ETH zürich
Departement Informatik

Theoretische Informatik

Prof. Dr. Juraj Hromkovič
`http://www.ita.inf.ethz.ch/theoInf16`

Sessionsprüfung

Zürich, 3. Februar 2017

Aufgabe 1

(a) Konstruieren Sie einen deterministischen endlichen Automaten (in graphischer Darstellung), der die Sprache

$$L = \{w \in \{0,1\}^* \mid w \text{ enthält genau einmal das Teilwort } 100\}$$

akzeptiert.

(b) Geben Sie die Zustandsklasse $\mathrm{Kl}[q]$ für jeden Zustand q Ihres in Aufgabenteil (a) konstruierten Automaten an.

5+5 Punkte

Aufgabe 2

(a) Zeigen Sie mit einer der drei in der Vorlesung vorgestellten Methoden (Lemma 3.3, Pumping-Lemma oder Kolmogorov-Komplexität), dass die Sprache

$$L_1 = \{0^n 1^m \mid m, n \in \mathbb{N}, m \neq n^2\}$$

nicht regulär ist.

(b) Zeigen Sie, dass jeder deterministische endliche Automat, der die Sprache

$$L_2 = \{w \in \{a,b\}^* \mid |w|_a \text{ ist gerade oder } w \text{ endet mit } bbb\}$$

akzeptiert, mindestens 5 Zustände hat.

5+5 Punkte

(bitte wenden)

Aufgabe 3

(a) Entwerfen Sie eine kontextfreie Grammatik, die die Sprache

$$L_1 = \{uvu^{\mathsf{R}} \mid u, v \in \{a,b\}^* \text{ und } (|u|_a - |u|_b) \bmod 3 = 2\}$$

erzeugt und beschreiben Sie informell die Idee Ihrer Konstruktion.

(b) Formulieren Sie das Pumping-Lemma für kontextfreie Sprachen.

(c) Verwenden Sie das Pumping-Lemma für kontextfreie Sprachen, um zu zeigen, dass die Sprache

$$L_2 = \{sct \in \{a,b,c\}^* \mid s, t \in \{a,b\}^* \text{ und } s \text{ ist Suffix von } t\}$$

nicht kontextfrei ist.

4+2+4 Punkte

Aufgabe 4

(a) Sei $w_n = 0^{2^{2^{3n}}} \in \{0\}^*$ für alle $n \in \mathbb{N} - \{0\}$. Geben Sie eine möglichst gute obere Schranke für die Kolmogorov-Komplexität von w_n an, gemessen in der Länge von w_n, und begründen Sie die Korrektheit Ihrer Schranke.

(b) Sei $f\colon \{0,1\}^* \to \{0,1\}^*$ eine beliebige injektive Funktion zur Kodierung von Binärwörtern. Sei $n \in \mathbb{N}$ beliebig. Zeigen Sie, dass für mindestens die Hälfte aller Wörter $w \in \{0,1\}^*$ mit $|w| \leq n$ gilt, dass $|f(w)| \geq |w|$.

4+6 Punkte

Aufgabe 5

Wir betrachten die Sprache

$$L_{\cap\text{nonempty}} = \{\text{Kod}(M')\#\text{Kod}(M'') \mid L(M') \cap L(M'') \neq \emptyset\}\,.$$

(a) Zeigen Sie, dass $L_{\cap\text{nonempty}} \leq_{\text{R}} L_{\text{U}}$ gilt, indem Sie eine konkrete Reduktion angeben und die Korrektheit Ihrer Reduktion begründen.

(b) Zeigen Sie, dass $L_{\text{U}} \leq_{\text{EE}} L_{\cap\text{nonempty}}$ gilt.

4+6 Punkte

Aufgabe 6

Sei $s\colon \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ eine platzkonstruierbare Funktion mit $s(n) \geq \log_2(n)$ für alle $n \in \mathbb{N}$. Beweisen Sie, dass $\text{NTIME}(s(n)) \subseteq \text{SPACE}(s(n))$ gilt. **10 Punkte**