

## Tipologia II: Controllo della posizione verticale di un Bell-Boeing V-22 Osprey

### Gruppo 10 - a

0000759562 Letizia Mancini

0000753822 Adamo Roversi Zoffoli

0000793310 Dario De Nardi

0000759806 Federico Mustich

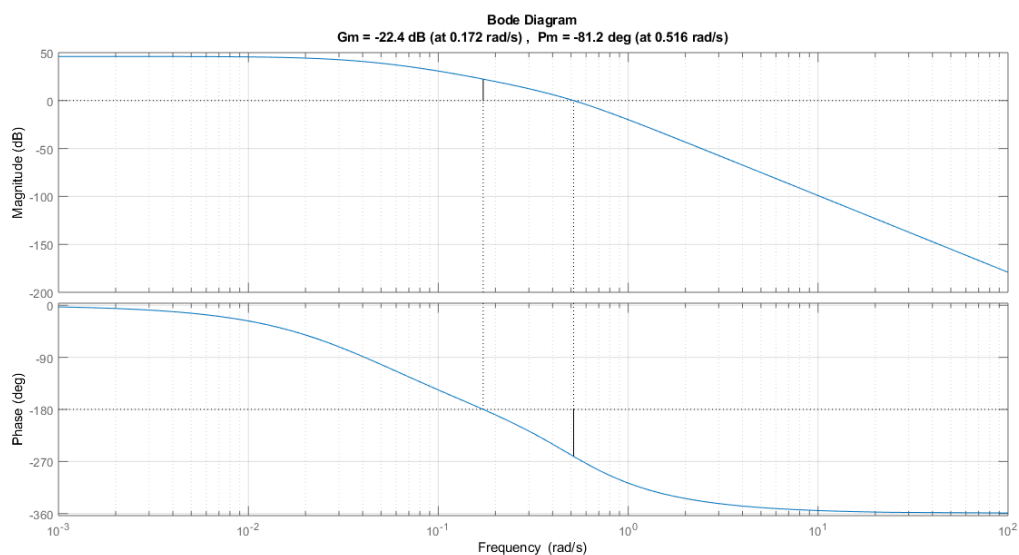
### Obiettivo

Progettare un controllore che permetta di mantenere la posizione verticale desiderata del velivolo in considerazione.



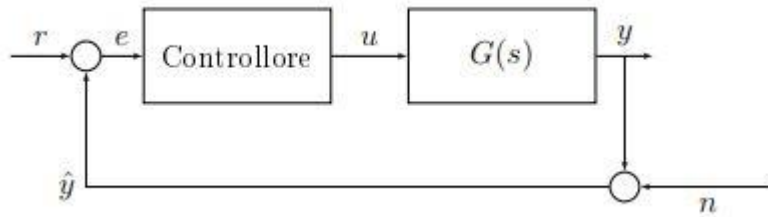
Consideriamo come modello approssimato e linearizzato della dinamica di interesse del velivolo la seguente funzione di trasferimento:

$$G(s) = \frac{50}{(1 + 15s)(1 + 30s)(s^2 + 0.8s + 0.25)}$$



## Progetto del controllore

Consideriamo il seguente schema di controllo



Per una corretta progettazione del controllore è richiesto il soddisfacimento di una serie di specifiche, suddivise in:

- *Statiche*: vincoli sulla pendenza del diagramma delle ampiezze di  $|L(j\omega)|$  che saranno soddisfatti dal progetto del regolatore statico.
- *Dinamiche*: vincoli sul tempo di assestamento e sulla sovraelongazione percentuale massima implementati dal regolatore dinamico.

Le specifiche richieste sono:

1. **Errore a regime limitato superiormente al 3% con riferimento a gradino.**

Con riferimento a gradino, vale la relazione:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = \lim_{s \rightarrow 0} sE(s) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{s}{1 + R(s)G(s)s} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{1}{1 + R(s)G(s)}$$

L'errore richiesto è minore di  $e = 0.03$ . Abbiamo quindi

$$\mu > \frac{1 - e}{G(0)e} \Rightarrow \mu > \frac{1 - 0.03}{200 * 0.03}$$

Troviamo un valore minimo per il guadagno pari a  $\mu = 0.16$ .

