



Eidgenössische Technische Hochschule Zürich  
Swiss Federal Institute of Technology Zurich

Departement Informatik

## Theoretische Informatik

Prof. Dr. Juraj Hromkovič

Prof. Dr. Emo Welzl

### Sessionsprüfung

Zürich, 4. Februar 2014

#### Aufgabe 1

- (a) Entwerfen Sie einen (deterministischen) endlichen Automaten für die Sprache

$$L = \{w \in \{a, b\}^* \mid w \text{ enthält das Teilwort } aba \text{ und } |w|_a \bmod 2 = 1\}.$$

- (b) Geben Sie für jeden Zustand  $q$  Ihres im Aufgabenteil (a) konstruierten Automaten die Klasse  $Kl[q]$  an.

**6+4 Punkte**

#### Aufgabe 2

Zeigen Sie, dass für alle  $i, n \in \mathbb{N} - \{0\}$  mit  $i \leq n$  mindestens  $2^n - 2^{n-i}$  unterschiedliche Wörter  $x \in (\Sigma_{\text{bool}})^n$  existieren, so dass  $K(x) \geq n - i$ .

**10 Punkte**

#### Aufgabe 3

- (a) Zeigen Sie, dass die Sprache

$$L = \{0^n 1^m \mid n, m \in \mathbb{N} - \{0\} \text{ und } n \leq m \leq 2n\}$$

nicht regulär ist.

- (b) Geben Sie eine kontextfreie Grammatik für  $L$  an und begründen Sie Ihren Entwurf informell.

**5+5 Punkte**

(bitte wenden)

## Aufgabe 4

- (a) Formulieren Sie das Pumping-Lemma für kontextfreie Sprachen.
- (b) Verwenden Sie das Pumping-Lemma, um zu zeigen, dass die Sprache

$$L = \{a^l b^m c^r \mid l, m, r \in \mathbb{N} - \{0\} \text{ und } l \cdot r = m\}$$

nicht kontextfrei ist.

**2+8 Punkte**

## Aufgabe 5

- (a) Zeigen Sie, dass  $(L_{\text{empty}})^{\mathbb{C}} \in \mathcal{L}_{\text{RE}}$  gilt, indem Sie die Arbeitsweise einer deterministischen TM  $M$  mit  $L(M) = (L_{\text{empty}})^{\mathbb{C}}$  beschreiben.
- (b) Zeigen Sie, dass  $L_{\text{empty}} \notin \mathcal{L}_{\text{R}}$  gilt, indem Sie eine Reduktion von einer der Sprachen  $L_{\text{U}}$ ,  $L_{\text{H}}$  oder  $L_{\text{diag}}$  auf  $L_{\text{empty}}$  angeben.

**5+5 Punkte**

## Aufgabe 6

- (a) Sei E3SAT die Menge aller KNF-Formeln mit genau drei Literalen (von paarweise verschiedenen Variablen) pro Klausel, die eine erfüllende Belegung haben. Zeigen Sie, dass E3SAT NP-vollständig ist.
- (b) Wir nennen eine Klausel *monoton*, wenn sie nur positive oder nur negative Literale enthält. Wir betrachten die Menge non-3-monotone-3SAT aller Formeln bestehend aus Klauseln der Länge höchstens 3, die keine monotonen Klauseln der Länge genau 3 enthalten (monotone 2-Klauseln und 1-Klauseln sind erlaubt).

Zeigen Sie, dass non-3-monotone-3SAT NP-schwer ist.

*Hinweis:* Sie dürfen für Ihre Beweise voraussetzen, dass die in der Vorlesung oder in den Übungen betrachteten Probleme SAT, 3SAT, TRIPEL-SAT, CLIQUE, INDEPENDENT-SET und SUBSET-SUM NP-schwer sind.

**5+5 Punkte**