ETH
Eidgenössische Technische Hochschule Zürich
Swiss Federal Institute of Technology Zurich
Departement Informatik

Theoretische Informatik

Prof. Dr. Juraj Hromkovič
Prof. Dr. Emo Welzl

Sessionsprüfung

Zürich, 25. Januar 2011

Aufgabe 1

Für ein Wort $w = a_n a_{n-1} \ldots a_0$ mit $a_i \in \{1,2,3,4,5\}$ für $i \in \{0,\ldots,n\}$ sei $\text{Nummer}_{10}(w)$ definiert als die natürliche Zahl $\sum_{i=0}^{n} a_i \cdot 10^i$ mit der Dezimaldarstellung w.
Wir betrachten die Sprache

$$L = \{w \in \{1,2,3,4,5\}^* \mid \text{Nummer}_{10}(w) = 0 \pmod 6\}.$$

(a) Konstruieren Sie einen (deterministischen) endlichen Automaten, der L akzeptiert.

(b) Beschreiben Sie die Klassen $\text{Kl}[q]$ für alle Zustände q Ihres in Aufgabenteil (a) konstruierten Automaten.

5+5 Punkte

Aufgabe 2

Zeigen Sie, dass die Sprache

$$L = \{0^p \mid p \in \mathbb{N} \text{ ist eine Primzahl}\}$$

nicht regulär ist. **5 Punkte**

Aufgabe 3

Verwenden Sie den CYK-Algorithmus um festzustellen, ob das Wort $w = abab$ in der Sprache der kontextfreien Grammatik $G = (\{S,A,B,C\}, \{a,b\}, P, S)$ enthalten ist, wobei

$$\begin{aligned} P \;=\; \{&S \to AB, S \to AC, S \to BC, A \to AA, A \to CB, A \to a, \\ &B \to BA, B \to AS, B \to BS, B \to CC, C \to a, C \to b\}. \end{aligned}$$

10 Punkte

(bitte wenden)

Aufgabe 4

(a) Formulieren Sie das Pumping-Lemma für kontextfreie Sprachen.

(b) Wenden Sie das Pumping-Lemma für kontextfreie Sprachen an, um zu zeigen, dass die Sprache

$$L = \{a^i b^j c^k \mid i, j, k \in \mathbb{N}, k = \max\{i, j\}\}$$

nicht kontextfrei ist.

3+7 Punkte

Aufgabe 5

(a) Definieren Sie die Diagonalsprache L_{diag}.

(b) Zeigen Sie, dass $L_{\text{diag}} \notin \mathcal{L}_{\text{RE}}$ gilt.

2+3 Punkte

Aufgabe 6

Zeigen Sie, dass das Problem, für jedes $x \in \{0,1\}^*$ die Kolmogorov-Komplexität $K(x)$ von x zu berechnen, algorithmisch unlösbar ist. **10 Punkte**

Aufgabe 7

Wir betrachten die beiden Sprachen

$$\text{SAT} = \{\Phi \mid \Phi \text{ ist eine erfüllbare Formel in KNF}\}$$

und

$$\text{CLIQUE} = \{(G, k) \mid G \text{ ist ein ungerichteter Graph, der eine } k\text{-Clique enthält}\}.$$

Zeigen Sie, dass SAT $\leq_p$ CLIQUE gilt. **10 Punkte**