

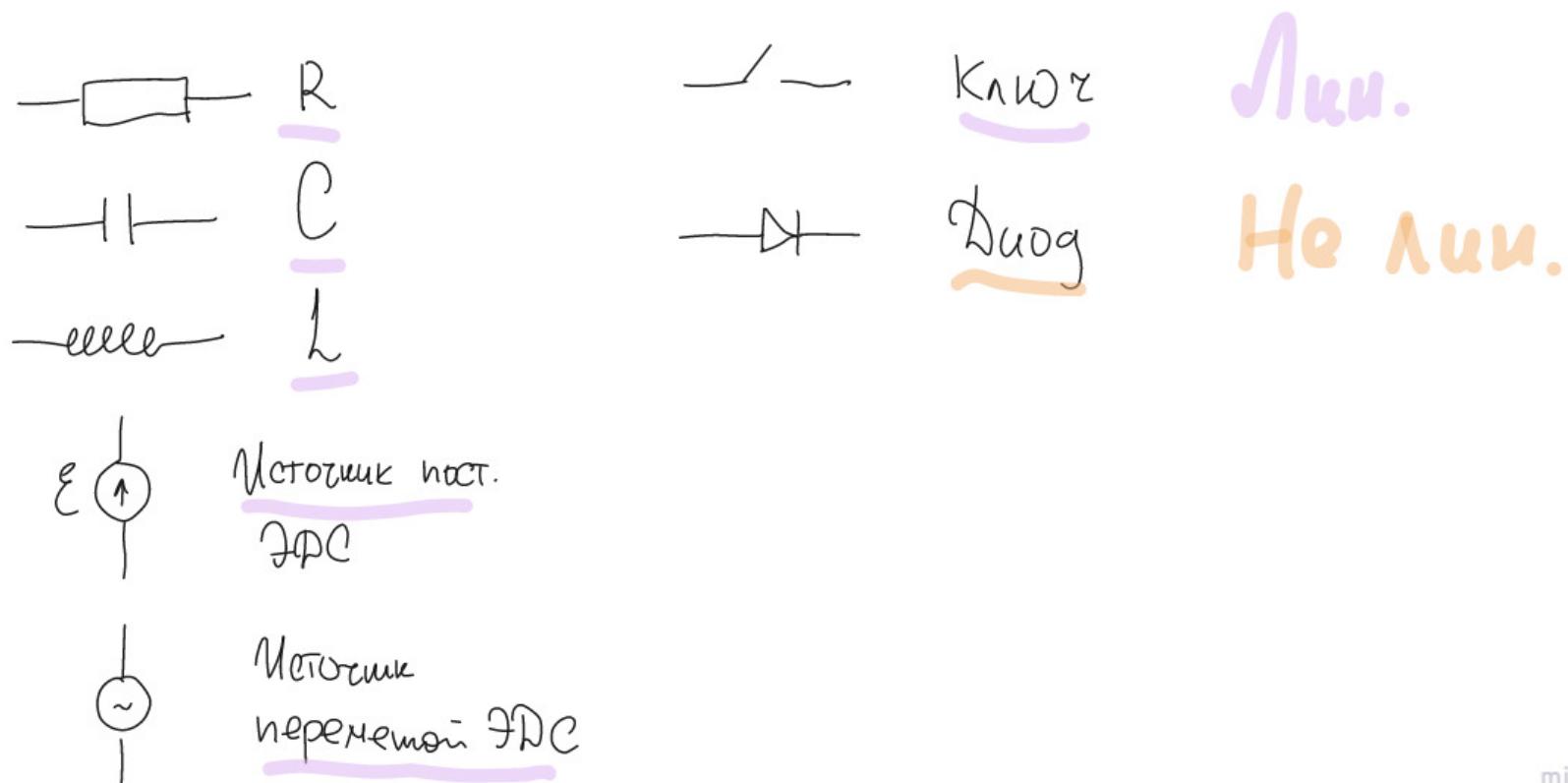


# Lecture 1

## Лекция 1. Электродинамика

1.1. Методы расчета эл. цепей постоянного тока.

Эл. цепь - совокупность устройств и элементов, предназначенных для протекания п.тока

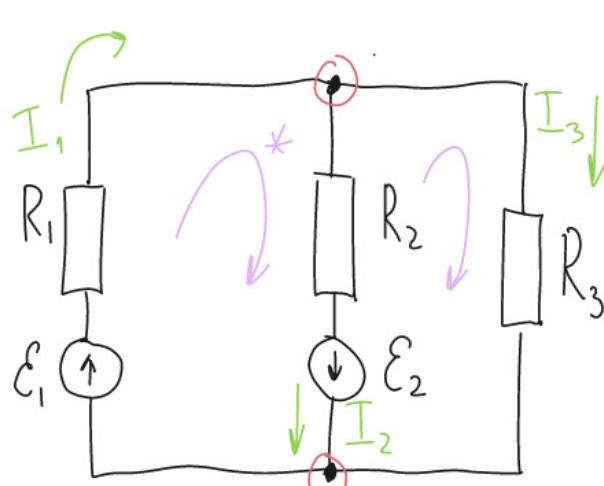


miro

Если  $U, I$  связанны линейно то это линейный

Расчет эл. цепи - расчет  $U, I$ .

## Правила Кирхгофа



Ветвь - любой двухполюсник входящий в цепь.

Узел - точка соединения более ветвей

Контур - замкнутый цикл из ветвей

miro

$$\textcircled{1} \sum_i I_i = 0 \quad \text{Узла} \quad \begin{array}{l} \text{Ток втекает} - "+" \\ \text{втекает} - "-" \end{array}$$

Следствие закона сохр. заряда

$$+I_1 - I_2 - I_3 = 0$$

$$\text{Для второго узла такое же: } -I_1 + I_2 + I_3 = 0$$

Т.е. если для  $N$  узлов можем получить  $N-1$  незав. ур-е.

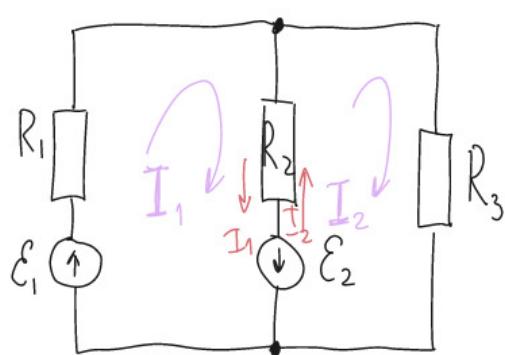
$$\textcircled{2} \sum'_i \mathcal{E}_i = \sum_j U_j \quad \text{по контуру} \quad \begin{cases} +\mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2 = U_{R_1} + U_{R_2} = I_1 R_1 + I_2 R_2 \\ -\mathcal{E}_2 = -U_{R_2} + U_{R_3} = -I_2 R_2 + I_3 R_3 \end{cases}$$

Ротор нест. пока = 0

\* Нужно выбрать направление обхода

miro

## Метод контурных токов

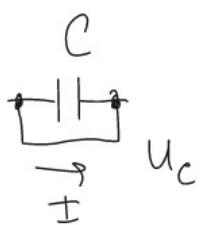


Допустим что в каждом контуре свой ток.

⊗ (2) Правило k:

$$\begin{cases} +\mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2 = I_1 R_1 + R_2(I_1 - I_2) \\ -\mathcal{E}_2 = R_2(I_2 - I_1) + R_3 I_2 \end{cases}$$

!



Какая связь между  $U_c$  и  $I$ ?

$$C = \frac{q}{U_c} - \text{множитель} \Rightarrow U_c = \frac{q}{C} \left| \cdot \frac{d}{dt} \right. \Rightarrow$$

$$\boxed{\frac{dU_c}{dt} = \frac{T}{C}}$$

Очень важно!

$$\boxed{I = \frac{dq}{dt}}$$

miro

В случае чисто постоянного тока  $I = \text{const}$   
 $U = \text{const}$   $\Rightarrow$  в конденсаторе ток не течет!  
 конд. = разрыв цепи.

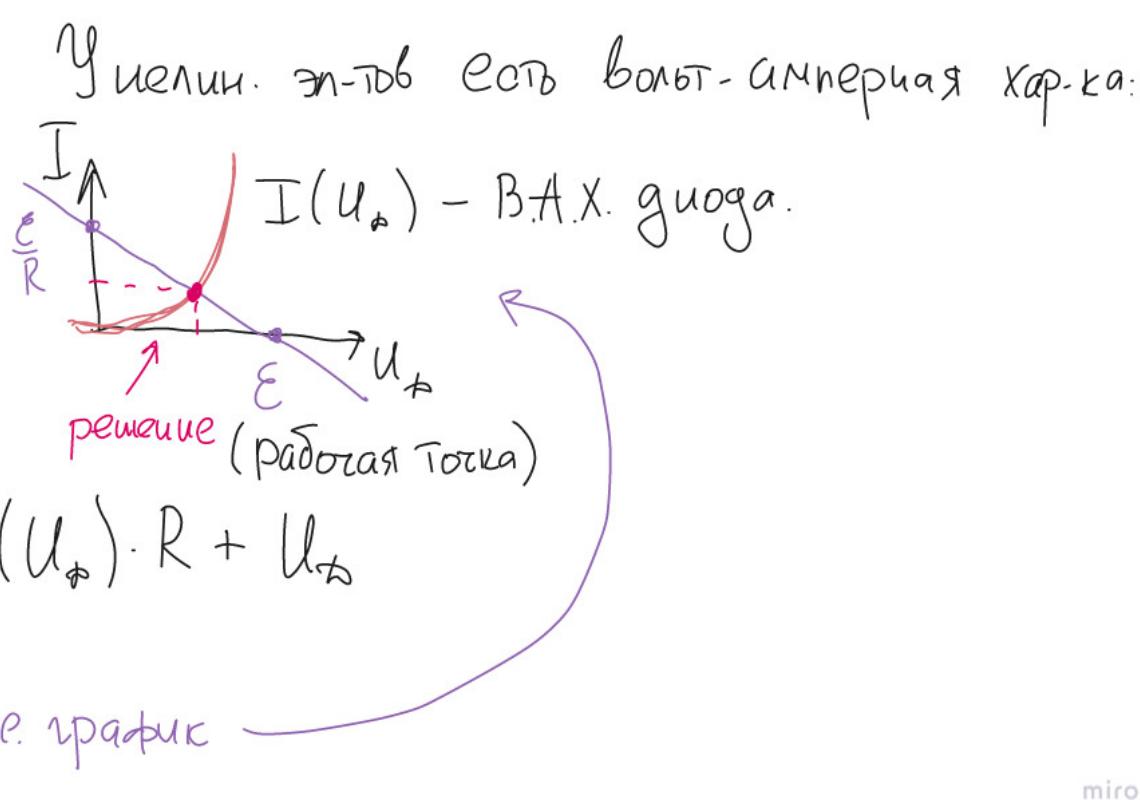
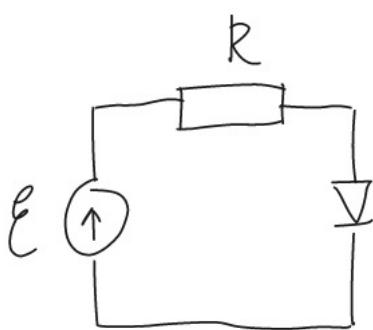
- В случае с катушкой:  $E_L = -L \cdot \frac{dI}{dt}$

Создает ЭДС.

В чисто постоянном токе  $I = \text{const}$   $\Rightarrow E_L = 0 \Rightarrow$  катушка = провод.

miro

## Нелинейные эл-ты:

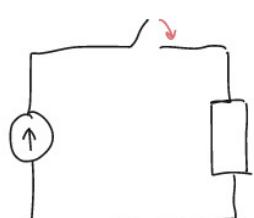


miro

## 1.2. Переходные процессы в эл.цепях.

Переход. процесс — процесс перехода эл.цепи из одного устанавлившегося состояния в другое.

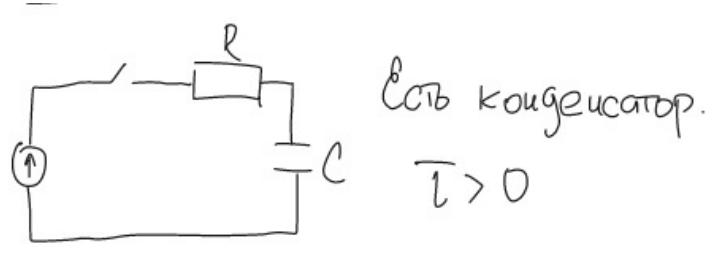
- Сост. тока нет  $\rightarrow$  Сост. ток есть (пост.)
- Появление нагрузки.



Закрытие ключа — ток появ. мгновенно.

$$t \approx 0$$

miro



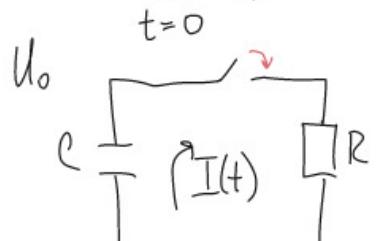
$$W = \frac{CU^2}{2}$$

$$W = \frac{LI^2}{2}$$

Реактивные ЭЛ-Ы:

ЭЛ-Ы кт. накапливают  
энергии

### • Разряжение конденсатора



$$U_c(t) + I(t)R = 0 \quad \downarrow \frac{d}{dt}$$

$$\frac{dU_c}{dt} + R \frac{dI}{dt} = 0$$

$$\frac{1}{C}I + R \frac{dI}{dt} = 0$$

$$\frac{dI}{dt} = -\frac{I}{RC}$$

$$I(t) = I_0 \cdot \exp\left(-\frac{t}{RC}\right)$$

const, должна быть опр. из нач. усл.

$$U_c(t) = -RI_0 \cdot \exp\left(-\frac{t}{RC}\right)$$

miro

Замкнули кольцо  $\Rightarrow$  напр. на конд. нагар.

$$W = \frac{C U^2}{2}$$

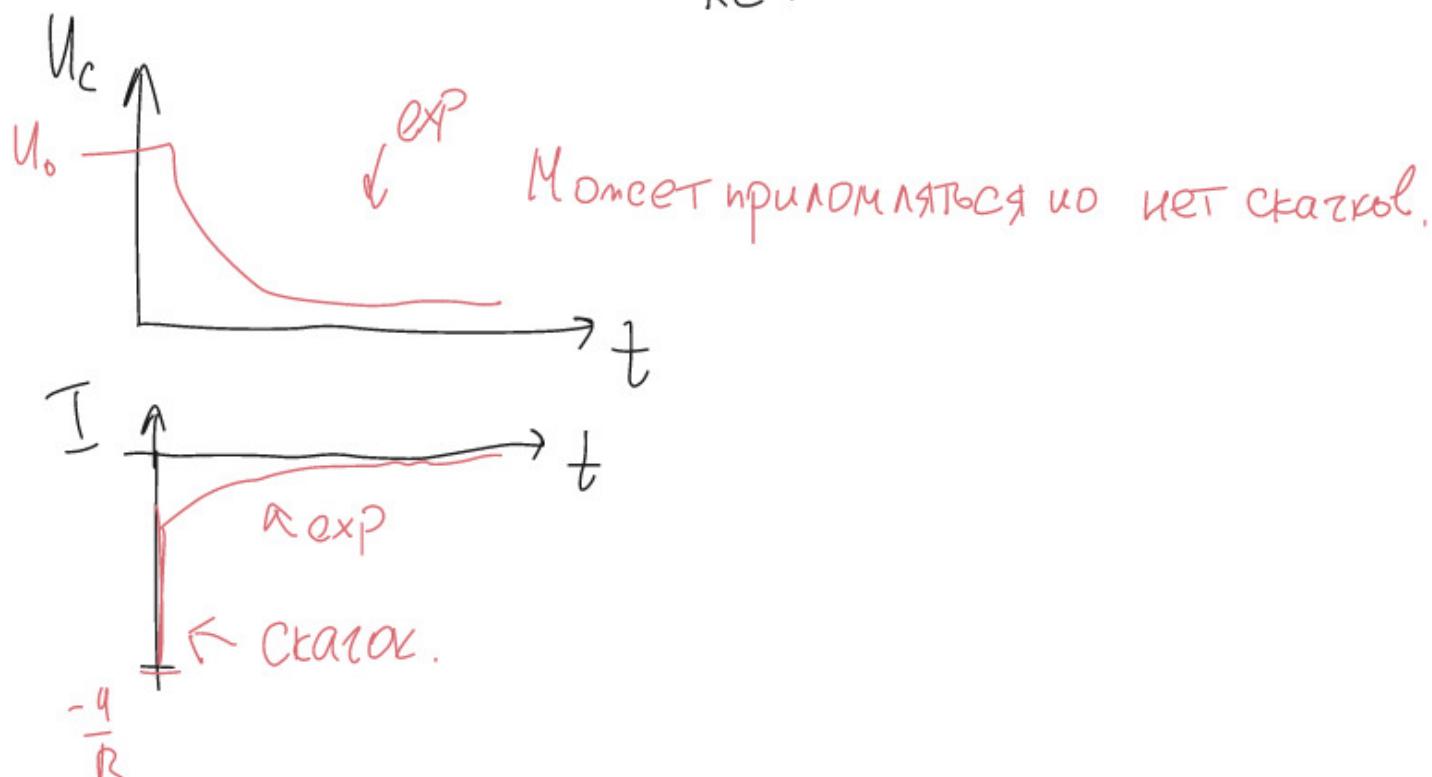
Энергия накоплена не изменяется!

