SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
FAKULTET ELEKTROTEHNIKE I RAČUNARSTVA

ZAVRŠNI RAD br. 3948

Raspoznavanje objekata konvolucijskim neuronskim mrežama

Dario Smolčić

Zagreb, lipanj 2015.

Umjesto ove stranice umetnite izvornik Vašeg rada.

Da bi ste uklonili ovu stranicu obrišite naredbu `\izvornik`*.*

SADRŽAJ

1. Uvod

Računalni vid je područje koje uključuje metode za dohvaćanje, obrađivanje i shvaćanje slika i općenito podataka velikih dimenzija te je zanimljivo područje računalne znanosti zbog mogućnosti široke primjene u današnjem svijetu. Jedna od podgrana ovog područja je raspoznavanje objekata.

Ljudi su sposobni prepoznati mnoštvo različitih objekata sa jako malo truda no za računala je to složen proces koji ima brojna ograničenja koja ljudi nemaju. Uzmimo u obzir da se slika u računalu reprezentira kao višedimenzionalni niz jačina svjetlosti. Promjene u prikazu objekta poput različite orijentacije, skaliranja, i osvijetljenja objekta su u digitalnim slikama prestavljene sa različitim podatcima. Objekt također može biti i zaklonjen. Dobar model raspoznavanja mora biti otporan na ove varijacije te je zato problem raspoznavanja objekata još uvijek neriješen i u zadnjih nekoliko desetljeća su razvijene brojne metode kojima se pokušava riješiti ovaj problem. Za razliku od pisanja klasičnih algoritama poput sortiranja brojeva za problem klasifikacije objekata nije očito kako bi se mogao napisati takav algoritam gdje su sve varijacije ulaza posebno obrađene u kodu. Zato se za klasifikaciju objekata koristi pristup usmjeren na podatke (engl. *data-driven approach*). Programu se da veliki broj ulaza sa velikom količinom primjera za svaku klasu te se razvije algoritam učenja koji učitava date primjere te uči o vizualnom prikazu svake klase. Takve programe nazivamo klasifikatorima.

U zadnjih nekoliko desetljeća su razvijeni različiti klasifikatori za što točnije prepoznavanje objekata. Među tim klasifikatorima su i umjetne neuronske mreže. Ispostavilo se da se sa dubokim neuronskim mrežama trenutno dobivaju najbolji rezultati za problem klasifikacije. Najkorišteniji oblik dubokih neuronskih mreža u račnunalnom vidu su konvolucijske neuronske mreže.

Cilj ovog rada je razviti implementaciju konvolucijske neuronske mreže za primjenu na osobnim računalima, optimirati hiperparametre mreže te vrednovati učinak naučene mreže. Razvijena mreža će se testirati na skupu MNIST rukom pisanih znamenki.

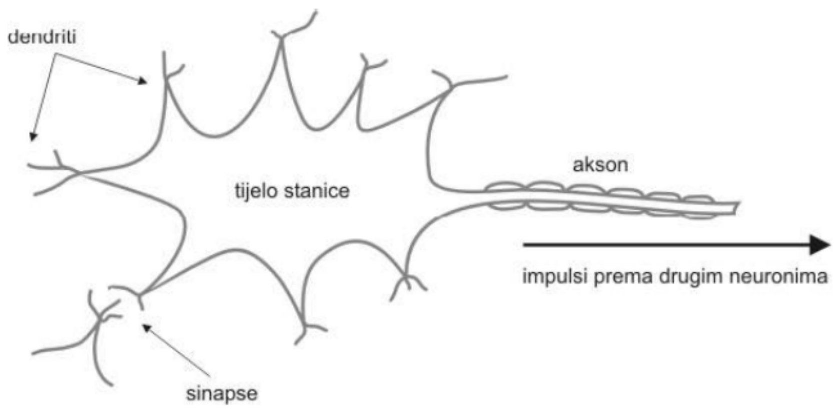
2. Neuronske mreže

Područje umjetnih neuronskih mreža (engl. *Artificial Neural Networks - ANN*) je prvotno bilo inspirirano sa modeliranjem biološkog živčanog sustava, a tek kasnije se počelo koristiti u sklopu strojnog učenja.

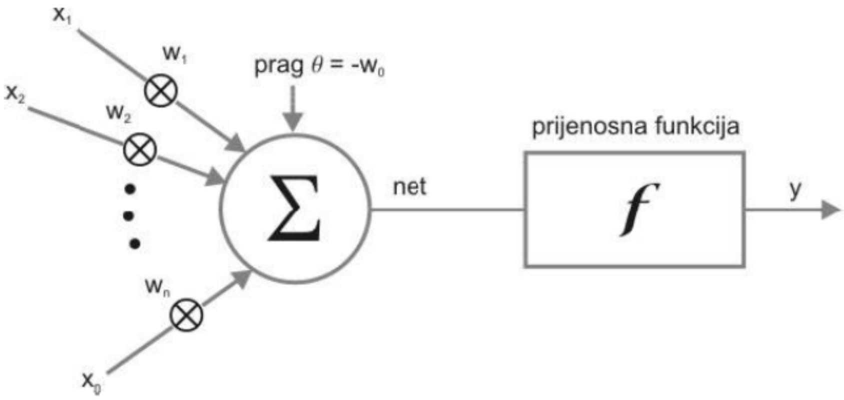
2.1. Neuron

Radi razumijevanja neuronske mreže potrebno je prvo razumijeti funkcioniranje jednog neurona. Ljudski živčani sustav se sastoji od otprilike 86 bilijona neurona koji su povezani sa 10^{14} do 10^{15} sinapsi. Svaki neuron dobiva svoje ulazne signale kroz dendrite i šalje izlazni signal kroz akson. Akson je sa sinapsama spojen sa dendritima drugih neurona. Na slici 2.1 možemo vidjeti izgled biloškog neurona.

U modelu umjetnog neurona signali koji putuju aksonom (npr. x_0) se množe sa sinaptičkim snagama dendrita(težinama) drugih neurona (npr. w_0). Ideja je da se sinaptičke snage mogu mijenjati sa učenjem te određuju utjecaj jednog neurona na drugi. Svaki neuron ima aktivacijsku funkciju koja uzima sumu umnoška ulaza neurona sa pripadnim težinama i praga (θ) te ih preslikava na izlaz neurona koji modelira signal



Slika 2.1: Biološki neuron



Slika 2.2: Umjetni neuron

na aksonu(y). Na slici 2.2 možemo vidjeti model umjetnog neurona.

Označimo ulaze sa $x_1, x_2, ..., x_n$ te njihove pripadne težine sa $w_1, w_2, ..., w_n$, i prag sa θ. Onda možemo izlaz neurona zapisati kao:

$$y = f(\sum_{i=1}^{n} x_i w_i + \theta) \tag{2.1}$$

Radi pojednostavljenja se često uzima oznaka w_0 umjesto θ te se dodaje jedan ulaz x_0 koji je stalno jednak 1. Sa ovom modifikacijom izlaz neurona se može izraziti kao:

$$y = f(\sum_{i=0}^{n} x_i w_i) \tag{2.2}$$

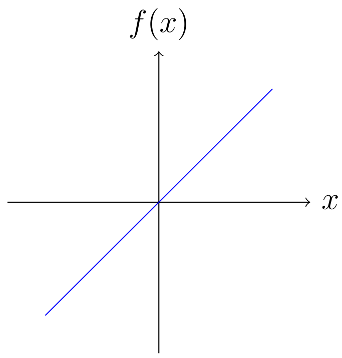
2.1.1. Aktivacijske funkcije

Postoje veliki izbor aktivacijskih funkcija no u praksi se koriste samo neke koje su se pokazale korisnima. Spomenuti ćemo četiri različite aktivacijske funkcije (slika 2.3) te njihove karakteristike.

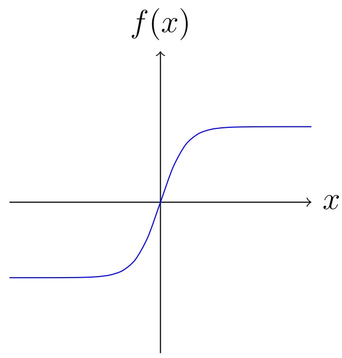
Najobičnija aktivacijska funkcija je linearna aktivacijska funkcija koja je preslikava svoj ulaz pomnožen sa nekom konstantom na izlaz. Ovakav tip aktivacijske funkcije se ne koristi u dubokim neuronskim mrežama zato što onemogućava učenje mreže.

