COLLEGE CHEVREUL
BP 4093 Douala

Année scolaire 2006 / 2007

Evaluation de fin de 1ère Séquence

1ère C	ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES	Durée : 02 Heures
		Coefficient 5

L'épreuve possède deux exercices et un problème obligatoires. La qualité de la rédaction et le soin apporté au tracé des figures seront pris en compte dans l'évaluation de la copie du candidat.

Exercice 1 6 points

I. Soit l'équation (E) : $x^2 - 2(1 + 2m)x + 3 + 4m = 0$
où x est l'inconnue et m un paramètre réel.

a) Etudier suivant les valeurs de m, l'existence dans $\mathbb{R}$ et le signe des racines de l' équation (E). 1,5 pt

b) Montrer que lorsque elles existent les racines x' et x" vérifient une égalité indépendante de m. 0,75 pt

c) Exprimer en fonction de m la somme $x'^3 + x''^3$. 0,75 pt

d) Déterminer m pour que les racines vérifient l'égalité $x' = 3x''$. 0,75 pt

II. Dans le système suivant, a, b et c sont les longueurs des arêtes d'un parallélépipède rectangle

$$\begin{cases} a^2 + \dfrac{16}{b^2 - 1} - \dfrac{15}{c} = 15 \\ -2a^2 + \dfrac{24}{b^2 - 1} + \dfrac{5}{c} = -29 \\ \dfrac{1}{2}a^2 - \dfrac{8}{b^2 - 1} - \dfrac{10}{c} = 5 \end{cases}$$

a) Donner les différentes contraintes permettant l'existence de (E). 0,5 pt

b) Résoudre (E) . 1,25 pt

c) En déduire le volume de ce parallélépipède. 0,5 pt

Exercice 2 6,25 points

1. x est une mesure d'angle orienté telle que $-\pi < x < -\dfrac{3\pi}{4}$

a) Placer x sur le cercle trigonométrique ainsi que $\dfrac{\pi}{2} + x$; $\pi + x$; $\pi - x$ et $\dfrac{\pi}{2} - x$ 0,25 pt x 5

b) En déduire le signe de $\cos\left(\dfrac{\pi}{2} + x\right)$; $\sin\left(\dfrac{\pi}{2} - x\right)$; $\tan(\pi - x)$ et $\sin(\pi - x)$. 0,25 pt x 4

2. a) Démontrer que $\forall x \in \mathbb{R}$ on a $\cos^6 x + \sin^6 x = \dfrac{1}{8}(5 + 3\cos 4x)$. 1,25 pt

b) Résoudre l'équation $\cos^6 x + \sin^6 x = \dfrac{3}{8}\left(\sqrt{3}\sin 4x + \dfrac{8}{3}\right)$ 1,5 pt

c) Représenter les images solutions sur le cercle trigonométrique. 1,25 pt

<u>Problème</u> **7,75 points** *Il possède deux parties indépendantes.*

<u>Partie A :</u>

ABCD est une tétraèdre. On désigne par I, J, K, L, M, et N les milieux respectifs des arêtes [AB] ; [BC] ; [CD] ; [DA] ; [AC] et [BD]. G_1 ; G_2 ; G_3 et G_4 les centres de gravités respectives des triangles BCD ; CD A ; ABD et ABC. En utilisant les barycentres associatifs, démonter que les droites (AG_1) ; (BG_2) ; (CG_3) ; (DG_4) ; (IK) ; (JL) et (MN) sont concourantes. 1,5 pt

<u>Partie B :</u>

ABC est un triangle rectangle isocèle en A. Soit I milieu de [BC] et G barycentre des points pondérés (A ; 3) , (B ; -1) et (C ; -1). On pose AB = AC = 2 cm.

1. Construire les points A, B, C, I et G. 0,5 pt
2. Calculer AI, puis exprimer le vecteur $\overrightarrow{AG}$ en fonction de $\overrightarrow{AI}$, puis en déduire que A, G et I sont alignés. 1 pt
3. a) Calculer GA^2 ; GB^2 et GC^2. 0,25 pt x 3

   b) Déterminer l'ensemble (E) défini par $3MA^2 - MB^2 - MC^2 = 11$. 0,75 pt

   c) Représenter (E).
4. On pose $A\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}$; $B\begin{pmatrix}1\\-2\end{pmatrix}$ et $C\begin{pmatrix}-3\\2\end{pmatrix}$

   a) Déterminer les coordonnées de G et I. 0,25 pt x 2

   b) On pose $M\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}$ Calculer MG^2 en fonction de x et y. 0,25 pt

   c) Ecrire alors l'équation cartésienne de (E) ainsi que son équation paramétrique. 0,5 pt + 0,5 pt
5. (Δ) est la droite d'équation (Δ) : y = x + 1

   a) Etudier $(\Delta) \cap (E)$. 0,5 pt

   b) Déterminer alors s'il y a lieu les points d'intersection de (A) et de (E). 1 pt