2. **Il margine di fase per la funzione di trasferimento deve essere  $M_f \geq 40$ .**

3. **Garantire massima sovraelongazione percentuale pari a 5 e tempo di assestamento all'1% inferiore a 15 secondi.**

La coppia di poli complessi coniugati dominanti della funzione ad anello  $L(j\omega)$  è caratterizzata da:

$$\delta \approx \frac{M_f}{100} \quad \omega_n \approx \omega_c$$

con

$M_f$  margine di fase

$\omega_c$  pulsazione di attraversamento

Possiamo quindi risolvere le specifiche dinamiche

- $S\% = 100e^{\frac{-\pi\delta}{\sqrt{1-\delta^2}}} \leq 5 \Rightarrow \delta \geq 0.69 \Rightarrow M_f \geq M_f^* := 100 * 0.69$

Definiamo un lower bound sul margine di fase pari a  $M_f \geq 69^\circ$ .

- $T_{a,1\%} \leq 15 \Rightarrow \delta\omega \geq \frac{4.6}{15} \Rightarrow M_f\omega_c \geq \frac{460}{15} \Rightarrow \omega_c \geq \frac{460}{15*69}$

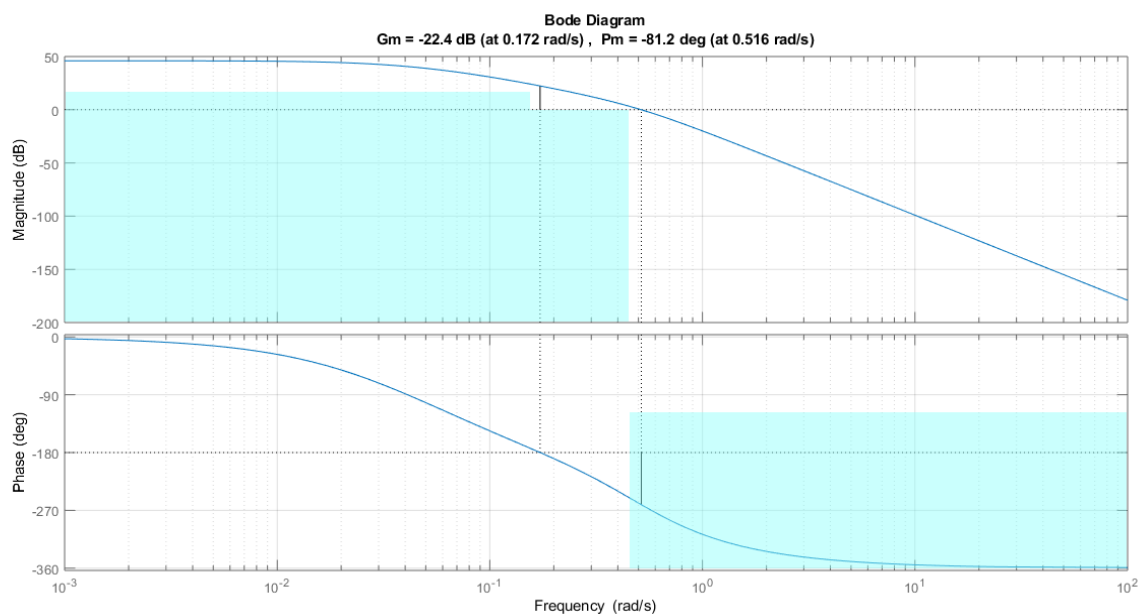
Troviamo così un lower bound sulla pulsazione di attraversamento  $\omega_c \geq 0.444 \text{ rad/s}$

4. **Abbattere il disturbo sull'uscita  $n$  di almeno 20 volte.**

$$20\log(20) = 26.02 \text{ db}$$

L'attenuazione richiesta impone un upper bound sulla  $L(j\omega)$  pari a  $-26,02\text{db}$ .

Inoltre la frequenza  $\omega_n = 100 \text{ rad/s}$  definisce un limite superiore per la  $\omega_c$  di attraversamento.



Suddividiamo il progetto del regolatore in due parti, ognuna dedicata al soddisfacimento di diverse specifiche.

### 1. Regolatore statico

Interveniamo solamente sul guadagno statico  $\mu_s$ , imponendo un regolatore statico pari a  $R_s(s) = 0.2$ .

### 2. Regolatore dinamico

La scelta relativa al regolatore statico influenza il progetto di quello dinamico: le specifiche vanno imposte, infatti, sul **sistema esteso** dato da  $G_e(s) = R_s(s)G(s)$ .

Dato che è stato utilizzato il guadagno del regolatore statico  $\mu_s$ , il guadagno  $\mu_d$  non sarà utilizzabile ( $\mu_d = 1$ ).

Nell'intervallo stabilito per la pulsazione di attraversamento  $\omega_c$ , la fase del sistema risulta sempre minore del limite imposto su  $M_f$ ; è necessario quindi progettare un regolatore che fornisca l'anticipo di fase necessario.

Una possibile scelta, nell'intervallo delle frequenze, può essere  $\omega_c = 2 \text{ rad/s}$ .