Step funkcije u neuronima funkcioniraju kao prekidači. Izlaz funkcije može poprimiti samo dvije različite vrijednosti ovisno o tome da li je ulaz manji ili veći od nekog praga. Primjer jedne ovakve funkcije je:

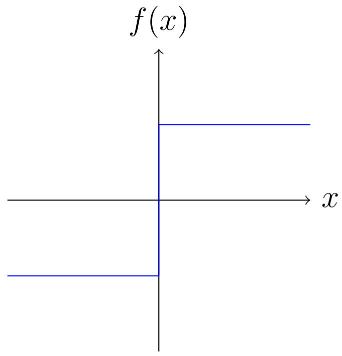
$$f(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ 1, & x \geq 0 \end{cases} \tag{2.3}$$



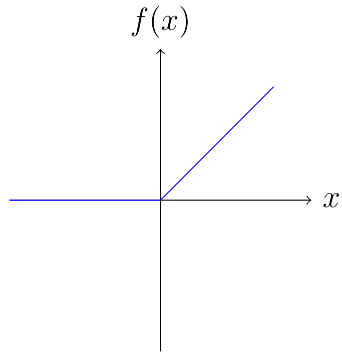
(a) Linearna funkcija



(b) Sigmoidalna funkcija



(c) Funkcija skoka



(d) Linearna rektifikacijska funkcija

Slika 2.3: Različite aktivacijske funkcije

Ovakva funkcija je korisna za binarne klasifikatore ali se ne koristi u dubokim neuronskim mrežama. Jedan od razloga je to što je za algoritam unazadne propagacije (kasnije ojašnjen) potrebna derivabilna ili po dijelovima derivabilna funkcija. Također zbog same definicije funkcije mala promjena ulaza može dovesti do potpuno suprotne aktivacije neurona čak iako su ulazi jako slični što je nepoželjno svojstvo za našu primjenu.

Sigmoidalne aktivacijske funkcije se najčešće koriste u praksi kod dubokih neuronskih mreža. Ovakve funkcije su derivabilne na cijeloj domeni i ograničene su što su dobra svojstva za algoritam unazadne propagacije i učenje mreže. Dvije najčešće korištene sigmoidalne funkcije su logistička funkcija i funkcija hiperbolnog tangensa. Primjer logističke funkcije dan je u izrazu 2.4.

$$f(x) = \frac{1}{1 - e^{-kx}} \tag{2.4}$$

U ovom radu se neće koristiti logistička funkcija već funkcija hiperbolnog tangensa koja se pokazala boljom u praksi [**?**]. Po uzoru na [**?**] koristiti ćemo skaliranu funkciju hiperbolnog tangensa prema izrazu 2.5 čija je derivacija dana sa 2.6

$$f(x) = 1.7159 \tanh\left(\frac{2}{3}x\right) \tag{2.5}$$

$$\frac{f(x)}{dx} = 1.444\left(1 - \tanh^2\left(\frac{2}{3}x\right)\right) \tag{2.6}$$

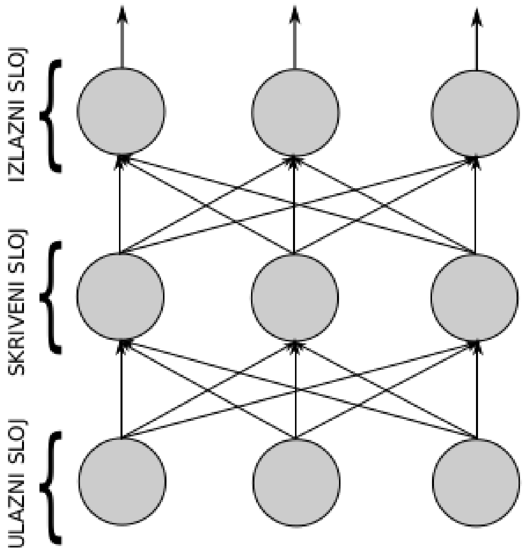
Još jedna aktivacijska funkcija koja je u zadnje vrijeme davala jako dobre rezultate je linearna rektifikacijska funkcija definirana kao:

$$f(x) = max(0, x) \tag{2.7}$$

Prema [**?**] korištenjem ove aktivacijske funkcije je postignuta čak 6 puta brža konvergencija mreže. Funkcija je po dijelovima derivabilna i nije linearna te je također vrlo jeftina za izračunat (dovoljan je jedan if uvjet u kodu).

2.2. Arhitektura neuronske mreže

Povezivanjem velikog broja neurona nastaju neuronske mreže. Neuronske mreže su modelirane kao kolekcije neurona koje su povezane acikličkim grafom. Neuroni u neuronskim mrežama su najčešće organizirani po slojevima (slika 2.4). Razlikujemo ulazni, izlazni i skriveni sloj. U ulaznom sloju se na ulaze neurona dovode podatci koje je potrebno klasificirati. Na primjer, za rukom pisane znamenke bi pojedini ulaz



Slika 2.4: Potpuno povezana neuronska mreža sa jednim skrivenim slojem

bio pisana znamenka. Izlazi neurona ulaznog sloja su spojeni sa ulazima neurona skrivenog sloja. Skrivenih slojeva može biti više pa su zato izlazi neurona skrivenih slojeva povezani sa ulazima neurona idućih skrivenih slojeva ili sa ulazima neurona izlaznog sloja. Izlaz iz neurona izlaznog sloja se interpretira kao klasa koju je mreža klasificirala. Na primjer, ako se klasificiraju rukom pisane znamenke onda postoji 10 različitih klasa i deset neurona u izlaznom sloju. Na temelju tog izlaza (najčešće u obliku brojeva od 0 do 1) se inerpretira rezultat klasifikacije neuronske mreže. Slojevi su najčešće potpuno povezani poput primjera na slici 2.4. To znači da su svi neuroni trenutnog sloja povezani sa svim neuronima sljedećeg sloja.

Dubokim neuronskim mrežama nazivamo mreže koje imaju dva ili više skrivenih slojeva. Ispostavilo se da su duboke neuronske mreže pogodnije za kompleksnije probleme klasifikacije i da ostvaruju dobre rezultate. Možemo reći da svaki sloj mreže obrađuje podatke na drugoj razini apstrakcije i na temelju tih podataka donosi neku odluku, odnosno daje neki izlaz. Kretanjem od ulaznog sloja prema izlaznom razina apstrakcije se povećava te se grade kompleksniji i apstraktiniji koncepti odlučivanja. Ulazni sloj obrađuje podatke na razinama piksela dok izlazni sloj radi na najapstraktnijoj razini i daje rezultat klasifikacije. Intuitivno bismo mogli reći da sa većim brojem slojeva možemo preciznije dekompozirati apstraktni problem klasifikacije na niz jednostavnih odluka koje se mogu donijeti na razinama piksela. Sa većim brojem slojeva je ta dekompozicija finija i preciznija.

Ono što u stvarnosti duboke neuronske mreže rade je simulirajnje nelinearne funkcije sa velikim brojem parametara. Kada je mreža "naučena", funkcija koju ona simulira je točno ta funkcija koja za dane ulaze daje takve izlaze koji se interpretiraju kao točni rezultati klasifikacije. Intitivno je jasno da su za probleme klasifikacije često potrebne složene funkcije koje nisu jednostavne. Veći broj slojeva duboke neuronske mreže povećava tu složenost i omogućuje pronalazak takvih funkcija.

2.3. Učenje neuronskih mreža

Pošto neuronske mreže imaju milijune parametara (težina) koje je potrebno odrediti kako bi mreža radila dobru klasifikaciju potrebno je znati kako odrediti te parametre. Dva algoritma su ključna za rad neuronske mreže i za njezino učenje a to su: algoritam *feedforward* i algoritam sa širenjem pogreške unatrag(engl. *backpropagation*).

2.3.1. Algoritam feedforward

Algoritam feedforward omogućava rad neuronske mreže. Algoritam je vrlo jednostavan. Za svaki sloj se računa njegov izlaz krećući od ulaznog. Ulaz ulaznog sloja su podatci za klasifikaciju dok je njegov izlaz ulaz sljedećeg sloja. Jedino na što treba obratiti pažnju je povezanost slojeva koja za svaki neuron određuje njegovu povezanost sa neuronima prethodnog sloja. Algoritam je opisan sa pseudokodom 1.

Pseudokod 1 Feedforward

Ulaz: x
za svaki sloj od ulaznog do izlaznog **radi**
  Izračunaj izlaz sloja za ulaz x
  $x \leftarrow$ izlaz trenutnog sloja
kraj za

2.3.2. Algoritam backpropagation

Neuronsku mrežu se može shvatiti kao funkciju više varijabli. Varijable su težine na prijelazima neurona a izlaz iz funkcije je pogreška mreže. U promatranju te funkcije smatramo da je ulaz konstantan i da nije varijabla. Cilj je minimizirati pogrešku mreže što se svodi na pretraživanje n-dimenzionalnog prostora gdje je n ukupan broj težina u mreži. Pogreška u takvom prostoru se može vizualizirati kao hiper-površina sa više lokalnih minimuma.

Ideja algoritma backpropagation je određivanje greške i gradijenata u svakom sloju te ažuriranje težina na temelju gradijenata tako smanjujući grešku neuronske mreže (gradijentni spust). Prvo se pomoću algoritma feedforward dobije odziv mreže za neki ulaz. Zatim se izračunaju greške izlaznog sloja (greške se računaju na svakom neuronu). Zatim se za prethodni sloj određuje utjecaj neurona na greške u idućem sloju te se izračuna greška prethodnog sloja. Zatim se izračuna gradijent greške po težinama koje povezuju te slojeve te se težine ažuriraju. Ovaj postupak se ponavlja za svaki ulaz i određen broj puta.

U svim oznakama koje slijede vrijedi konvencija označavanja trenutnog sloja sa *j* te prethodnog sloja sa *i*, izlaza neurona sa *y* te ukupan ulaz neurona sa z. Stoga y_i označava izlaz *i*-tog neurona prethodnog sloja a y_j izlaz *j*-tog neurona trenutnog sloja, z_j ulaz *j*-tog neurona trenutnog sloja, b_j prag j-tog neurona trenutnog sloja te w_{ij} težinu koja spaja i-ti neuron prethodnog sloja sa j-tim neuronom trenutnog sloja.

