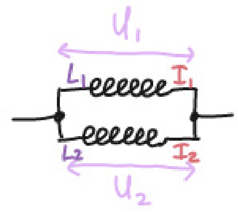


Ток и скорость одинаковые. $U = U_1 + U_2$

$$U_L = L_1 \cdot \frac{dI}{dt} + L_2 \frac{dI}{dt} = L_{эк.} \cdot \frac{dI}{dt}$$

$$L_{экв} = L_1 + L_2$$

miro

б) 

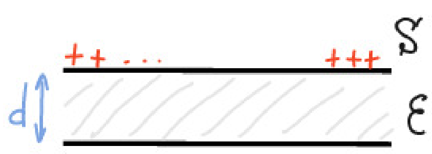
$U = U_1 = U_2$

$I = I_1 + I_2$

$$\frac{dI}{dt} = \frac{U_L}{L_{экв}} = \frac{U_1}{L_1} + \frac{U_2}{L_2}$$

$$\frac{1}{L_{экв}} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2}$$

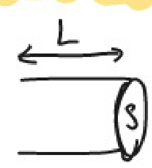
Ещё немного про конденсаторы:



$$C = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S}{d}$$; Поле $E = \dfrac{U}{d}$

- **Сопротивление проводника**

$$R = \rho \frac{L}{S}$$



ρ – удельный объем сопротивления

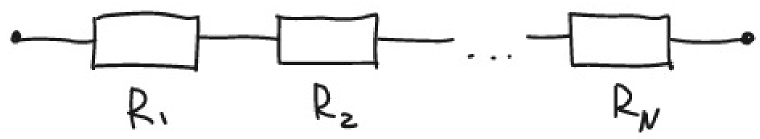
$\sigma = \dfrac{1}{\rho}$ – проводимость

miro

- Соединение резисторов

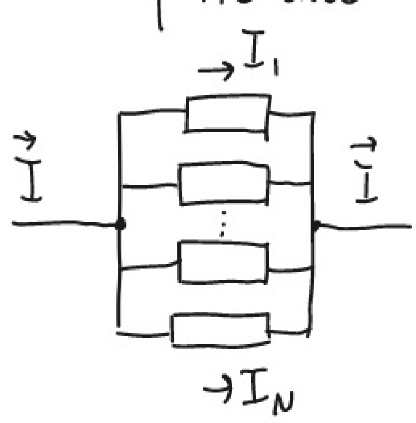
  – Последовательное

$$I = \frac{U}{R}$$



$$I_1 = \ldots = I_N$$
$$U = U_1 + \ldots + U_N \Rightarrow R_{экв} = R_1 + R_2 + \ldots + R_N$$

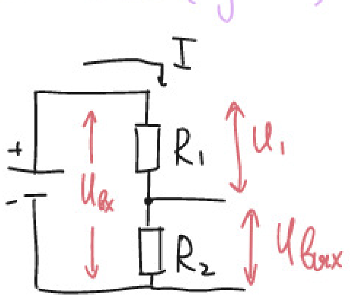
  – Параллельное



$$U_1 = \ldots = U_N$$
$$I = I_1 + I_2 + \ldots + I_N$$
$$U = \frac{I}{R_{экв}} = \frac{I_1}{R_1} + \ldots + \frac{I_N}{R_N}$$
$$\frac{1}{R_{экв}} = \frac{1}{R_1} + \ldots + \frac{1}{R_N}$$

- Резестивный делитель

Понижает (делит) напряжение



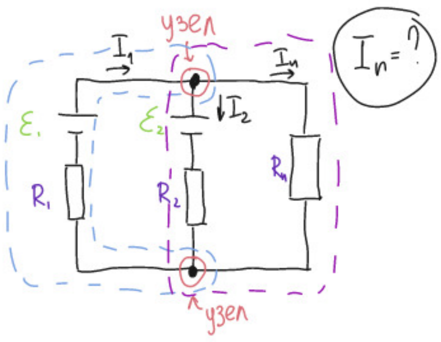
$$\frac{U_{вых}}{U_{вх}} - ?$$

$$U_{вых} = I \cdot R_2$$
$$U_1 = I \cdot R_1$$
$$\Rightarrow U_{вых} + U_1 = I(R_1 + R_2)$$
$$I = \frac{U_{вых} + U_1}{R_1 + R_2} = \frac{U_{вх}}{R_1 + R_2}$$

$$U_{вых} = IR_2 = \frac{U_{вх} \cdot R_2}{R_1 + R_2}$$

$$\frac{U_{вых}}{U_{вх}} = \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

Правила Кирхгофа



Ветвь – кусок цепи между узлами

Контур – несколько ветвей об. замкнутый контур.

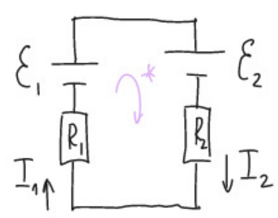
① Электрический заряд сохраняется

Токи, втекающие в узел равны вытекающим.

т.е. в узле ток не накапливается.

$$I_1 = I_2 + I_n$$

② Закон сохр. энергии



$$\mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2^{*} = I_2 R_2 + I_1 R_1$$

*Для источника : проходим с "−" на "+" = "+"

с "+" на "−" = "−"

* Задаем направление обхода

! В контуре сумма ЭДС = сумма падение напряжения.

Для всей схемы выше:

$$\begin{cases} \mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2 = I_2 R_2 + I_1 R_1 \\ \mathcal{E}_2 = I_n R_n - I_2 R_2 \\ I_1 = I_2 + I_n \end{cases}$$

- $I_2 = \dfrac{I_n R_n - \mathcal{E}_2}{R_2}$

- $\mathcal{E}_1 - I_n R_n + \cancel{I_2 R_2} = \cancel{I_2 R_2} + I_1 R_1$

$\Rightarrow I_1 = \dfrac{\mathcal{E}_1 - I_n R_n}{R_1}$

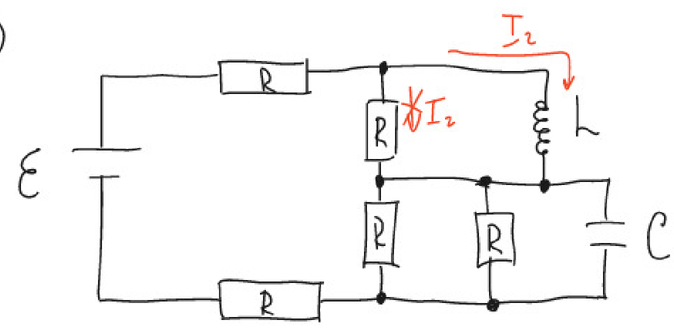
- $I_n = \dfrac{\mathcal{E}_1 - I_n R_n}{R_1} - \dfrac{I_n R_n - \mathcal{E}_2}{R_2} = \dfrac{\mathcal{E}_1 R_2 - I_n R_n R_2 + \mathcal{E}_2 R_1 - I_n R_n R_1}{R_1 R_2}$

$$I_n = \frac{\mathcal{E}_1 R_2 + \mathcal{E}_2 R_1}{R_1 R_2} - \frac{I_n R_n (R_2 + R_1)}{R_1 R_2}$$

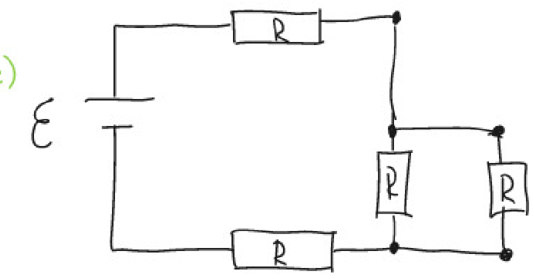
$$I_n \left(1 + \frac{R_n (R_2 + R_1)}{R_1 R_2}\right) = \frac{\mathcal{E}_1 R_2 + \mathcal{E}_2 R_1}{R_1 R_2}$$

$$I_n = \frac{\mathcal{E}_1 R_2 + \mathcal{E}_2 R_1}{R_1 R_2 + R_n R_2 + R_1 R_n}$$

③



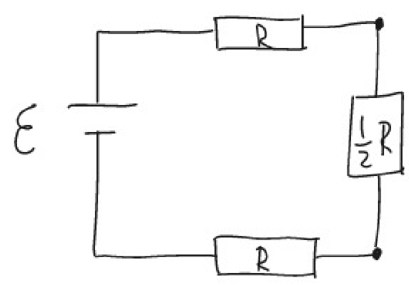
(1), (2) ~



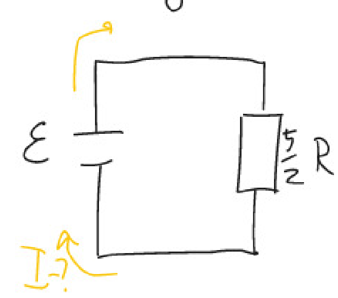
(1) В конденсаторе ток не течет, можем выкинуть.

(2) Ток постоянный ⇒ катушка ничего не делает, просто провод *

(3) ~



(4) ~



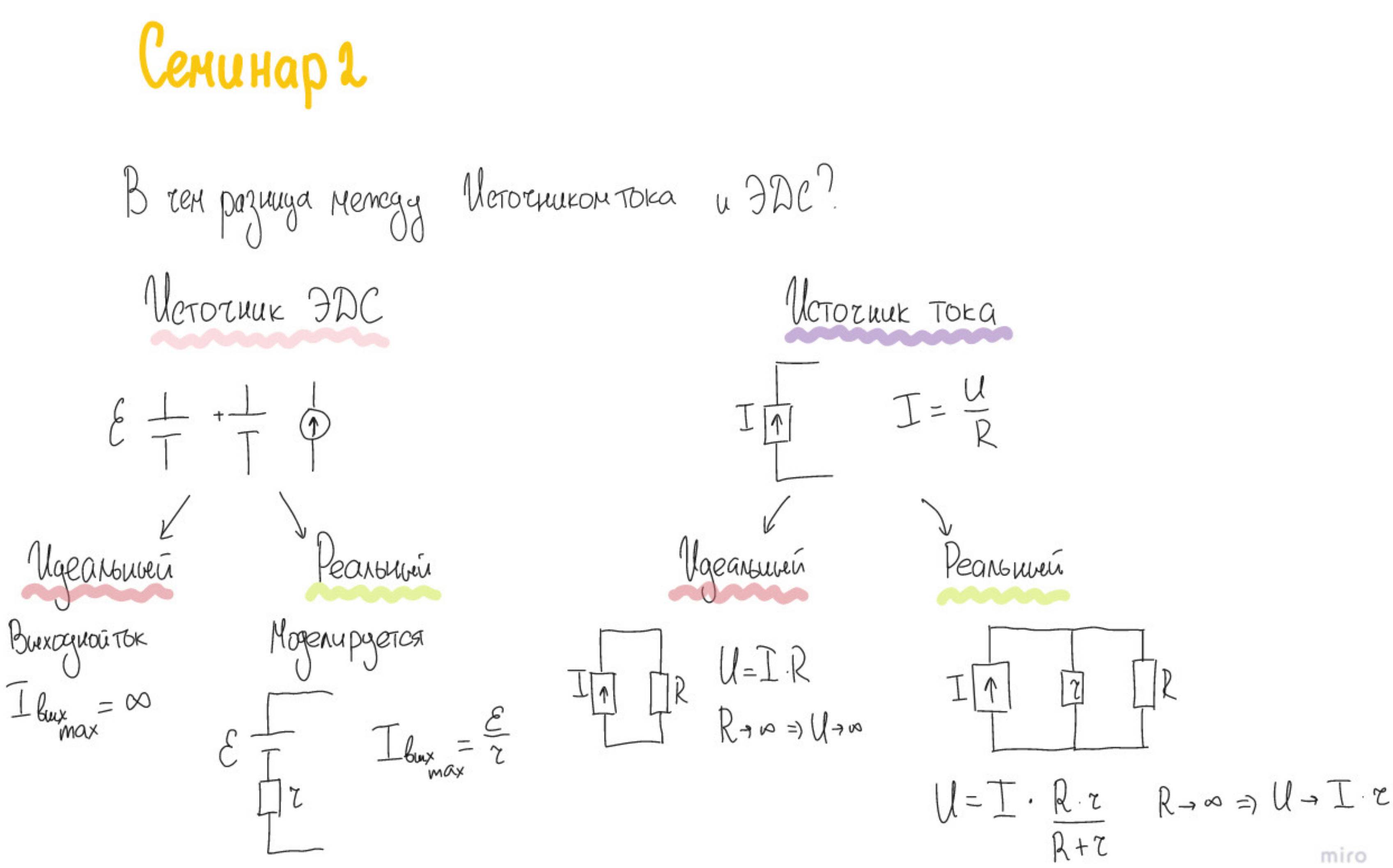
(3) $\frac{1}{R_{экв}} = \frac{2}{R} \Rightarrow R_{экв} = \frac{R}{2}$

(4) $R_{экв} = R + \frac{1}{2}R + R = \frac{5}{2}R$

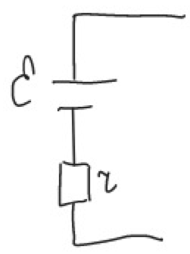
Ответ: $I = \frac{2}{5} \cdot \frac{\mathcal{E}}{R}$

miro

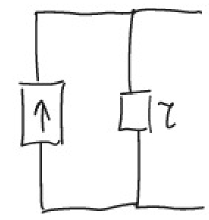
Seminar 2


Семинар 2
В чем разница между Источником тока и ЭДС?
Источник ЭДС
Источник тока
Идеальный
Реальный
Выходной ток
$I_{вых_{max}} = \infty$
Моделируется
$\mathcal{E}$
r
$I_{вых_{max}} = \frac{\mathcal{E}}{r}$
$I = \frac{U}{R}$
Идеальный
Реальный
$U = I \cdot R$
$R \to \infty \Rightarrow U \to \infty$
$U = I \cdot \frac{R \cdot r}{R + r}$
$R \to \infty \Rightarrow U \to I \cdot r$
miro

Реальные источники тока и ЭДС эквивалентны



$\equiv$



$I = \frac{\mathcal{E}}{r}$

r - мало относитетельно подключенной нагрузки → Источник ЭДС

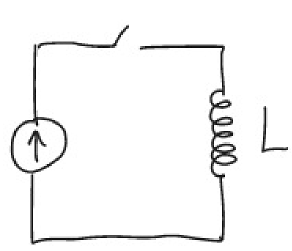
r - большое → Источник тока

Переходные процессы

Задача: $U(t)$ - ? a) $\mathcal{E}, L$ c) I, L

$I(t)$ - ? b) $\mathcal{E}, C$ d) I, C

a)



$U_L(t)$ - ? $I(t)$ - ?