$U_C$  не может накапливаться.  
тое правило коммутации.

Уч. из этого правила:

$$U_C(t=0) = -R I_0 = U_0 \Rightarrow I_0 = -\frac{U_0}{R}$$

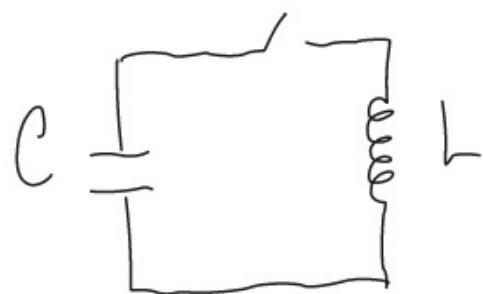
$$U_C(t) = U_0 \cdot \exp\left(-\frac{t}{RC}\right)$$



miro

Ток через катушку не может мгновенно измениться  
 ↗  
 где правило коммутации.

## Колебательный контур. Добротность



$$\mathcal{E}_L = U_C \mid \frac{d}{dt}$$

$$\frac{d\mathcal{E}_L}{dt} = \frac{dU_C}{dt}$$

$$-L \frac{d^2I}{dt^2} = \frac{1}{C} I$$

$$\frac{d^2I}{dt^2} + \omega_0^2 I = 0 \quad \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

$$I(t) = I_0 \cdot \cos(\omega_0 t + \psi)$$

из нач. усн.

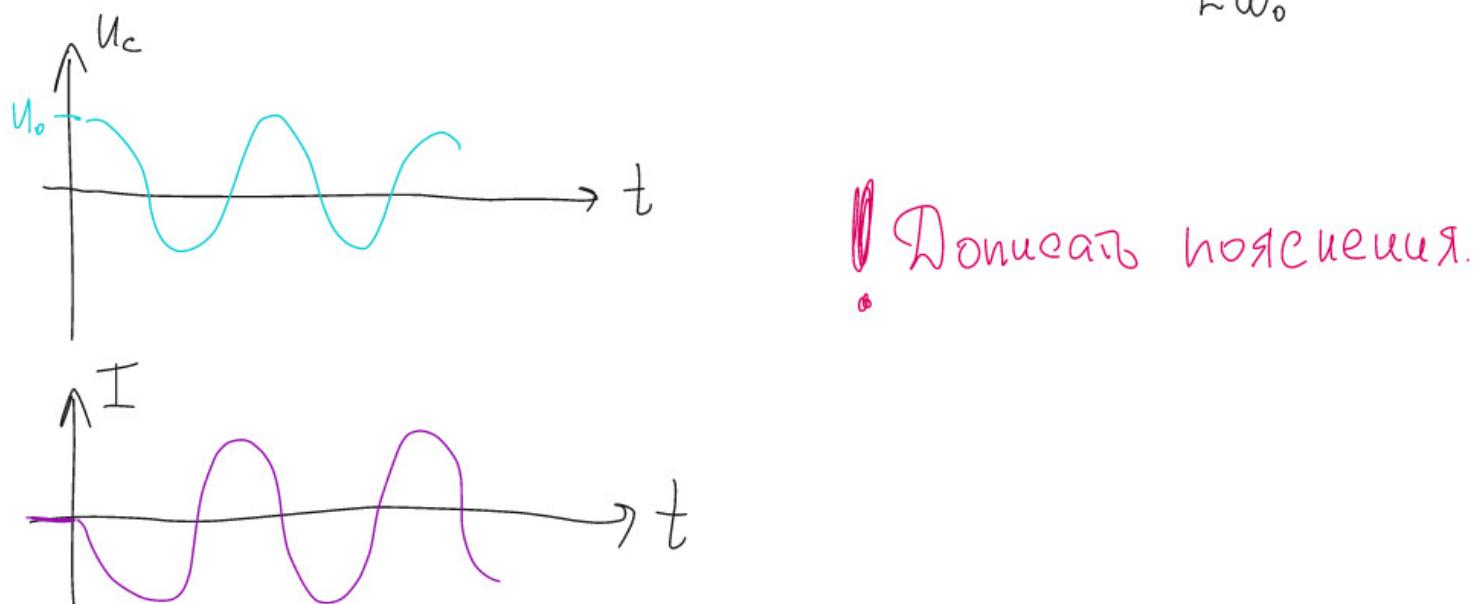
miro

$$t < 0: U_c = U_0 \\ I = 0 \Rightarrow t = 0: U_c = U_0 \quad 1) \\ I = 0 \quad 2)$$

$$I(t) = I_0 \sin(\omega_0 t)$$

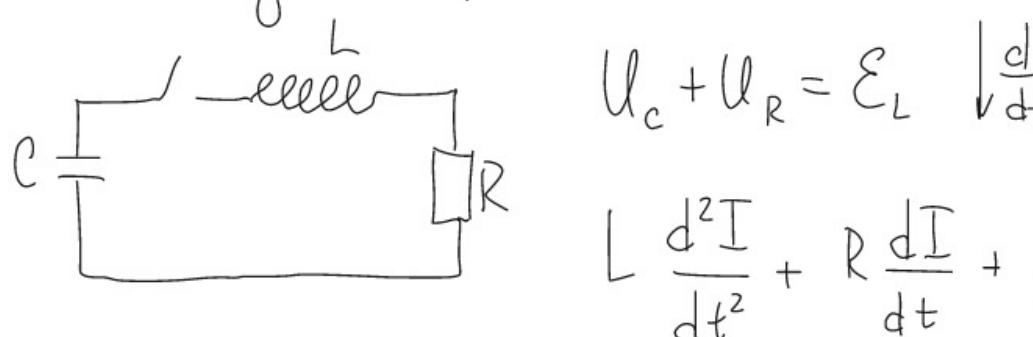
$$U_0 = \mathcal{E}_L(0) = -L \frac{dI}{dt} \Big|_{t=0} =$$

$$= -L \cdot I_0 \cdot \omega_0 \Rightarrow I_0 = -\frac{U_0}{L \omega_0}$$



miro

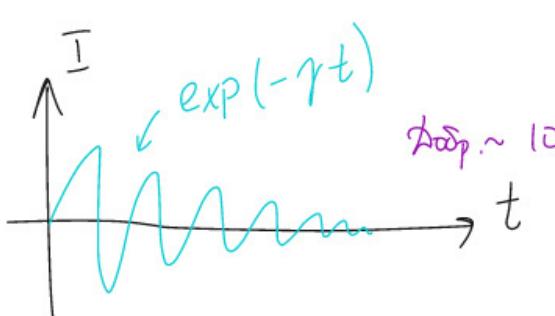
Можно добавить трение?



$$I(t) = I_0 \cdot \exp(-\gamma t) \cdot \cos(\omega t + \varphi)$$

коэр. затухания

$$\gamma = \frac{1}{2} \frac{R}{L} \quad \omega = \sqrt{\omega_0^2 - \gamma^2}$$



$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

$$\text{добр. малая} \Rightarrow \text{затухают очень медлено.}$$

Подробно:  $Q = \omega \cdot \frac{\text{Энергия в колеб. сист.}}{\text{средняя мощность потерь}}$

miro



## Lecture 2

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 2\gamma \frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = 0 \quad - \text{Однородн. ур-е.}$$

$$x(t) = A \cdot \exp(-\gamma t) \cos(\sqrt{\omega_0^2 - \gamma^2} \cdot t + \varphi) \quad - \text{общ. решение}$$

$$Q = \omega \cdot \frac{W}{\langle P \rangle} = 2\pi \frac{W}{T \cdot \langle P \rangle} = \frac{\text{Полная энергия}}{\text{Потеря эн. за период}} \cdot \frac{2\pi}{2\pi}$$

ср. мощность  
потерь

Сколько колебаний пройдет предметом вся эн. потерянся  
(Губбо)

Что если есть внешн. сила?

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 2\gamma \frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = f(t) \quad - \text{Неоднородное ур-е}$$

$\neq 0$

Решение: общее реш + частное

↑  
зависит от нач. усл.

↑  
част., зависит от  $f(t)$  но не от  
нач. усл.

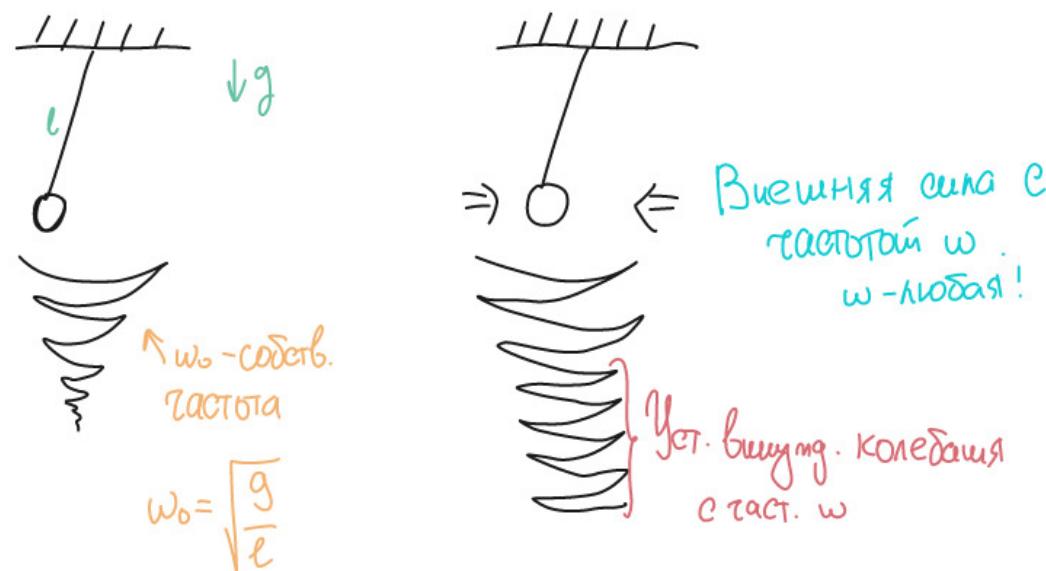
miro

С течением времени общее решение затухает с ростом  $t$

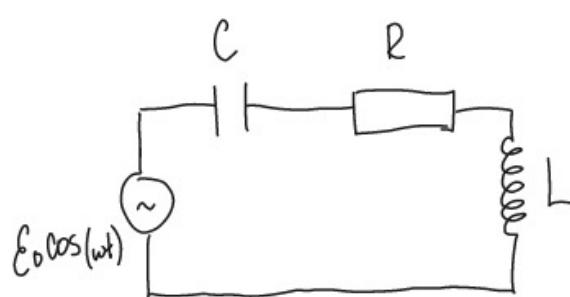
и исследуем

частное решение остается. - Установившееся вынужденное колебание.

Пример:



miro



Амплитуда колебаний в розетке:  $\sqrt{2} \cdot 220 \text{ В}$

$$E(t) + E_L = U_C + U_R \quad U_L = -E_L = L \cdot \frac{dI}{dt}$$

$$E_L = -U_L \quad \frac{dU_C}{dt} = \frac{1}{C} I$$

$$E(t) = U_L + U_R + U_C = E_0 \cos(\omega t) \quad | \cdot \frac{d}{dt}$$

$$\frac{L d^2 I}{dt^2} + R \frac{dI}{dt} + \frac{1}{C} I = -E_0 \cdot \omega \cdot \sin(\omega t)$$

Обыкновенное - переходный процесс. Затухает.

Частное реш. - вын. колеб.

$$I(t) = I_0 \cdot \cos(\omega t + \varphi)$$

$$-L \cdot I_0 \omega^2 \cos(\omega t + \varphi) - R \cdot I_0 \omega \sin(\omega t + \varphi) + \frac{1}{C} I_0 \cos(\omega t + \varphi) = -E_0 \omega \cdot \sin(\omega t)$$

$$I_0 \left[ R \sin(\omega t + \varphi) + L \left( \omega - \frac{1}{C \omega} \right) \cos(\omega t + \varphi) \right] = E_0 \sin(\omega t)$$

miro

$$A \cdot \cos(\omega t) + B \sin(\omega t) = \sqrt{A^2 + B^2} \left[ \underbrace{\frac{A}{\sqrt{A^2 + B^2}} \cdot \cos(\omega t)}_{\sin \psi} + \underbrace{\frac{B}{\sqrt{A^2 + B^2}} \sin(\omega t)}_{\cos \psi} \right] =$$

$$= \sqrt{A^2 + B^2} \cdot \sin(\omega t + \psi)$$

$$I_0 \sqrt{R^2 + \left( L \omega - \frac{1}{C \omega} \right)^2} \left[ \underbrace{\frac{R}{\sqrt{R^2 + \left( L \omega - \frac{1}{C \omega} \right)^2}}}_{\sin \psi} \sin(\omega t + \psi) + \underbrace{\left( L \omega - \frac{1}{C \omega} \right)}_{\cos \psi} \cos(\omega t + \psi) \right] = E_0 \sin(\omega t)$$

$$I_0 \cdot \sqrt{R^2 + \left( L \omega - \frac{1}{C \omega} \right)^2} \cdot \sin(\omega t + \psi + \varphi) = E_0 \sin(\omega t)$$

$$\varphi = -\psi = \arctan \left( \frac{L \omega - \frac{1}{C \omega}}{R} \right) - \text{фаза}$$

$$I_0 = \frac{E_0}{\sqrt{R^2 + \left( L \omega - \frac{1}{C \omega} \right)^2}} - \text{амплитуда}$$

miro

# Метод комплексных амплитуд

$$\begin{cases}
 x(t) = x_0 \cdot \cos(\omega t + \varphi_x) & \frac{dx}{dt} - ? \\
 \frac{dx}{dt} = -x_0 \omega \cdot \sin(\omega t + \varphi_x) & ax(t) + by(t) - ? \\
 \hat{x}(t) = x_0 \cdot e^{i(\omega t + \varphi_x)} = x_0 \cdot e^{i\varphi_x} \cdot e^{i\omega t} \\
 \frac{d\hat{x}}{dt} = i\omega \cdot x_0 e^{i(\omega t + \varphi_x)} = i\omega \cdot \hat{x}(t)
 \end{cases}$$

Бес. пог. состоян =  $\operatorname{Re}[\dots]$

$$L \frac{d^2 I}{dt^2} + R \frac{dI}{dt} + \frac{1}{C} \cdot I = \frac{d}{dt} (\hat{\mathcal{E}}(t))$$

$\hat{\mathcal{E}}_0 \cos(\omega t)$

$$\cdot I \rightarrow \hat{I} = I_0 \cdot e^{i(\omega t + \varphi)}$$

$$\cdot \hat{\mathcal{E}} = \mathcal{E}_0 \cdot e^{i\omega t}$$

$$-\omega^2 L \hat{I} + i\omega R \hat{I} + \frac{1}{C} \hat{I} = i\omega \hat{\mathcal{E}}(t)$$

miro

$$\hat{I}(t) = \frac{i\omega \hat{\mathcal{E}}(t)}{-\omega^2 L + \frac{1}{C} + i\omega R} = \frac{\hat{\mathcal{E}}(t)}{R + i(\omega L - \frac{1}{\omega C})} = \frac{\mathcal{E}_0}{R + i(\omega L - \frac{1}{\omega C})} \cdot e^{i\omega t}$$

$$I(t) = \operatorname{Re}[\hat{I}(t)] = \operatorname{Re} \left[ \frac{\mathcal{E}_0}{\sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2}} \cdot e^{-i\psi} \cdot e^{i\omega t} \right]$$

$$t = a + bi = r e^{i\varphi}$$

$$r = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$\varphi = \arctan \frac{b}{a}$$

$$\begin{aligned}
 & \frac{d^2 I}{dt^2} + R \frac{dI}{dt} + \frac{1}{C} I = i\omega \hat{\mathcal{E}}(t) \\
 & \hat{I}(t) = \frac{i\omega \hat{\mathcal{E}}(t)}{-\omega^2 L + \frac{1}{C} + i\omega R} = \frac{\hat{\mathcal{E}}(t)}{R + i(\omega L - \frac{1}{\omega C})} = \frac{\mathcal{E}_0}{R + i(\omega L - \frac{1}{\omega C})} e^{i\omega t} \\
 & I(t) = \operatorname{Re} \left[ \frac{\hat{\mathcal{E}}(t)}{\sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2}} \cdot e^{-i\psi} \cdot e^{i\omega t} \right] = \frac{\mathcal{E}_0}{\sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2}} \cdot \cos(\omega t - \varphi) \\
 & z = a + bi = r e^{i\varphi} \quad r = \sqrt{a^2 + b^2} \quad \varphi = \arctan \frac{b}{a}
 \end{aligned}$$

