

Trasferimento di massa in sistemi stellari binari

Candidato:
Dario Rossi

16 settembre 2021

Docente garante:
Pier Giorgio Prada Moroni

Lo sviluppo di un sistema stellare binario può risultare notevolmente diverso da quello di stella singola. L'obiettivo è, quindi, delineare le equazioni di evoluzione dei parametri caratteristici di una delle molteplici morfologie dei sistemi binari.

È necessario porsi in un sistema solidale alla rotazione, con origine nel centro di massa, supponendo orbite circolari e velocità angolare unica e costante. Una particella stazionaria in tale sistema è immersa in un potenziale gravitazionale effettivo dal quale possiamo ricavare i punti in cui la forza netta è nulla, detti *punti Lagrangiani*. Tra questi, il punto Lagrangiano interno L_1 si trova all'intersezione di una superficie equipotenziale che nel piano dell'orbita è a forma di "8" e i cui due lobi sono detti **lobi di Roche**. Questi costituiscono le regioni di spazio attorno alle stelle del sistema, all'interno delle quali il materiale orbitante è gravitazionalmente legato all'astro in esse contenuto.

Quando entrambe le stelle del sistema sono contenute in una superficie equipotenziale chiusa all'interno del proprio lobo di Roche, il sistema è detto *distaccato*; se entrambi i lobi sono riempiti il sistema è *a contatto*; se solo uno dei due è interamente riempito si ha un sistema *semi-distaccato*. In questo caso, se la stella (*donatrice*) supera in volume il lobo, la sua struttura superficiale è instabile e inizia a trasferire massa attraverso L_1 nel lobo dell'altra stella. Si analizza ora tale processo.

Considerando un trasferimento *conservativo* (massa e momento angolare totali costanti nel tempo), possiamo derivare rispetto al tempo l'espressione del momento angolare totale e ottenere una legge per la derivata temporale del semiasse maggiore (a) in funzione del rapporto di massa (q) e del tasso di trasferimento di massa (\dot{m}_d). Si osserva come la distanza a tra le stelle si riduca finché la donatrice ha massa superiore rispetto alla compagna, con un minimo quando si equivalgono. Sfruttando la terza legge di Keplero e derivando nel tempo si ottiene anche l'evoluzione del periodo di rotazione, il cui andamento è proporzionale a quello della variazione di a .

Derivando nel tempo l'espressione del raggio effettivo del lobo di Roche in funzione di q e di a , si nota come, alla perdita di massa, il lobo risponda restringendosi finché q è maggiore circa di 0.8. Ora osservando come evolve nel tempo anche il raggio della stella donatrice, si può determinare la stabilità del processo. Infatti, se dopo la perdita di massa la stella è ancora interamente contenuta all'interno del proprio lobo di Roche, può ancora evolvere secondo tempi scala nucleari.

Dunque, per la stabilità, le derivate logaritmiche rispetto alla massa del raggio della stella (R'_s) e del lobo di Roche (R'_L) devono essere rispettivamente una maggiore o uguale all'altra. Tale condizione si ricava anche dall'espressione di \dot{m}_d per un processo in cui i due raggi siano sempre a contatto, imponendo che la variazione temporale della massa della donatrice sia costantemente negativa. R'_L dipende da q e può essere calcolata numericamente; R'_s dipende invece dallo stadio evolutivo e dalla struttura interna. Fissata R'_s , la stabilità per la donatrice è mantenuta se la condizione sopra detta è verificata anche per i q inferiori all'iniziale.

Trasferimento di massa in sistemi stellari binari

Dario Rossi

Dipartimento di Fisica
Università di Pisa

Tesi di laurea, 16 settembre 2021

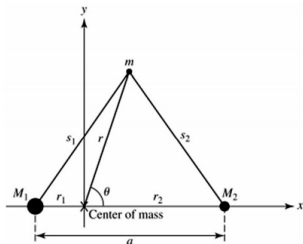
Docente garante:
Pier Giorgio Prada Moroni



UNIVERSITÀ DI PISA

Punti Lagrangiani e lobi di Roche

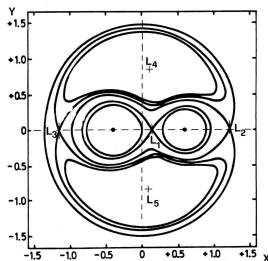
Sistema stellare binario, con M_1 e M_2 in rotazione a velocità angolare ω , orbite circolari. Sistema del centro di massa, solidale alla rotazione



m massa di prova, a semiasse maggiore, costante nel sistema scelto

Potenziale gravitazionale efficace per unità di massa, per un corpo stazionario m

$$\Phi = -G \left(\frac{M_1}{s_1} + \frac{M_2}{s_2} \right) - \frac{1}{2} \omega^2 r^2$$



Superfici equipotenziali nel piano dell'orbita ($\Phi = \text{costante}$)

Fonte: [Sahade, Wood, 1978](#)

L_i **punti Lagrangiani**: punti di equilibrio, forza netta nulla, $\vec{\nabla} \Phi = 0$.