Da bi se odredila grešku izlaznog sloja potrebno je prvo odrediti funkciju pogreške. Najčešće se koristi srednja kvadratna pogreška:

$$E = \frac{1}{2}\sum_j (t_j - y_j)^2 \tag{2.8}$$

Parametar t_j predstavlja očekivani izlaz j-tog neurona. Greška trenutnog sloja se definira kao:

$$\frac{\partial E}{\partial z_j} = \frac{\partial E}{\partial y_j}\frac{\partial y_j}{\partial z_j} \tag{2.9}$$

Parcijalna derivacija pogreške po izlazu neurona y_j za srednju kvadratnu pogrešku se može raspisati kao:

$$\frac{\partial E}{\partial y_j} = \frac{1}{2}\frac{\partial}{\partial y_j}(t_j - y_j)^2 = -(t_j - y_j) \tag{2.10}$$

Druga parcijalna derivacija u izrazu 2.9 je jednaka derivaciji aktivacijske funkcije. Derivacija aktivacijske funkcije skaliranog hiperbolnog tangensa je već dana u izrazu 2.6.

Nakon računanja greške trenutnog sloja računa se greška prethodnog sloja koja je dana sa izrazom:

$$\frac{\partial E}{\partial z_i} = \frac{\partial E}{\partial y_i}\frac{\partial y_i}{\partial z_i} \tag{2.11}$$

Druga parcijalna derivacije je ponovno jednaka derivaciji aktivacijske funkcije a parcijalna derivacija pogreške po izlazu neurona prethodnog sloja se dobije sumiranjem utjecaja neurona na sve neurone trenutnog sloja:

$$\frac{\partial E}{\partial y_i} = \sum_j \frac{\partial E}{\partial z_j}\frac{\partial z_j}{\partial y_i} \tag{2.12}$$

Raspišimo z_j kao:

$$z_j = \sum_i w_{ij} y_i + b_j \tag{2.13}$$

Uvrštavanjem 2.13 u 2.12 se dobiva sljedeći izraz:

$$\frac{\partial E}{\partial y_i} = \sum_j \frac{\partial E}{\partial z_j} \frac{\partial z_j}{\partial y_i} = \sum_j w_{ij} \frac{\partial E}{\partial z_j} \tag{2.14}$$

Na kraju se određuju parcijalne derivacije po težinama i pragovima:

$$\frac{\partial E}{\partial w_{ij}} = \frac{\partial E}{\partial z_j} \frac{\partial z_j}{\partial w_{ij}} = \frac{\partial E}{\partial z_j} y_i \tag{2.15}$$

$$\frac{\partial E}{\partial b_j} = \frac{\partial E}{\partial z_j} \frac{\partial z_j}{\partial b_j} = \frac{\partial E}{\partial z_j} * 1 \tag{2.16}$$

Nakon čega se težine i pragovi ažuriraju u ovisnosti o stopi učenja η:

$$w_{ij} \leftarrow w_{ij} - \eta \frac{\partial E}{\partial w_{ij}} = w_{ij} - \eta * y_i \frac{\partial E}{\partial z_j} \tag{2.17}$$

$$b_j \leftarrow b_j - \eta \frac{\partial E}{\partial b_j} = b_j - \eta \frac{\partial E}{\partial z_j} \tag{2.18}$$

Stopa učenja η je mali pozitivni broj koji nam govori koliko brzo ćemo se kretati u smijeru negativnog gradijenta. Gradijent pokazuje u smijeru rasta funkcije pa je zato kod ažuriranja težina i pragova potrebno dodati negativan predznak jer pokušavamo minimizirati funkciju.

Algoritam backpropagation je opisan sa pseudokodom 3. Uvjet zaustavljanja algoritma je najčešće unaprijed zadan broj iteracija. Jedan prolaz algoritma kroz cijeli skup za učenje nazivamo epohom. Uvjet nemora nužno biti zadan brojem epoha ili iteracija, također je moguće da se kao uvjet postavi minimalna pogreška izlaza tj, da algoritam staje kad je pogreška dovoljno mala.

Prethodno opisani algoritam koristi stohastički gradijentni spust što znači da se težine ažuriraju nakon svakog ulaza. To znači da nije nužno da se uvijek kreće u smijeru negativnog gradijenta na razini cijelog skupa za učenje. Ovakva varijanta gradijentnog spusta više oscilira te je upravo zbog tog svojstva otpornija na zapinjanje u lokalnim minimumima. Standardna varijanta gradijentnog spusta ažurira težine ili nakon nekog određenog broja ulaza (engl. batch) ili nakon svake epohe. U obzir se uzima prosjek gradijenata na svim obrađenim ulazima te je zato ova varijanta stabilnija i ima manje oscilacije ali zato ima veće šanse zapinjanja u lokalnim minimumima te je puno sporija. U ovom radu će se koristiti navedeni stohastički gradijentni spust pošto se u praksi pokazao veoma efikasnim a ujedno je računski puno manje zahtjevan od standardnog.

Pseudokod 2 Backpropagation

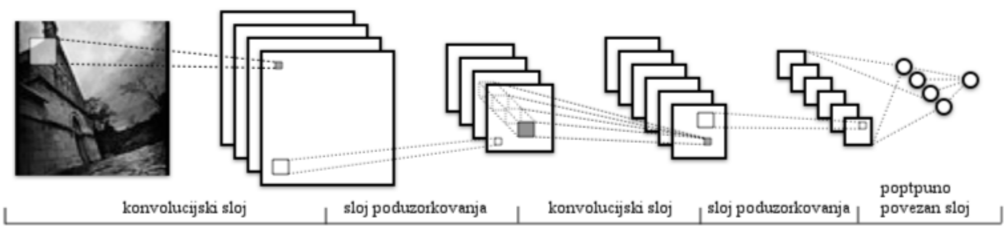
Ulaz: D (skup za učenje), η (stopa učenja)
Inicijaliziraj težine na male slučajno generirane vrijednosti
dok nije ispunjen uvjet zaustavljanja **radi**
  za svaki (x, t) iz D **radi**
    Izračunaj izlaz svakog sloja mreže za ulaz x
    Izračunaj pogrešku izlaznog sloja prema formulama 2.9 i 2.10
    za svaki sloj od izlaznog do ulaznog **radi**
      Izračunaj pogrešku prethodnog sloja prema formulama 2.11 i 2.14
      Izračunaj parcijalne derivacije pogreške po težinama i pragovima prema formulama 2.15 i 2.16
      Ažuriraj težine i pragove prema formulama 2.17 i 2.18
    kraj za
  kraj za
kraj dok

3. Konvolucijske neuronske mreže

Konvolucijske neuronske mreže se mogu smatrati proširenjima standardnih neuronskih mreža koje su se pokazale učinkovitijima prilikom klasifikacija slika. Neuroni u konvolucijskim neuronskim mrežama su dvodimenzionalni i nazivamo ih mapama značajki (engl. *feature maps*). Ulaz je također dvodimenzionalan a umjesto težina se koriste jezgre (engl. *kernels*).

3.1. Struktura mreže

Konvolucijske neuronske mreže su građene od tri različite vrste slojeva: konvolucijski slojevi, slojevi sažimanja i potpuno povezani slojevi. Na ulazu mreže se nalazi jedna monokromatska ili višekanalna slika u boji. Zatim slijede naizmjence konvolucijski slojevi i slojevi sažimanja. Mape značajki u tim slojevima u svakom sloju postaju sve manjih dimenzija krećući se od ulaznog sloja. Zadnji takav sloj je dimenzija 1×1. Na takav sloj se vežu potpuno povezani slojevi koji su jednodiemnzionalni te se ponašaju kao obične neuronske mreže opisane u prethodnom poglavlju. Primjer ovakve strukture vidimo na slici 3.1.



Slika 3.1: Konvolucijska neuronska mreža

3.1.1. Konvolucijski slojevi

Konvolucijski slojevi uzimaju mape na ulazu sloja te rade 2D kovoluciju sa jezgrama. Označimo sa M^j dimenzije mapa j-tog sloja, te sa K^j dimenzije jezgie koje povezuju mape prethnodnog sloja sa mapama trenutnog sloja. Radi jednostavnosti ćemo koristiti kvadratne mape značajki i kvadratne jezgre te kad govorimo o dimenziji M^j misli se na $M^j \times M^j$ (ekvivalentno i sa dimenzijama jezgri). Također označimo sa S korak pomaka jezgre po širini i visini prilikom konvolucije. Veličine mapi značajki u nekom sloju dana je sa izrazom:

$$M^j = \frac{M^{j-1} - K^j}{S} + 1 \tag{3.1}$$

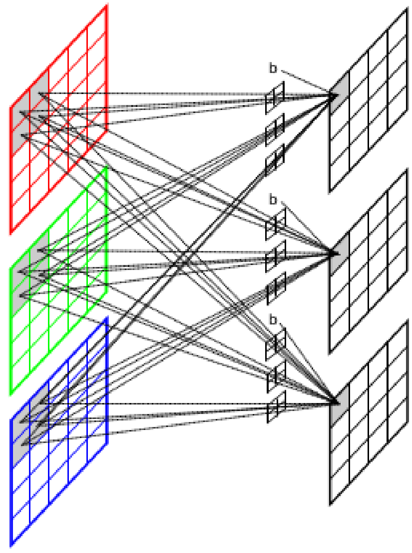
Konvolucija se tvori prolazom kroz ulaznu mapu sa prozorom jednake veličine kao i jezgra te se množe vrijednosti ulazne mape unutar prozora sa korespodentnim vrijednostima jezgre(možemo zamisliti koda preklopimo jezgru preko dijela ulazne mape i množimo vrijednosti koje su jedna na drugoj). Sumiramo te umnožke za sve ulazne mape značajki i dodamo prag te izračunamo izlaz aktivacijske funkcije koji zapisujemo u odgovarajući neuron izlazne mape značajki. Pod pojmom neuron u ovom kontekstu se misli na jednu jedinicu mape značajki. Dakle jedna mapa značajki dimenzije M^j ima $M^j \times M^j$ neurona. Nakon toga pomičemo okvir za S vodoravno, ili okomito ako smo došli do kraja reda te radimo proces isponova za idući neuron.