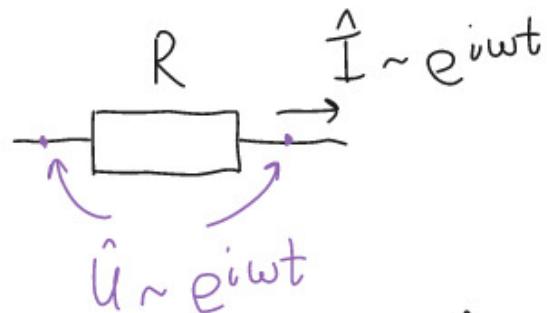
miro

# Электрический импеданс

## Комплексные ЭЛ-е сопротивление

$$Z = \frac{\text{комп. напряжение}}{\text{комп. ток}} - \text{комп. сопротивл.}$$

$$\hat{U} = Z \cdot \hat{I}$$



$$\hat{U} = R \cdot \hat{I} \quad Z_R = \frac{\hat{U}}{\hat{I}} = \frac{R \cdot \hat{I}}{\hat{I}} = R - \text{сопротивление резистора}$$

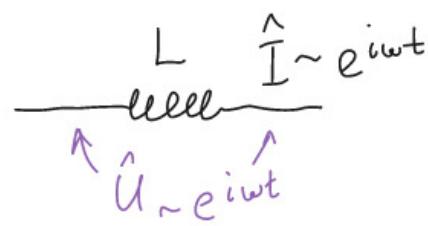
A circuit diagram showing a capacitor symbol with a value 'C'. An arrow above the symbol indicates current  $\hat{I} \sim e^{i\omega t}$  flowing through it. Below the symbol, a purple arrow indicates voltage  $\hat{U} \sim e^{i\omega t}$  across the capacitor.

$$\frac{d\hat{U}_c}{dt} = \frac{1}{C} \hat{I}$$

$$i\omega \hat{U}_c = \frac{1}{C} \hat{I}$$

$$Z_c = \frac{\hat{U}_c}{\hat{I}} = \frac{1}{i\omega C} - \text{компл. сопротивление конденсатора}$$

miro

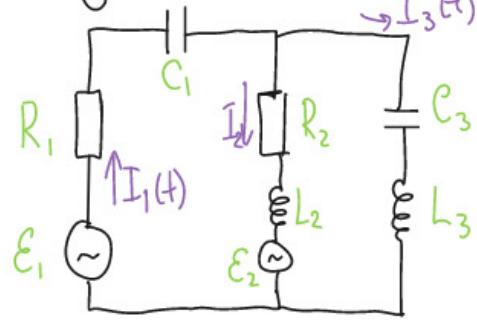


$$U_L = L \frac{dI}{dt} \Rightarrow \hat{U}_L = L \cdot i\omega \hat{I}$$

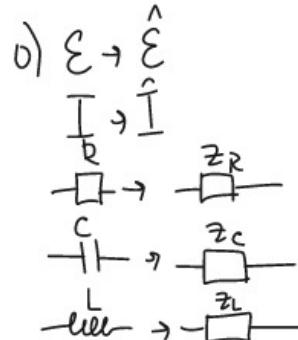
$z_L = i\omega L$  — электр. импеданс катушки

Задача?

Модифицируя правило Кирхгофа для цепей синусоид. переменного тока



$I_i$  — установ. ток.

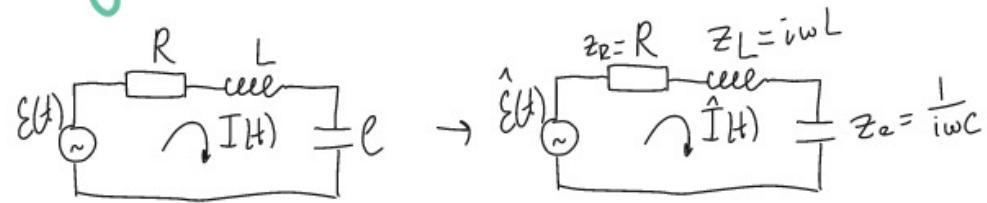


1)  $\sum \hat{I}_i = 0$  Вузла

2)  $\sum \hat{\mathcal{E}}_i = \sum U_i$  В контуре

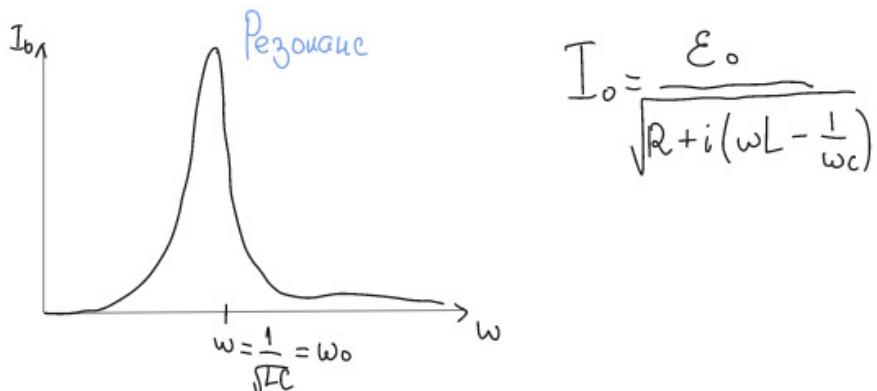
miro

## Резонанс.

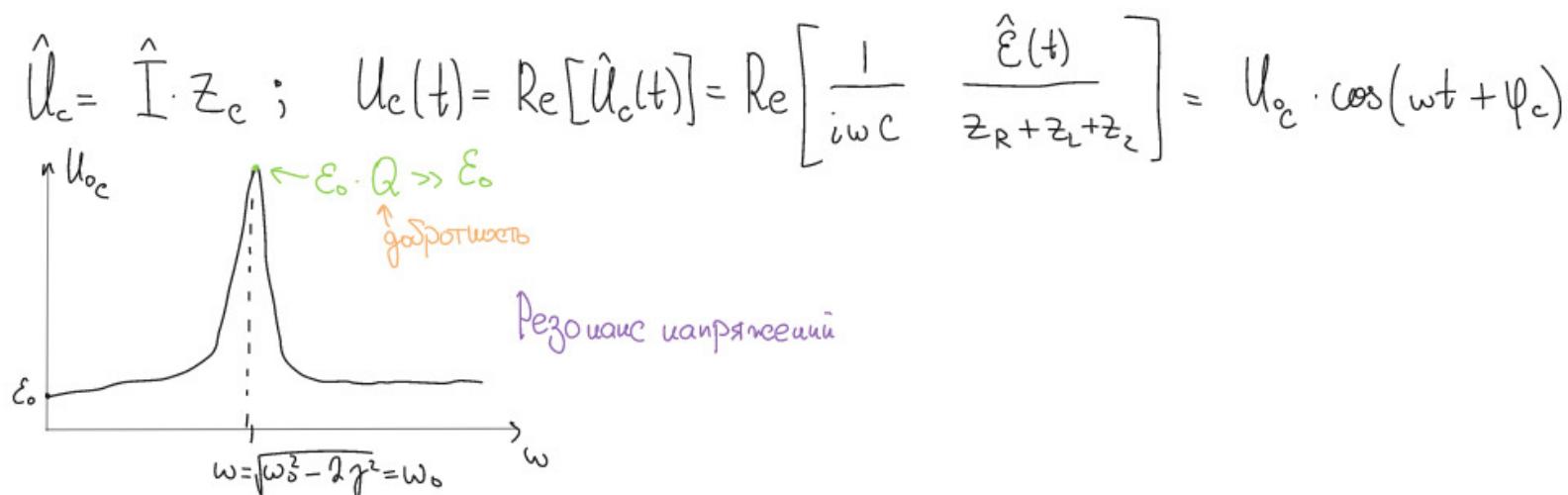


$$\hat{I}(t) = \frac{\hat{E}(t)}{z_R + z_L + z_C} = \frac{E_0 \cdot e^{i\omega t}}{R + i(\omega L - \frac{1}{\omega C})}$$

$$I(t) = \operatorname{Re}[\hat{I}(t)] = I_0 \cdot \cos(\omega t - \psi)$$



$$I_0 = \frac{E_0}{\sqrt{R + i(\omega L - \frac{1}{\omega C})}}$$



miro

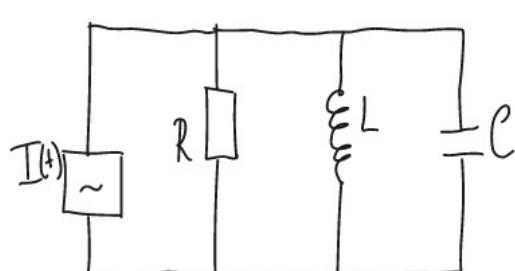
$$Z_{\text{общ}} = z_R + z_C + z_L = R \left( \omega L - \frac{1}{\omega C} \right) = Z_0 \delta_y(\omega)$$

$$\text{При } \omega = \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

$$Z_{\text{общ}} = R \quad \text{нет мнимой части!}$$

Отсутствие мнимой части у полного входного сопротивления

есть критерий резонанса.



$$I(t) = I_0 \cdot \cos(\omega t + \varphi)$$

miro



## Lecture 3

1.5 Электрические фильтры.

$U_{bx} = \frac{E_0}{Z_R + Z_C} \cdot \cos(\omega t)$

$U_{bx} - ?$

$R + \frac{1}{i\omega C} = Z \cdot e^{i\varphi}$

$Z = \sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2}$

$\operatorname{tg} \varphi = -\frac{1}{R\omega C}$

$U_{bx}(t) = \hat{I}(t) \cdot Z_C =$

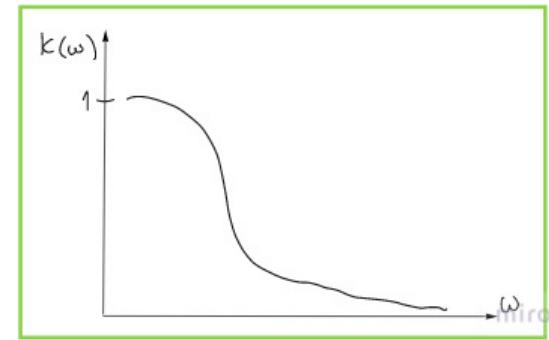
$= \frac{E_0 \cdot e^{i\omega t}}{R + \frac{1}{i\omega C}} = \frac{E_0}{\sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2}} \cdot e^{i(\omega t - \varphi)}$

$\hat{U}_{bx}(t) = \operatorname{Re}[\hat{U}_{bx}(t)] = \frac{E_0}{\sqrt{1 + (R\omega C)^2}} \cdot \cos(\omega t - \varphi - \frac{\pi}{2})$



$K = \frac{\text{амплитуда } U_{bx}}{\text{амплитуда } E_0} = \frac{\text{амплитудный козп.}}{\text{непараллель}}$

В нашем случае:  $k = \frac{1}{\sqrt{1 + (R\omega C)^2}} = k(\omega)$



ФНЧ - фильтр низких частот.

$A_1, A_2$  - некие энергетические величины

Как их сравнивать?

- Отношение  $\frac{A_1}{A_2}$  (не удобно т.к. они могут отличаться во много тысяч раз)

•  $\lg\left(\frac{A_1}{A_2}\right)$  - дбн

•  $10 \cdot \lg\left(\frac{A_1}{A_2}\right)$  - децибел

$$E = \frac{m v^2}{2}$$

$$w_E = \frac{\epsilon E}{2}$$

$$W_L = \frac{L I^2}{2}$$

Энергия волна квадратич за волны

miro

$$U, A \sim U^2$$

$$10 \cdot \lg\left(\left(\frac{U_1}{U_2}\right)^2\right) = 20 \cdot \lg\left(\frac{U_1}{U_2}\right)$$

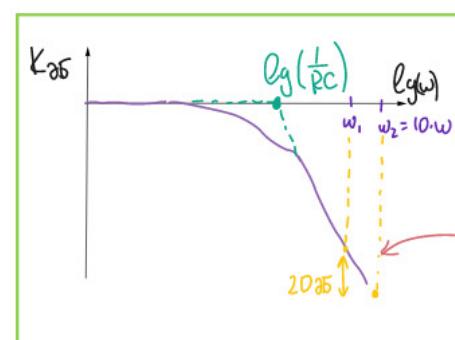
отношение амплитуд волны

$$K_{dB} = 20 \lg \frac{1}{\sqrt{1 + (RC\omega)^2}}$$

$$\approx \begin{cases} 0, & \omega \ll \frac{1}{RC} \\ -20 \lg(RC), & \omega \gg \frac{1}{RC} \end{cases}$$

$$(-20 \lg w) - 20 \lg(RC)$$

скорость насыщения -  $20 \text{ дБн на декаду}$ .



$\frac{1}{RC}$  - частота среза фильтра

скорость насыщения

По частоте среза почти нет изм.  
после  $\frac{1}{RC}$  начинает линейно падать

Все фильтры 1го порядка имеют скорость насыщения  $20 \text{ дБн на декаду}$

miro

# Широтно-импульсная модуляция



Т. измеритель

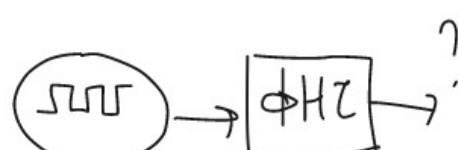
Хотим поддерживать  $t = \text{const}$

Умеем только вкл./выкл. исправитель

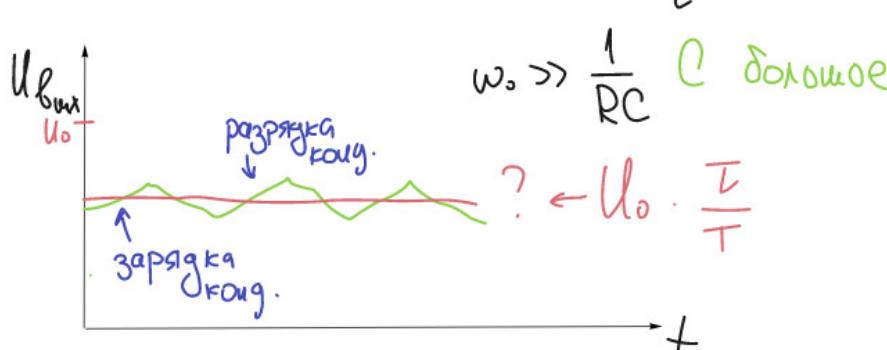
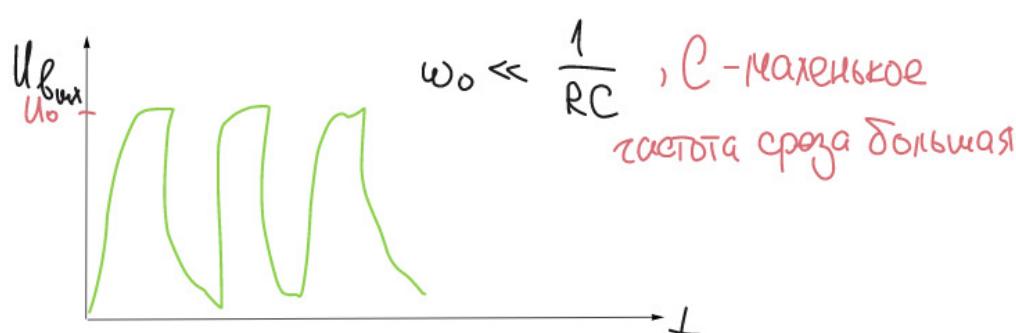
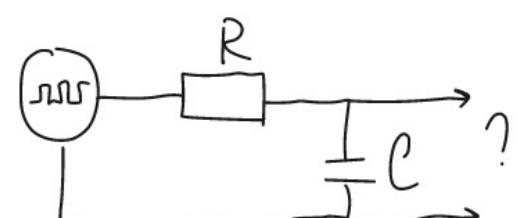
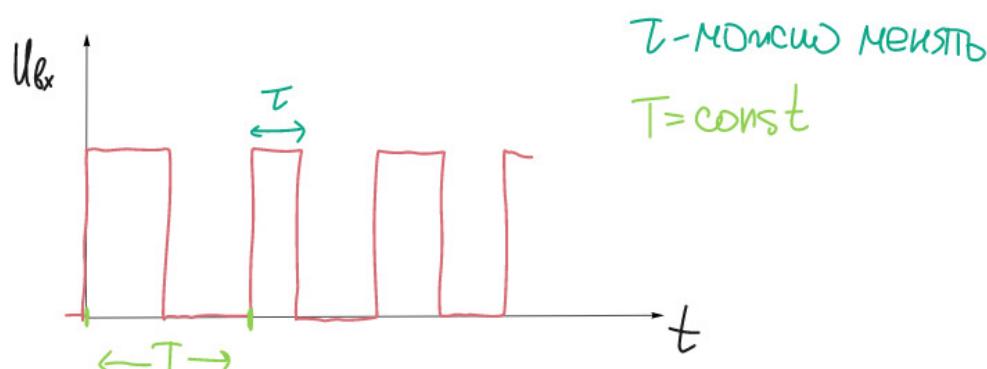
Передиодически вкл./выкл. исправитель (быстро)

