

Prof. Dr. Nicole Megow  
Moritz Buchem, Alexander Lindermayr, Bart Zondervan

Wintersemester 2024/2025

## Algorithmentheorie

### Übungsblatt 4 (Abgabe am 09.12.2024, 23:59 Uhr)

#### Übung 4.1 (6 Punkte)

Gebt einen Algorithmus an, der für einen gegebenen ungerichteten Graphen  $G = (V, E)$  entscheidet, ob dieser bipartit ist. Die Laufzeit des Algorithmus soll linear in der Eingabegröße des Graphen ( $\mathcal{O}(|V| + |E|)$ ) sein. Zeigt, dass Euer Algorithmus korrekt ist und die gewünschte Laufzeit erzielt.

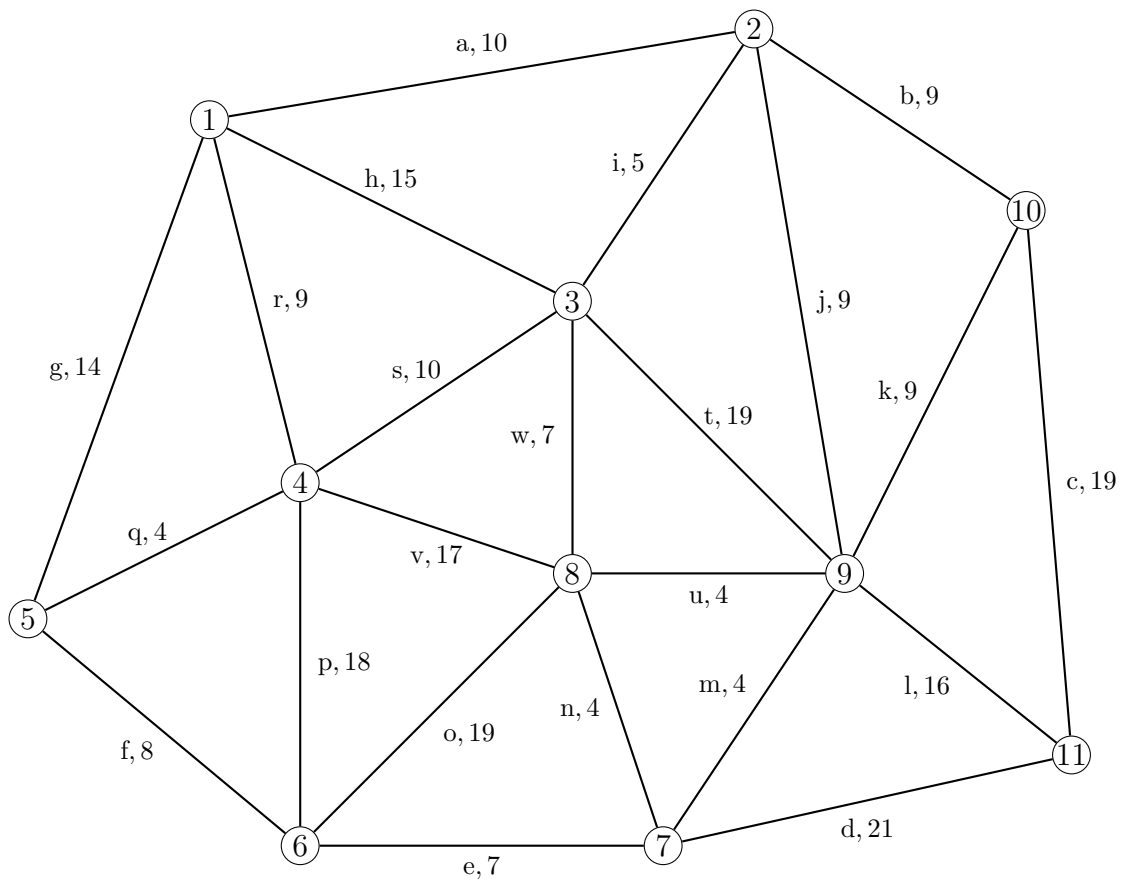
#### Übung 4.2 (7 Punkte)

Sei  $G = (V, E)$  ein ungerichteter Graph mit Kostenfunktion  $c: E \rightarrow \mathbb{R}$  mit  $c(e) \geq 0$  für alle  $e \in E$ . Seien  $T_1$  und  $T_2$  MSTs von  $G$  mit  $T_1 \neq T_2$ . Zeigt, dass es für jede Kante  $e_1 \in T_1 \setminus T_2$  eine Kante  $e_2 \in T_2 \setminus T_1$  gibt, so dass  $T_3 = (T_1 \setminus \{e_1\}) \cup \{e_2\}$  ein MST von  $G$  ist.

#### Übung 4.3 (6 Punkte)

Führt die Algorithmen von Kruskal und Prim (mit Startknoten  $s = 1$ ) für den unten stehenden Graphen durch. Aus eurer Lösung sollte insbesondere hervorgehen in welcher Reihenfolge die Kanten zum hier entstehenden minimalen aufspannenden Baum hinzugefügt werden.

*Beispiel Notation:* Die Kante  $a$  verbindet die Knoten 1 und 2, und hat das Gewicht 10.



- 
- **Zulassung zur Klausur:** Erreichen von *mindestens 50% der möglichen Gesamtpunktzahl*.
  - **Notenbonus:** Es ist möglich, einen Notenbonus in Höhe von einem Notenschritt zu erwerben (d.h. 4.0 wird zu 3.7, oder 3.7 wird zu 3.3, usw.) Die Noten 1.0, 5.0 und 6.0 können nicht verbessert werden. Der erworbene Notenbonus gilt nur für Prüfungen im Wintersemester 2024/25 (Hauptklausur und Nachklausur). Der Notenbonus wird erworben, indem mindestens 75% der in den Übungsaufgaben erreichbaren Punkte erzielt werden. Offensichtliche Täuschungen führen zum Ausschluss vom Notenbonus.
  - **Abgabe:** Die Lösung muss digital (als PDF) im Reiter „DoIT!“ in StudIP für eure Abgabegruppe (z.B. Übungsgruppe 41) hochgeladen werden. Die Abgabefrist ist der 09.12.2024, 23:59 Uhr. Die PDF muss nach Übungsgruppe und Übungsblatt benannt werden (Beispiel “77-3.pdf” für Übungsgruppe 77 und Übungsblatt 3).