$$\mathcal{E} = U_L = L \cdot \frac{dI}{dt}$$

$U_L(t) = \mathcal{E}$ – меняется мгновенно

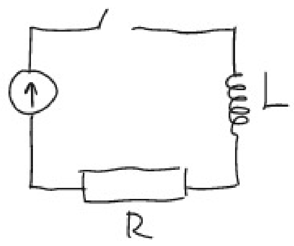
$$\frac{\mathcal{E}}{L} = \frac{dI}{dt} \Rightarrow \int dI = \int \frac{\mathcal{E}}{L} \cdot dt$$

$$I(t) = \frac{\mathcal{E}}{L} \cdot t + const$$

По 2-ому правилу коммутации, ток через катушку не течет мгновенно, т.е. $I(0) = 0 \Rightarrow const = 0$

$$I(t) = \frac{\mathcal{E}}{L} \cdot t$$

Реальная схема:



$I(t)-?$

$U_L(t)-?$

$I(0)=0$

$\mathcal{E}=U_L+I\cdot R \Rightarrow U_L(t)=\mathcal{E}-I\cdot R$

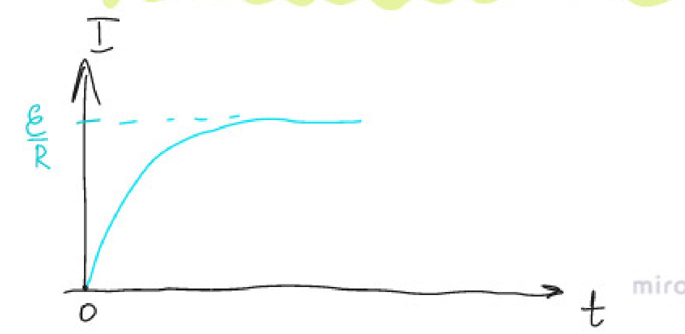
$$\mathcal{E}=L\cdot\frac{dI}{dt}+I\cdot R$$

$$\int_0^I\frac{dI}{\mathcal{E}-I\cdot R}=\int_0^t\frac{dt}{L}$$

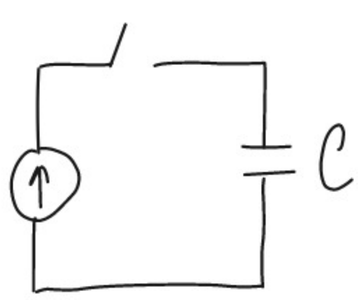
$$-\frac{1}{R}\ln|\mathcal{E}-I\cdot R|\Big|_0^I=\frac{t}{L}\Big|_0^t$$

$$\ln\left|\frac{\mathcal{E}-I\cdot R}{\mathcal{E}}\right|=-\frac{t\cdot R}{L}$$

$$\frac{\mathcal{E}-I\cdot R}{\mathcal{E}}=\exp\left(-\frac{t\cdot R}{L}\right)\Rightarrow I(t)=\frac{\mathcal{E}}{R}\left(1-\exp\left(-\frac{t\cdot R}{L}\right)\right)$$



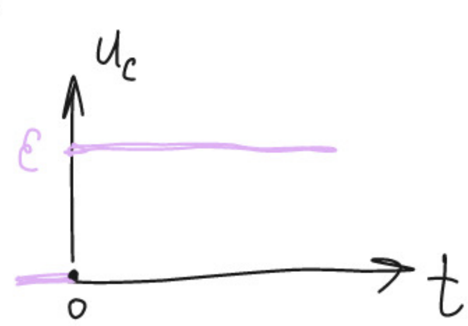
b)



$t=0$ $U_c(0)=0$

$q(0)=0$

$U_c=\dfrac{q}{C}$; $\mathcal{E}=U_c=\dfrac{q}{C}$

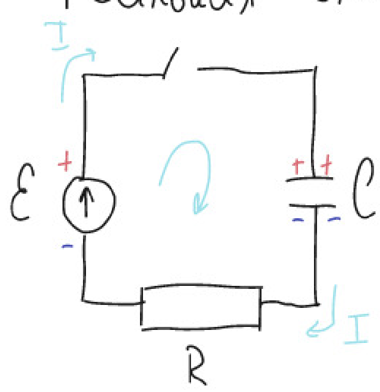


$q_{\text{установившийся}}=\mathcal{E}\cdot C$

$I=\dfrac{dq}{dt}\to\infty$??

Так не бывает в жизни, нужно учесть внутр. сопротивления эл-тов.

Реальная схема:



$U_c(0) = 0$

$\mathcal{E} = U_c + U_R = \frac{q}{C} + I \cdot R$

$\mathcal{E} = \frac{q}{C} + \frac{dq}{dt} \cdot R$ Замена: $q' = q + \mathcal{E} \cdot C$ $dq' = dq$

$q = q' - \mathcal{E} \cdot C$

$$\cancel{\mathcal{E}} = \frac{q'}{C} - \cancel{\frac{\mathcal{E} C}{C}} + \frac{dq'}{dt} \cdot R \Rightarrow -\frac{q'}{C} = \frac{dq'}{dt} \cdot R$$

$$\int -\frac{dt}{R \cdot C} = \int \frac{dq'}{q'} \Rightarrow -\frac{t}{RC} = \ln|q'| + C$$

$$-\frac{t}{RC} = \ln|q + \mathcal{E} \cdot C| + C$$

Найдем C из начальных условий:

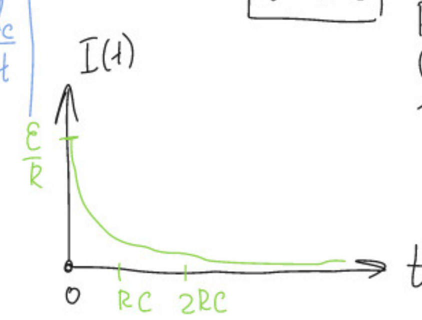
$t = 0$, $q(0) = 0$ $\Big|$ $0 = \ln|\mathcal{E}C| + C \Rightarrow C = -\ln|\mathcal{E}C|$

$$-\frac{t}{RC} = \ln|q + \mathcal{E}C| - \ln|\mathcal{E}C| = \ln\left|\frac{q}{\mathcal{E}C} + 1\right|$$

$$\frac{q}{\mathcal{E}C} + 1 = \exp\left(-\frac{t}{RC}\right) \Rightarrow q = \mathcal{E}C\left(1 - \exp\left(-\frac{t}{RC}\right)\right)$$

$$U_c = \frac{q}{C} = \mathcal{E}\left(1 - \exp\left(-\frac{t}{RC}\right)\right)$$ $\boxed{I = \frac{dq}{dt} = C\frac{dU_c}{dt}}$

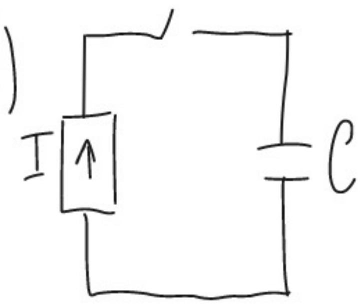
$$I(t) = C\frac{dU_c}{dt} = \frac{C \cdot \mathcal{E}}{RC} \cdot \exp\left(-\frac{t}{RC}\right) = \frac{\mathcal{E}}{R}\exp\left(-\frac{t}{RC}\right)$$



$\boxed{\tau = R \cdot C}$

Например:
$R = 1$ Ом
$C = 1$ мкФ
$\tau \approx 10^{-6}$ сек.

d)



$U_c(t)$ - ?

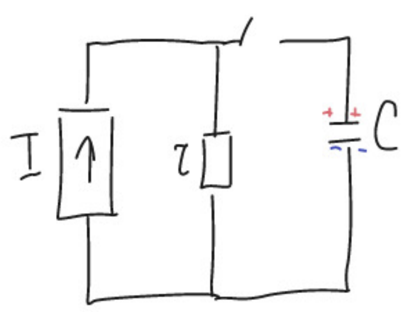
$U_c(0)=0$

$$\frac{dU_c}{dt} = \frac{I}{C}$$

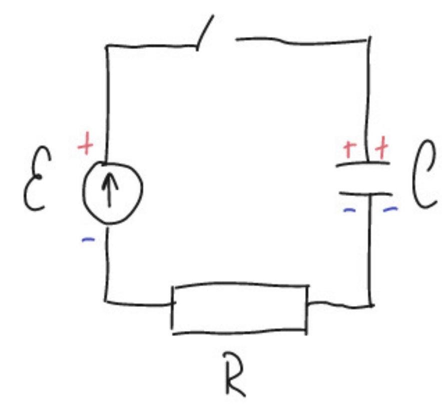
$$dU_c = \frac{I}{C}dt$$

$$U_c = \frac{I}{C}t + 0$$

Реальная сх:

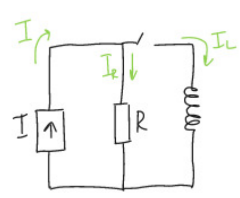


$\equiv$



Уже решили в b)

c)



$I(t)$ - ? $U_L(t)$ - ?

1 пр.К: $I = I_R + I_L$

2 пр.К: $U_R + U_L = 0$

$I_R R + L\frac{dI_L}{dt} = 0$

$(I - I_L)R + L\frac{dI_L}{dt} = 0$

$$\int -\frac{R\,dt}{L} = \int \frac{dI_L}{(I-I_L)} \Rightarrow -\frac{R}{L}t = -\ln|I-I_L| + C$$

$z = I - I_L \quad dz = -dI_L$

$I_L(0) = 0$ – 2ое пр. коммутации

$t=0$: $0 = -\ln|I| + C \Rightarrow C = \ln|I|$

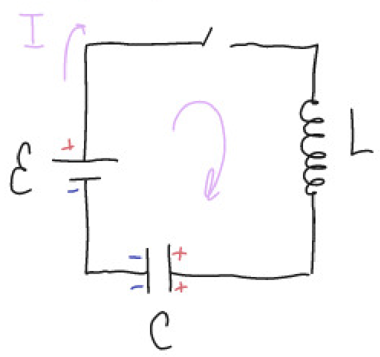
$$-\frac{R}{L} = \ln I - \ln(I - I_L) = -\ln\left(\frac{I-I_L}{I}\right)$$

$$1 - \frac{I_L}{I} = \exp\left(-\frac{Rt}{L}\right)$$

$$I_L(t) = \left(1 - \exp\left(-\frac{Rt}{L}\right)\right)\cdot I$$

$$U_L = L\frac{dI_L}{dt} = IL\left(\frac{Rt}{L}\right)\cdot\exp\left(-\frac{Rt}{L}\right)$$

Колебательный контур



$$\left.\begin{aligned} I_L &= 0 \\ q_C &= 0 \end{aligned}\right\}$$ 1,2 правила коммутации

$$\mathcal{E} = U_L + U_C = L \cdot \frac{dI}{dt} + \frac{q}{C}$$

$$\frac{1}{L}\frac{d\mathcal{E}}{dt} = \frac{d^2 I}{dt^2} + \frac{dq}{dt} \cdot \frac{1}{LC}$$

$$\frac{d^2 I}{dt} + \frac{I}{LC} = 0$$ — Ур-е гармонических колебаний

Брутфорсим решение:

$$I_0(t) = A \cdot \cos(\omega t)$$

$$\frac{d^2 I_0}{dt^2} + \frac{I_0}{LC} = \cancel{A} \cdot (-\omega^2)\, \cancel{\cos(\omega t)} + \frac{\cancel{A \cos(\omega t)}}{LC} = 0 \Rightarrow \omega^2 = \frac{1}{LC}$$

Чтобы это было реш достаточно : $\omega^2 = \frac{1}{LC} \Rightarrow \omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$

$$I(t) = A \cdot \cos\left(\frac{t}{\sqrt{LC}}\right) + B\sin\left(\frac{t}{\sqrt{LC}}\right)$$

Найдем A и B из начальных условий:

$I(0) = 0$

$U_c(0) = 0$

1) $0 = A \cdot \cos(0) + B\sin(0) \Rightarrow A = 0$

2) $\mathcal{E} = U_c(0) + L\dfrac{dI(0)}{dt} = L \cdot \dfrac{dI(0)}{dt}$

$$\frac{dI(0)}{dt} = \frac{B}{\sqrt{LC}} \cos\left(\frac{t}{\sqrt{LC}}\right)\Bigg|_{t=0} = \frac{B}{\sqrt{LC}}$$

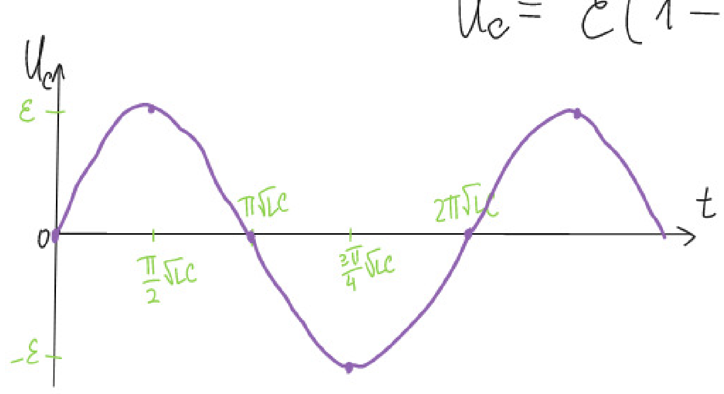
$$\mathcal{E} = \frac{LB}{\sqrt{LC}} \Rightarrow B = \mathcal{E}\sqrt{\frac{C}{L}}$$

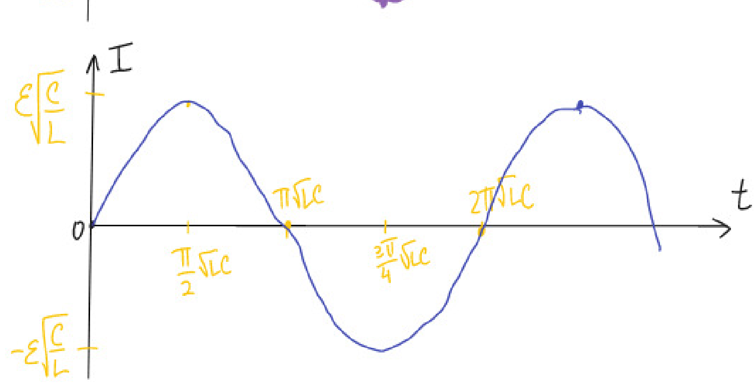
$$I(t) = \mathcal{E}\sqrt{\frac{C}{L}} \sin\left(\frac{t}{\sqrt{LC}}\right)$$

$$\frac{dU_c}{dt} = \frac{I}{C} \Rightarrow \int dU_c = \int \frac{I}{C}dt = \frac{\mathcal{E}}{C}\sqrt{\frac{C}{L}} \int \sin\left(\frac{t}{\sqrt{LC}}\right)dt = -\frac{\mathcal{E}}{C}\sqrt{\frac{C}{L}} \cdot \sqrt{LC} \cos\left(\frac{t}{\sqrt{LC}}\right) + C$$

$U_c = -\mathcal{E} \cos\left(\dfrac{t}{\sqrt{LC}}\right) + C$ $\quad$ $U_c\big|_{t=0} = 0 \Rightarrow -\mathcal{E} \cdot 1 + C = 0 \Rightarrow C = \mathcal{E}$

$$U_c = \mathcal{E}\left(1 - \cos\left(\frac{t}{\sqrt{LC}}\right)\right)$$





Seminar 4

Семинар 4.

