Eidgenössische Technische Hochschule Zürich Swiss Federal Institute of Technology Zurich

Departement Informatik

Theoretische Informatik

Prof. Dr. Juraj Hromkovič Prof. Dr. Emo Welzl

Sessionsprüfung

Zürich, 26. Januar 2010

Aufgabe 1

(a) Entwerfen Sie einen (deterministischen) EA für die Sprache

$$L = \{x1y \mid x, y \in \{0, 1\}^* \text{ und } |y| = 2\}.$$

(b) Zeigen Sie, dass jeder (deterministische) EA, der die Sprache L aus Aufgabenteil (a) akzeptiert, mindestens 8 Zustände hat.

5+5 Punkte

Aufgabe 2

- (a) Formulieren Sie das Pumping-Lemma für reguläre Sprachen.
- (b) Zeigen Sie mit Hilfe des Pumping-Lemmas, dass die Sprache $L=\{a^{n^3}\mid n\in\mathbb{N}\}$ nicht regulär ist.

3+7 Punkte

Aufgabe 3

Verwenden Sie den CYK-Algorithmus, um festzustellen, ob das Wort w = abaa in der Sprache der Grammatik $G = (\{a,b\}, \{S,A,B,C\}, P,S)$ liegt, wobei

$$\begin{array}{ll} P &=& \{S \rightarrow AA, S \rightarrow BB, S \rightarrow AB, S \rightarrow BS, \\ & A \rightarrow AC, A \rightarrow CB, A \rightarrow AB, A \rightarrow a, \\ & B \rightarrow BC, B \rightarrow CA, B \rightarrow BB, B \rightarrow b, \\ & C \rightarrow SA, C \rightarrow SB, C \rightarrow a, C \rightarrow b\}. \end{array}$$

Geben Sie hierbei die vollständige Tabelle der Zwischenergebnisse an.

10 Punkte

(bitte wenden)

Aufgabe 4

Sei L eine rekursive Sprache über dem Alphabet $\{0,1\}$, so dass für alle $n \in \mathbb{N}$ gilt, dass

$$|L \cap \{0,1\}^n| \le 1.$$

Zeigen Sie, dass es dann eine Konstante c gibt, so dass für alle $n \in \mathbb{N}$ gilt, dass

$$K(w_n) \le \log_2(|w_n|) + c,$$

wobei w_n das n-te Wort aus L in kanonischer Reihenfolge sei.

10 Punkte

Aufgabe 5

- (a) Zeigen Sie, dass $(L_{\text{empty}})^{\complement}$ rekursiv aufzählbar ist.
- (b) Zeigen Sie $L_H \leq_R L_{\text{empty}}$.

3+7 Punkte

Aufgabe 6

Zeigen Sie, dass SAT \leq_p CLIQUE gilt.

10 Punkte