

Sessionsprüfung

Zürich, 6. Februar 2020

Aufgabe 1

- (a) Konstruieren Sie einen deterministischen endlichen Automaten (in graphischer Darstellung), der die Sprache

$$L = \{w \in \{0,1\}^* \mid w \text{ enthält genau einmal das Teilwort } 001\}$$

akzeptiert.

- (b) Geben Sie für jeden Zustand q Ihres in Aufgabenteil (a) konstruierten Automaten die Zustandsklasse $Kl[q]$ an.

5+5 Punkte

Aufgabe 2

- (a) Zeigen Sie mit einer der drei in der Vorlesung vorgestellten Methoden (Lemma 3.3, Pumping-Lemma oder Kolmogorov-Komplexität), dass die Sprache

$$L = \{0^m 1^n \mid m, n \geq 1 \text{ und } m \text{ teilt } n\}$$

nicht regulär ist.

- (b) Zeigen Sie, dass jeder deterministische endliche Automat, der die Sprache

$$L = \{w \in \{a,b\}^* \mid (|w|_a + 2|w|_b) \bmod 3 = 1 \text{ oder } w \text{ endet mit } b\}$$

akzeptiert, mindestens 5 Zustände hat.

5+5 Punkte

(bitte wenden)

Aufgabe 3

- (a) Formulieren Sie das Pumping-Lemma für kontextfreie Sprachen.
- (b) Verwenden Sie das Pumping-Lemma für kontextfreie Sprachen, um zu zeigen, dass die Sprache

$$L = \{a^n b^m c^{n \cdot m} \mid m, n \in \mathbb{N}, m, n \geq 1\}$$

über dem Alphabet $\{a, b, c\}$ nicht kontextfrei ist.

3+7 Punkte

Aufgabe 4

Wir betrachten die Sprache

$$L_{\text{len2}} = \{\text{Kod}(M) \mid M \text{ ist eine TM über dem Eingabealphabet } \{0, 1\} \\ \text{und } M \text{ akzeptiert mindestens ein Wort der Länge 2}\}.$$

Welche der folgenden Aussagen ist korrekt?

- (i) $L_{\text{len2}} \in \mathcal{L}_R$,
- (ii) $L_{\text{len2}} \in \mathcal{L}_{RE} - \mathcal{L}_R$,
- (iii) $L_{\text{len2}} \notin \mathcal{L}_{RE}$.

Beweisen Sie die von Ihnen als korrekt erkannte Behauptung.

10 Punkte

Aufgabe 5

- (a) Erklären Sie, wie man alle positiven rationalen Zahlen nummerieren kann, d. h. zeigen Sie, dass \mathbb{Q}^+ abzählbar ist.
- (b) Verwenden Sie die Diagonalisierungsmethode, um eine positive reelle Zahl zu konstruieren, die nicht in \mathbb{Q}^+ enthalten ist.
- (c) Erklären Sie, warum es reelle Zahlen gibt, die keine endliche Dezimaldarstellung haben.

4+3+3 Punkte

Aufgabe 6

Wir betrachten die Sprachen

$$\text{LARGE-CLIQUE} = \{(G, k) \mid G = (V, E) \text{ ist ein ungerichteter Graph, der} \\ \text{eine Clique der Grösse } k \geq |V|/3 \text{ enthält}\}$$

und

$$\text{VERY-LARGE-CLIQUE} = \{(G, k) \mid G = (V, E) \text{ ist ein ungerichteter Graph, der} \\ \text{eine Clique der Grösse } k \geq |V| - 3 \text{ enthält}\}.$$

Zeigen Sie für jede der beiden Sprachen entweder, dass sie NP-vollständig ist oder dass sie in P liegt.

10 Punkte