Направление инд. тока

$\mathcal{E}$ индукции создает индукционный ток

$B(t)$ уменьшается. $B(t)\downarrow$

Появл ЭДС индукции т.к меняется магнитный поток через контур

(*) напр $\vec{n}$ – правой рукой вкручиваем винт.

$$\mathcal{E}_{инд.} = -\frac{d\Phi}{dt}$$

В простейшем случае, $\Phi = B\cdot S\cdot \cos(\vec{B}, \vec{n})$ – магн. поток

Т.к. $\vec{B} \uparrow\downarrow \vec{n}$ то $\Phi = -B\cdot S$

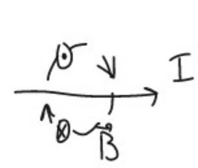
$B(t)$ уменьшается $\Rightarrow$ Φ растет $\Rightarrow \frac{d\Phi}{dt} > 0 \Rightarrow -\frac{d\Phi}{dt} < 0 \Rightarrow \mathcal{E}_{инд} < 0$

Правило Ленца

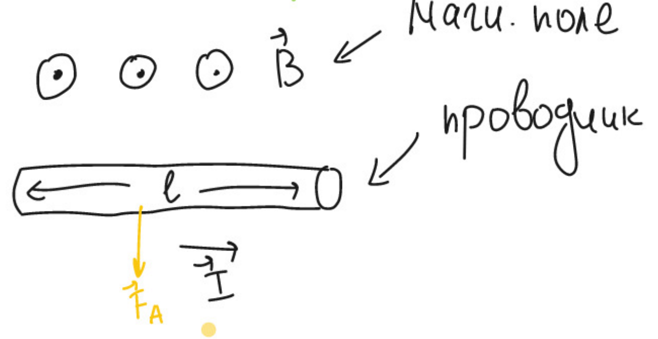
Инд. ток стремится компенсировать уменьшение изменения магнитного потока

$B_{внеш}\downarrow \Rightarrow \Phi\downarrow \Rightarrow B_{собств} \uparrow\uparrow B_{внеш}$

сонаправл.



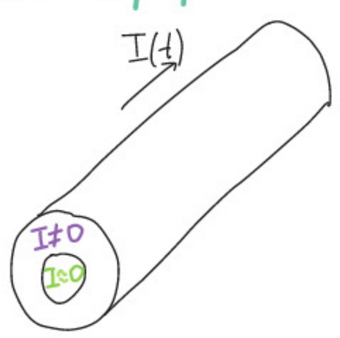
Сила Ампера

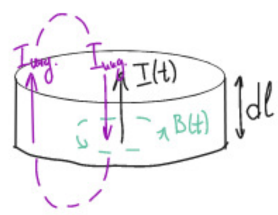


Тогда, на проводник действует сила ампера $\vec F_A = [\bar I \times \bar B] \cdot l$

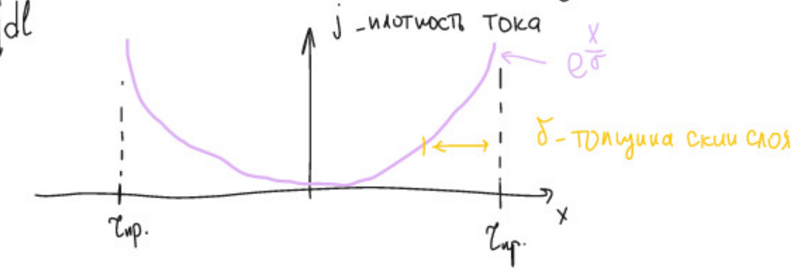
Скин эффект

Скин эффект – явление, когда внутри проводника тока течет больше чем на краях проводника

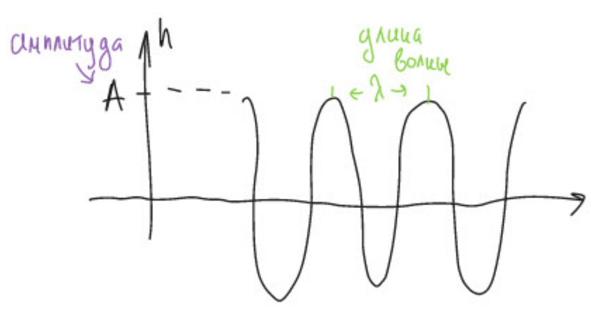




$I(t) \Rightarrow B(t) \Rightarrow \Phi(t) \Rightarrow I_{инд.}(t)$



Волны



Волновой вектор – показывает куда в данной точке движется волна

$|\vec K| = \frac{2\pi}{\lambda}$ пространственная частота волны

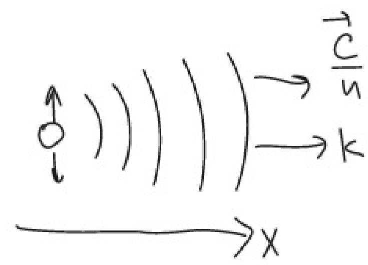
$$h(x,t) = \underbrace{A}_{\text{амплитуда}} \cdot \cos(\underbrace{k \cdot x - \omega t}_{\text{фаза}})$$

Электромагнитные волны, поляризация

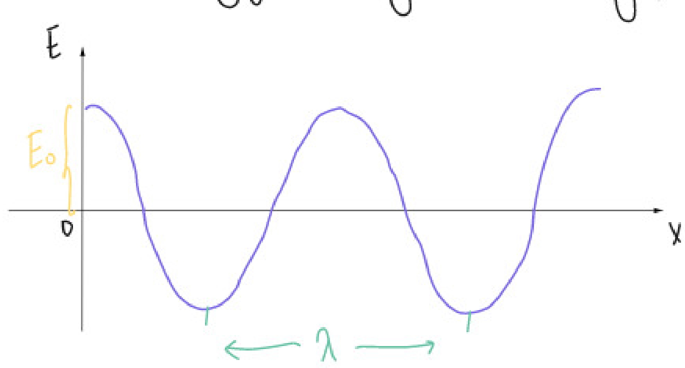
Семинар 6

Электромагнитные волны

Источник



Волна создается движением заряженных частиц.



$$\vec{E}(x,t) = \vec{E}_0 \cos(kx - \omega t + \varphi)$$

! Монохроматические волны поляризованы

$$\vec{S} = [\vec{E} \times \vec{H}]_{Си} = \left[\frac{Вт}{м^2}\right]$$

Вектор Пойнтинга $= \frac{c}{4\pi}[\vec{E} \times \vec{H}]_{СГС}$

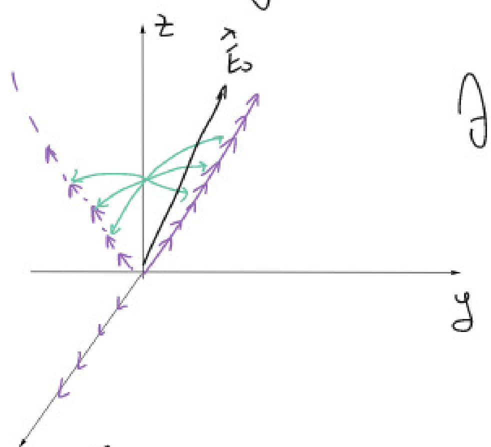
Поляризация – упорядоченное движение вектора возмущение в направлении $\perp$ направлению распространения волны

Интенсивность эл.м излучения – усредн. по времени величина плотности потока мощности, переносимая эл.м. волной в напр. своего распространения.

$$I(r,t) = \langle S(r,t)\rangle = \frac{1}{\tau_0}\int_t^{t+\tau_0} S(r,\tilde{t})\,d\tilde{t}$$

τ_0 – разрешающее время измер. прибора

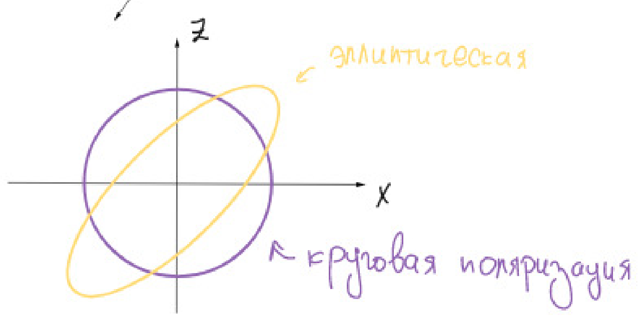
Направление движ. колебаний и есть поляризация.



Электр. поле движется вдоль одной линии –

линейная поляризация

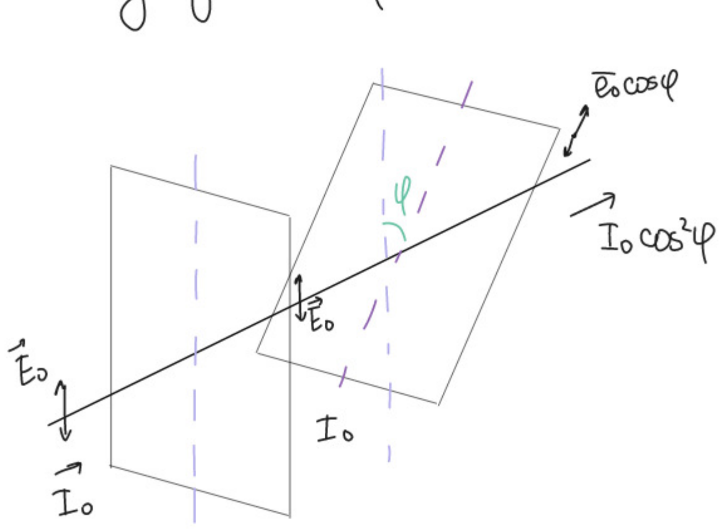
$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$$ – принцип суперпозиции



Есть естестественно поляризованный свет.

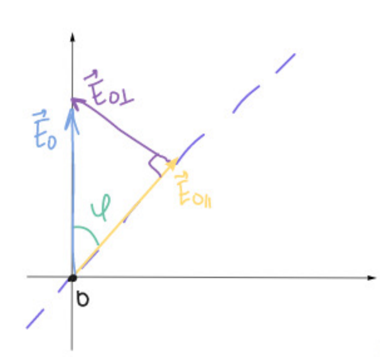
Какая часть света пройдет ч/з 2 скрещ. поляризатора

под углом φ



- после прохождения 1го поляризатора ничего не меняется
- второй:

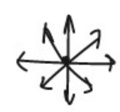
$$E_{0\parallel} = E_0 \cos\varphi$$

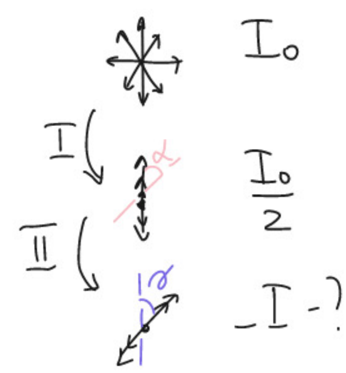


а) I_0 , $I \sim \langle E^2 \rangle$

б) Ест. поляриз. свет

$$\frac{dI_0}{d\varphi} = A = const$$





I) $E_{\parallel}^2 = E_0^2 \cos^2\alpha$

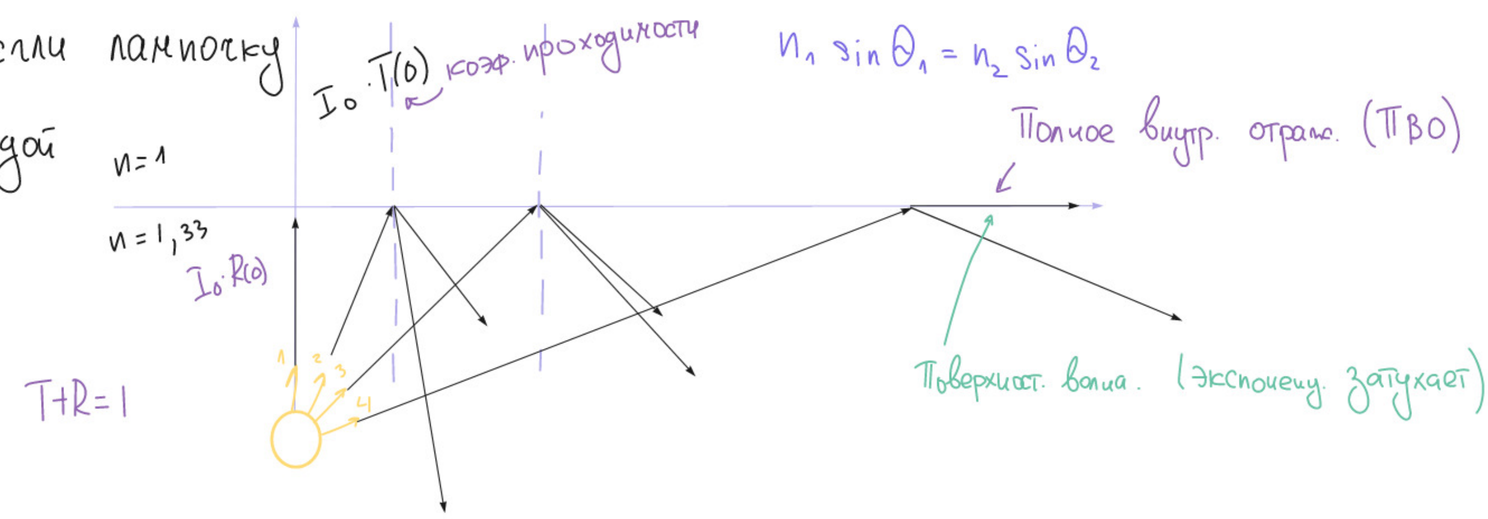
$$I_{\parallel} = I_0 \langle \cos^2\alpha \rangle$$

$$I_{\parallel} = I_0 \cdot \frac{1}{2}$$

II) $E_2^2 = E_1^2 \cdot \cos^2\gamma$

$$I_2 = I_1 \cos^2\gamma = \frac{I_0 \cos^2\gamma}{2}$$

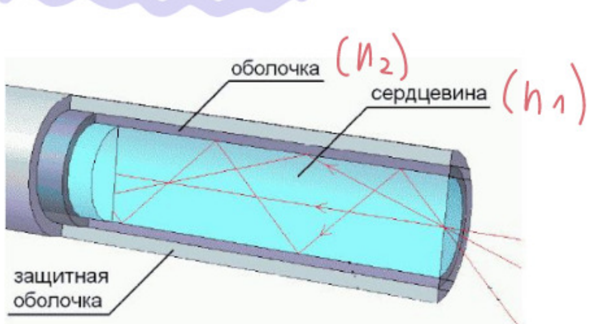
② Замели лампочку под водой



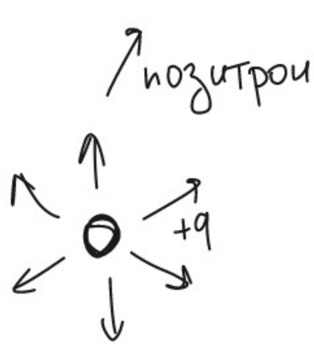
ПВО $n_1 \sin\theta_1 > n_2$

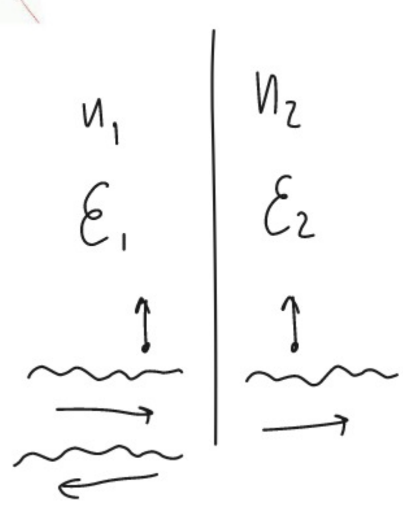
$$\sin\theta_1 > \frac{n_2}{n_1}$$

Оптоволокно



$n_1 > n_2$





$$\left.\begin{array}{l}\vec{E}_\tau = const \\ \text{Аналогично} \\ \vec{H}_\tau = const\end{array}\right\} \to R, T$$