A questa frequenza troviamo

$$\begin{aligned}|G_e(j\omega_c)| &= 0.0014 \Rightarrow 20 \log 0.0014 = -57.077 \text{ db} \\ \arg|G_e(j\omega_c)| &= -334.02^\circ\end{aligned}$$

Imponiamo un margine di fase pari a  $M_f = 90^\circ$  per garantire la stabilità del sistema in retroazione: l'anticipo di fase richiesto risulta di  $244.02^\circ$ .

Sono necessarie tre reti anticipatrici

$$R(s) = \frac{1 + \tau s}{1 + \alpha \tau s}$$

che forniscono un anticipo di fase grazie all'inserimento degli zeri, con l'effetto collaterale dell'amplificazione dei moduli.

Ogni rete deve fornire un anticipo di fase pari a

$$\varphi = \frac{244.02}{3} = 81.34^\circ$$

e una amplificazione del modulo di

$$M = 10^{-\frac{|G_e(j\omega_c)|_{db}/3}{20}} = 10^{\frac{19}{20}} = 9$$

Tramite le seguenti formule di inversione si possono progettare i gradi di libertà  $\alpha$  e  $\tau$  che consentano di avere una amplificazione  $M = 9$  e uno sfasamento  $\varphi = 81.34^\circ$  a  $\omega_c = 2 \text{ rad/s}$ .

$$\tau = \frac{M - \cos(\varphi)}{\omega_c \sin(\varphi)}$$

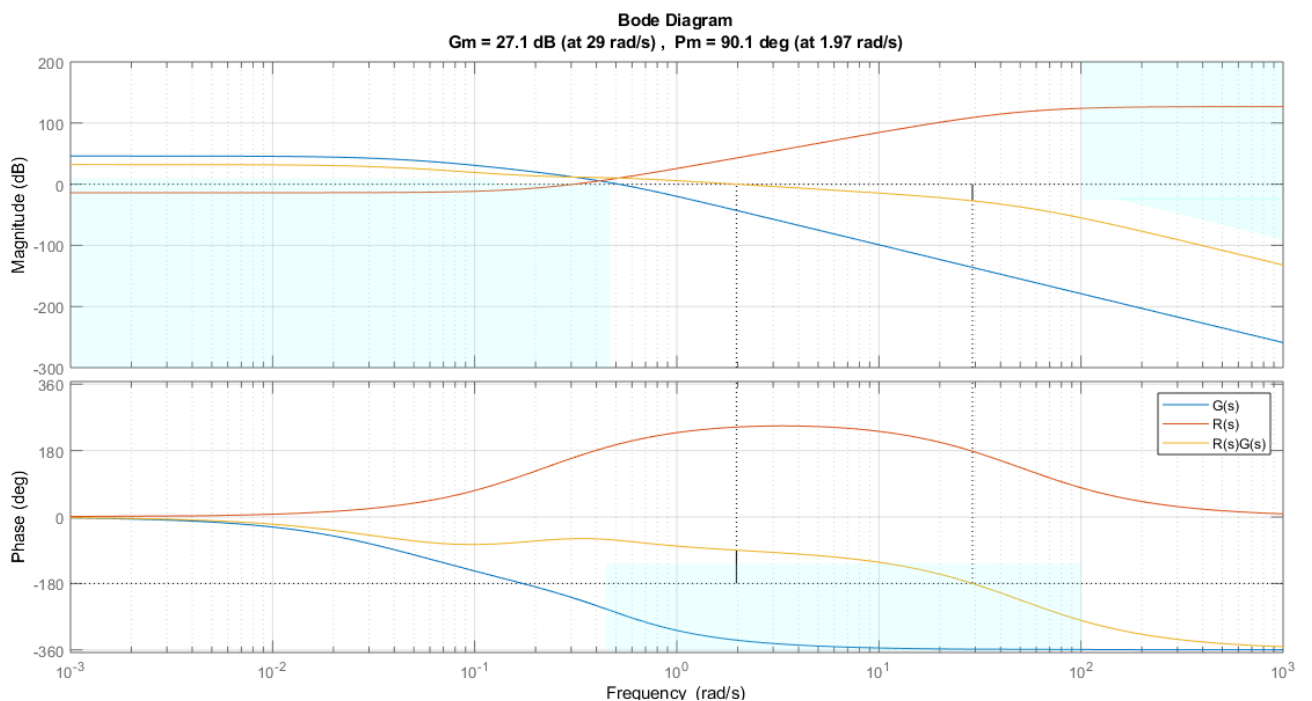
$$\alpha\tau = \frac{\cos(\varphi) - \frac{1}{M}}{\omega_c \sin(\varphi)}$$

Troviamo quindi tre reti anticipatrici con  $\tau = 4.48$  e  $\alpha\tau = 0.02$

$$R_a(s) = \frac{1 + 4.48s}{1 + 0.02s}$$

Il regolatore che agisce complessivamente sul sistema è quindi

$$R(s) = 0.2 \frac{(1 + 4.48s)^3}{(1 + 0.02s)^3}$$



Tramite simulazione in Simulink verifichiamo che anche la specifica sul tempo di assestamento viene rispettata.

