ETH zürich
Departement Informatik

Theoretische Informatik

Prof. Dr. Juraj Hromkovič
Dr. Hans-Joachim Böckenhauer

Sessionsprüfung

Zürich, 10. August 2021

NAME: .... VORNAME: ....

LEGINUMMER: ....

Lesen Sie die folgenden Hinweise aufmerksam durch, bevor Sie fortfahren.

- Es sind keine Hilfsmittel erlaubt ausser einem dokumentenechten Stift in blauer oder schwarzer Farbe.
- Versehen Sie jedes Blatt oben mit Ihrem vollständigen Namen.
- Die Prüfung besteht aus diesem Deckblatt und 11 nummerierten Seiten mit 6 Aufgaben sowie drei Extraseiten, das Sie verwenden können, wenn der Platz auf den Aufgabenblättern nicht ausreicht. Weitere Extrablätter können jederzeit während der Prüfung angefordert werden.
- Falls Sie die Extraseiten verwenden, verweisen Sie auf dem entsprechenden Aufgabenblatt deutlich darauf und geben Sie auf den Extraseiten klar an, welche Aufgabe Sie hier bearbeiten.
- Sie haben 180 Minuten zur Bearbeitung der Aufgaben.
- Unterschreiben Sie die folgende Eigenständigkeitserklärung:

  Ich versichere, die Prüfung selbstständig bearbeitet zu haben und dass mir bekannt ist, dass bei einem Täuschungsversuch die Klausur als "nicht bestanden" bewertet werden wird.

....
(Unterschrift)

Aufgabe	1(a)	1(b)	1(c)	2(a)	2(b)	3(a)	3(b)	4	5(a)	5(b)	5(c)	6
Punkte	4	4	4	5	5	5	5	8	4	2	4	10
erreicht												

Punkte: ......   Note: ......

Name:

Aufgabe 1

4 + 4 + 4 Punkte

(a) Konstruieren Sie einen deterministischen endlichen Automaten in graphischer Darstellung, der die Sprache

$$L = \{w \in \{a, b\}^* \mid w \text{ enthält das Teilwort } aba \text{ oder } |w|_a \text{ ist ungerade}\}$$

akzeptiert.

Aufgabe 1

4 + 4 + 4 Punkte

(b) Geben Sie für jeden Zustand q Ihres in Aufgabenteil (a) konstruierten Automaten die Klasse $\mathrm{Kl}[q]$ an.

Aufgabe 1

4 + 4 + 4 Punkte

(c) Zeigen Sie, dass jeder deterministische endliche Automat, der die Sprache

$$L = \{w \in \{a,b\}^* \mid w \text{ enthält } aba \text{ als Teilwort oder } |w|_a \text{ ist ungerade}\}$$

aus Aufgabenteil (a) akzeptiert, mindestens 7 Zustände hat.

Aufgabe 2 **5 + 5 Punkte**

(a) Konstruieren Sie einen nichtdeterministischen endlichen Automaten mit höchstens 9 Zuständen in graphischer Darstellung, der die Sprache

$$L = \{w \in \{a,b\}^* \mid w \text{ beginnt mit } aa \text{ oder } w \text{ endet mit } ab \text{ oder } |w| = 2 \bmod 3\}$$

akzeptiert und begründen Sie kurz die Korrektheit Ihres Automaten.

Aufgabe 2

5 + 5 Punkte

(b) Konstruieren Sie eine reguläre Grammatik für die Sprache

$$L = \{w \in \{a,b\}^* \mid w \text{ beginnt mit } aa \text{ oder } w \text{ endet mit } ab \text{ oder } |w| = 2 \bmod 3\}$$

aus Aufgabenteil (a) und begründen Sie kurz die Korrektheit Ihres Entwurfs.

Aufgabe 3

5 + 5 Punkte

Wir betrachten die Sprache

$$L = \{0^i 1^j 0^l \mid i, j, l \in \mathbb{N} \text{ und } l \geq i + j\}$$

(a) Verwenden Sie die Methode der Kolmogorov-Komplexität, um zu zeigen, dass L nicht regulär ist.

Aufgabe 3

5 + 5 Punkte

(b) Verwenden Sie eine der anderen in der Vorlesung vorgestellten Methoden, um zu zeigen, dass die Sprache

$$L = \{0^i 1^j 0^l \mid i, j, l \in \mathbb{N} \text{ und } l \geq i + j\}$$

aus Aufgabenteil (a) nicht regulär ist.

Aufgabe 4

8 Punkte

Zeigen Sie, dass $(L_{\text{empty}})^{\complement} \leq_{\text{EE}} (L_{\text{diag}})^{\complement}$ gilt.

Hinweis: Es gilt $L_{\text{empty}} = \{\text{Kod}(M) \mid L(M) = \emptyset\}$ und L_{diag} ist die aus der Vorlesung bekannte Diagonalsprache.

Aufgabe 5

4 + 2 + 4 Punkte

(a) Beschreiben Sie eine Polynomzeitreduktion zum Beweis von 5SAT $\leq_p$ 3SAT.

(b) Wenden Sie Ihre Reduktion aus Aufgabenteil (a) auf die folgende 5SAT-Formel an:

$$\Phi = (x_1 \vee \overline{x_2} \vee x_3 \vee \overline{x_4} \vee x_5) \wedge (x_2 \vee x_3 \vee \overline{x_5} \vee x_6) \wedge (\overline{x_1} \vee \overline{x_6}) \wedge (x_2 \vee \overline{x_3} \vee \overline{x_4} \vee x_5 \vee \overline{x_6})\,.$$

(c) Beweisen Sie die Korrektheit Ihrer Reduktion aus Aufgabenteil (a).

Aufgabe 5

4 + 2 + 4 Punkte

Zusätzlicher Platz für die Lösung

Aufgabe 6 **10 Punkte**

Verwenden Sie das Pumping-Lemma für kontextfreie Sprachen, um zu zeigen, dass die Sprache

$$L = \{A^i \mathrm{Bin}(i) \in \{A, 0, 1\}^* \mid i \in \mathbb{N}\}$$

nicht kontextfrei ist, wobei $\mathrm{Bin}(i)$ die binäre Darstellung der Zahl i bezeichnet, wie sie in der Vorlesung definiert wurde.

Weiterer Raum für Lösungen

Bitte Aufgabennummer angeben und von der entsprechenden Aufgabe hierher verweisen.

Weiterer Raum für Lösungen

Bitte Aufgabennummer angeben und von der entsprechenden Aufgabe hierher verweisen.

Weiterer Raum für Lösungen

Bitte Aufgabennummer angeben und von der entsprechenden Aufgabe hierher verweisen.