ETH
Eidgenössische Technische Hochschule Zürich
Swiss Federal Institute of Technology Zurich
Departement Informatik

Theoretische Informatik

Prof. Dr. Juraj Hromkovič

Sessionsprüfung

Zürich, 8. August 2012

Aufgabe 1

(a) Konstruieren Sie einen (deterministischen) endlichen Automaten, der die Sprache

$$L = \{w \in \{0,1\}^* \mid |w|_1 \geq 2 \text{ und } w \text{ enthält das Teilwort } 00\}$$

akzeptiert.

(b) Geben Sie für jeden Zustand q Ihres Automaten die Klasse $\mathrm{Kl}[q]$ an.

6+4 Punkte

Aufgabe 2

Zeigen Sie, dass die folgenden Sprachen nicht regulär sind.

(a) $L_1 = \{w \in \{0,1\}^* \mid w = w^R\}$,

(b) $L_2 = \{0^n \mid n \in \mathbb{N} \text{ ist eine Primzahl}\}$.

Hierfür dürfen Sie sich jeweils eine der folgenden drei Beweismethoden aussuchen, jedoch *nicht* dieselbe für beide Aufgabenteile.

(i) Mit Hilfe eines angenommenen endlichen Automaten (Verwendung von Lemma 3.3 aus dem Buch oder direkt über den Automaten),

(ii) mit Hilfe des Pumping-Lemmas, oder

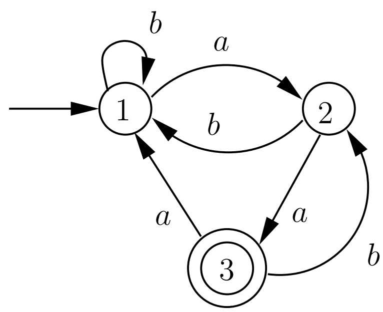
(iii) mit der Methode der Kolmogorov-Komplexität.

Bitte beachten Sie, dass bei Lösungen, die dieselbe Methode für beide Teilaufgaben verwenden, nur Teilaufgabe (a) bewertet wird. **5+5 Punkte**

(bitte wenden)

Aufgabe 3

Verwenden Sie eines der im Selbststudium erlernten Verfahren, um den folgenden endlichen Automaten in einen äquivalenten regulären Ausdruck umzuwandeln:



10 Punkte

Aufgabe 4

Wir betrachten die Sprachen

$$\begin{aligned} L_1 =& \{\mathrm{Kod}(M) \mid M \text{ ist eine TM, die auf } \lambda \text{ hält}\}, \\ L_2 =& \{\mathrm{Kod}(M) \mid M \text{ ist eine TM, die 0011 akzeptiert}\}. \end{aligned}$$

Zeigen Sie, dass $L_1 \leq_R L_2$ gilt. **10 Punkte**

Aufgabe 5

Sei $n \in \mathbb{N}$, $n \geq 1$. Zeigen Sie, dass mindestens die Hälfte aller nichtleeren Wörter x der Länge $\leq n$ nicht komprimierbar ist, also für diese $K(x) \geq |x|$ gilt. **10 Punkte**

Aufgabe 6

(a) Zeigen Sie, dass SAT $\leq_p$ 3-SAT gilt, indem Sie explizit eine Polynomzeitreduktion angeben und deren Korrektheit nachweisen.

(b) Wenden Sie Ihre Konstruktion aus Aufgabenteil (a) auf die folgende Formel an:

$$(x_1 \vee \overline{x_2} \vee x_5 \vee x_7 \vee \overline{x_8}) \wedge (x_2) \wedge (\overline{x_1} \vee \overline{x_3} \vee x_5 \vee x_6 \vee \overline{x_7} \vee x_8)$$

7+3 Punkte