Управление средним потоком энергии при помощи регуляции  
отношения времени вкл./выкл и изм. широтно-импульсной модуляции  
(скважности передиодического сигнала)

отношение длительности вкл./выкл



$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T}$$



miro

miro

$$U_{bx}(t) = \frac{A_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cos(\omega_0 n t + \varphi_n)$$

$\omega_0 = \frac{2\pi}{T}$  - частота осн. гармоники

Фильтр низк. частоты зачищает все высш. гармоники

$$\frac{A_0}{2} = \frac{1}{T} \int_0^T U_{bx}(t) dt = U_0 \frac{T}{2}$$

В компьютерах импульсные блоки питания

Уз имп. синусоид. Так как из розетки  $\sim$  периодический сигнал  $\Rightarrow$  поддержка квадратного напряжения ( $\sim 5$  Вольт)

Скважность  $= \frac{T}{\tau}$

miro

## Закон электромагнитной индукции

$$E = - \frac{d\Phi}{dt}$$

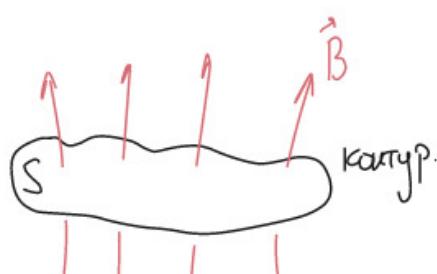
Закон фарadays

- Электрическая энергия легко получать из других видов

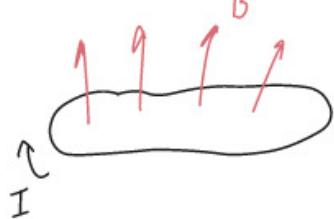
- Она легко передается

- Легко преобразовать в гр. вид энергии

$$\Phi = \iint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} - поток маг. поля$$

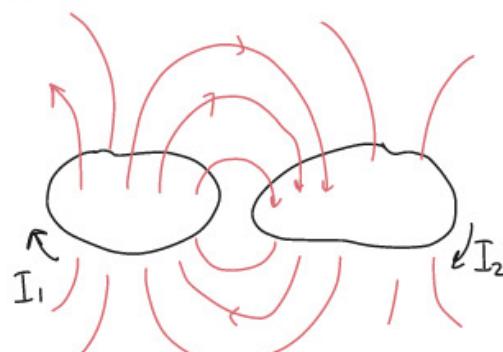


Любое изм. потока создает ЭДС.  $E = - \frac{d\Phi}{dt}$



Больше ток  $\Rightarrow$  больше потока (но Био-Савара-Лапласса забыли)

$$\Phi = L \cdot I$$



$$\Phi_1 = L_{11} I_1 + L_{12} I_2$$

$$\Phi_2 = L_{21} I_1 + L_{22} I_2$$

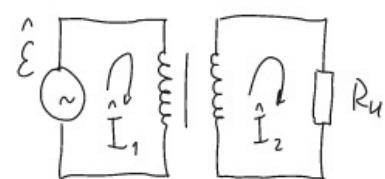
бз.маг.  
самоинд.

$$\text{Всегда } L_{12} = L_{21} = M$$

miro



$$M = \sqrt{L_{11} \cdot L_{22}}$$



$$\begin{cases} \hat{E} + \hat{E}_{L_1} = 0 \\ \hat{E}_{L_2} = \hat{I}_2 R_u \end{cases}$$

$$\hat{E}_{L_1} = - \frac{d\Phi_1}{dt} = - \frac{d}{dt} (L_{11} \hat{I}_1 + M \hat{I}_2) = -i\omega (L_{11} \hat{I}_1 + M \hat{I}_2)$$

$$\hat{E}_{L_2} = -i\omega (M \hat{I}_1 + L_{22} \hat{I}_2)$$

$$\hat{I}_1 = - \frac{R_u + i\omega M L_{22}}{i\omega M} \hat{I}_2$$

$$\hat{E} = - [L_{11} R_u + i\omega (L_{11} L_{22} - M^2)] \frac{\hat{I}_2}{M}$$

когда неправильна формула то  $M = \sqrt{L_{11} + L_{22}}$

$$\hat{U}_u = \hat{I}_2 \cdot R_u = R_u \cdot \frac{\hat{E} M}{R_u L_{11}} = \hat{E} \sqrt{\frac{L_{22}}{L_{11}}} = \hat{E} \frac{N_2}{N_1}$$

↑      ← число витков первичной обмотки

и не пропорционально числу витков

miro



## Lecture 4

### Лекция 4

Движение магнита.



- тело ушло из под-ть вогде.
- вакуум, в центре антена кт  
создает магнитное поле

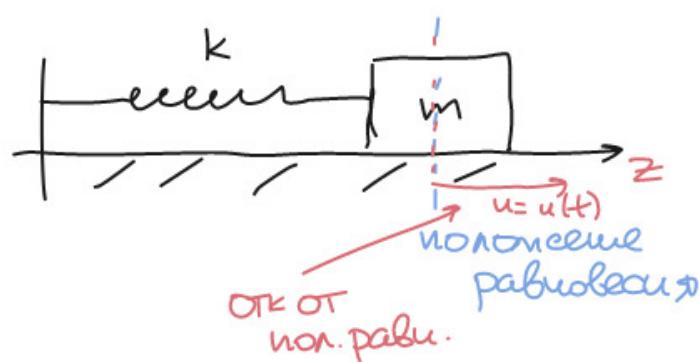
Локальное возмущ. будет распространяться

Есть 2 типа распространения:

- дифракция (горизон в вогде, магнит)
- Волна (антена, камень в вогде)

miro

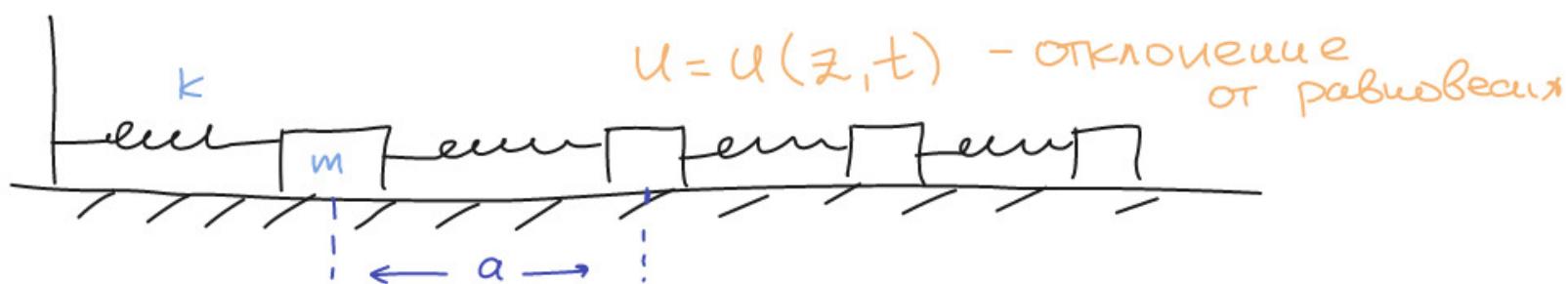
У этих типов есть сб-ва и уравнения.



напряжение в пружине  $\Rightarrow$  колебания

$$F = ma \quad \ddot{u} + \omega_0^2 u = 0 \quad \omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$-ku = \ddot{u}a \quad u(t) = u_0 \cdot \cos(\omega_0 t + \varphi)$$



Начальное возмущение создает распространение

Это и будет волной (распростр. возмущения)

miro

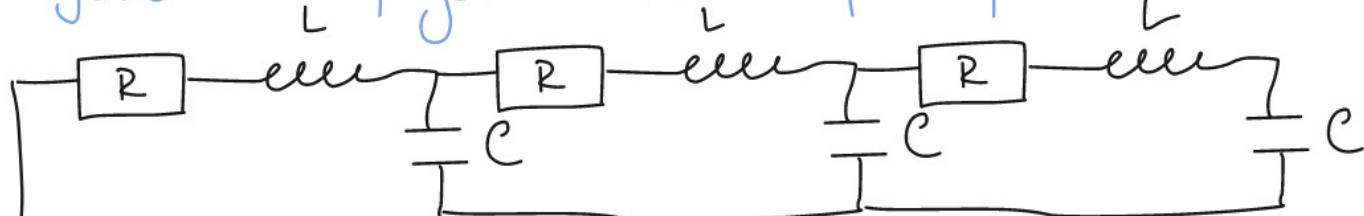
$$\frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}$$

- волновое уравнение

$v = a \cdot \omega_0$  - скорость распространения волны

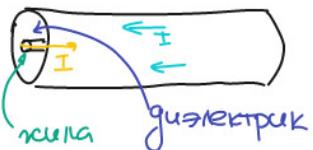


Чем со средоточением параметров



miro

## Коаксиальный кабель



- Это диэлектрический конденсатор  
Емкость линии зависит от длины  
C - удельная емкость (емкость на единицу длины)

- Из-за тока создается магнитное поле  $\Rightarrow$  катушка инд.

L - удельная индуктивность кабеля

- У токов есть сопротивление, это либо заряжает от длины

R - удельное сопротивление

miro

$I = I(x, t)$   $U = U(x, t)$

Здесь параметры  
распределены по кабелю

$$\frac{dI}{dx} = -C \frac{\partial U}{\partial t}$$

$$I(x+dt, t) = I(x, t) - I_c$$

$$U(x+dt, t) = U(x, t) - U_R - U_L$$

$$U_R = R \cdot I dx \quad U_L = L \frac{\partial I}{\partial t} \cdot dx$$

$$\frac{I(x+dx, t) - I(x, t)}{dx} = -C \cdot \frac{\partial U}{\partial t}$$

$$\frac{U(x+dx, t) - U(x, t)}{dx} = -RI - L \frac{\partial I}{\partial t}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{\partial I}{\partial x} = -C \frac{\partial U}{\partial t} & (1) \\ \frac{\partial U}{\partial x} = -L \frac{\partial I}{\partial t} - RI & (2) \end{cases}$$

Телеграфическое  
уравнение.

Далее, пусть  $R=0$  (нет затухания воли)

$$(1) \cdot \frac{\partial}{\partial x} : \frac{\partial^2 I}{\partial x^2} = \frac{\partial}{\partial x} \left( -c \frac{\partial u}{\partial t} \right)$$

для нач. переноских

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}$$

$$\frac{\partial^2 I}{\partial x^2} = -c \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right) \stackrel{(2)}{=} LC \frac{\partial^2 I}{\partial t^2}$$

$$\frac{\partial^2 I}{\partial x^2} = \sqrt{LC} \quad \frac{\partial^2 I}{\partial t^2} = [v = \frac{1}{\sqrt{LC}}] = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 I}{\partial t^2}$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \cdot (2) : \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{\partial}{\partial x} \left( -L \frac{\partial I}{\partial t} \right) = -L \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\partial I}{\partial x} \right) = LC \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}$$

miro

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}$$

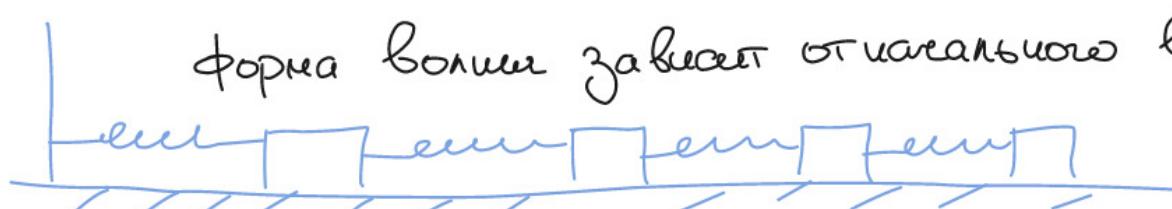
Описывает волну в горизонтальной координате (1d волновое ур-е)

Общее решение 1-мерного волн. ур-я

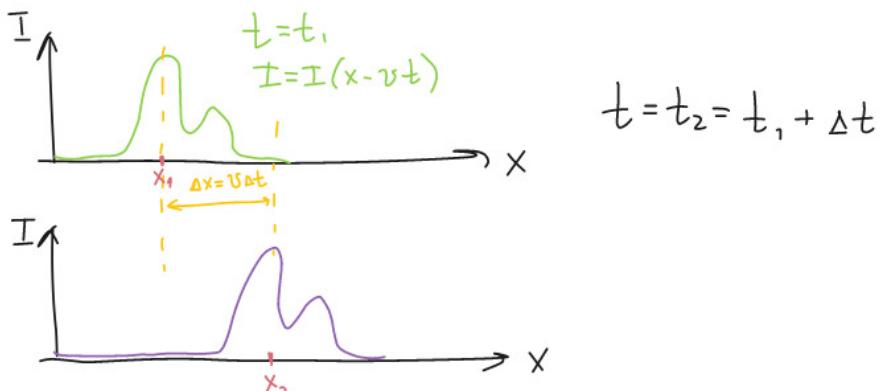
$$I(x, t) = I_1(x-vt) + I_2(x+vt)$$

$I_1, I_2$  — произвольные ф-ции заб. от нач. ур.

форма волны зависит от начального возбуждения



miro



$$t = t_2 = t_1 + \Delta t$$

$$I(x_2, t_2) = I(x_2 - vt_2) = I(x_2 - v(t_1 + \Delta t)) = I(\underbrace{x_2 - vt_1 - vt_1}_{x_1} - v\Delta t) = I(x, t_1)$$

$$I(x, t) = I_1(x - vt) + I_2(x + vt)$$

↑  
 волна движется  
 вправо x (вправо)

↗ вправо  
 где независимые волны

miro

$$U(x, t) = U_1(x - vt) + U_2(x + vt)$$

Как связать волны тока и напряжения?

