Matrices
TP1 - 2017

1. Determine la matriz $A = a(i,j)$ de orden tres, que satisfaga la condición dada:

   (a) $a_{ij} = 2i + j$

   (b) $a_{ij} = i + j$

   (c) $a_{ij} = 3$

   (d) $a_{ij} = i^2 - j$

   (e) $a_{ij} = (-1)^{i+j}$

   (f) $a_{ij} = \begin{cases} -1 & \text{si} \quad i \geq j \\ 0 & \text{si} \quad i < j \end{cases}$

2. Encuentre los valores de a y b de manera que $A = B$ si:

   (a) $A = \begin{bmatrix} a & -3 \\ 4 & 2 \end{bmatrix}$ y $B = \begin{bmatrix} 5 & -3 \\ 4 & b \end{bmatrix}$

   (b) $A = \begin{bmatrix} a - 3b & a \\ 1 & b \end{bmatrix}$ y $B = \begin{bmatrix} 2 & 6 - b \\ 1 & 6 - a \end{bmatrix}$

3. Dadas las matrices $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & -2 \\ 2 & 0 & 9 \end{bmatrix}$ $B = \begin{bmatrix} 1 & -4 \\ -3 & 7 \\ 0 & 6 \end{bmatrix}$

   Calcular A^t; B^t ; A^tA; BB^t

4. Encuentre, de ser posible, $A+B$, $B-A$, $C-3F$, $D+E$, $E+F$, $A-C$,$N+M$, $3E+5F$, $F-G$,$-4G$,$H-G$ siendo:

   $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$ $B = \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$ $C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 5 \\ -3 & 2 & 4 \end{bmatrix}$ $D = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 1 & 3 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$

   $E = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 2 \\ -3 & 0 \end{bmatrix}$ $F = \begin{bmatrix} -4 & 5 & 0 \\ 3 & 2 & -1 \end{bmatrix}$ $G = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \\ -3 & 4 & 6 \end{bmatrix}$

   $H = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{bmatrix}$ $M = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ $N = \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ 5 \end{bmatrix}$

5. Determine los valores de m tales que : $X^2 - \frac{5}{2}X + I = O$, siendo

   $X = \begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$; I la matriz identidad y O la matriz nula

6. Para las matrices del ejercicio 4, calcule, de ser posible, los siguientes productos: AB, BA, AC, CA, AE, AD, FG, GH, EF, NM, MN, BN, MC.

7. Dadas las matrices A y B del ejercicio 4, hallar si existe una matriz X que verifique la ecuación matricial $A.X.B = (2A - B)^2$

8. Sean las matrices $A = \begin{bmatrix} 5 & 2 & 0 \\ 2 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ $\quad B = \begin{bmatrix} a & b & 0 \\ c & c & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

   ¿ Qué condiciones deben cumplir los números a, b, c para que se verifique $AB = BA$?

9. Encuentre por operaciones elmentales por filas una matriz B, reducida y escalonada, equivalente a la matriz A:

   $$A = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 5 \end{bmatrix}; \quad A = \begin{bmatrix} -2 & 3 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}; \quad A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & -1 \\ 2 & 1 & -6 \end{bmatrix}; \quad A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & 2 & 1 \\ -1 & -3 & -3 & -2 \end{bmatrix}$$

10. Encontrar, si existe, la inversa de las siguientes matrices:

    $$A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}; \quad A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 6 \end{bmatrix}; \quad A = \begin{bmatrix} 4 & -1 & 0 \\ 3 & 1 & -2 \end{bmatrix}; \quad A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix};$$
    $$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -5 \\ 2 & 3 & -8 \\ -1 & -1 & 5 \end{bmatrix}; \quad A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 0 & 2 & 3 \\ 2 & -4 & 6 \end{bmatrix}; \quad A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 3 \\ 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

11. Si A, B, C son matrices nxn y B, C son simétricas encontrar la mínima expresión de
    $((A.B).C^t).(C.B.A)^t$

12. Una empresa tiene sus reportes mensuales de ventas de cajas de regalo expresados como matrices. Las filas (en orden) representan el número de modelos estandar, de lujo y superior que se han vendido y las columnas (en orden), indican el número de unidades rojas, blancas, azules y amarillas que se vendieron. Las matrices para enero (E) y febrero (F) son:
    $$E = \begin{bmatrix} 2 & 6 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 3 & 5 \\ 2 & 7 & 6 & 0 \end{bmatrix}; \quad F = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 4 & 4 \\ 2 & 3 & 3 & 2 \\ 4 & 2 & 6 & 6 \end{bmatrix}$$

    (a) Cuántos modelos blancos de tipo superior se vendieron en enero?
    (b) En qué mes se vendieron más modelos estandar amarillos?
    (c) De qué modelo y color se vendió el mismo nmero de unidades en ambos meses?
    (d) Cuántos artículos se vendieron en enero?