L_1 è il *punto lagrangiano interno*: incrocio superficie a forma di "8"

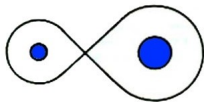
→ **Lobi di Roche**: regioni di spazio intorno alle stelle del sistema in cui il materiale è gravitazionalmente legato alla stella in esse contenuta



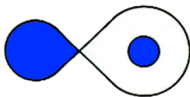
UNIVERSITÀ DI PISA

Morfologia delle binarie

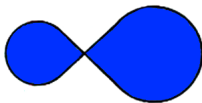
Stella *stabile in equilibrio idrostatico* \iff stella riempie una superficie equipotenziale chiusa.



Binarie distaccate

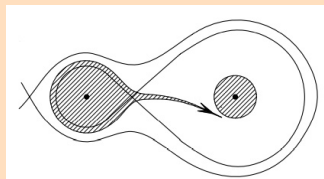


Binarie semidistaccate



Binarie a contatto

Trasferimento di massa



Robe-Loche overflow

Fonte: [Eggleton, 2006](#)

Un tipo di trasferimento di massa si ha col **RLOF**:

Esempio

$M_1 > M_2$ in **sequenza principale** \rightarrow M_1 supera il suo lobo di Roche per espansione di **Gigante Rossa** \rightarrow struttura instabile \rightarrow massa passa nel lobo di M_2 attraverso L_1

Trasferimento di massa conservativo

- Terza legge di Keplero

$$P^2 = \frac{4\pi^2}{G(M_1 + M_2)} a^3 = \frac{4\pi^2}{GM} a^3$$

con P periodo di rivoluzione.

- $\Rightarrow \omega = \frac{\sqrt{GM}}{a^{3/2}}$.
- Per orbite circolari (eccentricità nulla), momento angolare \forall stella $J_i = M_i r_i^2 \omega$, con r_i t.c. $r_i = a \left(\frac{\mu}{M_i} \right)$ e μ massa ridotta.
 \Rightarrow Momento angolare orbitale totale

$$J = J_1 + J_2 = \mu a^2 \omega = M_1 M_2 \sqrt{\frac{Ga}{M}}$$

\Downarrow

$$\frac{\dot{J}}{J} = \frac{\dot{a}}{2a} + \left(\frac{\dot{M}_1}{M_1} + \frac{\dot{M}_2}{M_2} \right) - \frac{\dot{M}}{2M}$$

- Condizioni di conservatività:

$$\begin{aligned} \dot{M}_1 &= -\dot{M}_2 \Rightarrow \dot{M} = 0 \\ \dot{J} &= 0 \end{aligned}$$

\Downarrow

- Chiamando m_d e m_a rispettivamente stella che cede e stella che guadagna massa, e $q = \frac{m_d}{m_a}$

$$\frac{\dot{a}}{a} = 2 \frac{\dot{m}_d}{m_d} (q - 1) \quad (1)$$

- Da Keplero si ricava inoltre

$$\frac{\dot{P}}{P} = \frac{3}{2} \frac{\dot{a}}{a} \quad (2)$$

$$P = P_0 \left(\frac{a}{a_0} \right)^{\frac{3}{2}} \quad (3)$$

Evoluzione del Lobo di Roche

- R_L : Raggio effettivo del Lobo di Roche
- Approssimazione di Eggleton:

$$\frac{R_L}{a} \simeq \frac{0.49q^{2/3}}{0.6q^{2/3} + \ln(1 + q^{1/3})}$$

per $0 < q < \infty$.

- Ulteriore approssimazione

$$\frac{R_L}{a} \simeq 0.462 \left(\frac{q}{1+q} \right)^{1/3}$$

- Derivando rispetto al tempo e usando conservazione di M ed eq.(1)

$$\frac{\dot{R}_L}{R_L} = \frac{\dot{m}_d}{m_d} \left(2q - \frac{5}{3} \right) = \frac{\dot{m}_d}{m_d} R'_L \quad (4)$$

