

Matemática I – comisión 2

Recuperatorio del Primer Parcial – 05/05/2014

Lógica

1. Verificar que las siguientes proposiciones son lógicamente equivalentes

$$(p \vee r) \wedge (q \vee \neg r) \qquad (p \vee r) \wedge (q \vee \neg r) \wedge (p \vee q)$$

sin usar tablas de verdad.

2. Mostrar la validez del siguiente razonamiento:

$$\begin{array}{c} P \rightarrow Q \\ (S \vee \neg Q) \wedge R \\ T \wedge \neg S \\ \hline \neg P \wedge R \wedge T \end{array}$$

3. Consideremos el universo formado por estas cinco ciudades: Río de Janeiro, Salvador, Toronto, Ushuaia, Washington, o sea $U = \{r, s, t, u, w\}$ y los predicados:

$V(x, y)$	de la ciudad x hay vuelos a la ciudad y
$M(x)$	la ciudad x tiene mas de un millón de habitantes
$N(x)$	la ciudad x está en el hemisferio norte
$B(x)$	la ciudad x está en Brasil

cuyas extensiones son:

$$V = \{(t, w), (t, r), (r, w), (r, s), (w, t), (w, r), (w, s)\}$$
$$M = \{s, t, r, w\}, N = \{t, w\}, B = \{r, s\}$$

y los enunciados

- Washington es una ciudad del hemisferio norte con más de un millón de habitantes que no está en Brasil
- Todas las ciudades a las que se puede volar desde Washington están en el hemisferio norte
- Hay al menos una ciudad desde la cual se puede volar a todas las ciudades de Brasil
- Hay al menos una ciudad a la que no se puede volar desde ninguna otra y desde la cual tampoco se puede volar a ninguna otra. Además esa ciudad ni está en el hemisferio norte ni tiene más de un millón de habitantes.

Se pide: formalizar los enunciados en lógica de primer orden usando los símbolos de predicado indicados, y analizar el valor de verdad de las fórmulas resultantes en el universo que se presenta **justificando cada valor hallado**.

Conjuntos

1. Encontrar una expresión equivalente a

$$(A - C) \cap (B - A)$$

lo más sencilla posible, y probar que ambos conjuntos son iguales mediante el uso de propiedades básicas.

2. En un grupo de 191 alumnos, 76 estudian Programación, 63 estudian Matemática y 65 estudian Inglés. Los que estudian Programación y Matemática son 18, los que estudian Inglés y Programación son 36, mientras que los que estudian Inglés y Matemática son 20. Los que estudian las tres materias son 10. Responder a las siguientes preguntas y dar las expresiones correspondientes a los conjuntos de los cuales se pide el cardinal.
 - a) ¿Cuántos alumnos no estudian ninguna de las 3 materias?
 - b) ¿Cuántos estudian Inglés y Matemática, pero no Programación?
 - c) ¿Cuántos estudian al menos dos materias?
 - d) ¿Cuántos de los que estudian exactamente 2 materias no estudian Inglés?

Relaciones

1. Dado el conjunto $A = \{a, b, c, d\}$ y las relaciones en A definidas como sigue

$$R = \{(a, a), (a, b), (a, c)\} \quad S = \{(a, b), (b, a)\}$$

- a) Decidir **justificando** si R es reflexiva, simétrica, transitiva, irreflexiva y/o antisimétrica.
 - b) Decidir **justificando** si S es transitiva y/o antisimétrica.
 - c) ¿Qué pares hay que agregar necesariamente a S para que sea reflexiva?
 - d) ¿Qué pares hay que agregar necesariamente a R para que sea simétrica?
2. Respecto del diagrama de Hasse que se muestra a la derecha, se pide:

- a) Dado el conjunto $\{m, n, a, b\}$, hallar, si existen, las cotas superiores e inferiores, máximo, mínimo, supremo e ínfimo.
- b) Encontrar un subconjunto de 5 elementos que tenga máximo, dos subconjuntos distintos de 3 elementos que no tengan máximo pero sí supremo.
- c) Dar todos los subconjuntos totalmente ordenados de 3 elementos.
- d) Agregar un elemento q y relacionarlo con el resto, de modo tal que en el diagrama modificado, el ínfimo de $\{g, f\}$ sea q , en lugar de n .

