ETH
Eidgenössische Technische Hochschule Zürich
Swiss Federal Institute of Technology Zurich
Departement Informatik

**Theoretische Informatik**

Prof. Dr. Juraj Hromkovič

# Sessionsprüfung

Zürich, 25. Januar 2012

## Aufgabe 1

(a) Konstruieren Sie einen (deterministischen) endlichen Automaten, der die Sprache

$$L_1 = \{w \in \{0,1\}^* \mid |w|_0 \text{ ist gerade und das vorletzte Zeichen ist } 1\}$$

akzeptiert.

(b) Geben Sie für vier Zustände $q$ Ihres Automaten die Klasse $\mathrm{Kl}[q]$ an.

**6+4 Punkte**

## Aufgabe 2

Zeigen Sie, dass die folgenden Sprachen nicht regulär sind.

(a) $L_1 = \{0^{2 \cdot i^2 - 5} \mid i \in \mathbb{N}\}$,

(b) $L_2 = \{1^i 0^j 1^k \mid i, j, k \in \mathbb{N} \text{ und } i < j < k\}$.

Hierfür dürfen Sie sich jeweils eine der folgenden drei Beweismethoden aussuchen, jedoch *nicht* dieselbe für beide Aufgabenteile.

(i) Mit Hilfe eines angenommenen endlichen Automaten (Verwendung von Lemma 3.3 aus dem Buch oder direkt über den Automaten),

(ii) mit Hilfe des Pumping-Lemmas, oder

(iii) mit der Methode der Kolmogorov-Komplexität.

Bitte beachten Sie, dass bei Lösungen, die dieselbe Methode für beide Teilaufgaben verwenden, nur Teilaufgabe (a) bewertet wird. **5+5 Punkte**

(bitte wenden)

## Aufgabe 3

Verwenden Sie das Pumping-Lemma für kontextfreie Sprachen, um zu zeigen, dass die Sprache

$$L = \{wcw \mid w \in \{a,b\}^*\}$$

nicht kontextfrei ist. **10 Punkte**

## Aufgabe 4

Wir betrachten die Sprache

$$L_{\text{all}} = \{\text{Kod}(M) \mid M \text{ ist eine TM mit } L(M) = \{0,1\}^*\}.$$

Geben Sie eine Reduktion von einer der Sprachen $L_{\text{H}}$, $L_{\text{diag}}$, $L_{\text{U}}$ oder $L_{\text{empty}}$ an, um zu zeigen, dass $L_{\text{all}} \notin \mathcal{L}_{\text{R}}$ gilt. **10 Punkte**

## Aufgabe 5

Zeigen Sie, dass das Problem, für jedes $x \in \{0,1\}^*$ die Kolmogorov-Komplexität $K(x)$ zu berechnen, algorithmisch unlösbar ist. **10 Punkte**

## Aufgabe 6

Zeigen Sie, dass 3-SAT $\leq_p$ VC gilt, indem Sie explizit eine Polynomzeitreduktion angeben und deren Korrektheit nachweisen. **10 Punkte**