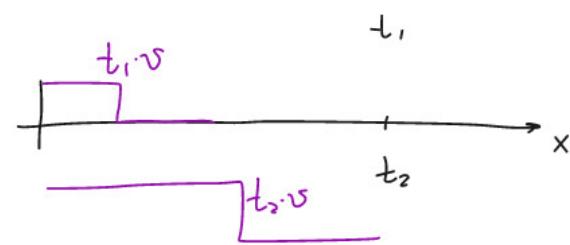
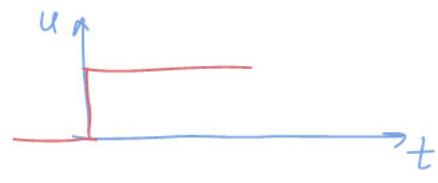
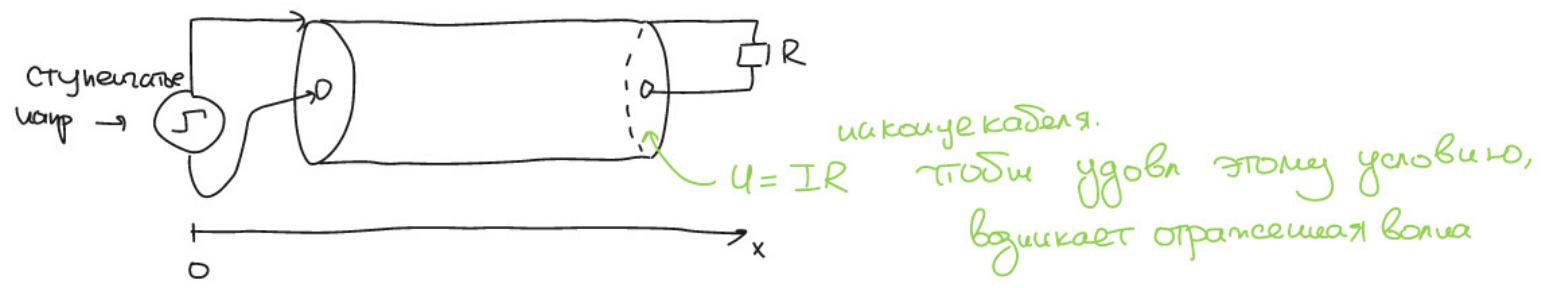
$$f(x, y) = f(ax + by) = [\xi = ax + by] \Rightarrow \frac{\partial f}{\partial x} = \frac{\partial f}{\partial \xi} \frac{\partial \xi}{\partial x} = f'_a$$

$$\frac{dI}{dx} = I'_1 + I'_2 = -C \frac{\partial U}{\partial t} = -C [-vU'_1 + vU'_2]$$

$$I_1 = \frac{U_1}{\rho} \quad I_2 = -\frac{U_2}{\rho}, \quad \rho = \frac{1}{Cv} = \sqrt{\frac{L}{C}} \quad \text{— волновое сопротивление}$$

глущат пики

miro



$$U = I \cdot \rho$$

$$U_{\text{оп.}} = k \cdot U_{\text{нагружён}}$$

это отражающая волна называется

$$K = \frac{R - \rho}{R + \rho}$$

miro



## Lecture 5

### Электромагнитные волны.

Система ур-й Максвелла (в СГС)  
см, грам, сек.

$$\begin{cases} \text{rot } \vec{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \\ \text{rot } \vec{H} = \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} + \frac{4\pi}{c} \vec{j} \\ \text{div } \vec{B} = 0 \\ \text{div } \vec{D} = 4\pi\rho \end{cases}$$

$\rho$ -общая плотность заряда

$\vec{H}$ -магн. поле

Справа - источники полей

Для решения не хватает ур.

$$+ \text{чзз} \left. \begin{array}{l} \vec{D} \propto \vec{E} \\ \vec{B} \propto \vec{H} \end{array} \right\} \text{Зависят от媒-ва.}$$

Материальные ур-ия

+ для проводящей среды  $\vec{j} \propto \vec{E}$

miro

### Частичный случай

Воздух. Зарядов нет, тока тоже.  $\Rightarrow$  Однородный прозрачный диэлектрик

$$\rho = 0, \vec{j} = 0$$

(\*)  $\vec{D} = \epsilon \vec{E}$  (2),  $\vec{B} = \mu \cdot \vec{H}$  (1),  $\epsilon = \text{const}$ ,  $\mu = \text{const}$

«диэлект. проницаемость среды»

$$\begin{cases} \text{rot } \vec{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \\ \text{rot } \vec{H} = \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \\ \text{div } \vec{B} = 0 \\ \text{div } \vec{D} = 0 \end{cases}$$

$$\text{rot rot } \vec{E} = -\frac{1}{c} \text{rot} \left( \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \right) = -\frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} (\text{rot } \vec{B}) \stackrel{(1)}{=} -\frac{\mu}{c} \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right) =$$

$$\stackrel{(2)}{=} -\frac{\mu \epsilon}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}$$

$$\text{rot rot } \vec{E} = \text{grad div } \vec{E} - \Delta \vec{E}$$

$$\Delta \vec{E} = \frac{\epsilon \mu}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}$$

miro

На простой лекции получим:  $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}$

$\Delta$  - оператор  
Лапласса

Если в системе  $\text{rot } \vec{H} = \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$  | · rot TO  $\Delta \vec{U} = \frac{\epsilon M}{c^2} = \frac{\partial^2 \vec{U}}{\partial t^2}$

Электромагнитные волны не распространяются в среде.

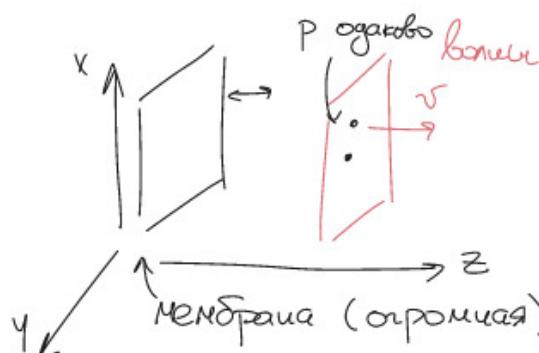
□ 1)  $P = P(\vec{r}, t)$   
Звук - волна давления.

$$\Delta P = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 P}{\partial t^2}$$

скорость распростран. звука в системе

miro

## Плоская волна



$$P = P(z, t)$$

$$\Delta = \frac{\partial^2}{\partial z^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial x^2}$$

$$\frac{\partial^2 P}{\partial z^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 P}{\partial t^2}$$

- у нас получаем, знаем решение

$$P(z, t) = P_1(z - vt) + P_2(z + vt)$$

## Сферическая волна

создается и разрастается  
  
 $r, \theta, \varphi$

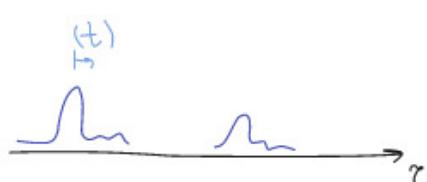
$P = P(r, t)$

$$\Delta P = \frac{1}{r} \frac{\partial^2}{\partial r^2} (r P) + \dots = 0$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial^2}{\partial r^2} (r P) = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 P}{\partial t^2}$$

$$\frac{\partial^2}{\partial r^2} (r P) = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 (r P)}{\partial t^2}$$

$$P(r, t) = \frac{P_1(r - vt)}{r} + \frac{P_2(r + vt)}{r}$$



miro

## Плоские ЭЛ.М. Волны

$$\Delta \vec{E} = \frac{\epsilon \mu}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}$$

$$v = \frac{c}{\sqrt{\epsilon \mu}}$$

$$\vec{E} = \vec{E}(x, y, z, t)$$

$$\vec{E} = \vec{E}(z, t) \Rightarrow \vec{E} = \vec{E}(z - vt)$$

$$\vec{H} = \vec{H}(z - vt)$$

связь  $\vec{E}$  и  $\vec{H}$ ?

$$\text{rot } \vec{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

$$\left| \begin{array}{ccc} \vec{e}_x & \vec{e}_y & \vec{e}_z \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ E_x & E_y & E_z \end{array} \right| = -\vec{e}_x \frac{\partial E_y}{\partial z} + \vec{e}_y \frac{\partial E_x}{\partial z} = -\frac{\mu}{c} \left( \frac{\partial \vec{H}_x}{\partial t} \vec{e}_x + \frac{\partial \vec{H}_y}{\partial t} \vec{e}_y + \frac{\partial \vec{H}_z}{\partial t} \vec{e}_z \right)$$

Tik.  
bonus  
mack.

miro

Приравн. к 0 при ортах

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial E_x}{\partial z} = -\frac{\mu}{c} \frac{\partial H_y}{\partial t} \\ \frac{\partial E_y}{\partial z} = \frac{\mu}{c} \frac{\partial H_x}{\partial t} \\ \frac{\partial H_z}{\partial t} = 0 \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} E_x = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} H_y \\ E_y = -\sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} H_x \\ H_z = 0 \quad E_z = 0 \text{ (из гр. уп-я Максвелла)} \end{array} \right.$$

## Св.-ва плоской электр. магн. волн

$$1) \vec{E} \cdot \vec{H} = E_x H_x + E_y H_y + E_z H_z = 0$$

$$\Rightarrow \vec{E} \perp \vec{H}$$

$$2) H_z = 0, E_z = 0 \Rightarrow \vec{E} \perp \vec{H} \perp \text{направление распространения}$$

$$3) \vec{E}^2 = \frac{\mu}{\epsilon} \vec{H}^2 = \frac{\epsilon E^2}{8\pi} = \frac{\mu U^2}{8\pi} \quad \omega_E = \omega_H - \text{интенсивность энергии}$$

мощ

miro

## Монохроматические волны

$$f(z, t) = f_0(z - vt)$$

реш. волнового ур-я  
 $\leftarrow f \sim \cos(\omega t)$   
 $\leftarrow \text{одна частота, т.к. } \cos(\omega t)$   
 МОНОХРОМАТИЧЕСКИЙ источник  $\Rightarrow$   
 $\Rightarrow$  монохром. волна

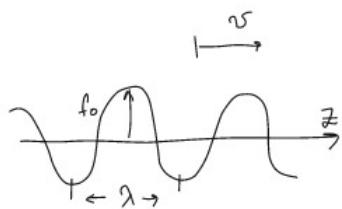
Гармоникеная волна:  $f(z, t) = f_0 \cos(k(z - vt) + \varphi) = f_0 (\cos(kz - \omega t + \varphi))$  — монохром. волна

$$\omega - \text{частота} \quad \omega = \frac{2\pi}{T} \quad k - \text{волновое число}$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}, \lambda - \text{длина волны}$$

$$\boxed{\omega = v/k}$$

Связь частоты с волн. числом



miro

## Плоская монохром. эл.н. волна

$$E_x = E_{x_0} \cos(kz - \omega t + \varphi_x)$$

$$E_y = E_{y_0} \cos(kz - \omega t + \varphi_y)$$

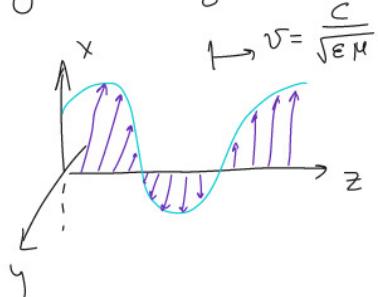
$$E_z = 0$$

	0°	45°	90°	135°	180°
E.1					
E.2					
E.3					
E.3					

$$x(t) = x_0 \cos(\omega t + \varphi_x)$$

$$y(t) = y_0 \cos(\omega t + \varphi_y)$$

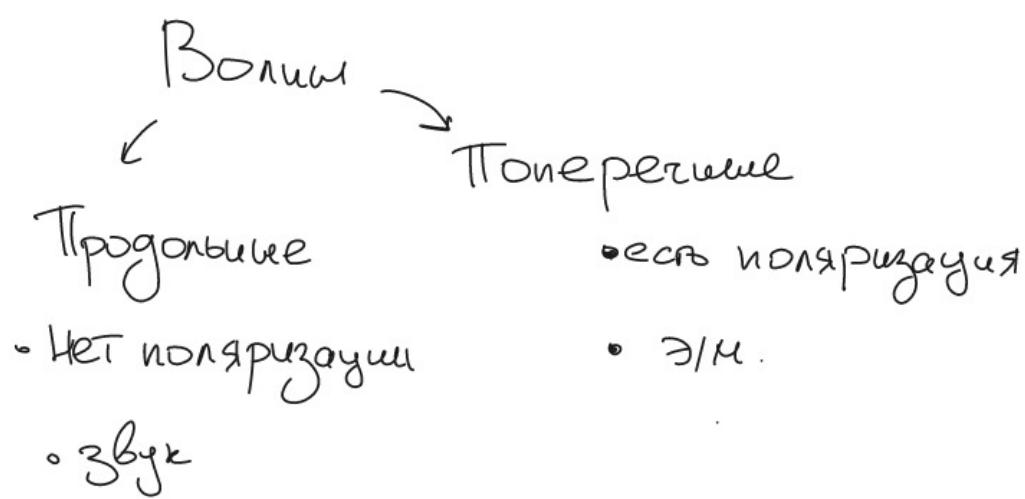
$$\text{тогда } \varphi_x = \varphi_y$$



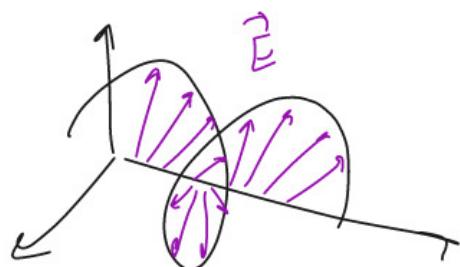
Линейно поляризованные ЭН волны

Поляризация — упорядоченное движение вектора возмущения в направлении,  $\perp$  направлению распространения волны

miro



Э/М волна с круговой поляризацией.



miro



## Lecture 6

### Геометрическая Optika. Дифракция

$$\text{Сист. ур. Максвелла} \Rightarrow \Delta \vec{E} = \frac{\epsilon \mu}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = 0 \quad \begin{array}{l} \epsilon = \text{const} \\ \mu = \text{const} \end{array}$$

А это если:

- среда однородная
- есть препятствия на пути волн

} Сложная задача

Геом. Optika есть первое приближение решения этой задачи

- Работает при  $\lambda \rightarrow 0$  - Условие применимости Геом. Optики

$\lambda \rightarrow 0 \Rightarrow$  приобретают волновые свойства волны

miro

↪ световые лучи: - линии в пр-ве

- свет распространяется вдоль этой линии (энергия света идет вдоль этой с.н.)

- в-во однородное  $\Rightarrow$  лучи света - прямые

однородность  $\Rightarrow$  искривление

- лучи света не зависят друг от друга

$$x(t) = x_0 \cdot \cos(\omega t + \varphi) \Rightarrow \hat{x}(t) = x_0 e^{i(\omega t + \varphi)} = \underbrace{x_0 e^{i\varphi}}_{\hat{x}_0} \cdot e^{i\omega t} = \hat{x}_0 e^{i\omega t}$$

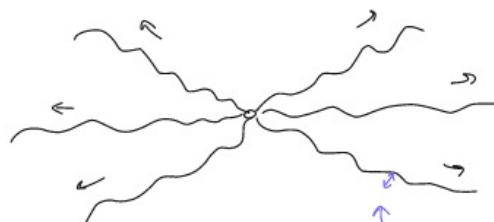
$\hat{x}_0$  - комплексная амплитуда

$$|\hat{x}_0| = x_0, \text{ т.к. } |e^{i\omega t}| = 1$$

$\lambda \rightarrow 0 \Rightarrow \epsilon$  тоже не меняется  $\Rightarrow$  волновое ур-е остается приближенно правильным

$$\Delta \hat{E}(\vec{z}, t) - \frac{n^2(\vec{z})}{c^2} \frac{\partial^2 \hat{E}(\vec{z}, t)}{\partial t^2} = 0 \quad (*) \quad E - \text{скалярная ф-я кт. характеризует волны}$$

$$\hat{E}(\vec{z}, t) = \hat{E}(\vec{z}) e^{-i\omega t} \quad (*), \quad \hat{E}(\vec{z}) = A(\vec{z}) e^{ik_0 \phi(\vec{z})}, \quad k_0 = \frac{\omega}{c}$$



Монодром. источник

амплитуда волны  $A(\vec{z})$   
скорость волны однозначно  
дана в фазовых торах напр-ва

$$\left. \begin{aligned} & \hat{E}(\vec{z}, t) = A(\vec{z}) \cos(k_0 \phi(\vec{z}) - \omega t) \\ & \text{Погрешн. слоя } (*) \\ & |\operatorname{grad} \phi|^2 = n^2 \quad (***) \\ & A \cdot \Delta \phi + 2 \operatorname{grad} \phi \cdot \operatorname{grad} A = 0 \end{aligned} \right\} \text{окл. уп-я волн. оптики}$$

$$\Delta \hat{E}(\vec{z}) + \underbrace{\left( \frac{n(\vec{z}) \omega}{c} \right)^2}_{k^2} \hat{E}(\vec{z}) = 0$$

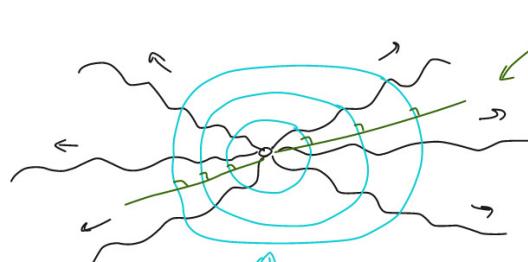
Погрешн. слоя  $(*)$

$$\lambda \downarrow 0$$

$$|\operatorname{grad} \phi|^2 = n^2 \quad (****)$$

$$A \cdot \Delta \phi + 2 \operatorname{grad} \phi \cdot \operatorname{grad} A = 0$$

miro



линия,  $\perp$  волнистой поверхности наз.

световым пучком

волны в которых колебания волн  
происходят син. фазо.

- фронт

Одн. опр. упр-я  $\phi(\vec{z}) = \text{const}$

miro

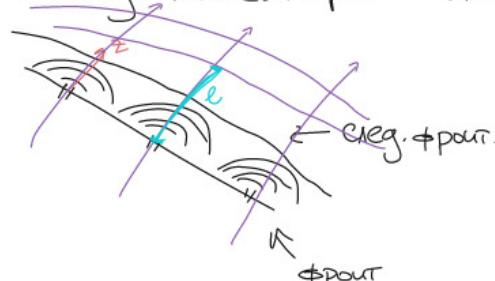
$$x^2 + y^2 + z^2 = R^2$$

$$t = t_1, \quad t = t_1 + \Delta t$$

Применение Гейнсона?

