Построение доверительных интервалов с помощью нормального приближения

Построение Д.И. с помощью нормального приближения

$\vec{X} \in F_\theta$, θ - неизв

1) Строим $G(\theta, \vec{x}) \Rightarrow \eta \in N_{0,1}$

2) $\lim\limits_{n\to\infty} P(t_1 < G(\theta, \vec{x}) < t_2) = 1 - \varepsilon$

3) Решить неравенство относительно θ

Пример $\vec{X} \in B_p$, p - неизв.

Знаем, что $$\frac{\sqrt{n}\,(\bar{X} - p)}{\sqrt{p(1-p)}} \underset{\text{Ц.П.Т}}{\Rightarrow} \eta \in N_{0,1}$$

$$P\left(-\tau_{1-\frac{\varepsilon}{2}} \le \frac{\sqrt{n}\,(\bar{X} - p)}{\sqrt{p(1-p)}} \le \tau_{1-\frac{\varepsilon}{2}}\right) \to 1 - \varepsilon$$

$$= \frac{\sqrt{\bar{X}(1-\bar{X})}}{\sqrt{\bar{X}(1-\bar{X})}} \cdot \frac{\sqrt{n}\,(\bar{X} - p)}{\sqrt{p(1-p)}} \quad \xrightarrow{p} 1 \text{ (по ЗБЧ)}$$

$$P\left(-\tau_{1-\frac{\varepsilon}{2}} \le \frac{\sqrt{n}\,(\bar{X} - p)}{\sqrt{\bar{X}(1-\bar{X})}} \le \tau_{1-\frac{\varepsilon}{2}}\right) \to 1 - \varepsilon$$

$$P\left(\bar{X} - \tau_{1-\frac{\varepsilon}{2}} \frac{\sqrt{\bar{X}(1-\bar{X})}}{\sqrt{n}} \le p \le \bar{X} + \tau_{1-\frac{\varepsilon}{2}} \frac{\sqrt{\bar{X}(1-\bar{X})}}{\sqrt{n}}\right) \to 1 - \varepsilon$$