Построение доверительных интервалов для среднего нормальной совокупности.

Интервальные оценки

Идея: построить 2 ф-ции от неизвестного параметра чтобы они оценивали его сверху и снизу. (по возможности задавали маленький интервал). Будем называть это доверительным интервалом.

Def Интервал $(\theta^-(\vec{X}), \theta^+(\vec{X}))$ такой, что

$$P(\theta^-(\vec{X}) < \theta < \theta^+(\vec{X})) \geqslant 1-\varepsilon$$

наз. доверительным интервалом уровня $1-\varepsilon$

Def Доверительный интервал наз. точным доверительным интервалом уровня $1-\varepsilon$

$$P(\theta^-(\vec{X}) < \theta < \theta^+(\vec{X})) = 1-\varepsilon$$

Def Асимптотический доверительный интервал уровня $1-\varepsilon$:

$$\lim_{n\to\infty} P(\theta^-(\vec{X}) < \theta < \theta^+(\vec{X})) \geqslant 1-\varepsilon \quad (n - \text{объем выборки})$$

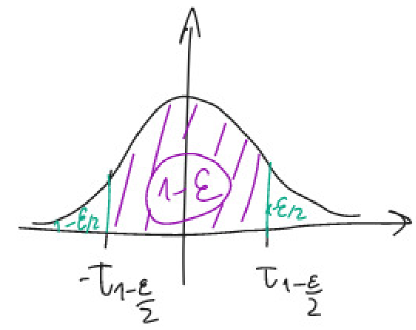
Def Асимптотически точный доверительный интервал уровня $1-\varepsilon$:

$$\lim_{n\to\infty} P(\theta^-(\vec{X}) < \theta < \theta^+(\vec{X})) = 1-\varepsilon$$

Доверительные интервалы для среднего нормальной совокупности

$\vec{X} \in N_{a,\sigma^2}$

1) σ известно. (I) $G = \frac{\bar{X} - a}{\sigma}\sqrt{n} \in N_{0,1}$



(II) $$P\left(-t < \frac{\bar{X} - a}{\sigma}\sqrt{n} < t\right) = 1-\varepsilon$$

$$P\left(-\frac{t\sigma}{\sqrt{n}} < \bar{X} - a < \frac{t\sigma}{\sqrt{n}}\right) = 1-\varepsilon$$

$$P\left(-\frac{t\sigma}{\sqrt{n}} - \bar{X} < -a < \frac{t\sigma}{\sqrt{n}} - \bar{X}\right) = 1-\varepsilon$$

$$P\left(\bar{X} - \frac{t\sigma}{\sqrt{n}} < a < \bar{X} + \frac{t\sigma}{\sqrt{n}}\right) = 1-\varepsilon$$

$$P\left(\bar{X} - \tau_{1-\frac{\varepsilon}{2}}\frac{\sigma}{n} < a < \bar{X} + \tau_{1-\frac{\varepsilon}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = 1-\varepsilon$$

2) σ неизвестно. (I) $G(\vec{X}, a) = \frac{\bar{X} - a}{S_0}\sqrt{n} \in T_{n-1}$

(II) $$P\left(-t < \frac{\bar{X} - a}{S_0}\sqrt{n} < t\right) = 1-\varepsilon$$

$$P\left(\bar{X} - t_{1-\frac{\varepsilon}{2}}\frac{S_0}{\sqrt{n}} < a < \bar{X} + t_{1-\frac{\varepsilon}{2}}\frac{S_0}{\sqrt{n}}\right) = 1-\varepsilon$$