Когда  $\rightarrow$  волна волна излучена источником сферической волны

в след. момент времени это означает фронт вторичных волн.



$$k \phi(\vec{z}) - \omega t = \text{const}$$

$$k d\phi - \omega dt = 0$$

$$\frac{\omega}{c} \underbrace{|\operatorname{grad} \phi| \cdot dz}_{n^2 (**)} - \omega dt = 0$$

$$\frac{n}{c} dz - dt = 0$$

$$\frac{dz}{dt} = \nu = \frac{c}{n}$$

miro

$$A_i = A_0 \exp \left( - \int_0^l \frac{\Delta \phi}{2n} dl \right) \Leftarrow A \cdot \Delta \phi + 2 \nabla A \cdot \nabla \phi$$

l-граница нуля

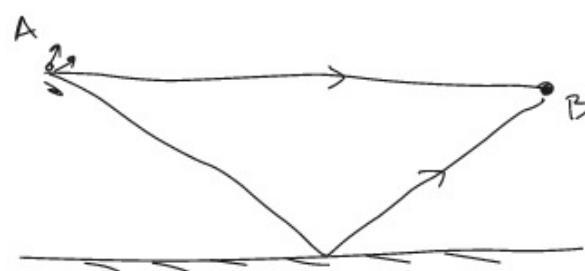
Как найти траекторию нуля?

### Тригонометрия

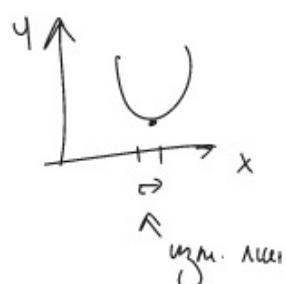
A.

• B

Между A и B нуль лежит так, чтобы  
время B нулю было изменено.



Правильная формулировка:  $\delta t_{AB} = 0$



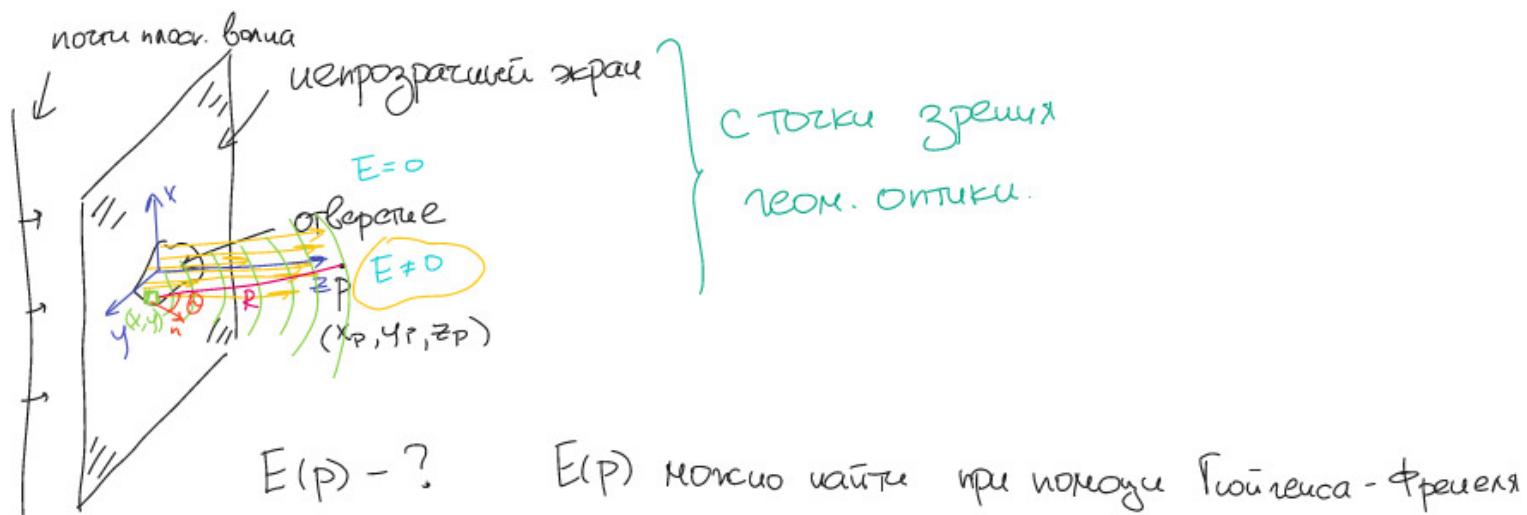
$$f(x) = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0) + \dots$$

Малые откл. от истинной нормы не должны приводить к сущ. времени  
в начальной норме

miro

# Дифракция

Отклонение распространения волн от лин. оптики.



Френель: Тоне в конечн. точке нр-го поля сумме вторичных волн.

$$dE(p) \sim \frac{e^{ikR}}{R} E(x, y) \cdot dS \quad K(\theta)$$

↑  
от норм.  
от норм.

Glop.  
Волна

заб. от нормали

$$E(p) = A \cdot \iint_{\text{когд. плоск.}} E(x, y) \frac{e^{ikR}}{R} K(\theta) dS - \text{множ. Кирхгофа}$$

$$A = \frac{1}{i\lambda} \quad K(\theta) = \cos \theta$$

иначе увеличив отверстие до  $\infty$

miro

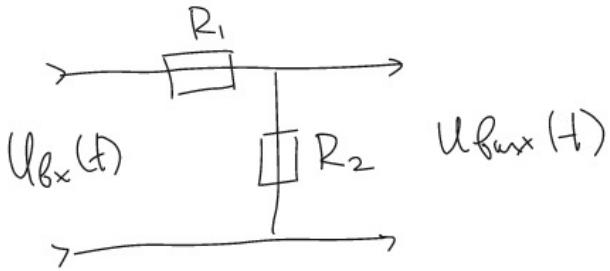


## Lecture 7

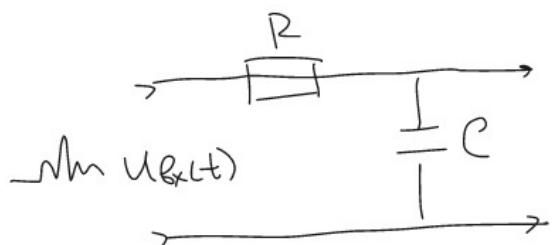
$$\vec{D} = \vec{E} + 4\pi \vec{P}$$

*для нест. полей:*

$$\vec{D} = \chi \vec{E} \Rightarrow \vec{D} = \epsilon \cdot \vec{E} \quad \epsilon = 1 + 4\pi \chi$$



$$U_{Bux}(t) = \frac{R_2}{R_1 + R_2} U_{Bx}(t)$$



$$U_{Bux}(t) = \int_0^\infty U_{Bx}(t-\tau) \cdot \exp\left(-\frac{\tau}{RC}\right) d\tau$$

*- зачатое поле. датч. яр-я ген. U\_Bux.*

miro

$$\hat{U}_{Bx}(t) = U_{Bx_0} e^{i(\omega t + \varphi_{Bx})}$$

$$\hat{U}_{Bux}(t) = \frac{Z_c}{Z_R + Z_c} \hat{U}_{Bx}(t)$$

$Z_R + Z_c$

$= k$

$$k = \frac{1}{1 + i\omega CR} = k(\omega)$$

*для непрер. полей*

*зачетка*

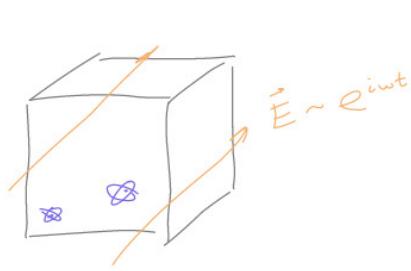
$$\vec{P}(\vec{r}, t) = \int_0^\infty f(t) \cdot \vec{E}(\vec{r}, t - \tau) d\tau \Rightarrow \chi = \chi(\omega)$$

$\epsilon = \epsilon(\omega)$

miro

Дисперсия света - это зависимость параметров среды

от частоты света который проходит через эту среду (fig. 6)



$N$ - число атомов в единице объема



электрон

- простая модель атома

$$\epsilon(\omega) = 1 + \frac{\omega_p^2}{\omega_0^2 - \omega^2 - i\gamma\omega}$$

определяет скорость  
распространения света

$$\hat{n} = \sqrt{\epsilon(\omega)} = n(\omega) + ik(\omega)$$

$\omega_0$  - частота дис.

$\gamma$  - параметр

$\omega_p$  - собственная частота

$$\omega_p = \sqrt{4\pi N e^2 / m}$$

определяет затухание света при прохождении через лево

$$\vec{E}(z,t) = E_0 \exp(i(kz - \omega t)) = E_0 \exp(i(\frac{\omega}{c}(n + ik)z - \omega t)) =$$

$$k = \frac{\omega}{v} = \frac{\omega}{c} \hat{n}$$

$$= \vec{E}_0 \exp(-\frac{\omega}{c} kz) \cdot \exp(i(\frac{\omega}{c} nz - \omega t))$$

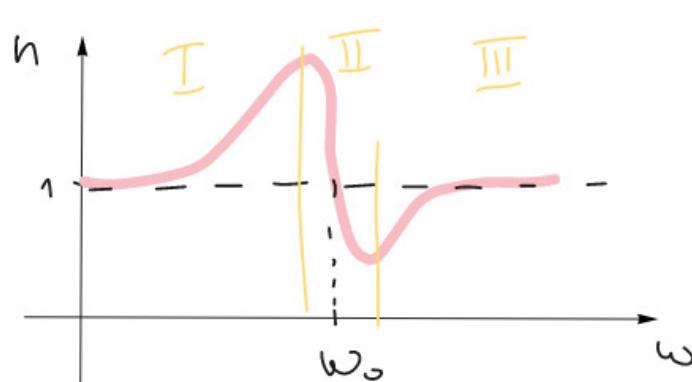
$$I = \langle |\vec{E}|^2 \rangle$$

$$I = I(z) = I_0 \exp(-bz) ; b = 2 \cdot \frac{\omega}{c} k$$

Закон Бугера

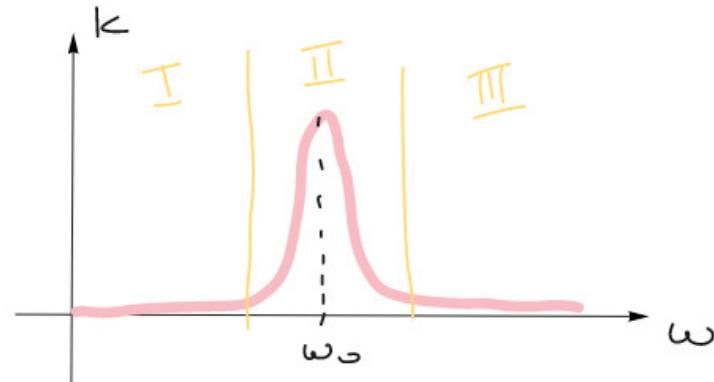
Так:  $N$ - относительно мало

$$\epsilon \sim 1 \quad (1+z)^\alpha \approx 1 + \alpha z \Rightarrow \text{можно найти } n \propto k$$



I, III  $k$ - мало

$$\frac{\partial n}{\partial \omega} > 0 \text{ - норм. дисперсия}$$



II -  $k$  не мало.

затухание света

miro

$$\text{B I, III: } n(\omega) = 1 + \frac{1}{2} \frac{\omega_p^2}{\omega_0^2 - \omega^2} \quad \text{дисперсия ф-ла Коми}$$

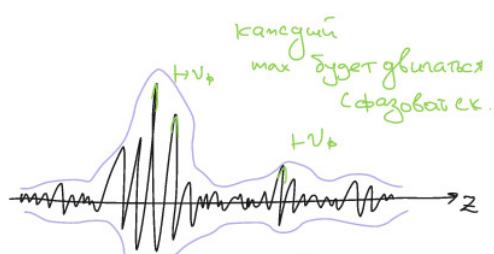
Найдность, тв. Тело

$$\frac{n^2 - 1}{n^2 + 1} = \frac{1}{3} \frac{\omega_p^2}{\omega_0^2 - \omega^2}$$

## Эффекты дисперсии

Фазовая и групп. скорости

$$\Delta \vec{E} - \frac{\epsilon M}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = 0 \Rightarrow$$



Спектр:  $|F|$

miro

$$v = \frac{c}{\sqrt{\epsilon \mu}}$$

Def.  $v_{\text{групповая}} = \frac{d\omega}{dk}$

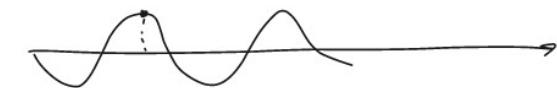
$$v_{\text{уп.}} = \frac{v_\phi}{1 + \frac{\omega}{\hbar} \frac{\partial n}{\partial \omega}}$$

Условие неподвижности фазы

$$kz - \omega t = \text{const}$$

$$kdz - \omega dt = 0$$

$$\frac{dz}{dt} = \frac{\omega}{k} \quad \text{- фазовая скорость неоднород. Волны}$$



$$f(z, t) = f_0 \cdot \cos(kz - \omega t)$$

- Нет дисперсии:  $\omega = ck \Rightarrow v_\phi = c$

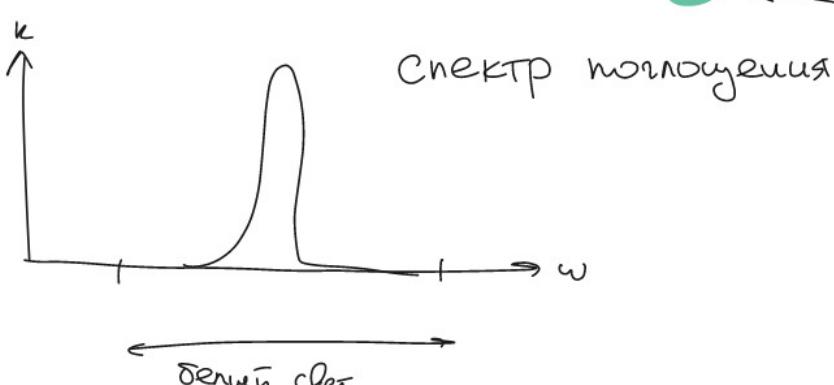
- Есть дисперсия:  $\omega = \frac{c}{n(\omega)} k \Rightarrow \omega = \omega(k)$

$$v_\phi = \frac{\omega(k)}{k} = v_\phi(k)$$

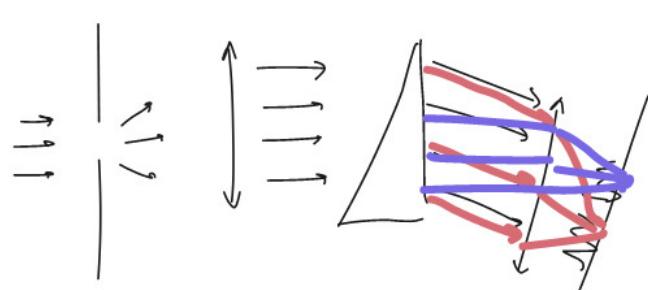
} Упр-е дисперсии

miro

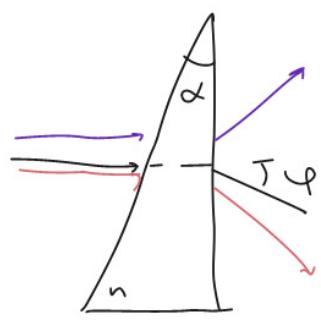
## Спектральный анализ. От. спектроскопия



измеряющий анализ ведется



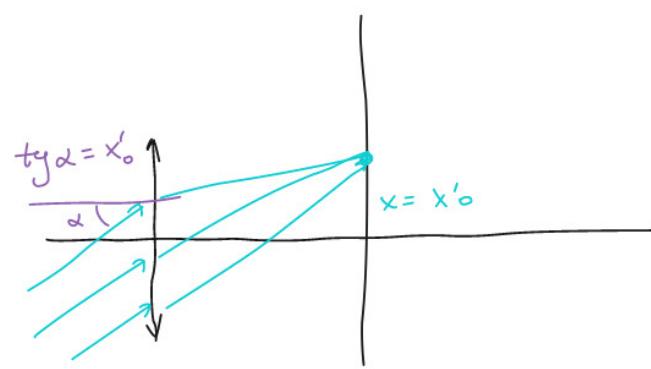
miro



$$\text{Тогда } n = n(\omega) \Rightarrow \varphi = \varphi(\omega)$$

$$\varphi = (n-1) \alpha$$

Прямоугольное обесцвечивание  
распространение разделяем  
света с различными частотами



miro



## Lecture 8

### Квантовая физика

#### 3.1 Кризис классической физики

- Невероятностная механика
- Термодинамика, стат. физика
- Электродинамика
- Оптика
- Акустика
- Гидродинамика



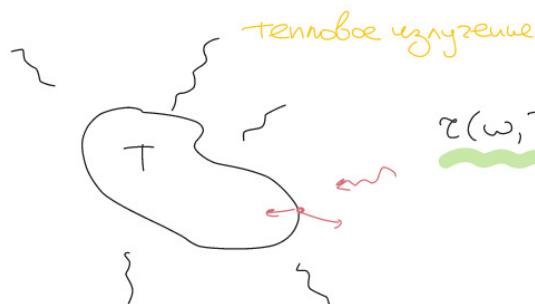
Классическая физика

19 лек.

miro

- Проблемы:
- И почему скорость света всегда одинаковая?
  - Нельзя получить спектр абсолютно черного тела

#### Радиохимическое тепловое излучение



$r(\omega, T)$  - энергия, излучаемая с единичной площади поверхности тела в единичном интервале частот  $\Delta\omega$  между частотами  $\omega$

Спектр мощности излучения

miro

Тело, одновременно с излучением издаёт и поглощает.

