Electronics HW 2

⬥ Status	`ready`
☑ checkbox	☐
⬥ class	Electronics
🗎 due date	@September 23, 2021

Хаецкая Дарья 19202
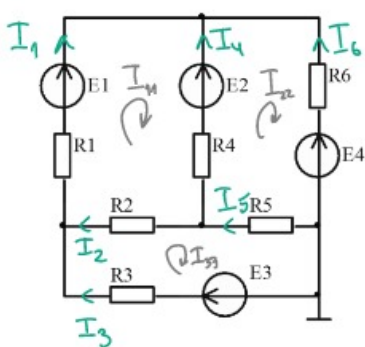
Метод контурных токов:

$$\begin{cases} I_{11}(R_1 + R_4 + R_2) - I_{22}\cdot R_4 - I_{33} R_2 = E_1 - E_2 \\ I_{22}(R_4 + R_6 + R_5) - I_{11} R_4 - I_{33} R_5 = E_2 - E_4 \\ I_{33}(R_2 + R_5 + R_3) - I_{11} R_2 - I_{22} R_5 = E_3 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 30\, I_{11} - 15\, I_{22} - 5\, I_{33} = -10 \\ 40\, I_{22} - 15\, I_{11} - 10\, I_{33} = -5 \\ 20\, I_{33} - 5\, I_{11} - 10\, I_{22} = 15 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 6\, I_{11} - 3\, I_{22} - I_{33} = -2 \\ -3\, I_{11} + 8\, I_{22} - 2\, I_{33} = -1 \\ -I_{11} - 2\, I_{22} + 4\, I_{33} = 3 \end{cases}$$

Матрица:
$$\begin{pmatrix} 6 & -3 & -1 & | & -2 \\ -3 & 8 & -2 & | & -1 \\ -1 & -2 & 4 & | & 3 \end{pmatrix}$$

$$\begin{cases} I_{11} = -\dfrac{1}{4} \\ I_{22} = -\dfrac{3}{56} \\ I_{33} = \dfrac{37}{56} \end{cases}$$

$I_1 = I_{11} = \dfrac{1}{4}$ A

$I_2 = I_{11} - I_{33} = \dfrac{51}{56}$ A

$I_3 = I_{33} = \dfrac{37}{56}$ A

$I_4 = I_{22} - I_{11} = \dfrac{11}{56}$ A

$I_5 = I_{22} - I_{33} = -\dfrac{5}{7}$ A

$I_6 = I_{22} = -\dfrac{3}{56}$ A

Решение методом Обратной матрицы

$A \cdot X = B$

$$A = \begin{pmatrix} 6 & -3 & -1 \\ -3 & 8 & -2 \\ -1 & -2 & 4 \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$$

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{1}{4} & \frac{1}{8} & \frac{1}{8} \\ \frac{1}{8} & \frac{23}{112} & \frac{15}{112} \\ \frac{1}{8} & \frac{15}{112} & \frac{39}{112} \end{pmatrix}$$

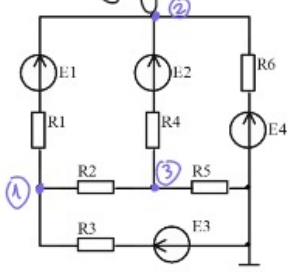▶ Подробности (Метод Гаусса-Монтанте (Алгоритм Барейса))

...

$$X = A^{-1} \cdot B = \begin{pmatrix} \frac{1}{4} & \frac{1}{8} & \frac{1}{8} \\ \frac{1}{8} & \frac{23}{112} & \frac{15}{112} \\ \frac{1}{8} & \frac{15}{112} & \frac{39}{112} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{-1}{4} \\ \frac{-3}{56} \\ \frac{37}{56} \end{pmatrix}$$

miro

Метод узловых потенциалов

$$\begin{cases} \varphi_1\left(\dfrac{1}{R_1} + \dfrac{1}{R_2} + \dfrac{1}{R_3}\right) - \varphi_2 \cdot \dfrac{1}{R_1} - \varphi_3 \dfrac{1}{R_2} = E_3 \cdot \dfrac{1}{R_3} - E_1 \dfrac{1}{R_1} \\[2mm] \varphi_2\left(\dfrac{1}{R_1} + \dfrac{1}{R_4} + \dfrac{1}{R_6}\right) - \varphi_1 \dfrac{1}{R_1} - \varphi_3 \dfrac{1}{R_4} = E_1 \dfrac{1}{R_1} + E_2 \dfrac{1}{R_4} + E_4 \dfrac{1}{R_6} \\[2mm] \varphi_3\left(\dfrac{1}{R_2} + \dfrac{1}{R_4} + \dfrac{1}{R_5}\right) - \varphi_1 \dfrac{1}{R_2} - \varphi_2 \dfrac{1}{R_4} = - E_2 \dfrac{1}{R_4} \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \dfrac{1}{2}\varphi_1 - \dfrac{1}{10}\varphi_2 - \dfrac{1}{5}\varphi_3 = 2 \\[2mm] -\dfrac{1}{10}\varphi_1 + \dfrac{7}{30}\varphi_2 - \dfrac{1}{15}\varphi_3 = 4 \\[2mm] -\dfrac{1}{5}\varphi_1 - \dfrac{1}{15}\varphi_2 + \dfrac{11}{30} = -\dfrac{20}{15} \end{cases}$$

Матрица:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} \frac{1}{2} & -\frac{1}{10} & -\frac{1}{5} & 2 \\[2mm] -\frac{1}{10} & \frac{7}{30} & -\frac{1}{15} & 4 \\[2mm] -\frac{1}{5} & -\frac{1}{15} & \frac{11}{30} & -\frac{20}{15} \end{array} \right)$$

$$\varphi_1 = 11{,}7 \text{ B}$$

$$\varphi_2 = 24{,}2 \text{ B}$$

$$\varphi_3 = 7{,}14 \text{ B}$$

Решение методом Обратной матрицы

$A \cdot X = B$

$$A = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{-1}{10} & \frac{-1}{5} \\ \frac{-1}{10} & \frac{7}{30} & \frac{-1}{15} \\ \frac{-1}{5} & \frac{-1}{15} & \frac{11}{30} \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ \frac{-4}{3} \end{pmatrix}$$

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{365}{112} & \frac{225}{112} & \frac{15}{7} \\ \frac{225}{112} & \frac{645}{112} & \frac{15}{7} \\ \frac{15}{7} & \frac{15}{7} & \frac{30}{7} \end{pmatrix}$$

▶ Подробности (Метод Гаусса-Монтанте (Алгоритм Барейса))

$$X = A^{-1} \cdot B = \begin{pmatrix} \frac{365}{112} & \frac{225}{112} & \frac{15}{7} \\ \frac{225}{112} & \frac{645}{112} & \frac{15}{7} \\ \frac{15}{7} & \frac{15}{7} & \frac{30}{7} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ \frac{-4}{3} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{655}{56} \\ \frac{1355}{56} \\ \frac{50}{7} \end{pmatrix}$$

miro