Vidimo da na jedan neuron izlazne mape značajki utječu samo dijelovi ulaznih mapi značajki koji su unutar okvira koji je potreban za taj neuron. To područje ulazne mape značajki "vidljivo" neuronu nazivamo vizualnim ili receptivnim poljem neurona. Ako se neuron u izlaznoj mapi nalazi na kordinatama (x, y) onda je njegovo vizualno polje definirano sa kvadratom dimenzija jednakih dimenzijama jezgre K^j, a kordinate gornjeg lijevog kuta vizualnog polja (x', y') u kordinatnom sustavu ulaznih mapi značajki su definirane kao:

$$x' = x * S \tag{3.2}$$

$$y' = y * S \tag{3.3}$$

Označimo sa M_k^j k-tu mapu j-tog sloja te sa w_{ik}^j jezgru koja povezuje k-tu mapu j-tog sloja sa i-tom mapom prethodnog sloja. Svaka mapa značajki ima po jedan prag b_k^j. Pošto su mape značajki i njihove jezgre dvodimenzionalne njihove elemente indeksiramo sa zagradama. Tako će vrijednost mape značajki na lokaciji (x, y) biti jednaka $M_k^j(x, y)$ a jezgre $w_{ik}^j(x, y)$. Uz ovaj sustav oznaka vrijednost mape k u sloju j na



Slika 3.2: Prvi koraci konvolucija za sve mape značajki

lokaciji (x, y) možemo prikazati sa sljedećim izrazom:

$$M_k^j(x, y) = f(\sum_i \sum_{x'=0}^{K-1} \sum_{y'=0}^{K-1} M_i^{j-1}(x' + x, y' + y) w_{ik}^j(x', y') + b_k^j) \tag{3.4}$$

Funkcija u jednadžbi je aktivacijska funkcija te je podrazumijevani pomak okvira S jednak 1. Razmatrati ćemo samo potpuno povezane slojeve gdje je svaka mapa značajki trenutnog sloja povezana sa svim mapama značajki prethodnog sloja. Vrijednosti mapa značajki prilikom unaprijedne propagacije (algoritam feedforward) se računaju prema formuli 3.4.

3.1.2. Slojevi sažimanja

Slojevi sažimanja (engl. *pooling*) nemaju parametre koji se mogu učiti i služe za smanjenje dimenzija mapi značajki i uklanjanje varijance što znači da će se slični izlazi dobiti za male translacije ulaza. U ovim slojevima također imamo okvire sa kojima prolazimo po ulaznoj mapi značajki. Mapa se sažima na taj način da okvir predstavimo sa jednom vrijednošću. Na primjer, okvir veličine 2×2 (najčešća veličina okvira koju ćemo i mi koristiti) se reprezentira sa jednom vrijednoću dobivenom iz 4 vrijednosti unutar okvira čime smanjujemo mapu 4 puta. Okvir se najčešće pomiče na način da se svaka vrijednost iz mape značajki koristi u samo jednom sažimanju. Pomak okvira bi za navedeni primjer bio jednak 2 u horizontalnom i vertikalnom smijeru.

Sažimanje usrednjavanjem

Sažimanje usrednjavanjem (engl. *mean pooling*) se ostvarije uzimanjem aritmetičke sredine vrijednosti unutar okvira sažimanja. Npr ako imamo mapu $M = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 7 & 8 \\ 9 & 10 & 11 & 12 \\ 13 & 14 & 15 & 16 \end{bmatrix}$ sažimanjem usrednjavanjem sa okvirom veličine 2×2 i pomakom 2 po horizontali i vertikali ćemo dobiti 4 puta manju mapu značajki $M' = \begin{bmatrix} 3.5 & 5.5 \\ 11.5 & 13.5 \end{bmatrix}$

Sažimanje maksimalnom vrijednošću

Sažimanje maksimalnom vrijednošću (engl. *max pooling*) se ostvaruje uzimanjem maksimalne vrijednosti unutar okvira sažimanja. Za istu mapu značajki M iz prethodnog primjera i za iste dimenzije sažimanja bismo dobili mapu značajki $M' = \begin{bmatrix} 6 & 8 \\ 14 & 16 \end{bmatrix}$

3.1.3. Backpropagation u konvolucijskim mrežama

Potrebno je definirati izmijenjeni algoritam backpropagation za primjenu u konvolucijskim slojevima i slojevima sažimanja. Pošto su zadnji slojevi mreže potpuno povezani slojevi kao u običnim dubokim neuronskim mrežama unazadna propagacija pogreške i ažuriranje težina se u tim slojevima obavlja na već opisani način iz prethodnog poglavlja. Također ćemo radi lakšeg razumijevanja i unazadne propagacije iz konvolucijskog sloja izdvojiti primjenu aktivacijskih funkcija u posebni sloj koji ćemo zvati aktivacijskim slojem. To znači da se u konvolucijskom sloju rade samo sva potrebna sumiranja a u aktivacijskom sloju se na svaku vrijednost prethodne mape značajki (konvolucijskog sloja) primjenjuje aktivacijska funkcija. Također držati ćemo se sljedeće konvencije imenovanja:

– $M_k^j(x, y)$ - izlaz neurona k-te mape j-tog sloja koji se nalazi na lokaciji (x, y)
– $w_{ik}^j(x, y)$ - vrijednost jezgre j-tog sloja između k-te mape značajki j-tog sloja i i-te mape značajki prethodnog sloja na lokaciji (x, y)
– b_k^j - prag k-te mape značajki j-tog sloja
– K^j - veličina jezgri između j-tog i prethodnog sloja
– M^j - veličina mape značajki trenutnog sloja

– $z_k^j(x,y)$ - ulaz neurona k-te mape značajki u sloju j koji se nalazi na lokaciji (x,y)

– $\dfrac{\partial E}{\partial M_k^j(x,y)}$ - pogreška izlaza k-te mape značajki u sloju j na lokaciji (x,y)

– $\dfrac{\partial E}{z_k^j(x,y)}$ - pogreška k-te mape značajki u sloju j na lokaciji (x,y)

Radi kompatibilnosti sa programskom implementacijom indeksiranje lokacija (x,y) započinje sa 0 a ne sa 1 što znači da bismo gornji lijevi kut indeksirali sa $(0,0)$. Za svaki sloj posebno ćemo objasniti računanje greške izlaza prethodnog sloja pod uvjetom da imamo izračunatu grešku izlaza trenutnog sloja (primjetimo razliku u definiciji greške izlaza sloja i greške sloja).

Konvolucijski slojevi

U konvolucijskim slojevima z_k^j možemo napisati kao:

$$z_k^j(x,y) = \sum_i \sum_{x'=0}^{K^j-1} \sum_{y'=0}^{K^j-1} M_i^{j-1}(x'+x, y'+y) w_{ik}^j(x',y') + b_k^j \tag{3.5}$$

Pošto smo aktivacijsku funkciju izdvojili u poseban sloj onda vrijedi sljedeći izraz:

$$M_k^j(x,y) = z_k^j(x,y) \tag{3.6}$$

Poznata nam je greška izlaza za svaki neuron mape značajki trenutnog sloja (tu informaciju smo dobili od idućeg sloja). Prvo moramo dobiti grešku trenutnog sloja. Greška pojedinog neurona trenutnog sloja je jednaka:

$$\frac{\partial E}{z_k^j(x,y)} = \frac{\partial E}{\partial M_k^j(x,y)} \frac{\partial M_k^j(x,y)}{\partial z_k^j(x,y)} \tag{3.7}$$

Uvrštavanjem 3.6 dobivamo:

$$\frac{\partial E}{z_k^j(x,y)} = \frac{\partial E}{\partial M_k^j(x,y)} \frac{\partial z_k^j(x,y)}{\partial z_k^j(x,y)} = \frac{\partial E}{\partial M_k^j(x,y)} \tag{3.8}$$

Potrebno je izračunati grešku izlaza prethondog sloja tako da sumiramo utjecaj neurona prethodnog sloja na sve neurone trenutnog sloja. Sumiranje obavljamo po mapama značajki trenutnog sloja i po lokacijama u tim mapama na koje utječe izlaz neurona $M_k^{j-1}(x,y)$:

$$\begin{aligned}\frac{\partial E}{\partial M_k^{j-1}(x,y)} &= \sum_i \sum_{x'=0}^{K^j-1} \sum_{y'=0}^{K^j-1} \frac{\partial E}{\partial z_i^j(x-x', y-y')} \frac{\partial z_i^j(x-x', y-y')}{\partial M_k^{j-1}(x,y)} \\ &= \sum_i \sum_{x'=0}^{K^j-1} \sum_{y'=0}^{K^j-1} \frac{\partial E}{\partial z_i^j(x-x', y-y')} w_{ki}^j(x',y')\end{aligned} \tag{3.9}$$