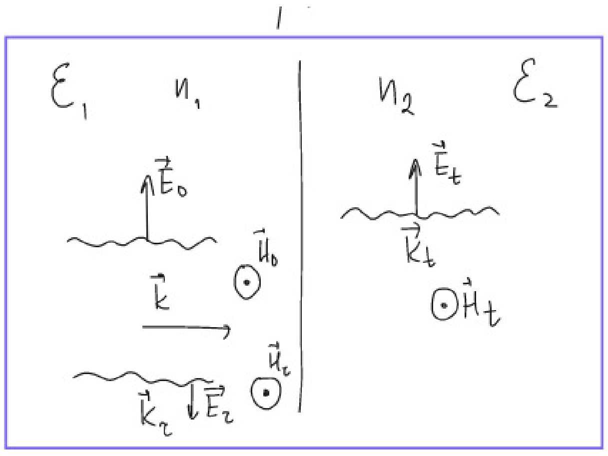
③ $R - ?$ n_1 и n_2

$$\operatorname{rot} \vec{E} = \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \qquad \hat{\vec{E}} = \hat{E}_0 \cos\left(e^{i(\bar{k}\bar{r} - \omega t)}\right)$$

$$\operatorname{rot} \vec{H} = \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

$$\operatorname{rot} \vec{E} = \begin{vmatrix} e_x & e_y & e_z \\ \frac{\partial}{\partial x} & & \\ \vec{E} & & \end{vmatrix} = i\left[\bar{k} \times \hat{\vec{E}}\right] = -\frac{\mu}{c} \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} = -\frac{\mu}{c} \cdot -i\omega \tilde{\vec{H}}$$

$$\tilde{\vec{H}} = \frac{c}{\mu\omega} \left[\vec{k} \times \tilde{\vec{E}}\right]$$



$$\vec{E}_0 + \vec{E}_r = \vec{E}_t$$

$$\begin{cases} E_0 - E_r = E_t \\ H_0 + H_r = H_t \end{cases}$$

$$|H| = \frac{c}{\mu\omega} k|E| \ominus \quad k = \frac{n\omega}{c}$$

$$\ominus \ \frac{n}{\underset{=1}{\mu}} |E| \Rightarrow H = n \cdot E$$

$$E_0 - E_r = E_t$$

$$n_1 E_0 + n_1 E_r = n_2 E_t$$

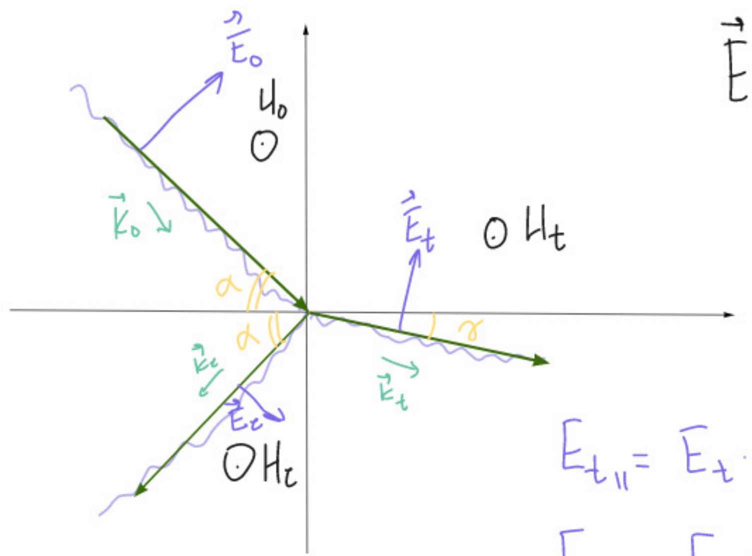
$$E_r = E_0 \underbrace{\left(\frac{n_2 - n_1}{n_2 + n_1}\right)}_{}$$

r - амплитудный коэф. отражения волны.

$$I_r = I_0 \left(\frac{n_1 - n_2}{n_2 + n_1}\right)^2$$

$$R = \frac{(n_2 - n_1)^2}{(n_2 + n_1)^2} \quad \text{- ответ.}$$

Д/З:



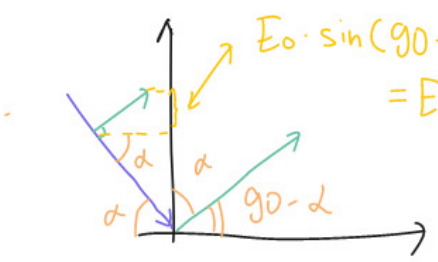
$$\vec E_0 + \vec E_\tau = \vec E_t$$

$$\begin{cases} E_{0\parallel} - E_{\tau\parallel} = E_{t\parallel} \\ |E_{0\parallel}|\cdot n_1 + |E_{\tau\parallel}|\cdot n_1 = |E_{\tau\parallel}|\, n_2 \end{cases}$$

$$E_{t\parallel} = E_t\cdot\cos\gamma$$

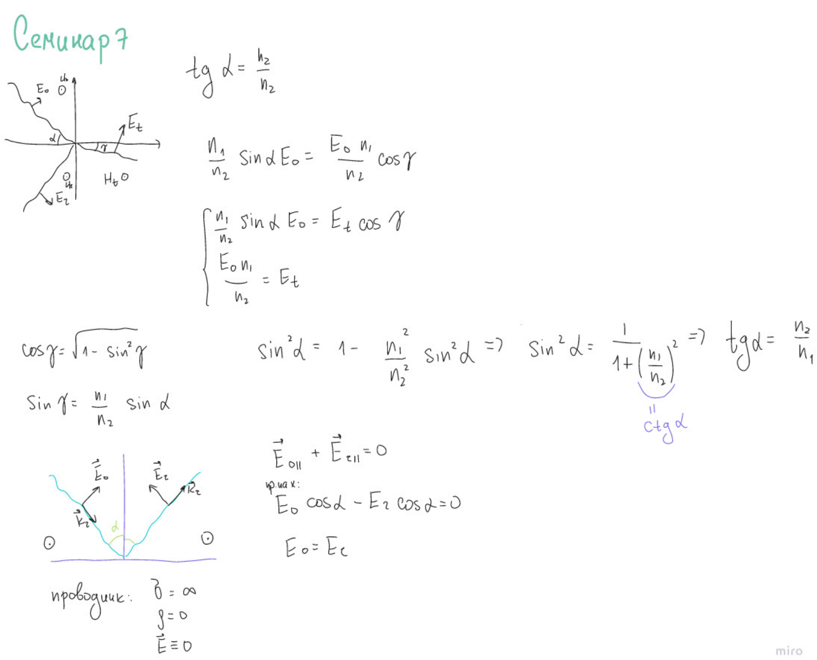
$$E_{0\parallel} = E_0\cos\alpha$$

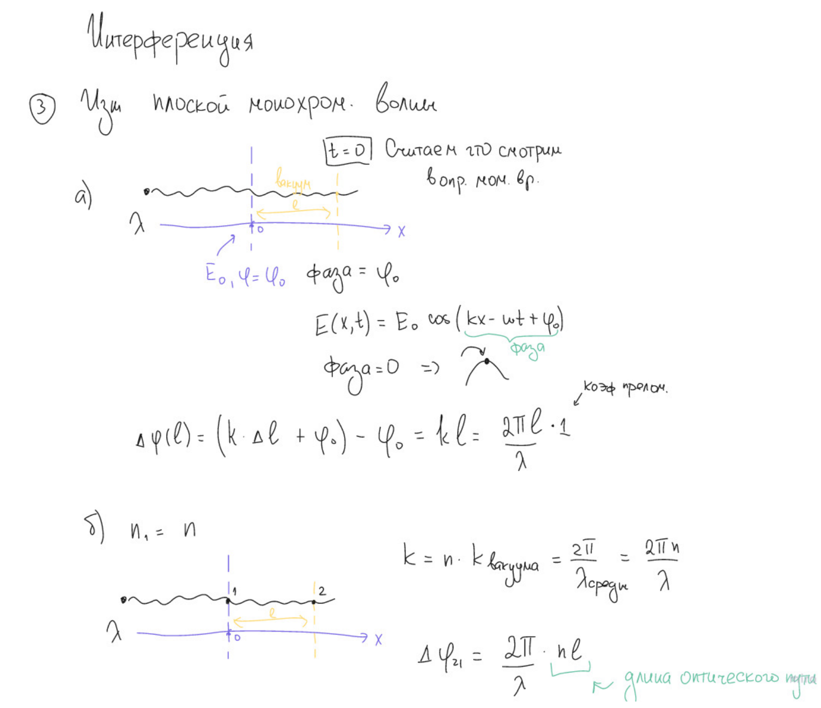
$$E_{\tau\parallel} = E_\tau\cos\alpha$$

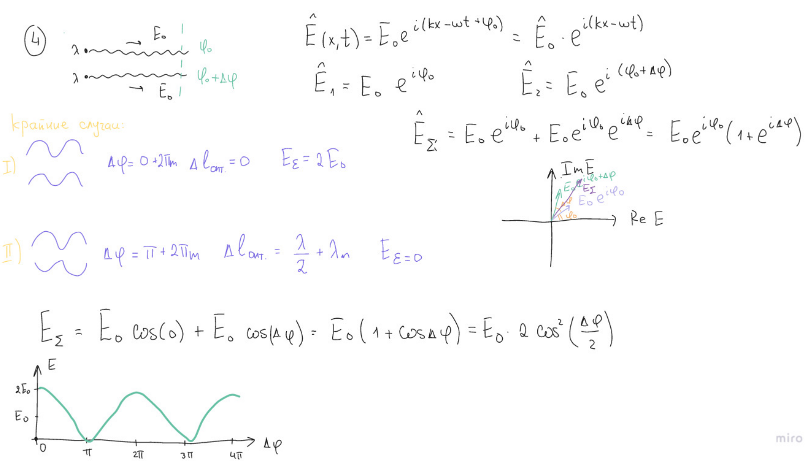


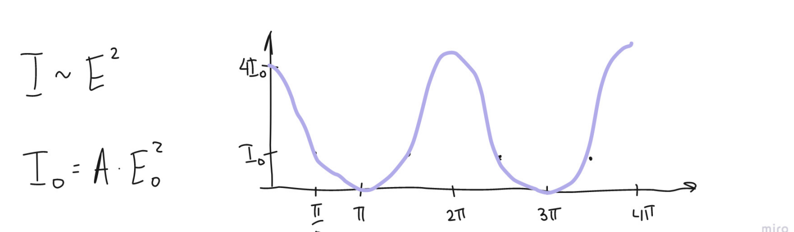
$$E_0\cdot\sin(90-\alpha) = E_0\cdot\cos\alpha$$

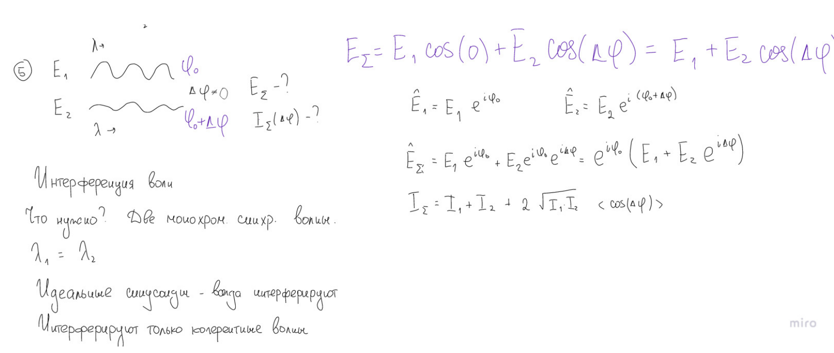
Seminar 7

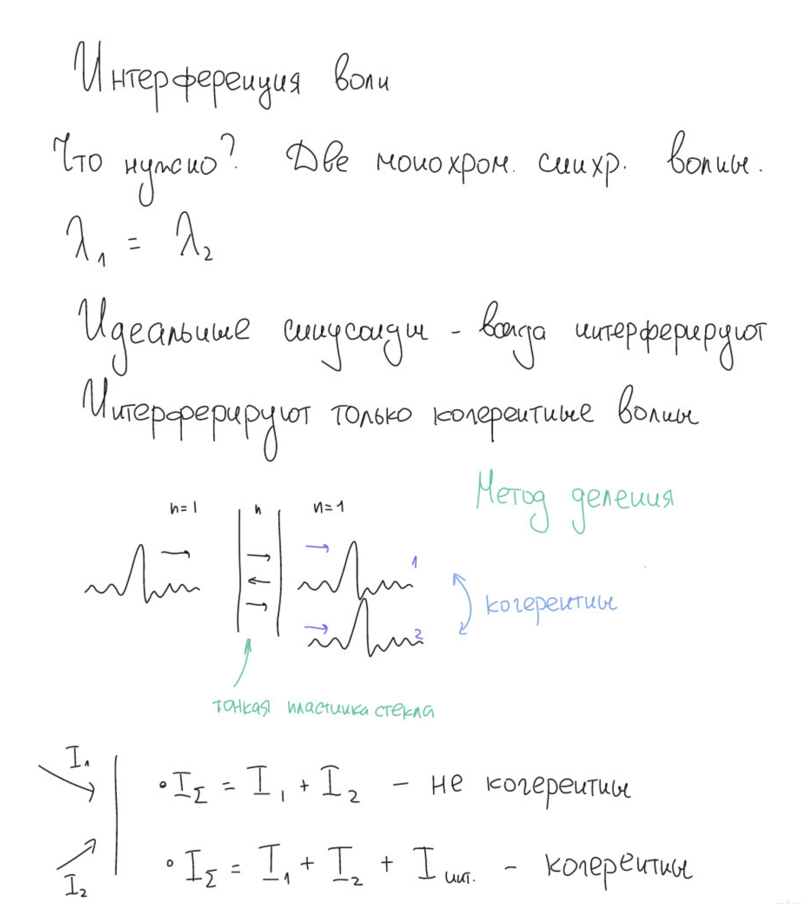

Семинар 7
$tg\,\alpha = \frac{n_2}{n_2}$
$\frac{n_1}{n_2}\sin\alpha E_0 = \frac{E_0 n_1}{n_2}\cos\gamma$
$\frac{n_1}{n_2}\sin\alpha E_0 = E_t\cos\gamma$
$\frac{E_0 n_1}{n_2} = E_t$
$\cos\gamma = \sqrt{1-\sin^2\gamma}$
$\sin\gamma = \frac{n_1}{n_2}\sin\alpha$
$\sin^2\alpha = 1 - \frac{n_1^2}{n_2^2}\sin^2\alpha \Rightarrow \sin^2\alpha = \frac{1}{1+\left(\frac{n_1}{n_2}\right)^2} \Rightarrow tg\,\alpha = \frac{n_2}{n_1}$
ctg α
$\vec{E}_{0\parallel} + \vec{E}_{t\parallel} = 0$
$E_0\cos\alpha - E_t\cos\alpha = 0$
$E_0 = E_t$
проводник: $\sigma = \infty$, $\rho = 0$, $\vec{E} = 0$

