

# 物理实验报告

陈建烨 12411913 2025.3.4 P4123

## 一. 实验名称：单摆测量重力加速度

## 二. 实验目的

- 利用单摆的原理测量重力加速度 $g$ 。
- 进行设计性实验的尝试与训练。
- 学习数据处理与误差分析的方法，并学会使用适当的器材减小误差。

## 三. 实验原理

由单摆的周期公式

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

可以推出

$$g = \frac{4\pi^2 l}{T^2} = \frac{4\pi^2 l}{(t/N)^2} = \frac{4\pi^2 l N^2}{t^2} = \frac{4\pi^2 N^2 (l_0 + \frac{D}{2})}{t^2}$$

其中 $l_0$ 为摆线长， $D$ 为摆锤的直径， $l$ 为摆长 ( $l = l_0 + \frac{D}{2}$ )， $t$ 为测量时间， $N$ 为周期数

所以可以通过测量摆线长，球的直径，摆动 $N$ 次的时间来计算重力加速度 $g$ 。

通过网上资料可以得知当地的重力加速度 $g_0$ 。

由此实验误差可以通过 $Error = \frac{|g-g_0|}{g_0} * 100\% = \frac{\Delta g}{g_0} * 100\%$ 来计算。要求不确定度小于1%。

$$Error = \frac{\Delta g}{g_0} \leq 1\% \Rightarrow \begin{cases} \frac{\Delta l}{l} \leq 0.5\% \\ \frac{\Delta t}{t} = \frac{\Delta t}{NT} \leq 0.25\% \end{cases}$$

钢卷尺的最小刻度为 $1mm$ ，游标卡尺的最小刻度为 $0.01mm$ ，秒表的最小刻度为 $0.01s$ ，人的反应时间约为 $0.2s$ ，所以 $\Delta l \approx 1mm$ ， $\Delta t \approx 0.2s$ 。

所以我们可以选择摆线长 $l \geq 0.2m$ ,  
周期数 $N \geq 4T$ 。  
经过误差分析，我们选择 $l \approx 1m$ ,  $N = 50$ 。

## 四.实验仪器

1.细线 2.小球 3.秒表 4.游标卡尺 5.钢卷尺 6.铁架台

## 五.实验内容

- 1.用游标卡尺测量小球的直径 $D$ 。(多次测量取平均值)
- 2.用细线穿过铁球，并绑在铁架台上，测量绑定位置到小球上端的距离 $l_0$ 。(多次测量取平均值)
- 3.将秒表复位，拉动小球到一定高度（角度 $\theta < 5^\circ$ ），放开小球，当小球经过摆动的最下端开始计时，测量摆动 $N$ 次的时间 $t$ 。(多次测量取平均值)
- 4.记录数据，计算出 $g$ 。
- 5.比较当地重力加速度 $g_0$ ，计算误差，得出结论。

## 六.实验数据

摆线长度测量5次，摆球直径测量5次结果如下：

	1	2	3	4	5
小球直径 $D$ （ $mm$ ）	20.00	20.02	20.02	20.02	20.02
摆线长度 $l_0$ （ $cm$ ）	72.02	71.91	71.98	71.95	71.97

每次测量 $N = 50$ 次周期，总时间测量5次，结果如下：

	1	2	3	4	5
摆动时间 $t$ （ $s$ ）	85.75	85.66	85.72	85.79	85.69

## 七.数据处理

计算平均值

$$\begin{aligned}\bar{l}_0 &= \frac{l_{0,1}+l_{0,2}+l_{0,3}+l_{0,4}+l_{0,5}}{5} = 71.97cm \\ \bar{D} &= \frac{D_1+D_2+\bar{D}_3+D_4+D_5}{5} = 20.02mm \\ \bar{t} &= \frac{t_1+t_2+t_3+t_4+t_5}{5} = 85.72s \\ g &= \frac{4\pi^2 N^2 (\bar{l}_0 + \frac{\bar{D}}{2})}{\bar{t}^2} = 9.80m/s^2.\end{aligned}$$

## 计算误差

$$Error = \frac{\Delta g}{g_0} * 100\% = 0.14\%.$$

$$t_{0.95} = 2.78, k_{0.95, \text{三角分布}} = 1.90, k_{0.95, \text{正态分布}} = 1.95, C = \sqrt{6}$$

## A类不确定度

$$U_{a,l_0} = \sqrt{\frac{\sum(l_{0,i} - \bar{l})^2}{n * (n-1)}} * t_{0.95} = 5.02 \times 10^{-2} cm$$

$$U_{a,D} = \sqrt{\frac{\sum(D_i - \bar{D})^2}{n * (n-1)}} * t_{0.95} = 1.11 \times 10^{-2} mm$$

$$U_{a,t} = \sqrt{\frac{\sum(t_i - \bar{t})^2}{n * (n-1)}} * t_{0.95} = 6.30 \times 10^{-2} s.$$

## B类不确定度

$$U_{b,l_0} = \frac{\sqrt{\Delta_{\text{人}}^2 + \Delta_{\text{钢尺}}^2}}{C} * k_{0.95, \text{三角分布}} = \frac{\sqrt{0.05 cm^2 + 0.10 cm^2}}{\sqrt{6}} * 1.90 = 8.67 \times 10^{-2} cm$$

$$U_{b,D} = \frac{\sqrt{\Delta_{\text{人}}^2 + \Delta_{\text{游标卡尺}}^2}}{C} * k_{0.95, \text{三角分布}} = \frac{\sqrt{0.005 cm^2 + 0.01 cm^2}}{\sqrt{6}} * 1.90 = 8.67 \times 10^{-3} cm$$

$$U_{b,t} = \frac{\sqrt{\Delta_{\text{人}}^2 + \Delta_{\text{秒表}}^2}}{C} * k_{0.95, \text{正态分布}} = \frac{\sqrt{0.2 s^2 + 0.01 s^2}}{\sqrt{6}} * 1.95 = 0.159 s$$

## 合成不确定度

$$U_{l_0} = \sqrt{U_{a,l_0}^2 + U_{b,l_0}^2} = \sqrt{(5.02 \times 10^{-2} cm)^2 + (8.67 \times 10^{-2} cm)^2} = 0.100 cm$$

$$U_D = \sqrt{U_{a,D}^2 + U_{b,D}^2} = \sqrt{(1.11 \times 10^{-2} mm)^2 + (8.67 \times 10^{-3} cm)^2} = 8.74 \times 10^{-3} cm$$

$$U_t = \sqrt{U_{a,t}^2 + U_{b,t}^2} = \sqrt{(6.30 \times 10^{-2} s)^2 + (0.159 s)^2} = 0.171 s$$

## 传递不确定度

$$l = l_0 + \frac{D}{2} \Rightarrow U_l = \sqrt{U_{l_0}^2 + (\frac{U_D}{2})^2} = 0.100 cm$$

$$\frac{U_g}{g} = \sqrt{(\frac{U_l}{l})^2 + (\frac{2U_t}{t})^2} \Rightarrow U_g = 0.0414$$

## 八.误差分析

1. 测量读数存在误差
2. 人对于摆球到达位置的判断, 以及反应判断存在误差
3. 摆动过程中空气阻力和连接端的摩擦力的影响
4. 摆线的弹性变形, 以及其质量
5. 摆角带来的高次项, 计算公式本身的近似

## 九.实验结论

测得重力加速度 $g = 9.80 \pm 0.0414$ , 与当地重力加速度 $g_0 = 9.7887m/s^2$ 相差 $Error = 0.14\%$ , 误差在允许范围内。