Nakon računanja greške prethodnog sloja potrebno je izračunati parcijalne derivacije greške po težinama i pragovima:

$$\begin{aligned}\frac{\partial E}{\partial w_{ik}^{j}(x,y)} &= \sum_{x'=0}^{M^j-1}\sum_{y'=0}^{M^j-1}\frac{\partial E}{\partial z_k^j(x',y')}\frac{\partial z_k^j(x',y')}{\partial w_{ik}^j(x,y)} \\ &= \sum_{x'=0}^{M^j-1}\sum_{y'=0}^{M^j-1}\frac{\partial E}{\partial z_k^j(x',y')}M_i^{j-1}(x+x',y+y')\end{aligned} \tag{3.10}$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial E}{\partial b_k^j} &= \sum_{x'=0}^{M^j-1}\sum_{y'=0}^{M^j-1}\frac{\partial E}{\partial z_k^j(x',y')}\frac{\partial z_k^j(x',y')}{\partial b_k^j} \\ &= \sum_{x'=0}^{M^j-1}\sum_{y'=0}^{M^j-1}\frac{\partial E}{\partial z_k^j(x',y')}\end{aligned} \tag{3.11}$$

Na kraju se ažuriraju težine i pragovi prema sljedećim izrazima:

$$w_{ik}^j(x,y) \leftarrow w_{ik}^j(x,y) - \eta\frac{\partial E}{\partial w_{ik}^j(x,y)} \tag{3.12}$$

$$b_k^j \leftarrow b_k^j - \eta\frac{\partial E}{\partial b_k^j} \tag{3.13}$$

Slojevi sažimanja

Pošto u slojevima sažimanja nemamo težine ni pragove koje treba ažurirati potrebno je samo odrediti pogrešku izlaza prethodnog sloja. Promatrajmo mapu veličine 2×2 za koju nam je poznata pogreška izlaza. Označimo mapu pogreške izlaza sloja j sa δ^j:

$$\delta^j = \begin{bmatrix}\delta_{00} & \delta_{01}\\ \delta_{10} & \delta_{11}\end{bmatrix} \tag{3.14}$$

Za promatrani primjer se podrazumijeva da je okvir sažimanja veličine 2×2 što znači da je mapa značajki prethodnog sloja dimenzija 4×4.

Za slojeve sažimanja možemo definirati funkcije koje za dani broj elemenata unutar okvira daju neki iznos. Za sažimanje maksimumom i sažimanje srednjom vrijednošću možemo definirati te funkcije kao:

$$f_{max}(x_{00},x_{01},x_{10},x_{11}) = max(x_{00},x_{01},x_{10},x_{11}) \tag{3.15}$$

$$f_{med}(x_{00},x_{01},x_{10},x_{11}) = \frac{x_{00}+x_{01}+x_{10}+x_{11})}{4} \tag{3.16}$$

Definirajmo parcijalne derivacije funkcija sažimanja:

$$\frac{\partial f_{max}}{\partial x_{ij}} = \begin{cases}0, & \text{ako } x_{ij} \text{ nije maksimalna vrijednost}\\ 1, & \text{ako } x_{ij} \text{ je maksimalna vrijednost}\end{cases} \tag{3.17}$$

$$\frac{\partial f_{med}}{\partial x_{ij}} = \frac{1}{4} \tag{3.18}$$

Sada pogrešku izlaza prethodnog sloja možemo dobiti sa umnoškom parcijalne derivacije funkcije sažimanja sa odgovarajućom pogreškom izlaza trenutnog sloja. Rezultati tih operacija za sloj sažimanja maksimumom i sloj sažimanja aritmetičkom sredinom su:

$$\delta_{max}^{j-1} = \begin{bmatrix} \delta_{00} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \delta_{01} \\ 0 & 0 & \delta_{11} & 0 \\ 0 & \delta_{10} & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{3.19}$$

$$\delta_{med}^{j-1} = \begin{bmatrix} \frac{\delta_{00}}{4} & \frac{\delta_{00}}{4} & \frac{\delta_{01}}{4} & \frac{\delta_{01}}{4} \\ \frac{\delta_{00}}{4} & \frac{\delta_{00}}{4} & \frac{\delta_{01}}{4} & \frac{\delta_{01}}{4} \\ \frac{\delta_{10}}{4} & \frac{\delta_{10}}{4} & \frac{\delta_{11}}{4} & \frac{\delta_{11}}{4} \\ \frac{\delta_{10}}{4} & \frac{\delta_{10}}{4} & \frac{\delta_{11}}{4} & \frac{\delta_{11}}{4} \end{bmatrix} \tag{3.20}$$

Za sloj sažimanja maksimumom se pretpostavlja da se na mjestima različitima od 0 nalaze maksimalni izlazi unutar okvira. Za drugačije dimenzija okvira sažimanja primjenjuje se ista logika. Napišimo općenitu formulu za pogrešku neurona prethodnog sloja uz funkciju sažimanja f čije su varijable $x_{ij}, i, j \in (0..K-1)$ uz veličinu okvira sažimanja K.

$$\frac{\partial E}{\partial M_k^{j-1}(x,y)} = \frac{\partial E}{\partial M_k^j(\lfloor \frac{x}{K} \rfloor, \lfloor \frac{y}{K} \rfloor)} \frac{\partial f}{\partial x_{ij}}, \qquad i = x \; mod \; K, \; j = y \; mod \; K \tag{3.21}$$

Aktivacijski slojevi

Kao i za slojeve sažimanja u aktivacijskim slojevima je isto samo potrebno odrediti pogrešku izlaza prethednog sloja. Označimo aktivacijsku funkciju sa $f(x)$. Sada pogrešku izlaza prethodnog sloja možemo pisati kao umnožak greške izlaza trenutnog sloja i derivacije aktivacijske funkcije:

$$\frac{\partial E}{\partial M_k^{j-1}(x,y)} = \frac{\partial E}{\partial M_k^j(x,y)} \frac{\partial M_k^j(x,y)}{\partial M_k^{j-1}(x,y)} = \frac{\partial E}{\partial M_k^j(x,y)} f'(M_k^{j-1}(x,y)) \tag{3.22}$$

Pseudokod algoritma backpropagation

Sada možemo napisati pseudokod izmijenjenog algoritma backpropagation za konvolucijske neuronske mreže:

Pseudokod 3 Backpropagation

Ulaz: D (skup za učenje), η (stopa učenja)

Inicijaliziraj težine u konvolucijskim i potpuno povezanim slojevima na male slučajno generirane vrijednosti

dok nije ispunjen uvjet zaustavljanja **radi**

  za svaki (x, t) iz D **radi**

    Izračunaj izlaz svakog sloja mreže za ulaz x

    Izračunaj pogrešku izlaznog sloja prema formulama 2.9 i 2.10

    za svaki sloj od izlaznog do ulaznog **radi**

      ako je sloj poptuno povezan **onda**

        Izračunaj pogrešku izlaza prethodnog sloja prema formulama 2.11 i 2.14

      inače ako je sloj aktivacijski **onda**

        Izračunaj pogrešku izlaza prethodnog sloja prema formuli 3.22

      inače ako je sloj sloj sažimanja **onda**

        Izračunaj pogrešku izlaza prethodnog sloja prema formuli 3.21

      inače ako je sloj konvolucijski **onda**

        Izračunaj pogrešku izlaza prethodnog sloja prema formuli 3.9

        Izračunaj parcijalne derivacije pogreške po težinama i pragovima prema formulama 3.10 i 3.11

        Ažuriraj težine i pragove prema formulama 3.12 i 3.13

      kraj ako

    kraj za

  kraj za

kraj dok

3.1.4. Hiperparametri mreže

Definiramo hiperparametar algoritma učenja kao varijablu koju je potrebno postaviti prije aplikacije algoritma na skupu podataka [**?**]. Dakle to su svi parametri koje trebamo odabrati i odrediti prije nego što mreži damo podatke za učenje. Optimiziranje hiperparametara je postupak pronalaženja optimalnih (ili dovoljno dobrih) hiperparametara mreže. Hiperparametri u konvolucijskim neuronskim mrežama su:

- **Stopa učenja** η je jedan od najvažnijih parametara neuronske mreže. Konvergencija mreže ovisi o pronalasku dobre stope učenja. Obično je vrijednost ovog parametra između 10^{-6} i 1. Stopa učenja se određuje isprobavanjem različitih vrijednosti i prateći konvergenciju mreže. Ako nemamo vremena optimizirati više hiperparametara i ako se koristi stohastički gradijentni spust onda je definitivno najbolje optimizirati ovaj hiperparametar.

- **Broj epoha** je hiperparametar kojeg je lako optimizirati tehnikom ranog stajanja(engl. *early stop*). Prateći prosječnu grešku na validacijskom skupu nakon svake epohe može se odlučiti koliko dugo trenirati mrežu za proizvoljnu konfiguraciju ostalih hiperparametara.