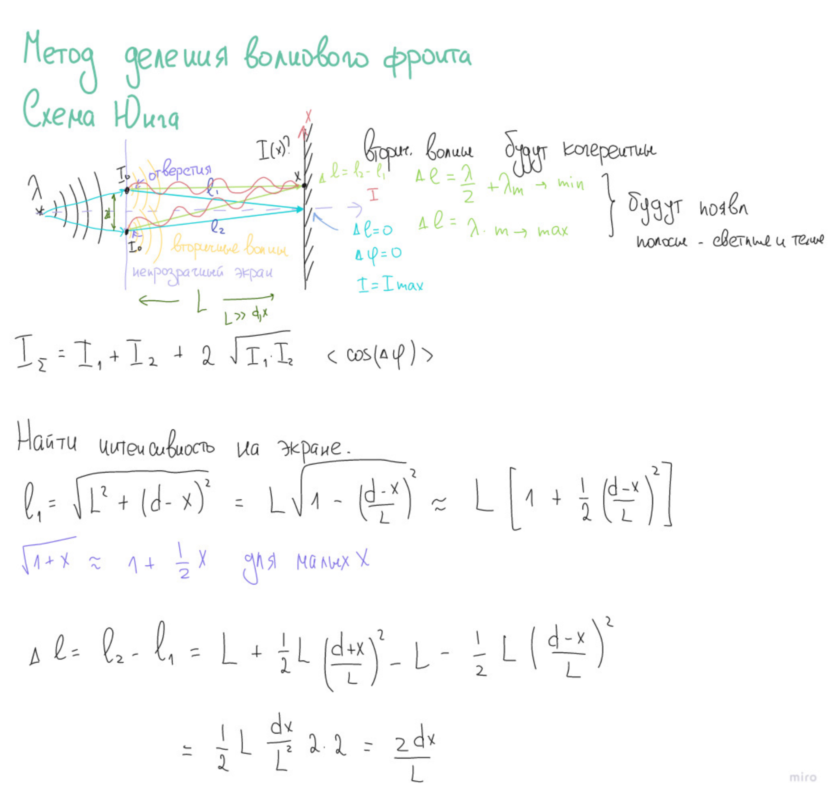

Интерференция
③ Изл. плоской монохром. волны
$t=0$ Считаем что смотрим в опр. мом. вр.
а)
$E_0, \varphi = \varphi_0$ фаза $= \varphi_0$
$E(x,t) = E_0\cos(kx - \omega t + \varphi_0)$
фаза
фаза $= 0$
коэф. прелом.
$\Delta\varphi(\ell) = (k\cdot\Delta\ell + \varphi_0) - \varphi_0 = k\ell = \frac{2\pi\ell}{\lambda}\cdot 1$
б) $n_1 = n$
$k = n\cdot k_{вакуума} = \frac{2\pi}{\lambda_{среды}} = \frac{2\pi n}{\lambda}$
$\Delta\varphi_{21} = \frac{2\pi}{\lambda}\cdot n\ell$
длина оптического пути

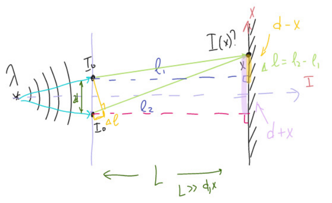

④
$\hat{E}(x,t) = E_0 e^{i(kx-\omega t+\varphi_0)} = \hat{E}_0\cdot e^{i(kx-\omega t)}$
$\hat{E}_1 = E_0 e^{i\varphi_0}$ $\hat{E}_2 = E_0 e^{i(\varphi_0+\Delta\varphi)}$
$\hat{E}_\Sigma = E_0 e^{i\varphi_0} + E_0 e^{i\varphi_0} e^{i\Delta\varphi} = E_0 e^{i\varphi_0}(1+e^{i\Delta\varphi})$
крайние случаи:
I) $\Delta\varphi = 0 + 2\pi n$ $\Delta\ell_{опт} = 0$ $E_\Sigma = 2E_0$
II) $\Delta\varphi = \pi + 2\pi n$ $\Delta\ell_{опт} = \frac{\lambda}{2} + \lambda n$ $E_\Sigma = 0$
Im E, Re E
$E_\Sigma = E_0\cos(0) + E_0\cos(\Delta\varphi) = E_0(1+\cos\Delta\varphi) = E_0\cdot 2\cos^2\left(\frac{\Delta\varphi}{2}\right)$


$I \sim E^2$
$I_0 = A\cdot E_0^2$
$4I_0$
I_0
$\frac{\pi}{2}$ π 2π 3π 4π


⑤
E_2 - ? $I_\Sigma(\Delta\varphi)$ - ?
$E_\Sigma = E_1\cos(0) + E_2\cos(\Delta\varphi) = E_1 + E_2\cos(\Delta\varphi)$
$\hat{E}_1 = E_1 e^{i\varphi_0}$ $\hat{E}_2 = E_2 e^{i(\varphi_0+\Delta\varphi)}$
$\hat{E}_\Sigma = E_1 e^{i\varphi_0} + E_2 e^{i\varphi_0}e^{i\Delta\varphi} = e^{i\varphi_0}(E_1 + E_2 e^{i\Delta\varphi})$
$I_\Sigma = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}\,\langle\cos(\Delta\varphi)\rangle$
Интерференция волн
Что нужно? Две монохром. синхр. волны.
$\lambda_1 = \lambda_2$
Идеальные синусоиды - всегда интерферируют
Интерферируют только когерентные волны


Интерференция волн
Что нужно? Две монохром. синхр. волны.
$\lambda_1 = \lambda_2$
Идеальные синусоиды - всегда интерферируют
Интерферируют только когерентные волны
Метод деления
когерентны
тонкая пластинка стекла
$I_\Sigma = I_1 + I_2$ – не когерентны
$I_\Sigma = I_1 + I_2 + I_{инт.}$ – когерентны


Метод деления волнового фронта
Схема Юнга
отверстия
вторичные волны
непрозрачный экран
$L \gg dx$
Втори. волны будут когерентны
$\Delta\ell = \frac{\lambda}{2} + \lambda m \to min$
$\Delta\ell = \lambda\cdot m \to max$
будут появ. полосы - светлые и темные
$\Delta\ell = 0$, $\Delta\varphi = 0$, $I = I_{max}$
$I_\Sigma = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}\,\langle\cos(\Delta\varphi)\rangle$
Найти интенсивность на экране.
$\ell_1 = \sqrt{L^2 + (d-x)^2} = L\sqrt{1 - \left(\frac{d-x}{L}\right)^2} \approx L\left[1 + \frac{1}{2}\left(\frac{d-x}{L}\right)^2\right]$
$\sqrt{1+x} \approx 1 + \frac{1}{2}x$ для малых x
$\Delta\ell = \ell_2 - \ell_1 = L + \frac{1}{2}L\left(\frac{d+x}{L}\right)^2 - L - \frac{1}{2}L\left(\frac{d-x}{L}\right)^2$
$= \frac{1}{2}L\frac{dx}{L^2}\,2\cdot 2 = \frac{2dx}{L}$



Максимумы интенсивности наблюдаются там, куда волны приходят в одной фазе

т.е. $\Delta\varphi = 2\pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$

$\Delta l = \frac{\lambda}{2} + \lambda m$ – min

$\Delta l = \lambda \cdot m$ – max

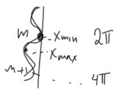
$$\begin{cases} l_1^2 = L^2 + (d-x)^2 \\ l_2^2 = L^2 + (d+x)^2 \end{cases} \Rightarrow l_2^2 - l_1^2 = 4dx$$

$$(l_1 + l_2)\Delta l = 4dx$$

Т.к $L \gg d \Rightarrow L \approx l_1 \approx l_2$ то $(l_1 + l_2)\Delta l = 4dx \approx 2L\,\Delta L = 4dx$

$\Delta l \cdot L \approx 2 \cdot d \cdot x$ $\qquad x_{max} \approx \frac{\Delta l L}{2d} = \frac{\lambda \cdot m \cdot L}{2d}$

$$x_{min} = \frac{\left(\frac{\lambda}{2} + \lambda m\right) L}{2d} = \frac{\lambda L}{4d} + \frac{\lambda m L}{2d}$$



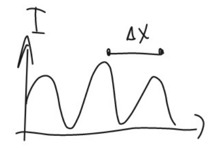
$$x_{max}(m+1) - x_{max}(m) = \frac{\lambda(m+1)L}{2d} - \frac{\lambda m L}{2d} = \frac{\lambda L}{2d}$$

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \frac{1}{\cdot} \cdot \frac{2dx}{L}$$

$$I(x) = I_0 + I_0 + 2\sqrt{I_0 \cdot I_0}\cos\left(\frac{4\pi dx}{\lambda L}\right)$$

Д/З: график $I(x)$, ΔX полос – ?

расст. между ними



Seminar 8 Начало оптики

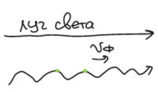
Оптика

Характеристики ист. света: I – интенсивность

λ – длина волны

$\frac{dI}{d\lambda}$ – спектральная яркость

Движение света $\qquad$ n – коэффициент преломления света



фазовая скорость
скорость движения гребней монохром. волны

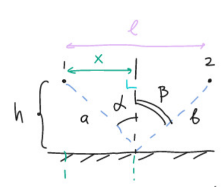
$$v_ф = \frac{c}{n}$$

Детектор (Глаз, матрица)

$S(\lambda)$ – чувствительность

$\tau_и$ – время отклика

2)



Нужно чтобы луч коснулся зеркала

$a+b=\min$?

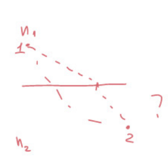
$$t_{12} = \frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{h}{\cos\alpha \cdot c}\cdot n + \frac{h}{\cos\beta\, c}\cdot n = \frac{hn}{c}\left(\frac{1}{\cos\alpha} + \frac{1}{\cos\beta}\right) =$$

$$= \frac{n}{c}\underbrace{\left(\sqrt{x^2+h^2} + \sqrt{(\ell-x)^2+h^2}\right)}_{A}$$

$$A' = \frac{\cancel{2}x}{\cancel{2}\sqrt{x^2+h^2}} - \frac{\cancel{2}(\ell-x)}{\cancel{2}\sqrt{(\ell-x)^2+h^2}} = 0$$

$$\sin\alpha = \sin\beta$$

Д/з вывести закон преломления



Законы геометрической оптики

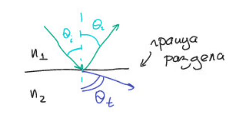
работают для гладких поверхностей

Усл. применимости геометр. оптики : $\lambda \to 0$ (длина волны мала)

1) Прямолинейное распостр. луча в однородной среде

2) Угол падения = углу отражения

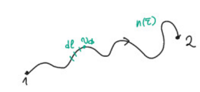
$\Theta_i = \Theta_r$



3) $n_1 \cdot \sin\Theta_i = n_2 \cdot \sin\Theta_t$

Д/з из принципа Ферма вывести законы геом. оптики

1) Принцип наим. времени



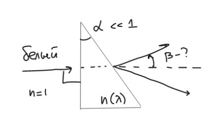
t_{12} – минимально

$$t_{12} = \int dt = \int_1^2 \frac{d\ell}{v_ф(\ell)} = \int_1^2 \frac{d\ell}{c}\cdot n(\ell)$$

◦ $n=\text{const}$ $\Rightarrow$ $t_{12} = \frac{n}{c}\int_1^2 d\ell = \frac{n}{c}\,\ell_{траектории}$

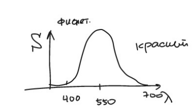
прямая линия

(2)

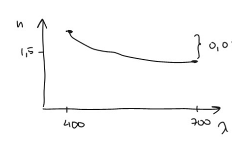


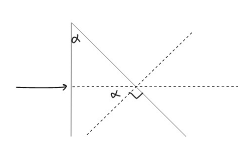
видимый свет : $\lambda \in (400; 700)$ нм.

фиолетовый преломится сильнее.