- Valori calcolati numericamente di R_L/a e R'_L in funzione di q sono nella tabella seguente

q	R_L/a	$P_{\text{cr}}/\sqrt{\bar{\rho}}$	R'_L	q	R_L/a	$P_{\text{cr}}/\sqrt{\bar{\rho}}$	R'_L
∞	0.8149	0.157	∞	0	0	0.336	-1.67
50.0	0.6857	0.202	102	0.020	0.1259	0.363	-1.64
20.0	0.6308	0.226	40.3	0.050	0.1670	0.370	-1.58
10.0	0.5803	0.250	19.5	0.100	0.2054	0.375	-1.48
8.00	0.5626	0.259	15.3	0.125	0.2192	0.376	-1.43
6.25	0.5423	0.269	11.6	0.160	0.2353	0.377	-1.35
5.00	0.5233	0.279	8.99	0.200	0.2506	0.377	-1.27
4.00	0.5039	0.290	6.87	0.250	0.2667	0.376	-1.16
2.50	0.4621	0.312	3.68	0.400	0.3036	0.372	-0.839
2.00	0.4420	0.322	2.61	0.500	0.3207	0.368	-0.623
1.60	0.4218	0.332	1.75	0.625	0.3392	0.364	-0.353
1.25	0.3997	0.342	0.996	0.800	0.3604	0.357	+0.025
1.00	0.3799	0.350	0.457	1.000	0.3799	0.350	+0.457

Fonte: Eggleton, 2006

Stabilità del processo

Si ha quando, dopo aver perso massa, il Lobo di Roche contiene ancora interamente la stella: l'evoluzione procede secondo tempi scala nucleari $t_N \Rightarrow$ dipendenza dall'evoluzione del raggio stellare R_s

- **condizione di stabilità**

$$R'_s \geq R'_L \quad (5)$$

$$\text{con } R'_s = \frac{d \ln R_s}{d \ln m_d} \text{ e } R'_L = \frac{d \ln R_L}{d \ln m_d}$$

Tasso di trasferimento di massa: caso conservativo e stabile

- Considerando m_a come un punto materiale, si osserva evoluzione R_{s_d}

$$\Rightarrow \dot{R}_{s_d} = \frac{\partial R_{s_d}}{\partial t} + R_{s_d} \frac{\dot{m}_d}{m_d} R'_s$$

- Si suppone che dalla struttura interna e evoluzione si possa scrivere

$$\ln R_{s_d} = \ln R_0 + R'_s \ln \left(\frac{m_d}{m_0} \right) + \frac{t}{t_N}$$

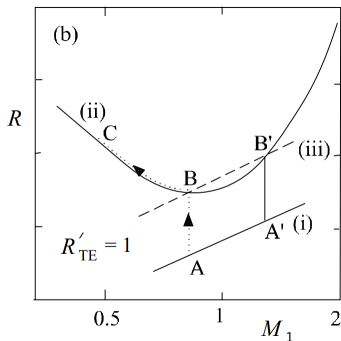
- Se il processo è stabile, finché m_d è in contatto col suo lobo di Roche

$$\Rightarrow \frac{\dot{R}_{s_d}}{R_{s_d}} = \frac{\dot{R}_L}{R_L}$$

↓

$$\frac{\dot{m}_d}{m_d} = \frac{1}{R'_L - R'_s} \times \frac{1}{t_N} \quad (6)$$

- Per $R'_s = 1$ (stelle ZAMS, zero age main sequence, con $0.1M_\odot \leq m_d \leq 1M_\odot$)

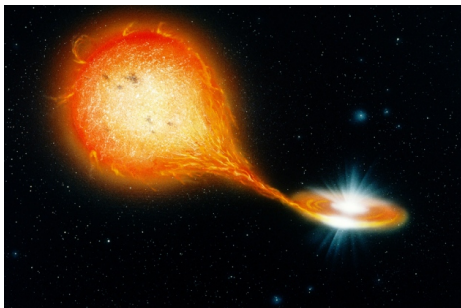


(i) Curva dei raggi ZAMS; (ii) relazione $R_L - m_d$ secondo la (4); (iii) raggi R_s al tempo $t = t_N \ln 2$, considerando stella che parte a $t = 0$ da A o A' su (i) con $R_0 = R_{L0}/2$ e con, rispettivamente, $q \sim 0.8$, $q \sim 1.5$.

Fonte: Eggleton, 2006



UNIVERSITÀ DI PISA



Raffigurazione artistica

Bibliografia



P. Eggleton

"Evolutionary processes in binary and multiple stars"

Cambridge University Press, 2006



A. R. Choudhuri

"Astrophysics for Physicists"

Cambridge University Press, 2010



G. E. Soberman, E. S. Phinney, E. P. J. van den Heuvel, 1997, *Astronomy and Astrophysics*, v.327, p.620-635



J. Sahade, F.B. Wood, 1978, Pergamon Press, *International Series in Natural Philosophy*, v. 95



UNIVERSITÀ DI PISA