- **Arhitektura mreže** kao hiperparametar je skup odluka na koji način oblikovati mrežu: broj slojeva u mreži i redoslijed tih slojeva, broj mapi značajki u svakom sloju, dimenzije mapi značajki, dimenzije jezgri u konvolucijskim slojevima i dimenzije okvira sažimanja u slojevima sažimanja. Kod izgradnje arhitekture mreže važno je odabrati mrežu koja je dovoljno velika. Obično veličine veće od optimalne generalno ne štete performansama mreže osim što ju usporavaju. Potrebno je modelirati mrežu na taj način da je dovoljno velika za klasifikacijski problem a da nije toliko velika da bude jako spora.

- **Aktivacijska funkcija** je najčešće ista za cijelu neuronsku mrežu. Aktivacijske funkcije su već obrađene u poglavlju 2.1.1.

- **Inicijalizacija težina**. Pragovi se mogu inicijalizirati na 0 ali se težine moraju inicijalizirati oprezno kako nebismo usporili konvergenciju mreže odmah na početku. Preporučena incijalizacija u [**?**] je da se uzimaju vrijednosti iz uniformne distribucije u rasponu $(-r, r)$ gdje je $r = 4\sqrt{6/(n_{in} + n_{out})}$ za aktivacijsku funkciju hiperbolnog tangensa odnosno $r = \sqrt{6/(n_{in} + n_{out})}$ za logističku funkciju gdje n_{in} i n_{out} predstavlja broj ulaznih i izlaznih neurona za određeni sloj.

- **Predobrada ulaza** se često koristi jer pospješuje i ubrzava konvergenciju mreže.

Najčešći oblici predobrade ulaza su standardizacija i dodavanje okvira. Standardizacija se radi tako da se od svakog piksela oduzme srednja vrijednost cijele slike te dobivenu vrijednost podijelimo sa standardnom devijacijom svih piksela u slici. Dodavanjem okvira slici se slika proširi za nekoliko piksela sa svake strane a ova predobrada se koristi kako konvolucijska mreža nebi zanemarila i rubne podatke slike (tj. da ih uzima sa jednakim značajem).

- **Slojevi sažimanja** su već obrađeni u poglavlju 3.1.2.
- **Funkcija pogreške** je također bitan hiperparametar o kojem može ovisiti mogućnost i brzina konvergencije mreže. U ovom radu ćemo koristiti funkciju srednje kvadratne pogreške (formula 2.8).

4. Programska izvedba

Za programsku izvedbu odabran je programski jezik C++. Izbor se temeljio na tome što je jezik pogodan za pisanje brzih programa (što nam je potrebno zbog dugotranog treniranja mreže), a također je pogodan za oblikovanje složenijih sustava i ovisnosti među elementima.

4.1. Slojevi konvolucijske neuronske mreže

Programski je mreža organizirana po slojevima kao što je navedeno u poglavlju o algoritmu backpropagation (aktivacijska funkcija je u posebnom sloju). Sljedeći programski kod pokazuje apstraktni razred Layer koji modelira jedan općeniti sloj konvolucijske neuronske mreže:

Programski kod 4.1: Razred Layer

```
typedef std::vector<float> vf;
typedef std::vector<vf> vvf;
typedef std::vector<vvf> vvvf;

class Layer
{
public:
    Layer(int prevMapSize, int mapSize, int prevFM, int numFM);
    virtual vvf& forwardPass(const vvf &input) = 0;
    virtual vvf& backPropagate(const vvf &error) = 0;
    vvf& getOutput();
    vvf& getPrevError();
    int getMapSize();

protected:
    const int mapSize, prevMapSize;
    // number of feature maps
    const int prevFM, numFM;
    vvf output, prevError;
    const vvf *input;

```

```
};
```

Konstruktoru razreda Layer potrebno je specificirati sljedeće parametre:

– **prevMapSize** - veličina mapi značajki prethodnog sloja ili ulaza ako je ulazni sloj

– **mapSize** - veličina mapi značajki trenutnog sloja

– **prevFM** - broj mapi značajki prethodnog sloja

– **numFM** - broj mapi značajki trenutnog sloja

Također možemo vidjeti da je svaki sloj zadužen za stvaranje svog izlaza* (**output**) kao i za stvaranje greške izlaza prethodnog sloja (**prevError**) dok za potrebe algoritma backpropagation čuva pokazivač na zadnji primljeni ulaz (**input**). Također je određeno da svaki sloj mora definirati dvije metode koje su različite za različite tipove slojeva a to su:

– **forwardPass** - metoda koja računa izlaz (output) sloja za zadani ulaz (input)

– **backPropagate** - metoda koja obavlja algortiam backpropagation na tom sloju (računa grešku prethodnog sloja i ažurira težine ako one postoje)

4.1.1. Konvolucijski sloj

Razred ConvolutionLayer modelira konvolucijski sloj neuronske mreže te je prikazan sa sljedećim kodom:

Programski kod 4.2: Razred ConvolutionLayer

```
class ConvolutionLayer : public Layer
{
public:
    ConvolutionLayer(int mapSize, int prevFM, int numFM, int kernelSize,
                                        Initializer &init, float learningRate);
    virtual vvf& forwardPass(const vvf &input);
    virtual vvf& backPropagate(const vvf &error);
    vvvf& getKernel();
    vf& getBias();
    float getLearningRate();
    void printKernel();
    void writeKernel(std::string path);
    void loadWeights(std::string file);

private:
    const int kernelSize;
    //kernelw[numFM][prevFM][i*kernelSize + j]
    vvvf kernelW;
```

```
    vf bias;
    float learningRate;

    void update(const vvf &error);
    double convolve(int w, int h, const vvf &input, int numFM);
};
```

Konstruktoru predajemo sljedeće parametre:

- **mapSize** - veličina mapi značajki trunutnog sloja
- **prevFM** - broj mapi značajki prethodnog sloja
- **numFM** - broj mapi značajki trenutnog sloja
- **kernelSize** - veličina jezgri
- **init** - inicijalizator težina kojime specificiramo na koji način ćemo inicijalizirati težine prije učenja (pomoćna klasa Initializer)
- **learningRate** - stopa učenja η

Konvolucijski slojevi su dodatno zaduženi za stvaranje jezgri koje povezuju trenutni sloj sa prethodnim (**kernelW**) i pragova (**bias**). Dodatne metode koje je potrebno objasniti su:

- **update** - metoda koja ažurira težine i pragove, a poziva se iz metode backpropagate
- **convolve** - metoda koja obavlja konvolucija ulaza (input) i jezgri te sprema rezultat u mapu značajki numeriranu sa *numFM* na kordinatama (w, h), ova metoda se poziva iz metode forwardPass
- **printKernel** - ispisuje jezgre na standardni izlaz
- **writeKernel** - iscrtava jezgre u .jpg formatu u zadanu lokaciju (path)
- **loadWeights** - učitava težine i pragove iz datoteke (file), koristi se za učitavanje naučenih parametara

4.1.2. Potpuno povezani slojevi

Potpuno povezane slojeve možemo promatrati kao specijalne tipove konvolucijskih slojeva gdje su sve mape značajki i sve jezgre veličine 1×1. Sa obzirom na veličinu mreže mali postotak operacija se obavlja u potpuno povezanim slojevima (najveći postotak je u konvolucijskim slojevima) pa nije bilo potrebno posebno modelirati potpuno povezane slojeve već su oni napravljeni kao podtip konvolucijskih slojeva modelirani sa razredom FullyConnectedLayer:

Programski kod 4.3: Razred FullyConnectedLayer

```
class FullyConnectedLayer : public ConvolutionLayer
{
public:
    FullyConnectedLayer (int prevFM, int numFM, Initializer &init, float learningRate) :
                    ConvolutionLayer(1, prevFM, numFM, 1, init, learningRate) {}
};
```

Parametri u konstruktoru su istih naziva i značenja kao i kod konvolucijskih slojeva.

4.1.3. Aktivacijski slojevi

Aktivacijski slojevi su modelirani sa razredom ActivationLayer:

Programski kod 4.4: Razred ActivationLayer

```
class ActivationLayer : public Layer
{
public:
    ActivationLayer(int numFM, int mapSize = 1);
    virtual vvf& forwardPass(const vvf &input);
    virtual vvf& backPropagate(const vvf &error);

protected:
    virtual float activationFunction(float x) = 0;
    virtual float activationFunctionDerivative(float x) = 0;
};
```

Konstruktor razreda prima dva parametra: broj mapi značajki (numFM) i veličinu mapi značajki (mapSize). Pošto su aktivacijske funkcije samo izdvojene u poseban sloj broj prethodnih mapi značajki i veličine prethodnih mapi značajki su jednake trenutnima. ActivationLayer je i dalje apstraktni razred jer ima dvije čiste virtualne funkcije koje zahtjevaju implementaciju od razreda koji ga nasljeđuju:

– **activationFunction** - aktivacijska funkcija u točki x

– **activationFunctionDerivative** - derivacija aktivacijske funkcije u točki x

Na ovaj način je lako dodavati različite aktivacijske funkcije. Potrebno je samo naslijediti ovaj razred i definirati ove dvije navedene metode.

4.1.4. Slojevi sažimanja

Slojevi sažimanja su modelirani sa razredom PoolLayer:

Programski kod 4.5: Razred PoolLayer

```
class PoolLayer : public Layer
{
public:
    PoolLayer (int frameSize, int numFM, int prevMapSize);

protected:
    const int frameSize;
};
```

Konstruktor razreda prima sljedeće parametre:

– **frameSize** - veličina okvira sažimanja

– **numFm** - broj mapi značajki

– **prevMapSize** - veličina mapi značakji prethodnog sloja (veličina mapi značajki trenutnog sloja se računa kao prevMapSize/frameSize

Razred je i dalje apstraktan a od razreda koji ga nasljeđuju se očekuje da implementiraju funkcije forwardPass i backPropagate.