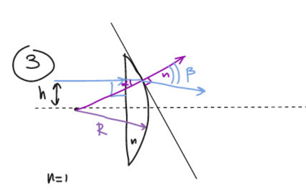


Для стекла $n \approx 1.5$





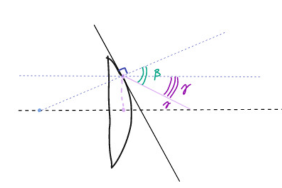
(3)



$$\sin\alpha = \frac{h}{R}$$

$$n\cdot\sin\alpha = 1\cdot\sin\beta$$

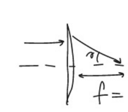
$$\sin\beta = \frac{n\cdot h}{R}$$



$$\gamma = \beta - \alpha = \arcsin\frac{nh}{R} - \arcsin\frac{h}{R}$$

$$\sin\alpha \to \alpha \Rightarrow \gamma = \frac{h}{R}(n-1)$$

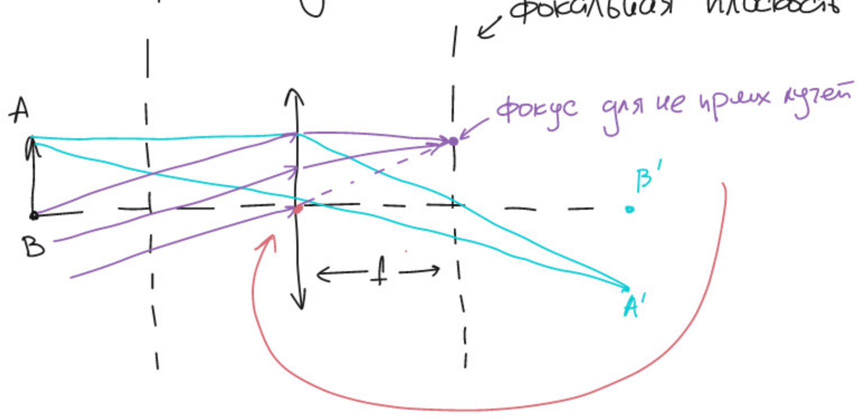
параоксиальное приближение

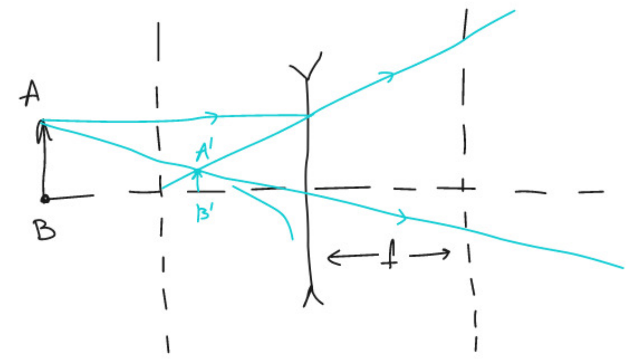


$$f = \frac{h}{\gamma} = \frac{R}{n-1} = f$$

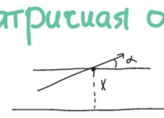
Сферическая аберрация

④ Построить изображение



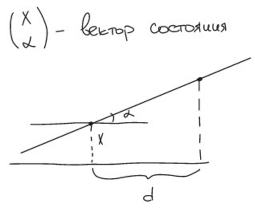


Матричная оптика

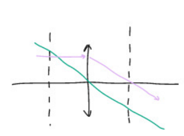


луч задается 2 числами

$\begin{pmatrix} x \\ \alpha \end{pmatrix}$ – вектор состояния



$$\begin{pmatrix} x \\ \alpha \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} x + d\cdot\alpha \\ \alpha \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & d \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ \alpha \end{pmatrix}$$



сразу после выхода

$$\begin{pmatrix} 0 \\ -\alpha \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} 0 \\ -\alpha \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 0 \\ -\alpha \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 \\ -\alpha \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{matrix} b = 0 \\ d = 1 \end{matrix}$$

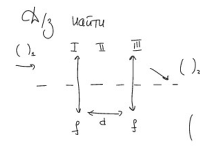
$$\begin{pmatrix} x \\ 0 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} x \\ -\frac{x}{f} \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} x \\ -\frac{x}{f} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & 0 \\ c & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{matrix} a = 1 \\ c = -\frac{1}{f} \end{matrix}$$

синус

Матрица для линзы с фокусн. расст. f

$$M_f = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{f} & 1 \end{pmatrix}$$

Д/з найти



$$(\ )_2 = \underbrace{(\mathrm{III})(\mathrm{II})(\mathrm{I})}_{\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}}(\ )_1$$

$$-\frac{1}{F} = C$$

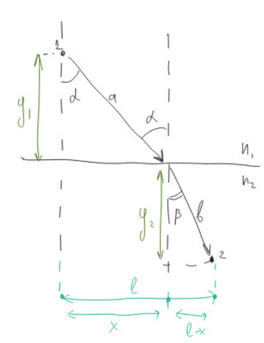
$$(\ )_2 = \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{f} & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & d \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{f} & 1 \end{pmatrix}}(\ )_1$$

$$\underbrace{\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{f} & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \frac{f-d}{f} & d \\ -\frac{1}{f} & 1 \end{pmatrix}}$$

$$\begin{pmatrix} \frac{f-d}{f} & d \\ \boxed{\frac{d-2f}{f^2}} & \frac{f-d}{f} \end{pmatrix}$$

$$\parallel$$

$$-\frac{1}{F} \Rightarrow F = \frac{f^2}{2f-d}$$



$$t_1 = \frac{\sqrt{y_1^2 + x^2}}{v_1} \qquad t_2 = \frac{\sqrt{y_2^2 + (\ell - x)^2}}{v_2}$$

$$t = t_1 + t_2$$

$$\min t: \ t' = 0 \Rightarrow \left(\frac{\sqrt{y_1^2 + x^2}}{v_1} + \frac{\sqrt{y_2^2 + (\ell - x)^2}}{v_1}\right)' = 0$$

$$\frac{2x}{2v_1\sqrt{y_1^2 + x^2}} - \frac{2(\ell - x)}{2v_2\sqrt{(\ell - x)^2 + y_2^2}} = 0$$

$$\frac{x}{v_1\sqrt{y_1^2 + x^2}} = \frac{(\ell - x)}{v_2\sqrt{(\ell - x)^2 + y_2^2}}$$

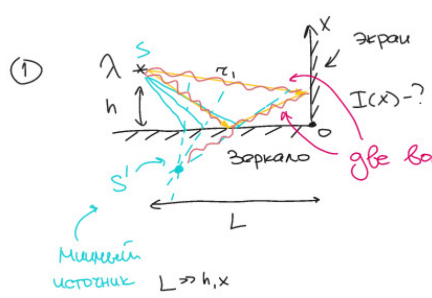
$$\frac{\sin\alpha}{v_1} = \frac{\cos\beta}{v_2}$$

$$\frac{\sin\alpha}{\cos\beta} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{c}{n_1}\cdot\frac{n_2}{c} = \frac{n_2}{n_1}$$

$$n_1 \cdot \sin\alpha = n_2 \sin\beta$$

Seminar 9 Оптика

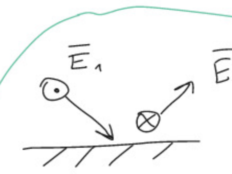
①



две волны когерентные

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}\cos(\Delta\varphi)$$

Зеркало идеальное $\Rightarrow I_1 = I_2 = I_0$



металл $E_M \equiv 0 \Rightarrow \bar{E}_1 + \bar{E}_2 = 0$

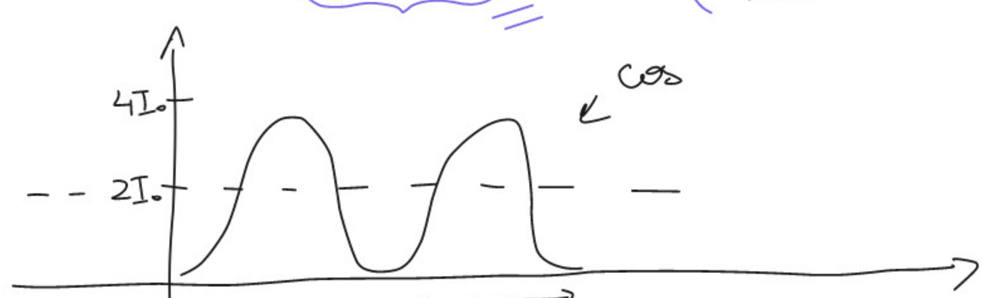
$$\varphi_1 = \frac{2\pi \cdot 1 \cdot r_1}{\lambda} + \varphi_0$$

$$\varphi_2 = \frac{2\pi \cdot 1\, r_2}{\lambda} + \varphi_0 + \underbrace{\pi}_{\text{от отражения}}$$

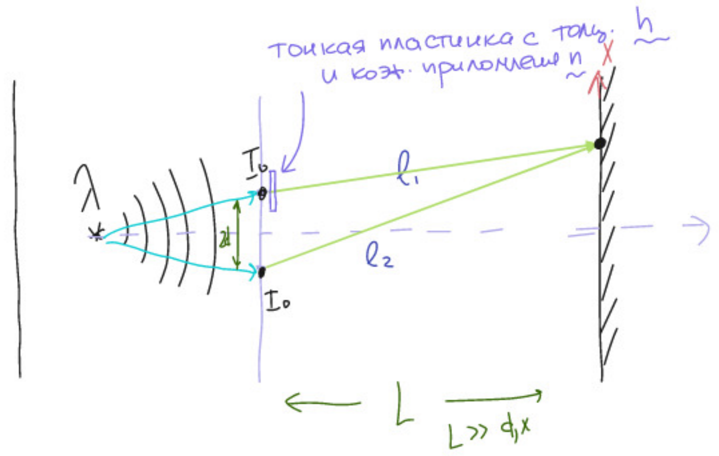
$$I_0(x) = I_0$$

$$I(x) = 2I_0 + 2I_0 \cdot \cos\left(\frac{4\pi \cdot h \cdot x}{\lambda L} - \pi\right)$$

$$I(x) = 2I_0\left(1 - \cos\left(\underbrace{\frac{4\pi h x}{L}}\right)\right) = \cos\left(\frac{2\pi x}{\Delta \ell}\right)$$



$$\Delta \ell = \frac{\lambda L}{2h}$$



Оптический путь изменится : $\underset{\sim}{n \cdot l}$
но геометр путь так и будет $\underset{\sim}{l}$

$$\Delta l = \lambda \cdot m - \quad max$$

$$\Delta \varphi = 2\pi \cdot m$$

$$\varphi_2 = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot 1 \cdot r_2 + \varphi_0$$

$$\varphi_1 = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot 1 \cdot (r_1 - h) + \varphi_0 + \frac{2\pi}{\lambda} \cdot n \cdot h$$

$$\Delta \varphi = \frac{2\pi}{\lambda}(r_2 - r_1) + \frac{2\pi}{\lambda}(n-1)h$$

$$r_1 = L\left(1 + \frac{1}{2}\left(\frac{d-x}{L}\right)^2\right)$$

$$r_2 = L\left(1 + \frac{1}{2}\left(\frac{d+x}{L}\right)^2\right)$$

miro

$$\Delta \varphi = \frac{2\pi}{\lambda}\left(\frac{2dx}{L}\right) + \frac{2\pi}{\lambda}(n-1) = \frac{2\pi}{\lambda}\left(\frac{2dx}{L} + (n-1)h\right)$$

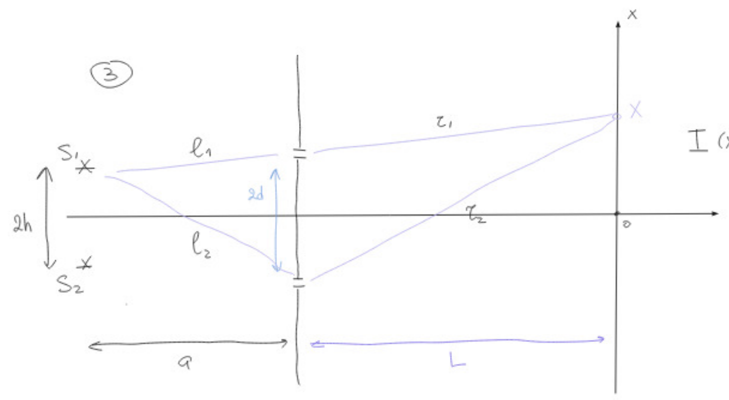
$$I(x) = 2I_0\left(1 + \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}\left(\frac{2dx}{L} + hn - h\right)\right)\right)$$

$$\Delta \varphi = 2\pi \cdot 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{2\pi}{\lambda}\left(\frac{2dx}{L} + h \cdot n - h\right) = 0$$

$$\frac{2dx}{L} = h(n-1)$$

$$x = \frac{h(n-1) \cdot L}{2d} = \Delta x_0$$

miro



$I(x)$ -? : $I_1(x)$-? $I_2(x)$-? $I_\Sigma(x)$-?

Для не когерентных : $I_\Sigma = I_1 + I_2$

Мгновенн:

$I = I_1 + I_2 + I_3 + I_4 + 2\sqrt{I_1 I_2}\cos(\Delta\varphi_{12}) + \dots + \underbrace{2\sqrt{I_{23}}\cos(\Delta\varphi_{23})}_{=0}$

глаз: ≈ 20 мс. $= \tau$

$\Delta\varphi_{12} = \varphi_1(t) - \varphi_2(t) = (\omega_1 - \omega_2)t + \Delta\varphi_{0_{12}}(t)$

$\frac{1}{\tau}\int_0^\tau \cos((\omega_1-\omega_2)t + \Delta\varphi_{0_{12}}(t))\,dt = [\omega_1 \neq \omega_2] \Rightarrow \int = 0$

$\tau = 10^{-2}$ c $\quad T_{12} = 10^{-5}$ c

$I_{S_1}(x) = ?$

$$\begin{cases} r_1 = L\left(1 + \frac{1}{2}\left(\frac{d-x}{L}\right)^2\right) \\ r_2 = L\left(1 + \frac{1}{2}\left(\frac{d+x}{L}\right)^2\right) \end{cases} \begin{cases} \ell_1 = a\left(1 + \frac{1}{2}\left(\frac{h-d}{a}\right)^2\right) \\ \ell_2 = a\left(1 + \frac{1}{2}\left(\frac{h+d}{a}\right)^2\right) \end{cases}$$

$$\Delta\varphi = \left[(r_1 + \ell_1) - (r_2 + \ell_2)\right]\frac{2\pi}{\lambda} = \left[-\frac{2dx}{L} - \frac{2hd}{a}\right]\frac{2\pi}{\lambda}$$

$$I_{S_1}(x) = 2I_0\left(1 + \cos\left(\left[\frac{2dx}{L} + \frac{2hd}{a}\right]\frac{2\pi}{\lambda}\right)\right)$$

$$\Delta\varphi = \left[-\frac{2dx}{L} + \frac{2hd}{a}\right]\frac{2\pi}{\lambda}$$

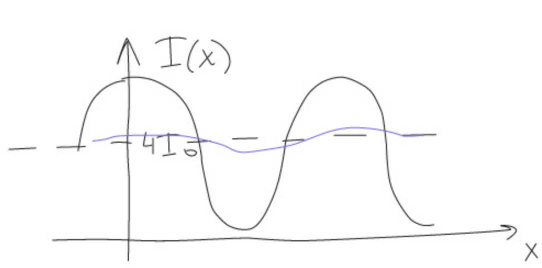
$$I_{S_2}(x) = 2I_0\left(1 + \cos\left(\left[\frac{2dx}{L} - \frac{2hd}{a}\right]\frac{2\pi}{\lambda}\right)\right)$$