$\alpha(\omega, T)$  - часть мощности поглощённой теплового

излучения кт. поглощается телом

Закон излучения Кирхгофа

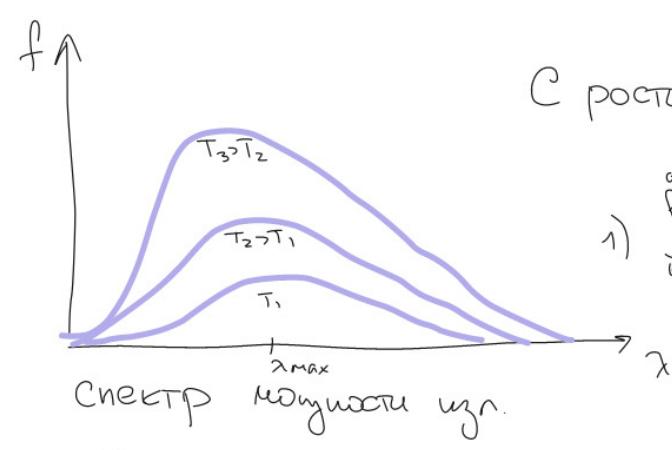
$$\frac{\alpha(\omega, T)}{\epsilon(\omega, T)} = f(\omega, T)$$

Отношение излучательной способности к его поглощательной способности не зависит от формы, ни от материала

miro

$\alpha \equiv 1$  - Абсолютно чёрное тело (всё поглощает)

$f(\omega, T)$  - спектр абр. чёрного тела



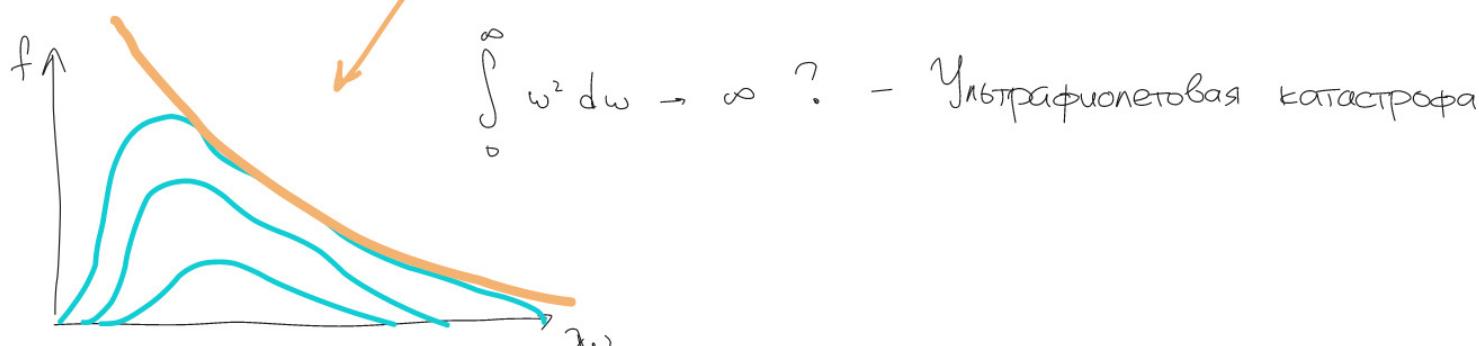
С ростом температуры излучение под графиком убывает.

$$1) \int_0^{\infty} f(\omega, T) d\omega = R - \text{исходная мощность излучения}$$

$R = \alpha T^4$  - Закон Гейгера - Франка  
квад. пропорц. (постоянная Гейг.-Франк.)

$$2) \lambda_{\max} = \frac{b}{T} - \text{Закон Вина, } \nu-\text{зак. Вина}$$

~~$f(\omega, T)$~~   $f(\omega, T) = \frac{\omega^2}{4\pi^2 c^2} kT$   $\lambda \sim \frac{1}{\omega}$ ,  $k$  - конст. Больцмана



miro

$$V f(\omega, T) = \frac{\omega^2}{4\pi^2 C^2} \frac{\hbar\omega}{\exp\left(\frac{\hbar\omega}{kT}\right) - 1}$$

$\hbar$  - константа Планка (приведенная)

$$\hbar = 2\pi\hbar = 6.6 \cdot 10^{-34} \text{Дж.сек}$$

$$\hbar = 1.05 \cdot 10^{-34} \text{Дж.сек.}$$

miro

Тут есть парадокс



$$E = E_{\text{kin}} + E_{\text{pot.}} - \text{может принимать любое значение}$$

Планк сказал: нужно чтобы  $E = n \cdot \hbar \cdot \omega$

кванты энергии

При этом получим можно написать  $f(\omega, T)$ .

Это наз. дискретным энергетическим спектром  $E = n \cdot \hbar \omega$

miro

### 3.3. Фотоэффект.

Металлы хорошо проводят т.к. у них много свободных электронов

Но, чтобы вылететь из металла. Для этого, электрону требуется

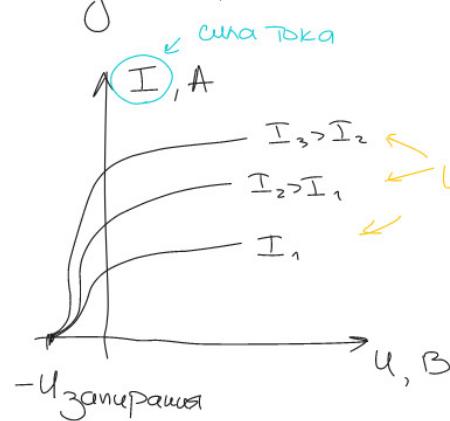
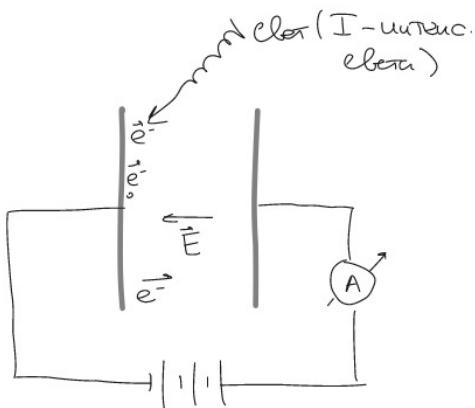
много энергии, она наз. работой выхода

Чтобы дать ему эту энергию, нужно нагреть металл.

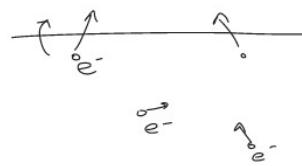
miro

## точка Термоэмиссия

- Источник тепла
- Электроны получают большую энергию
- Они могут выбирать



## Фотоэмиссия (фотоэффект)



miro

## Первый Закон Фотоэффекта

Ток эмиссии возрастает с увеличением интенсивности излучающего света

$$I_{\text{фото}} \rightarrow I_{\text{эмис.}} \uparrow$$

$U_{\text{запирания}} > 0 \Rightarrow$  у электронов есть кин. энергия

$$W_{\text{max}} = \frac{mv_{\text{max}}^2}{2} = e \cdot U_{\text{зап.}}$$

max кин. энергия

miro

Макс. квр. экспресс не заб от интересности сюжета, но заб. от его глупого болевого

Есть минимум глуши, больше при которой фонарь эмиссия полностью прекращается из-за блокировки от интенсивности падающего света

Предположим что энергия света распространяется дискретно, фотонами

Чет - поток фотонов с энергией  $\gamma h\nu$

$$h\nu = A + W_{\max} - \eta p - e$$

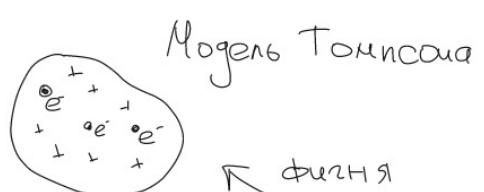
Фотоэффект

↑      ↗

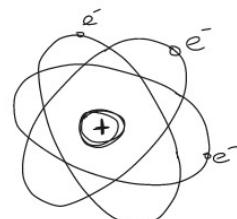
Энергия      работа выхода      кинетическая  
которую электрону дала свет

(кин. кин. Энергия)

Могиль Страна Бора



Резер фону → не фония



Любое учр. генерирует зарядено. частицы  
создает электромагнитную волну

Bop : Преголовок, гд

1. Атом может длительное время находиться в некоторых стационарных состояниях.

Таким образом, эти соч. образуют дискретный спектр.

2. Три перехода из одного стат. состояния в другое, излучает или поглощает свет (один ответ)

$$E_n - E_m = \hbar\omega$$

Поступатель  
движение

Приблизно опр. стац. состояния: (приблиз. изображение Бора)

$$\vec{L} = \vec{p} \times \vec{r} - \text{Момент импульса: } L_n = m v_n r_n = \hbar \cdot n$$

(такое изображение)

Атом водорода



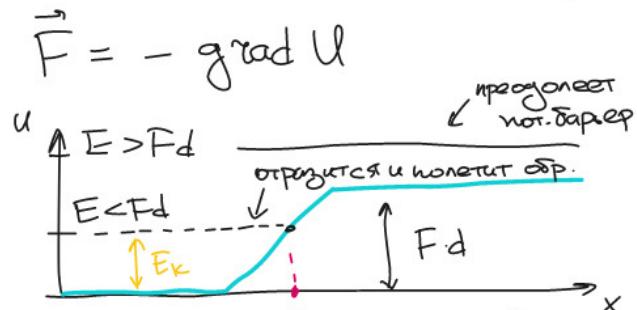
$$E_n = -\frac{m}{2} \left( \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{1}{n^2} \right)^2 \cdot \frac{1}{n^2}$$

miro

# Lecture 9

## Лекция 18 мая

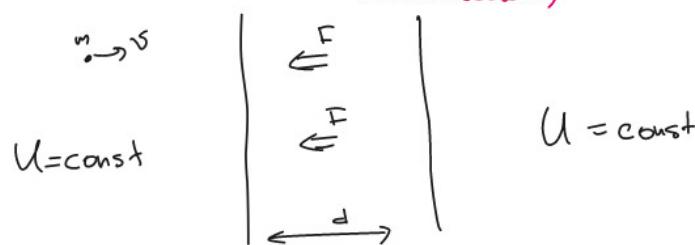
3.10 Некоторые решения ур-я Шредингера



$$E_k = \frac{mv^2}{2}$$

$$E = E_k + U$$

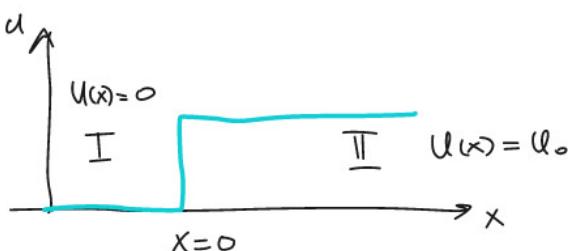
Пот. барьер - обн где потенциал больше чем в гр. обн(?)



miro

В квантовой механике:

Возьмем  $d \ll Fx$ :  $F \cdot d \ll \text{const} \cdot d = U_0$



$$\psi(\vec{r}) = \Delta \psi + \frac{2m}{\hbar^2} (E - U(\vec{r})) \psi = 0$$

$$\Delta = \frac{d^2}{dx^2}$$

$$\text{I}) \quad \frac{d^2 \psi}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2} E \psi = 0$$

$$k_1 = \sqrt{\frac{2m}{\hbar^2} E}$$

$$\text{II}) \quad \frac{d^2 \psi}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2} (E - U_0) \psi = 0$$

$$k_2 = \sqrt{\frac{2m}{\hbar^2} (E - U_0)}$$

miro

Случай  $E > U_0$ :  $\Psi_1(x) = a_1 e^{ik_1 x} + b_1 e^{-ik_1 x}$  — где бордюре волны  
 $\Psi_2(x) = a_2 e^{ik_2 x} + b_2 e^{-ik_2 x}$   
 Это член не будет исходя из физ. смысла задачи

Запишем практические ун:  $x=0: \Psi_1 = \Psi_2 \Rightarrow a_1 + b_1 = a_2$   
 $\Psi'_1 = \Psi'_2 \Rightarrow k_1(a_1 - b_1) = k_2 a_2$

Вероятность отр:  $R = \left(\frac{b_1}{a_1}\right)^2 = \left(\frac{k_1 - k_2}{k_1 + k_2}\right)^2$   
 $\underline{b_1 \neq 0} \Rightarrow$  будет отражение волна

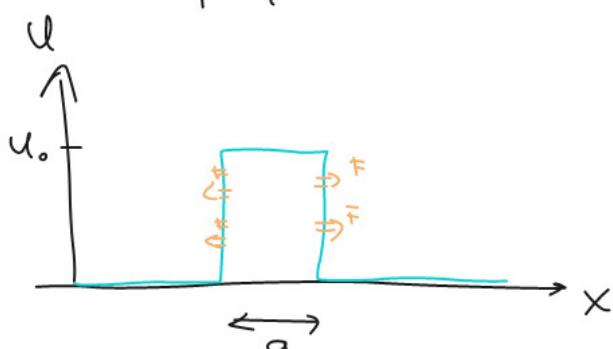
$E < U_0$ :  $\Psi_1(x) = a_1 e^{ik_1 x} + b_1 e^{-ik_1 x}$   $\Psi_2(x) = a_2 e^{-k_2^* x}$   
 $k_2^* = \sqrt{\frac{2m}{\hbar^2} (U_0 - E)}$

Теор. ун:  $a_1 + b_1 = a_2$   $\Rightarrow b_1 \neq 0, R = \left| \frac{k_1 + k_2^*}{k_1 - ik_2^*} \right|^2 = 1$   
 $ik_1(a_1 - b_1) = -k_2^* a_2$

б) II сим. бомбард  $\phi \rightarrow \neq 0$  имея квад. токи остановки  
 конечные волны и всп-е будет удаляться  
 экспоненциально

miro

Пот. бордер конечной ширине



$$E > U_0 : E_k = 1$$

$$R = 0$$

$$E < U_0 : E_k = 0$$

$$R = 1$$

Квантовая механика:

$$E > U_0$$

$$k_1 = \sqrt{\frac{2m}{\hbar^2} E}$$

$$k_2 = \sqrt{\frac{2m}{\hbar^2} (E - U_0)}$$

$$E_k = \frac{4 k_1^2 k_2^2}{4k_1^2 k_2^2 + (k_1^2 - k_2^2) \sin^2(k_2 a)}$$

miro

$$E < U_0$$

$$k_z^* = \sqrt{\frac{2m}{\hbar^2} (U_0 - E)}$$

$$E_k = \frac{4k_1^2 k_z^2}{4k_1^2 k_z^2 + (k^2 + k_z^2) \sin^2(k_z^* a)} > 0 \quad - \text{Туннельный эффект}$$

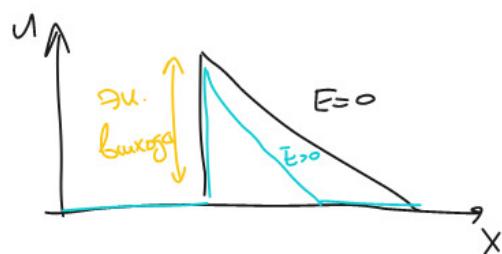
(туннелирование)



