MATRICES: Ejercicios Adicionales al TP 1

Ejercicio 1:
Obtener, si existen, todas las matrices X e Y que verifiquen:

a) $\begin{cases} 3X+2Y=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 2 & 1\end{pmatrix} \\ X-2Y=\begin{pmatrix}-1 & 3\\ 0 & 8\end{pmatrix}\end{cases}$ b) $\begin{cases} X-3Y=\begin{pmatrix}1 & 1\\ 2 & 0\end{pmatrix} \\ 3X+Y=\begin{pmatrix}1 & -5\\ 0 & 3\end{pmatrix}\end{cases}$

Ejercicio 2:
Sabiendo que $A\ y\ B \in \mathbb{R}^{nxn}$, analizar si las siguientes igualdades son verdaderas o falsas. Justifique su respuesta.

$a) \forall a, \forall b \in \mathbb{R}^{nxn} : (A+B).(A-B) = A^2 - B^2$

$b) \forall a, \forall b \in \mathbb{R}^{nxn} : (A-B)^2 = A^2 - 2A.B + B^2$

$c) \forall a, I \in \mathbb{R}^{nxn} : (A+I).(A-I) = A^2 - I$

Qué conclusión puede sacar?

Ejercicio 3:
Demostrar que si $A=(a_{ij}).\ A \in \mathbb{R}^{nxn}\ \ y\ \ B=(b_{ij}).\ B \in \mathbb{R}^{nxn}$:

$a) \forall a \in \mathbb{R}^{nxn} : A + A^t$ es simétrica

$b)$ Si una matriz es involutiva, entonces es igual a su inversa

$c) \forall a \in \mathbb{R}^{nxn} : A - A^t$ es antisimétrica

$d) \forall a \in \mathbb{R}^{nxn} : A.A^t$ es simétrica

$e)$ Si A es idempotente, entonces $(A-I)^2 = I - A$

$f)$ Si $A\ y\ B$ son matrices idempotentes y permutables entonces $A.B$ es idempotente

$g)$ A es involutiva sí y solo sí $(I-A).(I+A) = N$

$h)$ Si $A\ y\ B$ son ortogonales del igual orden, entonces $B.A$ es ortogonal

$i)$ Si A es idempotente y B es ortogonal, entonces $B^t.A.B$ es idempotente

Ejercicio 4:
Resolver las siguientes ecuaciones matriciales siendo *X, A, B y C* matrices inversibles y tales que todas las operaciones pueden realizarse

$a) \left(X.A\right)^{-1}.B^t = C$

$b) A^{-1} + (A^t.X.B)^{-1}.C^t = 2.I$

$c) \left[3A^t.(2B^t.X^{-1}.C)^{-1}\right]^t = I$