Matemática I – comisión 2
Primer Parcial – 07/10/2013

Lógica

1. Verificar que la fórmula
$$(p \to q) \to (p \to (r \to q))$$
es una tautología, demostrando que es equivalente a **V**.

2. Mostrar la validez del siguiente razonamiento:
$$\begin{array}{l} P \to Q \\ \neg R \to (Q \to S) \\ R \to T \\ \neg T \wedge P \\ \hline Q \wedge S \end{array}$$

3. Demostrar la siguiente afirmación

   Si la suma de tres números es menor a 60, entonces al menos uno de ellos es menor a 20.

   usando el método (directo, contrarrecíproco o absurdo) que creas más conveniente.

4. Consideremos el universo formado por cinco tanguerías de Buenos Aires: Rapsodia, Salambo, TodoTango, Urquiza, Wilches, o sea $U = \{r, s, t, u, w\}$; los predicados:

$D(x, y)$	la tanguería x le ha prestado discos a la y
$M(x)$	la tanguería x tiene piso de madera
$J(x)$	la tanguería x abre los jueves
$P(x)$	la tanguería x está en Pompeya

   cuyas extensiones son:
$$p = \{(t, w), (t, s), (r, w), (r, u), (r, t), (u, s)\}$$
$$q = \{s, t, u\},\ r = \{s, u, w\},\ s = \{t, w\}$$
   y los enunciados

   a) En Pompeya no hay ninguna tanguería que tenga piso de madera y que, además, abra los jueves.

   b) Hay, al menos, una tanguería de Pompeya que le ha prestado discos a alguna tanguería con piso de madera que abre los jueves.

   c) Hay , al menos, una tanguería que le ha prestado discos a todas las tanguerías de Pompeya y también a todas las que tienen piso de madera.

   Se pide: formalizar los enunciados en lógica de primer orden usando los símbolos de predicado indicados, y analizar el valor de verdad de las fórmulas resultantes en el universo que se presenta **justificando cada valor hallado**.

Conjuntos

1. Encontrar una expresión equivalente a
$$(A \cap C) \cup (A \cap (B \cup \overline{C}))$$
lo más sencilla posible, mediante el uso de propiedades básicas.

2. De 40 boy scouts que fueron a un campamento, 14 se cayeron en el lago, 13 se indigestaron con hongos y 16 se perdieron en la excursion del domingo. Fueron 3 los que se indigestaron y se cayeron al lago, 5 los que se cayeron al lago y se perdieron, 8 los que se indigestaron y se perdieron. Los que tuvieron los tres percances fueron 2. Reponder a las siguientes preguntas y dar las expresiones correspondientes a los conjuntos de los cuales se pide el cardinal.

   a) ¿Cuántos no tuvieron ningún percance?

   b) ¿Cuantos solamente se cayeron al lago?

   c) ¿Cuántos tuvieron exactamente dos percances?

   d) ¿Cuántos de los que tuvieron exactamente 2 percances no se cayeron al lago?

3. Demostrar, a partir de las definiciones, que
$$\mathcal{P}(A \cap B) = \mathcal{P}(A) \cap \mathcal{P}(B)$$

Relaciones

1. Dado el conjunto $A = \{a, b, c\}$ y las relaciones en A definidas como sigue
$$R = \{(a,a),(a,b),(b,a)\} \qquad S = \{(b,b),(b,a)\}$$

   a) Decidir **justificando** si R es reflexiva, simétrica, transitiva, irreflexiva y/o antisimétrica.

   b) Decidir **justificando** si S es transitiva y/o antisimétrica.

   c) ¿Qué pares hay que agregar necesariamente a S para que sea reflexiva?

   d) ¿Qué pares hay que agregar necesariamente a S para que sea simétrica?

2. Respecto del diagrama de Hasse que se muestra a la derecha, se pide:

   a) Encontrar un subconjunto de 5 elementos que tenga máximo, dos subconjuntos distintos de 3 elementos que no tengan máximo pero sí supremo, dos subconjuntos distintos de 2 elementos que no tengan supremo.

   b) Dar todos los subconjuntos totalmente ordenados de 3 elementos.

   c) Agregar un elemento q y relacionarlo con el resto, de modo tal que en el diagrama modificado, el ínfimo de $\{e, f\}$ sea q, en lugar de n.