Абст-электронная линза

Острый конус

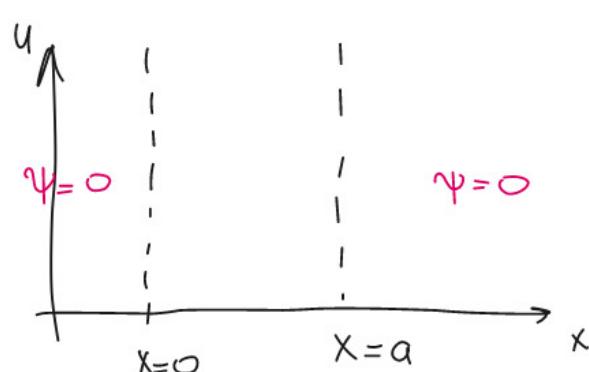
miro



Эл-б. потенциал барьера:

$$E_k = E_{k_0} \exp \left( -2 \int_{x_1}^{x_2} \sqrt{\frac{2m}{\hbar^2} (U(x) - E)} dx \right)$$

$$T_0 \approx 1$$



$$U(x) = \begin{cases} 0, & 0 \leq x \leq a \\ \infty, & \text{elsewhere} \end{cases}$$

miro

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2} E \psi = 0$$

$$k = \sqrt{\frac{2m}{\hbar^2} E}$$

$$\psi(x) = A \cdot \cos(kx) + B \cdot \sin(kx) = B \cdot \sin(kx)$$

При нач. усло.:  $\psi(0) = 0$ ,  $\psi(a) = 0 \Rightarrow A = 0$

$B = 0$  - не интересно

$$B \cdot \sin(ka) = 0 \Rightarrow k \cdot a = \pi n, n = 1, 2, 3, \dots$$

$$k_n = \frac{\pi n}{a} \Rightarrow E_n = \frac{\hbar^2}{2m} \frac{\pi^2 n^2}{a^2} - \text{дискретный энергетический спектр.}$$

12

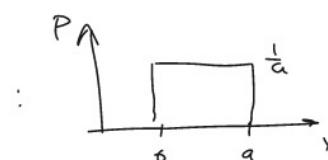
miro

Всегда фундаментальное значение. Энергия стационарных состояний образуют дискрет. энерг. спектр. Причем минимальная энергия должна быть отлична от нуля

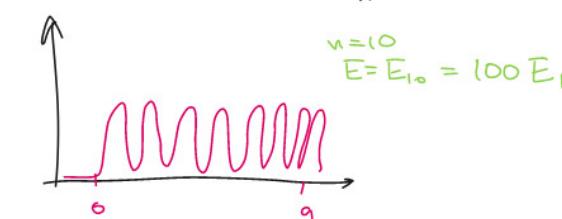
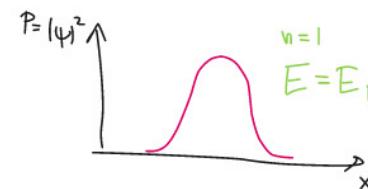
$$\psi_n(x) = B \cdot \sin\left(\frac{\pi n}{a} x\right)$$

$$B = \sqrt{\frac{2}{a}}$$

С точки зрения класс. механики:

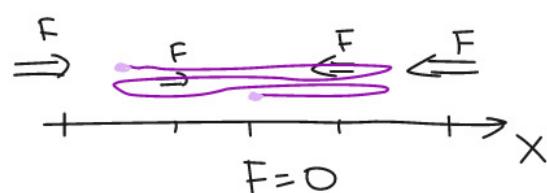


Класс.:

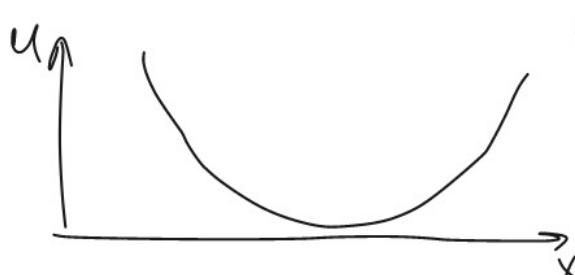


miro

## Лин. осциллятор



$$F(x) = -kx$$

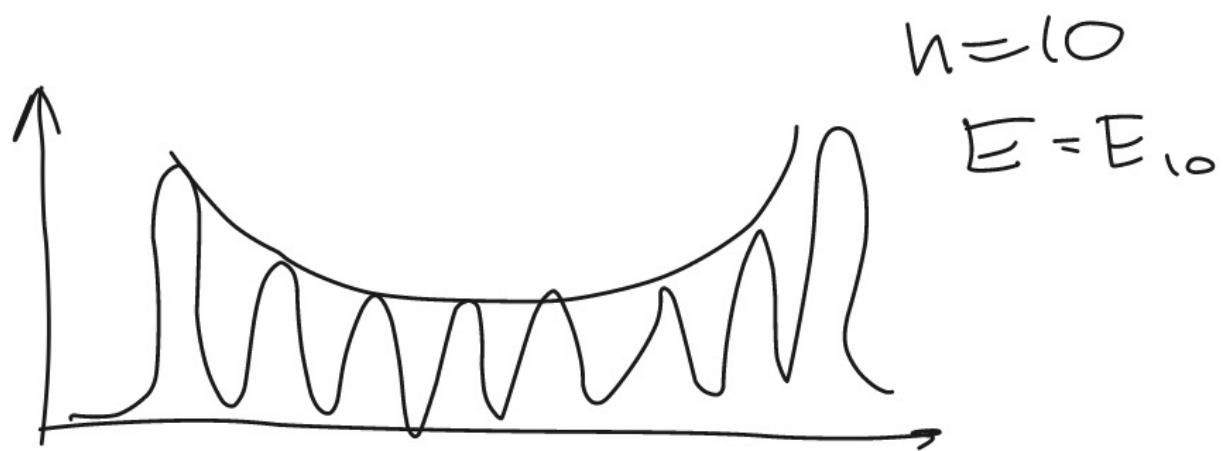
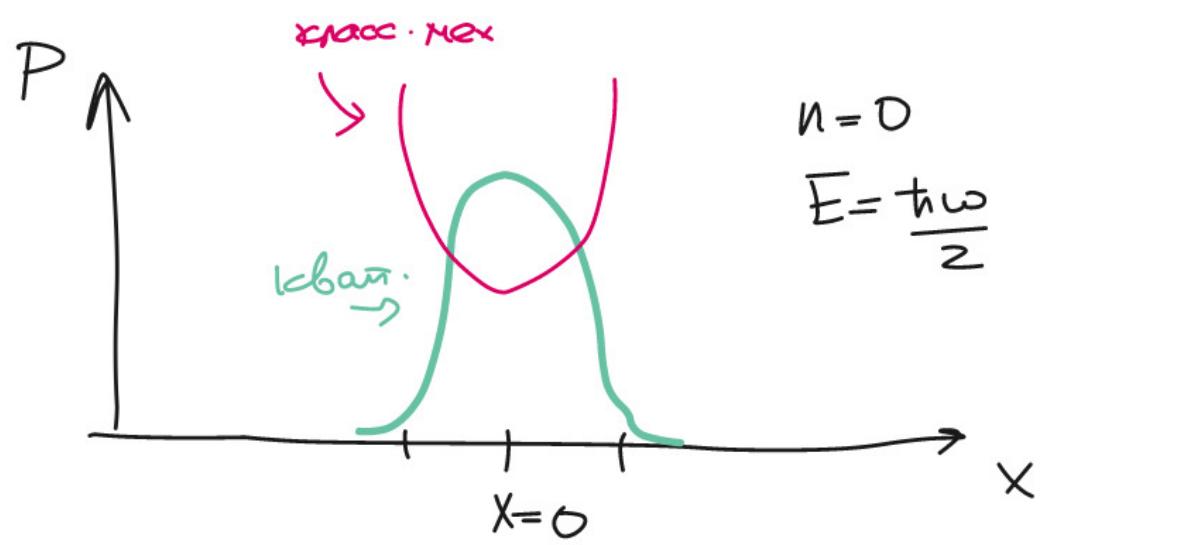


$$U_p(x) = \frac{kx^2}{2} = \frac{m\omega^2 x^2}{2}$$

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2} \left(E - \frac{m\omega^2 x^2}{2}\right) \psi = 0$$

$$E_n = \frac{\hbar\omega}{2} (n+1), \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

miro



miro

# Lecture 10

## Движение в поле центральных сил

Центральные силы

$$\stackrel{F}{\uparrow} \Rightarrow \vec{F}$$



$$\vec{F}(\vec{r}) = F(r) \frac{\vec{r}}{r}$$

• Величина силы зависит от расстояния

Любая центр. сила суть потенциальной  
 $\exists U(r) : \vec{F}(r) = -\nabla U(r)$

$$В \text{ при } r \rightarrow \infty \quad E = \frac{mv^2}{2} + U(r) = \text{const}$$

miro



Масса откладывается в 2000 раз  $\Rightarrow$  считаем, что протон неподвижен

$$U(r) = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{e^2}{r}$$

miro

$$\Delta \psi + \frac{2m}{\hbar^2} (E - U(r)) \psi = 0$$

$$\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$$

$$\Delta = \frac{1}{r^2} \left\{ \underbrace{\frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \frac{\partial}{\partial r} \right)}_{\Delta_r} + \underbrace{\frac{1}{\sin\theta} \frac{\partial}{\partial\theta} \left( \sin\theta \frac{\partial}{\partial\theta} \right) + \frac{1}{\sin^2\theta} \frac{\partial^2}{\partial\varphi^2}}_{\Delta_{\theta\varphi}} \right\}$$

$$\Psi(r, \theta, \varphi) = \psi_r(r) \cdot \psi_{\theta\varphi}(\theta, \varphi)$$

$$\Delta_r (\psi_r \psi_{\theta\varphi}) + \Delta_{\theta\varphi} (\psi_r \psi_{\theta\varphi}) + \frac{2m}{\hbar^2} (E - U(r)) r^2 \psi_r \psi_{\theta\varphi} = 0$$

miro

$$\Psi_{\theta\varphi} \cdot \Delta_z(\Psi_z) + \Psi_z \Delta_{\theta\varphi}(\Psi_{\theta\varphi}) + \frac{2m}{\hbar^2}(E - U(z)) z^2 \Psi_z \Psi_{\theta\varphi} = 0$$

$$\frac{\Delta_z(\Psi_z)}{\Psi_z} + \frac{\Delta_{\theta\varphi}(\Psi_{\theta\varphi})}{\Psi_{\theta\varphi}} + \frac{2m}{\hbar^2}(E - U(z)) z^2 = 0$$

Зав. от  $z$

$\lambda$

Зав. от  $\varphi, \theta$

$$\forall x, y \quad f(x) + g(y) = 0$$

$x$

$y$

miro

$$\Delta_{\theta\varphi}(\Psi_{\theta\varphi}) + \lambda \Psi_{\theta\varphi} = 0 \quad \cdot \sin^2 \theta$$

$$\Psi_{\theta,\varphi}(\theta, \varphi) = \Psi_\theta(\theta) \cdot \Psi_\varphi(\varphi)$$

$$\sin \theta \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \sin \theta \frac{\partial (\Psi_\theta \Psi_\varphi)}{\partial \theta} \right) + \frac{\partial^2 (\Psi_\theta \Psi_\varphi)}{\partial \varphi^2} + \lambda \Psi_\theta \Psi_\varphi \sin^2 \theta = 0 \quad | \Psi_\theta \Psi_\varphi$$

$$\frac{\sin \theta \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \sin \theta \frac{\partial \Psi_\theta}{\partial \theta} \right)}{\Psi_\theta} + \lambda \sin^2 \theta + \frac{\frac{\partial^2 \Psi_\varphi}{\partial \varphi^2} \frac{1}{\Psi_\varphi}}{-m^2} = 0$$

Зав. от  $\theta, m^2$

miro

$$\frac{d^2 \Psi_\varphi}{d \varphi^2} + m^2 \Psi_\varphi = 0$$

$$\Psi_\varphi(\varphi) = e^{im\varphi}$$

$\varphi \rightarrow \varphi + 2\pi$  - это нее симметрия  $\varphi \rightarrow$

$$\Psi_\varphi(\varphi + 2\pi) = \Psi_\varphi(\varphi)$$

$$m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

T.e.  $m \in \mathbb{Z}$

$m$  - квантовое квантовое число

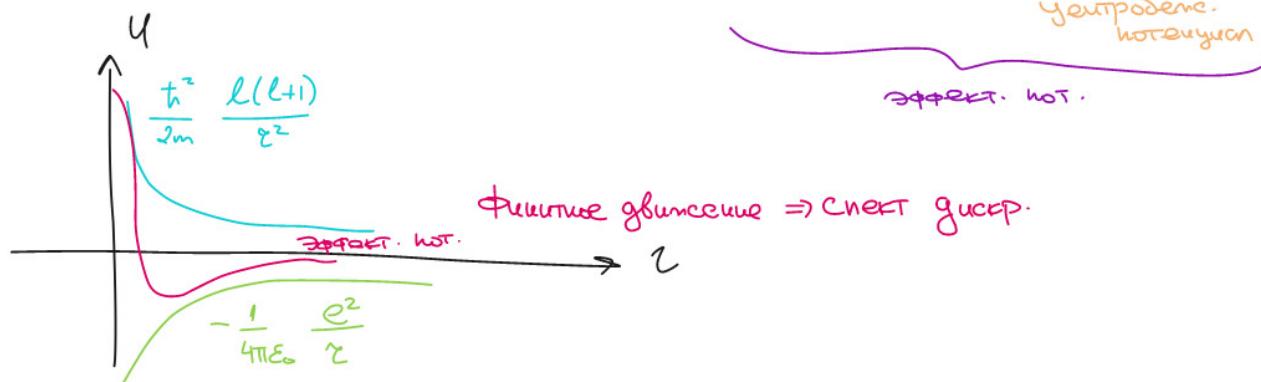
$$\sin \theta \frac{d}{d \theta} \left( \sin \theta \frac{d \Psi_\theta}{d \theta} \right) + (\lambda \sin \theta - m^2) \Psi_\theta = 0$$

miro

нормальное уравнение для волн. ф-ций,  $\lambda = l(l+1)$ ,  $\begin{cases} l=0, 1, 2, \dots \\ |m| \leq l \end{cases}$

$l$ -орбитальное квантовое число

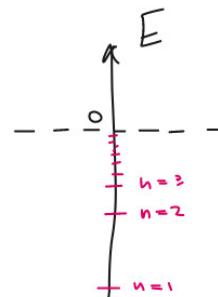
$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} (r^2 \frac{d\psi_r}{dr}) + \frac{2m}{\hbar^2} (E - (U(r) + \frac{\hbar^2}{2m} \frac{l(l+1)}{r^2})) \psi_r = 0$$



miro

$$E = - \frac{1}{(4\pi\epsilon_0)^2} \frac{me^4}{2\hbar^2(l+1+n_r)^2}, \quad n_r = 0, 1, 2, \dots \quad N = n_r + l + 1 - \text{мажое квантовое число}$$

$$E = - \frac{1}{(4\pi\epsilon_0)^2} \frac{me^4}{2\hbar^2 n^2}$$



$$E_n = \frac{\hbar\omega}{2} (2n+1)$$

$$E_{n+1} - E_n = \hbar\omega$$

miro

$$\Psi(\vec{r}) = \Psi_\varphi(\varphi, m) \cdot \Psi_\theta(\theta, l, m) \cdot \Psi_r(r, n, l)$$

$$l: 0, \dots, n-1$$

$$m: -l, \dots, 0, \dots, +l$$

$n$  - соответствует  $n^2$  различным волновым ф-циям  
которых энергия одинаковая

$\Rightarrow$  волновая ф-я биромеганс

? Эффект Зеемана

miro

## Оператор момента импульса. Пространственное квантование

$$\vec{l} = \vec{r} \times \vec{p} - \text{классический момент импульса}$$

Магн. сб. вращающейся звезды от н.и.

Спин-составл. м.и. частицы

$$\hat{\vec{l}} = \hat{\vec{r}} \times \hat{\vec{p}} = \begin{vmatrix} \hat{e}_x & \hat{e}_y & \hat{e}_z \\ x & y & z \\ -i\hbar \frac{\partial}{\partial x} & -i\hbar \frac{\partial}{\partial y} & -i\hbar \frac{\partial}{\partial z} \end{vmatrix} = \hat{e}_x \hat{e}_x + \hat{e}_y \hat{e}_y + \hat{e}_z \hat{e}_z$$

miro

Вывод: 1.  $\hat{l}_x, \hat{l}_y, \hat{l}_z$  - не коммутируют между собой

$$\text{т.е. } \hat{l}_x(\hat{l}_y \psi) \neq \hat{l}_y(\hat{l}_x \psi)$$

Для них правило принципа Тейзенберга

т.е.  $\exists$  непрерывность их общего измерения

2. Все собств. значения и собств. ф-ции оператора  $\hat{\vec{l}}$  равны нулю!

$\Rightarrow$  В квантовой мех. системе момент импульса не может быть полностью определен и измерен

miro

Однако, это может быть опр. и измерено:

- проекция м.и. на какое либо направление
- квадрат м.и.  $\hat{l}^2: \hat{l}^2 = \hbar^2 l(l+1)$

$$\hat{l}_z:$$

$$l_z = \hbar m, m \in \mathbb{Z}$$

$$l^2 > m^2 \Rightarrow \text{предметом } l: m = -l, \dots, 0, \dots +l$$



Это называется простр. квантованием

miro