4.2. Konvolucijska neuronska mreža

Cijela konvolucijska neuronska mreže enkapsulirana je sa razredom ConvolutionNeuralNetwork:

Programski kod 4.6: Razred ConvolutionNeuralNetwork

```
class ConvolutionNeuralNetwork
{
public:
    ConvolutionNeuralNetwork (const std::vector<Layer∗> &layers,
                              CostFunction &costFunction,
                              InputManager &inputManager);
    void feedForward(vvf &input);
    void backPropagate(vvf &error);
    void train(int numEpochs);
    void registerSupervisor(TrainingSupervisor ∗s);
    void notifySupervisors(int epoch);
    float getCost(vf &expectedOutput);
    InputManager& getInputManager();

private:
    std::vector<Layer∗> layers;
    CostFunction &costFunction;
    InputManager &inputManager;
    std::vector<TrainingSupervisor∗> supervisers;
};
```

Konstruktor razreda prima sljedeće parametre:

- **layers** - vektor slojeva mreže, slojevi se kreiraju i organiziraju prije predavanja konstruktoru
- **costFunction** - funkcija pogreške (pomoćni razred CostFunction)
- **inputManager** - objekt zadužen za organiziranje i dohvaćanje ulaza mreže (pomoćni razred InputManager)

  Metode razreda su:

- **feedForward** - za određeni ulaz (input) računa izlaze svih slojeva
- **backPropagate** - propagira grešku unazad po svim slojevima
- **train** - trenira mrežu određeni broj epoha (epoch), ulaze dohvaća pomoću inputManagera a pogrešku izlaza računa pomoću costFunctiona
- **registerSupervisor** - ova metoda omogućuje da se registriraju promatrači (izvedeni iz razreda TrainingSupervisor) prema oblikovnom obrascu promatrač koji nakon svake epohe obavljaju različite analize i na taj način omogućuju nadziranje procesa učenja mreže
- **notifySupervisors** - obaviještava sve promatrače da je kraj određene epohe (epoch)
- **getCost** - računa pogrešku za zadani očekivani izlaz, očekuje se da se prije poziva ove metode pozove metoda feedForward sa odgovarajućim ulazom

4.3. Pomoćni razredi

Imamo četiri osnovna pomoćna razreda iz kojih se izvode ostali. To su:

- **Initializer** određuje način na koji inicijalizira težine u konvolucijskim slojevima. Predaje se konstruktoru konvolucijskog sloja. Razredi koji nasljeđuju Initializer moraju implementirati jednu metodu **init** koja kao parametre prima težine (weights) te broj ulaznih (n_in) i broj izlaznih (n_out) neurona.
- **CostFunction** modelira funkciju pogreške izlaza neuronske mreže. Ovaj razred je zadužen za stvaranje i pohranjivanje greške izlaza neurona izlaznog sloja (prevError) kao i greške klasifikacije (error). Razredi koji nasljeđuju ovaj razred moraju implementirati metodu **calculate** koja kao parametre prima izlaz mreže (output) i očekivani izlaz (expectedOutput) te računa pogrešku izlaza izlaznog sloja i pogrešku klasifikacije.

- **InputManager** je zadužen za upravljanjem ulaznim podatcima za mrežu. Razredi koji ga nasljeđuju trebaju implementirati tri metode a to su **getInput** koja dohvaća ulaz na zadanom indeksu (i), **getExpectedOutput** koja dohvaća očekivani izlaz za ulaz označen sa zadanim indeksom (i), i funkcija **reset** koja se poziva na kraju svake epohe. U metodi reset se obično očekuje nasumično miješanje podataka radi veće generalizacije tijekom učenja.
- **TrainingSupervisor** je osnovni razred zadužen za razrede koji nam pomažu u praćenju procesa učenja mreže. Razredi koji nasljeđuju ovaj razred trebaji implementirati metodu **monitor** koja se poziva na kraju svake epohe. Primjeri konkretnih razreda koji nasljeđuju TrainingSupervisor su razredi **WeightRecorder** (sprema trenutne težine i pragove na disk), **Validator** (provjerava točnost klasifikacije na proizvoljnom skupu), **ActivationVariance** (računa varijancu aktivacija i sprema ju u datoteku na disku), **GradientVariance** (računa varijancu gradijenata i sprema ju u datoteku na disku).

Programski kod 4.7: Pomoćni razredi

```
class Initializer
{
public:
    virtual void init(vf &weights, int n_in, int n_out) const = 0;
};

class CostFunction
{
public:
    CostFunction(int numOutputs);
    virtual vvf& calculate(const vvf &output, const vf& expectedOutput) = 0;
    vvf& getPrevError();
    float getError();
protected:
    vvf prevError;
    float error;
    int numOutputs;
};

class InputManager
{
public:
    InputManager (int n) : numOfInputs(n) {}
    virtual vvf& getInput(int i) = 0;
    virtual vf& getExpectedOutput(int i) = 0;
    int getInputNum();
    virtual void reset() = 0;
protected:
```

```
    int numOfInputs;
};

class TrainingSupervisor
{
public:
    TrainingSupervisor(std::string path) : path(path) {}
    virtual void monitor(int epoch = 0) = 0;
protected:
    std::string path;
};
```

4.4. Struktura programske podrške

5. Eksperimentalni rezultati

5.1. Ispitni skup MNIST

Skup MNIST (engl. *Mixed National Institute of Standards and Technology*) [9] sadrži 10 klasa rukom pisanih brojeva (od nule do devet). Nekoliko takvih znakova prikazano je na slici 5.1. Takav se skup najviše koristio za testiranje ranih sustava automatskog prepoznavanja rukom pisanih brojki kod bankovnih čekova. Slike su monokromatske (8 bitne) te veličine 28×28 točki. Skup je nadalje podijeljen u:

- skup za treniranje - sadrži 60 000 znakova
- skup za ispitivanje - sadrži 10 000 znakova

Radi mogućnosti praćenja učenja te praćenja generalizacije mreže tijekom učenja potreban nam je jedan skup koji nije u skupu za učenje. Ispitni skup nemožemo uzeti u obzir zato što on služi za konačno ispitivanje kvalitete mreže i nesmije se koristiti tijekom učenja, čak ni za praćenje pogreške jer može utjecati na konačne rezultate, tj. moglo bi se dogoditi da podešavamo hiperparametre mreže na taj način da pogodoju baš tom skupu a da mreža ne generalizira općenito. Zato ćemo podijeliti originalni skup za treniranje u dva skupa, jedan za treniranje a drugi za validaciju. Skup za validaciju se neće koristiti za učenje ali će biti od koristi prilikom praćenja učenja i

Slika 5.1: Nasumično odabrani znakovi iz skupa MNIST

generalizacije mreže. Dakle prema našoj podjeli skup MNIST je podijeljen u:

– **skup za treniranje** - sadrži prvih 50 000 znakova originalnog skupa za treniranje
– **skup za validaciju** - sadrži zadnjih 10 000 znakova originalnog skupa za treniranje
– **skup za ispitivanje** - sadrži 10 000 znakova

5.1.1. Predobrada ulaza

Za uspješno učenje mreže, važno je da je aritmetička sredina skupa približno nula (da bi učenje težina moglo krenuti u zahtjevanom smjeru) te da varijanca bude približno jednaka jedan (da bi se zadržao opseg u sredini aktivacijske funkcije). Za izvorni skup ne vrijedi ovo svojstvo. Stoga je svaki uzorak obrađen oduzimanjem aritmetičke sredine (samog uzorka) i normaliziranjem njegove varijance. Ujedno je i svakom uzorku dodan rub širine 2 te je time veličina ulaza proširena na dimenzije 32×32. Ova predobrada se mora raditi i na ulazima iz skupa za testiranje.

5.1.2. Minimalni skup za testiranje

Prije nego što se započelo treniranje mreže na cijelom skupu za treniranje određen je minimalni skup za testiranje konvergencije mreže i ispravnosti implementacije. Taj skup se sastojao od svega 20 ulaza izdvojenih iz skupa MNIST te je sadržavao samo dvije klase (brojeve nule i jedinice). Mreža je prvo pokrenuta na ovom minimalnom skupu i kad je dobivena 100%-tna točnost klasifikacije onda se tek počela trenirati na punom skupu.

5.2. Odabrana arhitektura i hiperparametri mreže

Odabrana je arhitektura slična arhitekturi *LeNet* [**?**] sa sljedećim slojevima:

– **Ulazni sloj** - jedna mapa veličine 32×32
– **Prvi konvolucijski sloj** - 6 mapi veličine 28×28, 6 jezgri veličine 5×5
– **Prvi aktivacijski sloj** - 6 mapi veličine 28×28
– **Prvi sloj sažimanja** - 6 mapi veličine 14×14
– **Drugi konvolucijski sloj** - 16 mapi veličine 10×10, 96 jezgri veličine 5×5

- **Drugi aktivacijski sloj** - 16 mapi veličine 10×10
- **Drugi sloj sažimanja** - 16 mapi veličine 5×5
- **Treći konvolucijski sloj** - 100 mapi veličine 1×1, 1600 jezgri veličine 5×5
- **Treći aktivacijski sloj** - 100 mapi veličine 28×28
- **Prvi skriveni sloj** - 80 neurona
- **Četvrti aktivacijski sloj** - 80 neurona
- **Izlazni sloj** - drugi skriveni sloj sa 10 neurona

Svi slojevi sažimanja imaju okvire veličine 2×2. Svi slojevi su potpuno povezani te se koristio stohastički gradijentni spust. Kao funkcija pogreške se koristila srednja kvadratna pogreška sa time da se izlaz interpretirao kao vektor od 10 brojeva. Recimo očekivani izlaz za znamenku 7 bi bio $0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0$.

