ETH zürich
Departement Informatik

**Theoretische Informatik**

Prof. Dr. Juraj Hromkovič
Prof. Dr. Emo Welzl
`http://www.ita.inf.ethz.ch/theoInf15`

# Sessionsprüfung

Zürich, 25. Januar 2016

## Aufgabe 1

(a) Konstruieren Sie einen deterministischen endlichen Automaten (in graphischer Darstellung), der die Sprache

$$L = \{wy \in \{0,1\}^* \mid y \in \{00, 10, 11\}\}$$

akzeptiert.

(b) Geben Sie die Zustandsklasse $\mathrm{Kl}(q)$ für jeden Zustand $q$ Ihres in Aufgabenteil (a) konstruierten Automaten an.

(c) **Bonusaufgabe:** Bestimmen Sie die Anzahl $k$ der Zustände eines minimalen EA für $L$ und zeigen Sie, dass jeder EA, der $L$ akzeptiert, mindestens $k$ Zustände haben muss.

**6+4 Punkte + 5 Bonus-Punkte**

## Aufgabe 2

Zeigen Sie, dass die folgenden Sprachen nicht regulär sind.

(a) $L_1 = \{0^n 1^m \mid m, n \in \mathbb{N} \text{ und } m > 2n\}$,

(b) $L_2 = \{0^n \mid n \text{ ist keine Quadratzahl}\}$.

In der Vorlesung haben wir drei Methoden zum Beweis der Nichtregularität kennengelernt:

(i) Mit Hilfe eines angenommenen endlichen Automaten (Verwendung von Lemma 3.3 aus dem Buch oder direkt über den Automaten),

(ii) mit Hilfe des Pumping-Lemmas oder

(iii) mit der Methode der Kolmogorov-Komplexität.

Für diese Aufgabe dürfen Sie beliebige Beweistechniken verwenden, jedoch *nicht* dieselbe der drei genannten Methoden für beide Aufgabenteile.

Bitte beachten Sie, dass bei Lösungen, die dieselbe Methode für beide Teilaufgaben verwenden, nur Teilaufgabe (a) bewertet wird. **5+5 Punkte**

(bitte wenden)

## Aufgabe 3

(a) Entwerfen Sie eine kontextfreie Grammatik, die die Sprache

$$L_1 = \{a^n w (ba)^n \mid n \in \mathbb{N}, w \in \{a, b\}^* \text{ und } |w|_a \text{ ist ungerade}\}$$

erzeugt und beschreiben Sie informell die Idee Ihrer Konstruktion.

(b) Verwenden Sie das Pumping-Lemma für kontextfreie Sprachen, um zu zeigen, dass die Sprache

$$L_2 = \{a^l b^m c^n \mid l, m, n \in \mathbb{N} \text{ und } n \leq \min\{l, m\}\}$$

nicht kontextfrei ist.

**4+6 Punkte**

## Aufgabe 4

(a) Geben Sie eine steigende unendliche Folge natürlicher Zahlen an, so dass bei der Faktorisierung aller dieser Zahlen insgesamt nur endlich viele Primfaktoren vorkommen.

(b) Sei $n_1, n_2, n_3, \ldots$ eine steigende unendliche Folge natürlicher Zahlen mit Kolmogorov-Komplexität $K(n_i) \geq \left\lceil \sqrt{\log_2 n_i} \right\rceil$ für alle $i \geq 1$.

Zeigen Sie, dass bei der Faktorisierung aller Zahlen $n_i$ insgesamt unendlich viele Primfaktoren vorkommen.

**1+9 Punkte**

## Aufgabe 5

(a) Geben Sie eine formale Definition der Sprachen $L_{\text{diag}}$ und $(L_{\text{empty}})^{\complement}$ an.

(b) Zeigen Sie, dass $L_{\text{diag}} \leq_{\text{R}} (L_{\text{empty}})^{\complement}$ gilt, indem Sie eine konkrete Reduktion angeben.

**2+8 Punkte**

## Aufgabe 6

Sei 5SAT die Menge aller KNF-Formeln mit höchstens 5 (paarweise verschiedenen) Literalen pro Klausel, die eine erfüllende Belegung haben. Zeigen Sie, dass 5SAT $\leq_p$ E3SAT gilt, indem Sie eine konkrete Polynomzeit-Reduktion angeben und ihre Korrektheit zeigen.

**10 Punkte**