



Построение доверительных интервалов для среднего нормальной совокупности.

Интервальные оценки

Идея: построить 2 ф-ции от неизвестного параметра чтобы они оценивали его сверху и снизу. (по возможности задавали маленький интервал). Будем называть это доверительным интервалом.

Def: Интервал $(\theta^-(\vec{x}), \theta^+(\vec{x}))$ такой, что

$$P(\theta^-(\vec{x}) < \theta < \theta^+(\vec{x})) \geq 1 - \varepsilon$$

наз доверительным интервалом уровня $1 - \varepsilon$

Def: Доверительный интервал наз. точным доверительным интервалом уровня $1 - \varepsilon$

$$P(\theta^-(\vec{x}) < \theta < \theta^+(\vec{x})) = 1 - \varepsilon$$

miro

Def: Асимптотический доверительный интервал уровня $1 - \varepsilon$:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} P(\theta^-(\vec{x}) < \theta < \theta^+(\vec{x})) \geq 1 - \varepsilon \quad (n - \text{объем выборки})$$

Def: Асимптотически точный доверительный интервал уровня $1 - \varepsilon$:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} P(\theta^-(\vec{x}) < \theta < \theta^+(\vec{x})) = 1 - \varepsilon$$

Доверительные интервалы для среднего нормальной совокупности

$$\vec{x} \in N_{\mu, \sigma^2}$$

miro

1) σ известно. (I) $G = \frac{\bar{X} - a}{\sigma} \sqrt{n} \in N_{0,1}$

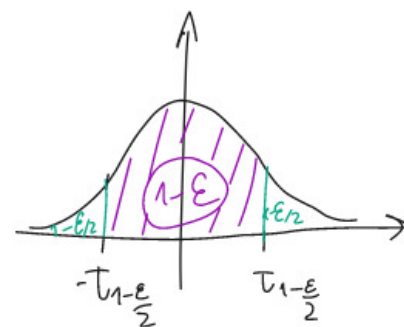
$$(II) \quad P(-t < \frac{\bar{X} - a}{\sigma} \sqrt{n} < t) = 1 - \varepsilon$$

$$P\left(-\frac{t\sigma}{\sqrt{n}} < \bar{X} - a < \frac{t\sigma}{\sqrt{n}}\right) = 1 - \varepsilon$$

$$P\left(-\frac{t\sigma}{\sqrt{n}} - \bar{X} < -a < \frac{t\sigma}{\sqrt{n}} - \bar{X}\right) = 1 - \varepsilon$$

$$P\left(\bar{X} - \frac{t\sigma}{\sqrt{n}} < a < \bar{X} + \frac{t\sigma}{\sqrt{n}}\right) = 1 - \varepsilon$$

$$P\left(\bar{X} - t_{1-\frac{\varepsilon}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} < a < \bar{X} + t_{1-\frac{\varepsilon}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = 1 - \varepsilon$$



2) σ неизвестно. (I) $G(\bar{X}, a) = \frac{\bar{X} - a}{S_0} \sqrt{n} \in T_{n-1}$

$$(II) \quad P(-t < \frac{\bar{X} - a}{S_0} \sqrt{n} < t) = 1 - \varepsilon$$

$$P\left(\bar{X} - t_{1-\frac{\varepsilon}{2}} \frac{S_0}{\sqrt{n}} < a < \bar{X} + t_{1-\frac{\varepsilon}{2}} \frac{S_0}{\sqrt{n}}\right) = 1 - \varepsilon$$

miro