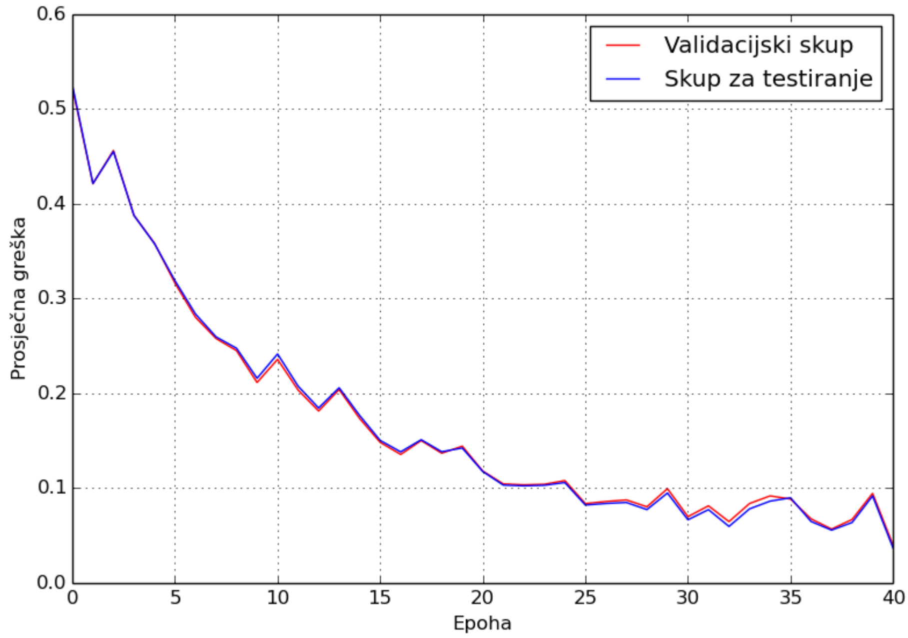
Mreža je trenirana sa 41 prolaz kroZ skup za učenje sa stalnom stopom učenja $\eta = 0.001$. Tijekom cijelog učenja se nakon svake epohe pratila prosječna pogreška te točnost klasifikacije na skupu za treniranje i validacijskom skupu. Na slici 5.2 možemo vidjeti promjenu prosiječne pogreške tijekom učenja a na slici 5.3 možemo vidjeti promjenu točnosti na skupu za treniranje i validacijskom skupu. Vidimo da su na oba grafa linije za validacijski skup i skup za treniranje jako blizu jedna drugoj. To opažanje nam govori da istrenirana mreža jako dobro generalizira te da nije došlo do prevelikog prilagođavanja skupu za učenje (engl. *overfitting*).

Ovako istrenirana mreža ima točnost (broj ispravno klasificiranih uzoraka) na ispitnom skupu od 95.21%. Detaljni rezultati su dani matricom zabune u tablici 5.1.

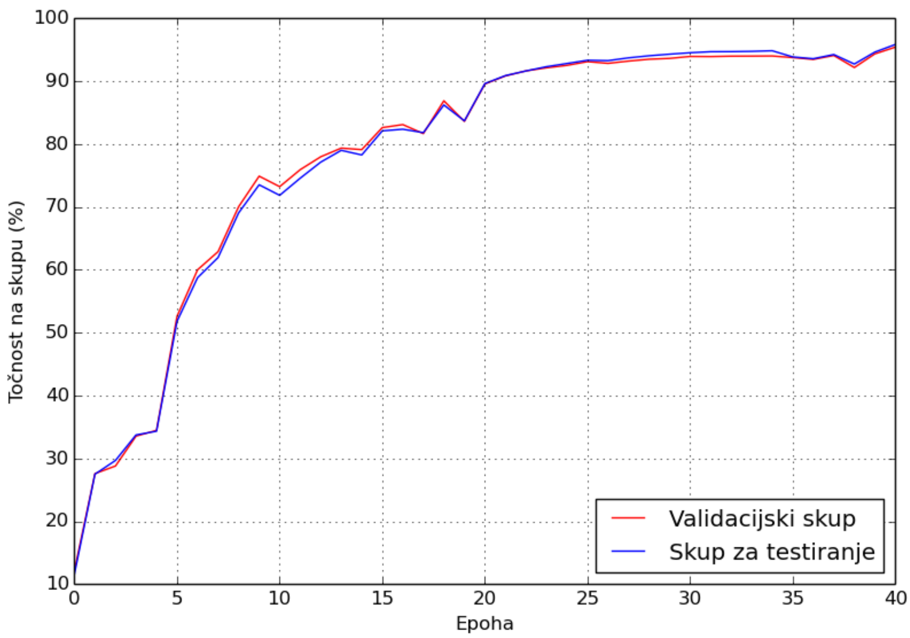
Iz tablice možemo očitati najčešće greške, a to su:

- Broj 9 klasificiran kao broj 4 (37 krivih klasifikacija)
- Broj 7 klasificiran kao broj 9 (27 krivih klasifikacija)
- Broj 4 klasificiran kao broj 9 (21 krivih klasifikacija)
- Broj 9 klasificiran kao broj 8 (20 krivih klasifikacija)

Vidimo da mreža ima najviše problema sa klasifikacijom broja 9 zato što ga često klasificira kada su na ulazu drugi brojevi, a također ga često krivo klasificira (miješa ga sa 4, 7, i 8).



Slika 5.2: Promijena prosječne pogreške na validacijskom skupu i skupu za treniranje tijekom učenja



Slika 5.3: Promijena točnosti klasifikacije na validacijskom skupu i skupu za treniranje tijekom učenja

Tablica 5.1: Matrica zabune

		Predviđena klasa									
		0	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**
Stvarna klasa	**0**	966	0	1	0	0	0	2	0	3	8
	1	0	1122	3	2	0	0	2	0	4	2
	2	5	4	963	16	4	1	5	10	12	12
	3	0	0	4	972	0	3	0	8	18	5
	4	3	3	1	0	941	0	6	2	5	21
	5	5	1	0	18	4	839	7	3	10	5
	6	12	3	1	2	3	3	928	1	3	2
	7	2	10	12	13	3	3	1	952	5	27
	8	11	2	1	12	3	6	5	3	925	6
	9	7	7	0	7	37	10	0	8	20	913

6. Zaključak

Kroz ovaj rad je prikazan način rada dubokih neuronskih mreža sa naglaskom na konvolucijske neuronske mreže. Proučene su specifičnosti konvolucijskih neuronskih mreža i razrađeni su detalji algoritma backpropagation. Također je razvijena implementacija konvolucijske neuronske mreže u programskom jeziku C++-u. Mreža je razvijena bez korištenja vanjskih biblioteka za konvolucijske neuronske mreže.

Mreža je najprije zasebno testirana na minimalnom primjeru pomoću kojeg je provjereno ispravno funkcioniranje slojeva mreže, algoritma backpropagation i općenito svih ostalih dijelova implementacije. Nakon toga je mreža trenirana za klasifikaciju rukom pisanih znamenki iz skupa MNIST. Cijeli proces učenja mreže je pomno praćen i analiziran. Iz analize učenja mreže je zaključeno da je generalizacija mreže vrhunska jer je razlika između klasifikacije na skupu za učenje i validacijskom skupu minimalna kroz cijeli proces učenja. Sa takvom mrežom je postignut rezultat od 95.21% ispravno klasificiranih uzoraka na skupu za ispitivanje. Ako uzmemo u obzir da su se sa konvolucijskim neuronskim mrežama postizale točnosti i preko 98% za skup MNIST, ovaj rezultat, iako izvrstan, je malo ispod očekivanja za konvolucijsku neuronsku mrežu. Moguće objašnjenje ovog rezultata je to što nismo koristili cijeli skup za učenje tijekom treniranja mreže.

Pošto je ovaj rad izgrađen za primjenu na osobnim računalima opće namjene cijeli program se izvodio na jednoj jezgri CPU-a. Brzina programa je iznenađujuće dobra sa čak i preko 50 klasifikacija u sekundi što je i više nego zadovoljavajuće za primjenu na računalima opće namjene.

Pošto u ovom radu nije bilo puno vremena za optimizaciju svih hiperparametara u daljnjem radu se preporuča testiranje mreže sa drugačijom arhitekturom, aktivacijskim funkcijama i funkcijama pogreške. Također se preporuča razvijanje dodatnih metoda koje pospješuju učenje i generalizaciju mreže.

LITERATURA

Raspoznavanje objekata konvolucijskim neuronskim mrežama

Sažetak

Sažetak na hrvatskom jeziku.

Ključne riječi: Ključne riječi, odvojene zarezima.

Title

Abstract

Abstract.

Keywords: Keywords.