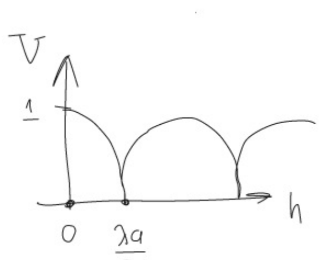
$$I_\Sigma = 4I_0 + 4I_0\left(\cos\left[\frac{4\pi dh}{\lambda a}\right]\cdot\cos\left[\frac{4\pi dx}{\lambda L}\right]\right)$$

$$\mathrm{Cos}(\alpha) + \mathrm{Cos}(\beta) = 2\cdot\mathrm{Cos}\left(\frac{\alpha+\beta}{2}\right)\cdot\mathrm{Cos}\left(\frac{\alpha-\beta}{2}\right)$$

$$= 4I_0\left(1 + \cos\left[\frac{4\pi dh}{\lambda a}\right]\cdot\cos\left[\frac{4\pi dx}{\lambda L}\right]\right)$$

Видность: $V = \dfrac{I_{max} - I_{min}}{I_{max} + I_{min}} = \dfrac{4I_0\cdot 2\cos\left(\frac{4\pi dh}{\lambda a}\right)}{4I_0\cdot 2} = \left|\cos\left(\frac{4\pi dh}{\lambda a}\right)\right|$



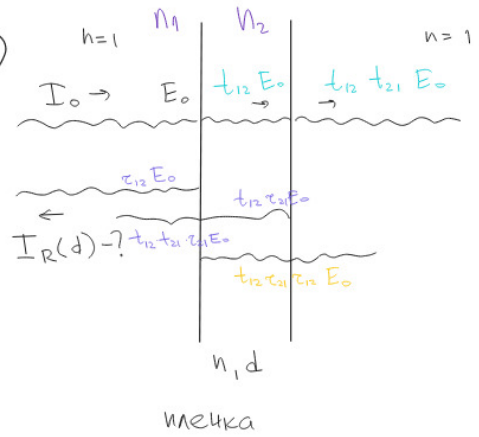


$\underbrace{h \geq \frac{\lambda a}{2d}}$ – интерф. картина ослабла

критерий пропадания

$d \geq \frac{\lambda a}{2h} = \frac{\lambda}{\left(\frac{2h}{a}\right)}$ – поперечная длина когерентности

4



$$r_{12} = \frac{n_1+n_2}{n_1+n_2}$$

$$r_{21} = \frac{n_2-n_1}{n_1+n_2}$$

$$E_2 = r_{12}E_0e^{i0} + t_{12}t_{21}r_{21}E_0 \cdot e^{i\frac{4\pi n d}{\lambda}} + t_{12}\cdot r_{21}^3 t_{21} E_0 e^{i\frac{8\pi n d}{\lambda}} + \ldots$$

$\Delta\varphi_i = k \cdot n \cdot 2d = \frac{4\pi \cdot n\, d}{\lambda}$ - увеличение фазы при прохождении внутри стекла

$r_{21}^2 = 0{,}04$ для стекла

$$E_2 = E_0\left(r_{12} + t_{12}t_{21}r_{21}e^{i\frac{4\pi n d}{\lambda}}\right) = E_0 r_{12} + E_0 t_{12} t_{21} \cdot r_{21}\, e^{i\frac{4\pi n \cdot d}{\lambda}}$$

Дз $I_R(d)$ - ? + график

$$\langle I_R \rangle \sim |E_2|^2$$

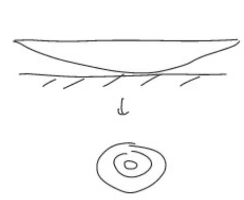
$$|E_2|^2 = \left|E_0\left(r_{12} + t_{12}t_{21}r_{21}e^{i\frac{4\pi n d}{\lambda}}\right)\right|^2 = E_0\left(r_{12} + t_{12}t_{21}r_{21}e^{i\frac{4\pi n d}{\lambda}}\right)\cdot E_0\left(r_{12} + t_{12}t_{21}r_{21}e^{-i\frac{4\pi n d}{\lambda}}\right) =$$

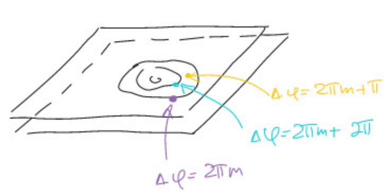
$$= E_0^2\left(r_{12}^2 + r_{12}\cdot t_{12}t_{21}r_{21}e^{-i\frac{4\pi n d}{\lambda}} + t_{12}t_{21}r_{21}e^{i\frac{4\pi n d}{\lambda}}\cdot r_{12} + t_{12}^2 t_{21}^2 r_{21}^2\right) =$$

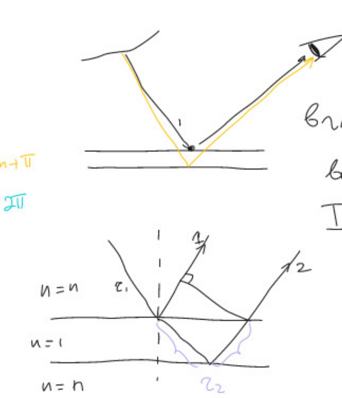
$$= E_0^2\left(r_{12}^2 + r_{12}\cdot t_{12}t_{21}r_{21}\cos\left(\frac{4\pi n d}{\lambda}\right) + t_{12}t_{21}r_{21}\cos\left(\frac{4\pi n d}{\lambda}\right) r_{12} + t_{12}^2 t_{21}^2 r_{21}^2\right) =$$

$$= E_0^2\left(r_{12}^2 + 2\cdot r_{12}t_{12}t_{21}r_{21}\cos\left(\frac{4\pi n d}{\lambda}\right) + t_{12}^2 t_{21}^2 r_{21}^2\right) =$$

2







в глаз приходят 2 волны $I_1 \simeq I_2 = I_0$

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}\cos(\Delta\varphi)$$

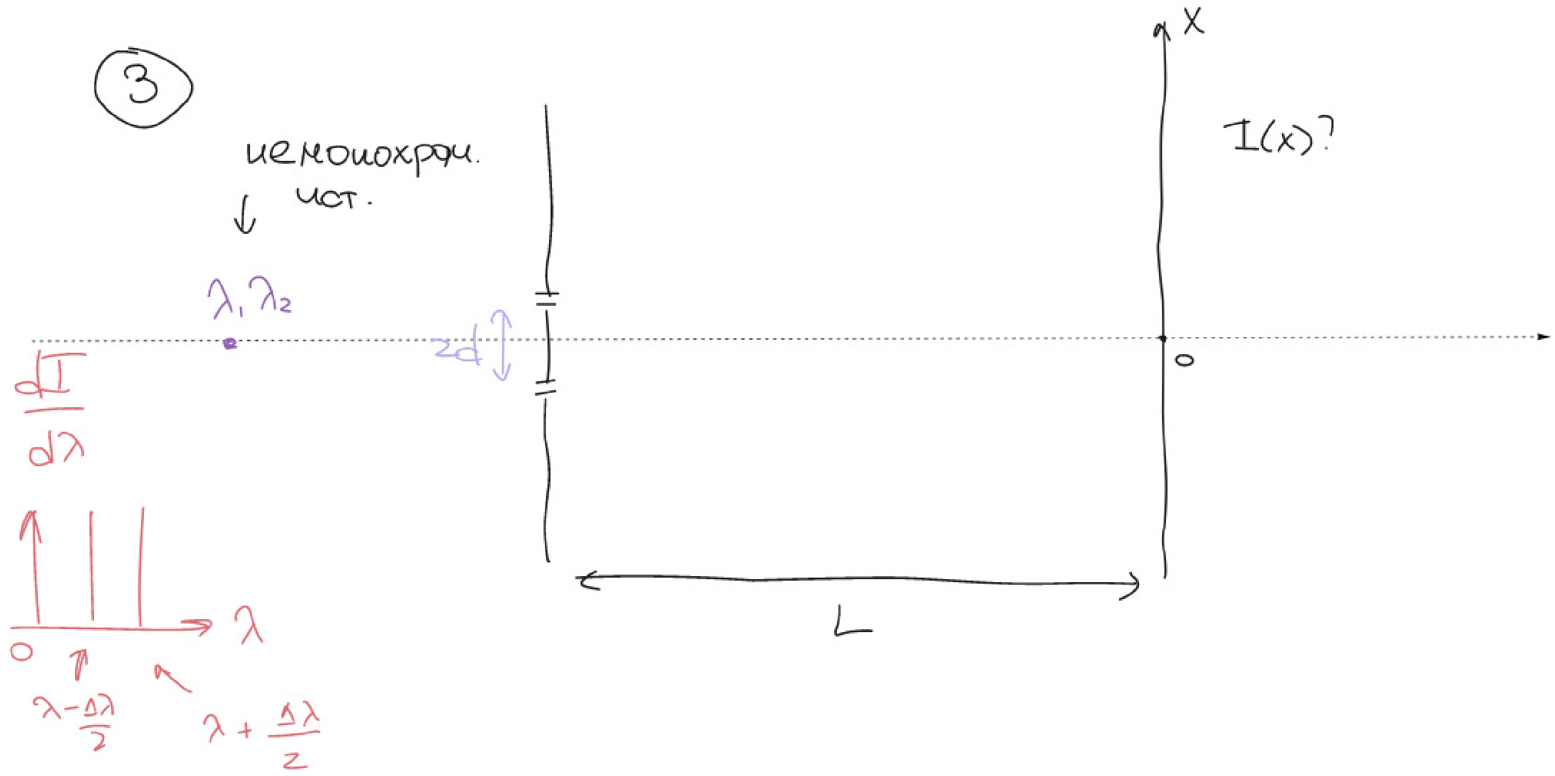
$$\Delta\varphi = (r_2 - r_1 n)\cdot\frac{2\pi}{\lambda}$$

$$\Delta\varphi = \frac{4\pi n d}{\lambda}$$

$\Delta(\Delta\varphi) = 2\pi = \frac{4\pi n \Delta d}{\lambda}$ - изм. изм. разности фаз

$$\Delta d = \frac{\lambda}{2n}$$

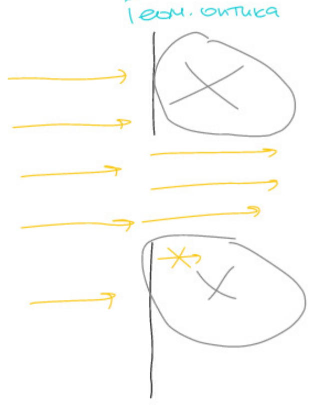
3



$$I \sim E^2 = \bar{E} \cdot \bar{E}$$

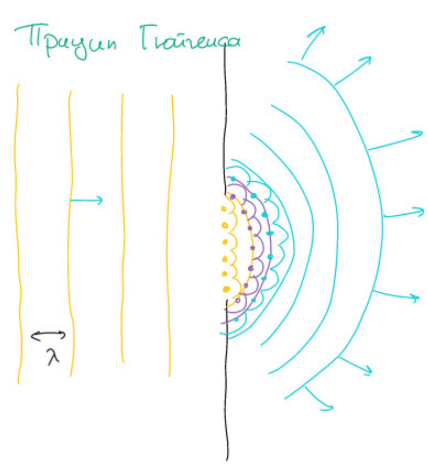
$$\bar{E}_1 \perp \bar{E}_2 \Rightarrow \text{нет интерференции}$$

Геом. оптика

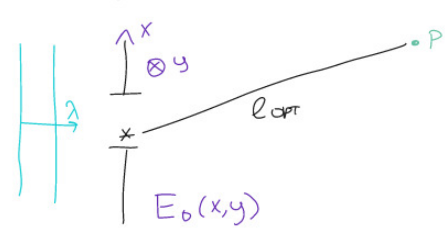


Волновая оптика

Принцип Гюйгенса



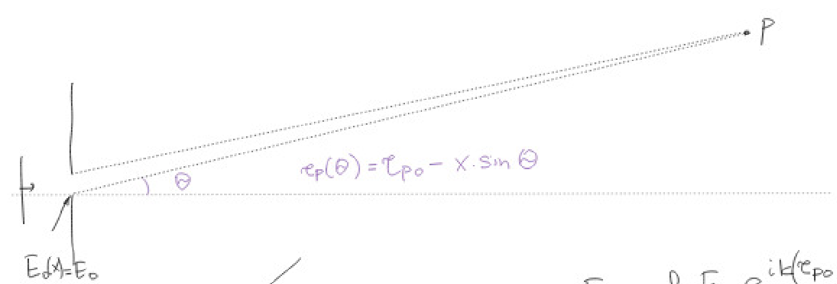
Интеграл Френеля - Кирхгофа

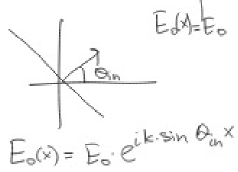


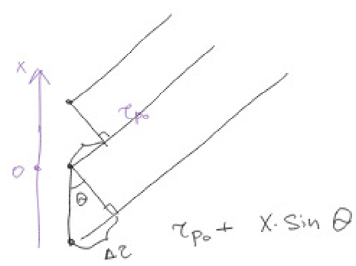
$$E_P = \int_S dxdy \, \frac{E_0(x,y)\, e^{ik r_P(x,y)}}{r_P(x,y)}$$

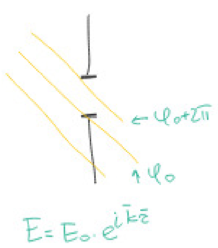
Дифракция Фраунгофера = на беск. = при параллельных лучах

• точка P офигеть как далеко









$$E_p = A \cdot \int_S \frac{E_0 e^{ik(r_{p0} - x\sin\theta)} \cdot 2dx}{r_{p0}} = \frac{2A E_0}{r_{p0}} e^{ik \cdot r_{p0}} \int_S e^{-ikx\sin\theta} dx =$$

$$= \frac{2AE_0 e^{ikr_{p0}}}{r_{p0}(-ik\sin\theta)} \cdot e^{-ikx\sin\theta} \Big|_{-\frac{D}{2}}^{\frac{D}{2}} =$$

$$= \frac{D}{2} \frac{4AE_0 e^{ikr_{p0}}}{r_{p0}(-ik\sin\theta)\frac{D}{2}} \sin\left(k\frac{D}{2}\sin\theta\right) = E(\theta)$$

Д/з $E(\theta)$ – графики (действ. части / модуля

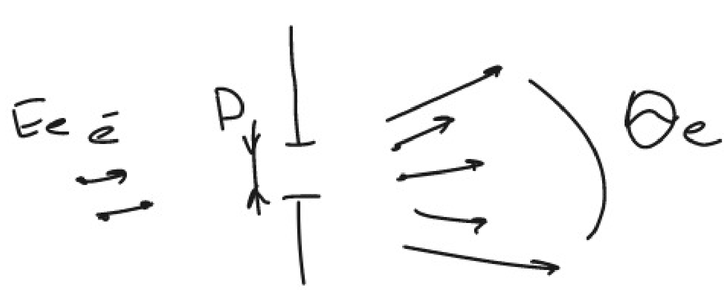
$I(\theta) = |E(\theta)|^2$

Кванты семинар 2

Квантовая механика Семинар 2

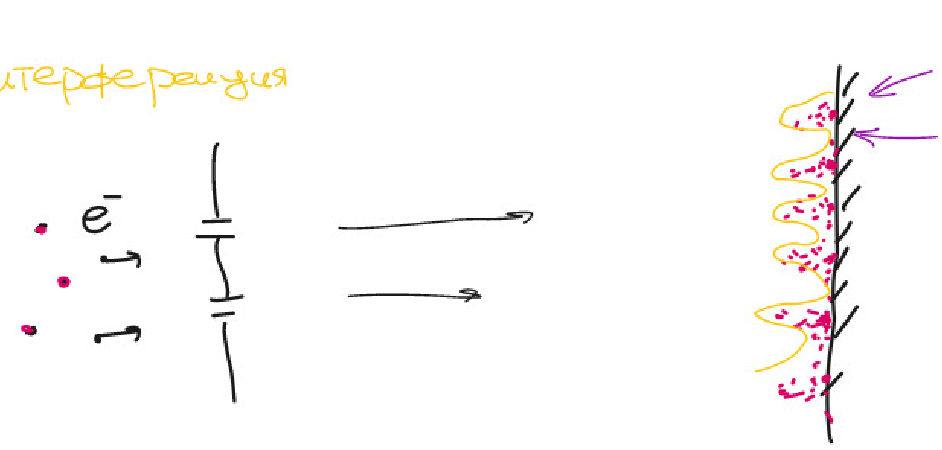
Дифракция и интерференция электронов

Дифракция:



$\theta_e \sim \frac{1}{D}\cdot\frac{1}{\sqrt{E_e}}$

Интерференция



вероятность большая

вер-ть маленькая

Длина волны для частицы: $\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv}$ — длина волны Де Бройля

$\lambda_{тел} \sim 6\cdot 10^{-36}$

$\theta_{диф.\,тел} \sim \frac{\lambda}{D} = 10^{-36}$ рад.