**Opzionale: ridurre il più possibile il tempo di assestamento facendo un paragone sulle azioni di controllo generate.**

Per ridurre ulteriormente il tempo di assestamento scegliamo una  $\omega_c = 10 \text{ rad/s}$ , imponendo a questa frequenza un margine di fase  $M_f = 80^\circ$ .

Abbiamo

$$|G_e(j\omega_c)| = 2.22 * 10^{-6} \Rightarrow 20 \log(2.22 * 10^{-6}) = -113.07 \text{ db}$$

$$\arg|G_e(j\omega_c)| = - - 354.84^\circ$$

L'anticipo di fase richiesto risulta di  $244.84^\circ$ .

Sono necessarie tre reti anticipatrici

$$R(s) = \frac{1 + \tau s}{1 + \alpha \tau s}$$

Ognuna fornisce un anticipo di fase pari a

$$\varphi = \frac{244.82}{3} = 81.61^\circ$$

e una amplificazione del modulo di

$$M = 10^{\frac{|G_e(j\omega_c)|_{db}/3}{20}} = 10^{\frac{37.69}{20}} = 76.65$$

Si progettano quindi  $\alpha$  e  $\tau$  tali da consentire una amplificazione  $M = 76.65 \text{ db}$  e uno sfasamento  $\varphi = 81.61^\circ$  a  $\omega_c = 10 \text{ rad/s}$ .

$$\tau = \frac{M - \cos(\varphi)}{\omega_c \sin(\varphi)} = 7.73$$

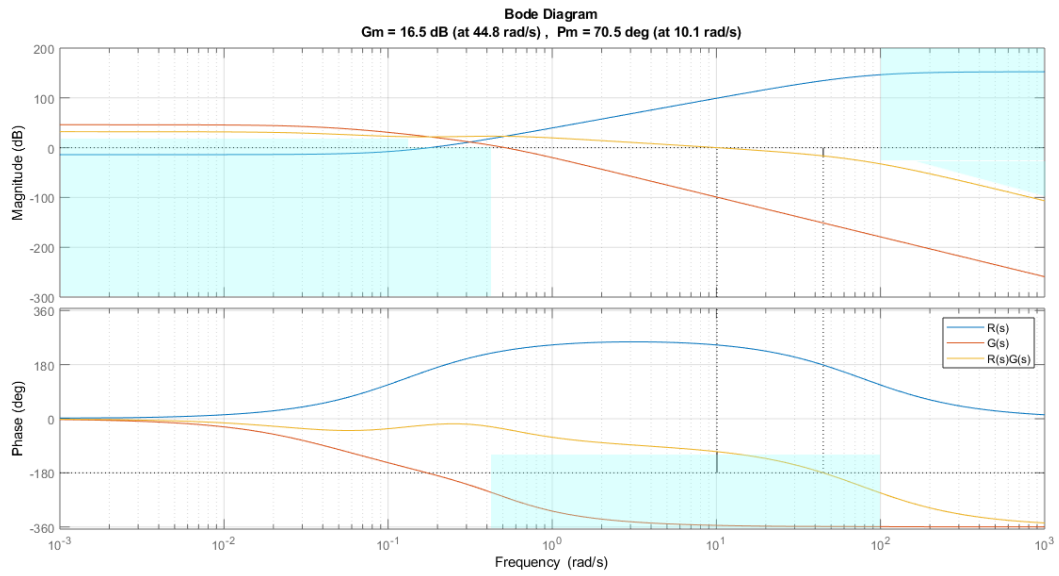
$$\alpha \tau = \frac{\cos(\varphi) - \frac{1}{M}}{\omega_c \sin(\varphi)} = 0.013$$

Troviamo quindi tre reti anticipatrici

$$R_a(s) = \frac{1 + 7.73s}{1 + 0.013s}$$

Il regolatore risultante è

$$R(s) = 0.2 \frac{(1 + 7.73s)^3}{(1 + 0.013s)^3}$$



Il tempo di assestamento risulta tuttavia superiore alla specifica richiesta.