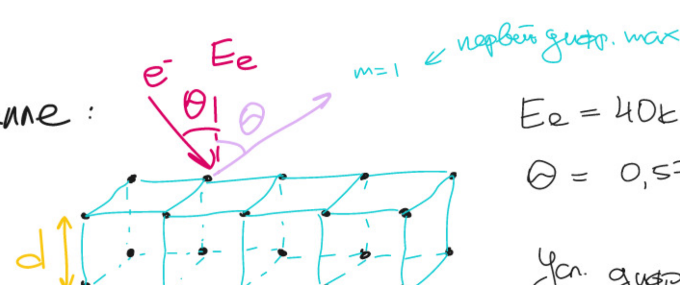
Для больших тел эти параметры пренебрежимо малы ⇒ работает геометр. оптика

У электрона в атоме: $v = \frac{1}{100}\cdot c \quad m = 10^{-30}$

$\lambda_e \simeq 2\cdot 10^{-10}$ м ; $r_{электр} \simeq 10^{-10}$ м

Дифракция электрона на кристалле:

кристал ~ диф. решётка



$E_e = 40$ кэВ

$\theta = 0{,}57^\circ$

Усл. диф: $2d\sin\theta = \lambda\cdot m$

$p = mv$

$E = \frac{mv^2}{2}$

$p = \sqrt{2mE}$

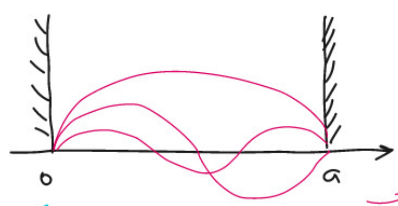
$d = \frac{\lambda}{\sin\Theta \cdot 2} =$

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{\sqrt{2mE_e}} = \frac{h}{\sqrt{2m \cdot 6{,}4 \cdot 10^{-18}}} =$$

$$= \frac{6{,}6 \cdot 10^{-34}}{\sqrt{2 \cdot 9{,}1 \cdot 10^{-31} \cdot 6{,}4 \cdot 10^{-18}}} = \frac{6{,}6 \cdot 10^{-34}}{\sqrt{\underbrace{2 \cdot 9{,}1 \cdot 6{,}4}_{116{,}48} \cdot 10^{-46}}} = 1{,}6 \cdot 10^{-12}\text{ м}$$

$\sin\Theta \approx 0{,}009$

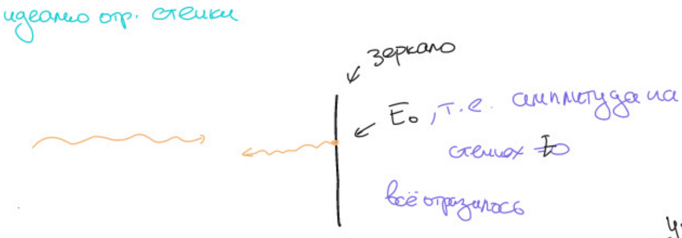
Задача 2



$$\lambda = \frac{2a}{n} = \frac{h}{\sqrt{2mE_e}} \Rightarrow 2a\sqrt{2mE_e} = h \cdot n$$

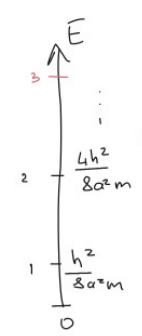
$$E_e = \frac{h^2 n^2}{8a^2 m}$$

$$\Rightarrow a = \frac{\lambda}{2} m \Rightarrow E_1 = \frac{h^2 n^2}{8a^2 m}$$



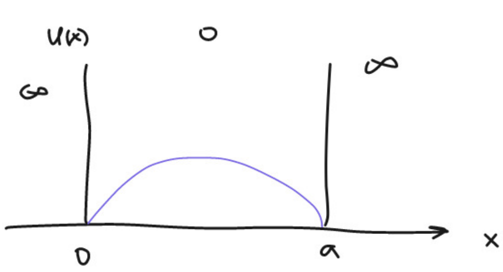
уровни == орбиты в химии

атом == коробка для e^-



$\hbar\omega = E_3 - E_2$

Задача 3



E_1 — ?

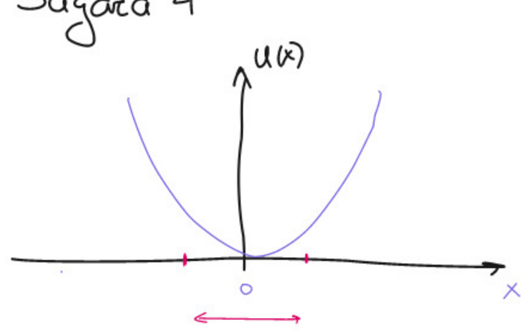
$E = \frac{p^2}{2m}$

$\Delta x = a$

$\Delta p_x \geq \frac{h}{2a}$

$$\min p_x = \frac{h}{2a} \sim |p| \Rightarrow E_1 \sim \frac{h^2}{4a^2 2m} = \frac{h^2}{8ma^2}$$

Задача 4



$E_1 = ?$

$$E = \frac{p^2}{2m} + \frac{m\omega^2 x^2}{2} \approx \frac{\hbar^2}{8m\Delta x^2} + \frac{m\omega^2 \Delta x^2}{2} = E(\Delta x)$$

$\Delta p_x \approx \frac{h}{2\Delta x} = p_x$

$$2\frac{\hbar^2}{8m\Delta x^3} = m\omega^2 \Delta x$$

$$\Delta x^2 = \frac{\hbar}{2m\omega}$$

$$E = \frac{\hbar\omega}{2}$$

Если решать через ур-е Шрёдингера : $E_n = \hbar\omega\left(n + \frac{1}{2}\right)$

Кванты Семинар 3

Оптика	Кванты
что колебл. E, H	Ψ
как колебл? $\frac{n^2}{c^2}\frac{\partial^2\vec{E}}{\partial t} = \Delta\vec{E}$	$i\hbar\frac{\partial\Psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m}\Delta\Psi + U\cdot\Psi$
$\lvert E\rvert^2 \sim \vec{S}$ век. Пойнтинга	$\vec{j} \sim \lvert\Psi\rvert^2$ - поток частиц?
Плотность энергии $\omega = \frac{E^2}{8\pi} + \frac{H^2}{8\pi}$	$\rho = \lvert\Psi\rvert^2$ - плотность вер-ти обнаружения частицы
$\vec{E}(x,t) = \vec{E}_0 e^{ikx - i\omega t}$	$\Psi(x,t) = A\cdot e^{i\frac{p}{\hbar}x - i\frac{E}{\hbar}t}$
k (волн. век)	$\frac{p}{\hbar}$ ← импульс
$\lambda = \frac{2\pi c}{\omega}$	$\frac{h}{p}$
ω	$\frac{E}{\hbar}$
E_τ, H_τ - непр.	Ψ, Ψ' - непр

m — v

$U = 0$ (*)

(*) движется в свободном пр-ве

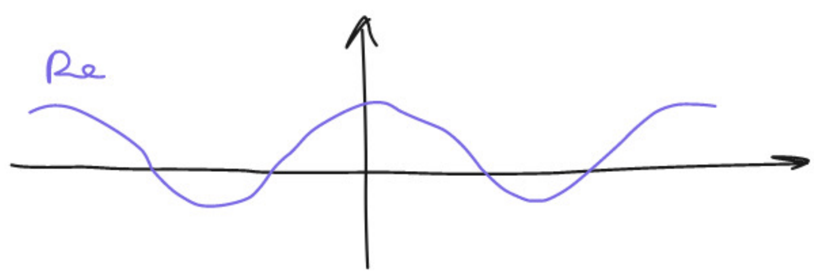
$$i\hbar\frac{\partial\Psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2\Psi}{\partial x^2}$$

$$\Psi \sim e^{-i\frac{E}{\hbar}t}$$

для частицы со строго опр. энергией

$$E\Psi = -\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2\Psi}{\partial x^2}$$

$$\Psi(x,t) = A\, e^{i\sqrt{\frac{2mE}{\hbar^2}}} \times e^{-i\frac{Et}{\hbar}}$$



$$|\Psi|^2 = A^2 \Rightarrow \Delta x = \infty$$

$$\Delta x \cdot \Delta p_x \geq \frac{\hbar}{2}$$

Задача 2 Ψ в беск. глубокой пот. яме

$$\Psi(x,t) = e^{-i\frac{E}{\hbar}t}\cdot\varphi(x)$$

$$\frac{\partial^2\Psi}{\partial x^2} + \frac{2m}{\hbar^2}E\Psi = 0$$

$$\Psi'' + \frac{2m}{\hbar}E\Psi = 0 \qquad k = \sqrt{\frac{2mE}{\hbar}}$$

$$\Psi = C_1\sin(kx) + C_2\cos(kx) = C_1\sin(kx) + C_2\cos(kx)$$

$$\Psi(0) = 0 \Rightarrow A = 0$$

$$\Psi(a) = 0 \quad \Rightarrow \quad ka = \pi n \qquad k_n = \frac{\pi n}{a}$$

$$\varphi_n(x) = B \sin\left(\frac{\pi n}{a} x\right)$$

т.к знаем что она в яме

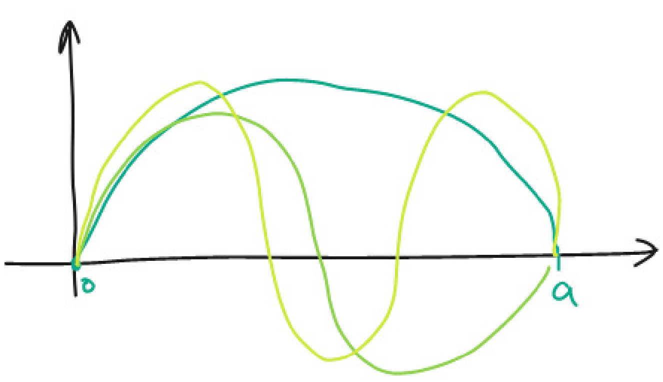
$$W = \int_{-\infty}^{+\infty} \rho \, dx = \int_0^a |\Psi|^2 dx = 1$$

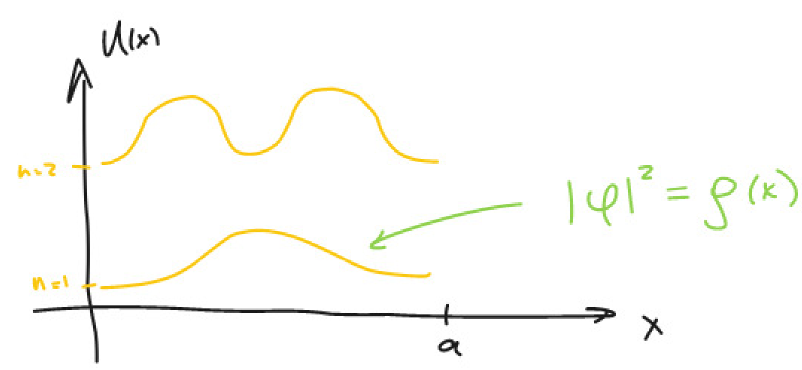
полная вер-ть нахождения частицы в яме

$$W = e^{-i\frac{E}{\hbar}t} B^2 \int_0^a \sin^2\left(\frac{\pi n x}{a}\right) dx = 1$$

$$e^{-i\frac{E}{\hbar}t} B^2 \cdot \frac{1}{2}\left(\frac{\pi n x}{a} - \sin\frac{\pi n x}{a} \cdot \cos\frac{\pi n x}{a}\right)\Bigg|_0^a = 1$$

$$e^{-i\frac{E}{\hbar}t} B^2 \cdot \frac{1}{2}\left(\pi n - \sin\pi n \cdot \cos\pi n\right) = 1$$





$$\Delta x = Dx$$
$$\Delta p_x = Dp_x$$

$$\hat{x} = x$$
$$\hat{p}_x = -i\hbar \frac{\partial}{\partial x}$$
$$\hat{p}_y = -i\hbar \frac{\partial}{\partial y}$$
$$\hat{E}_k = \frac{\hat{p}^2}{2m} = -\frac{\hbar^2}{2m}\Delta$$
$$\hat{U} = U$$
$$\hat{H} = \hat{E}_k + \hat{U}$$
$$\hat{p} = -i\hbar\vec{\nabla}$$

Задача 3

$$\varphi(x) = A \cdot x(a-x)$$

$$\langle E_k \rangle = \int_0^a dx\, A x(a-x) \left(-\frac{\hbar^2}{2m}\right) \underbrace{\frac{\partial^2}{\partial x^2}\left(A x(a-x)\right)}_{-2A} = 2$$

$$A^2 \int_0^a x(a-x) \frac{\hbar^2}{2m} dx = \frac{A^2 \hbar^2}{m} \int_0^a xa - x^2 dx = \frac{A^2 \hbar}{m} \left(\frac{ax^2}{2} - \frac{x^3}{3}\right)\Big|_0^a = \frac{A^2 a^3 \hbar^2}{6m}$$

$$W = \int_0^a A^2 x^2 (a-x)^2 dx = 1$$

miro